

Correction du sujet préparatoire pour le DS n°4

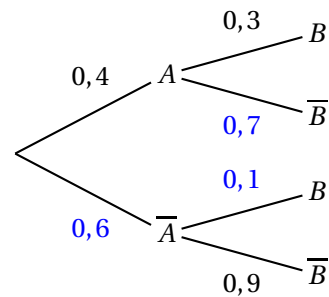
Exercice 1.

Question 1

On considère l'arbre de probabilité ci-contre.

On cherche la probabilité de l'évènement B .

On a



A.	B.	C.	D.
$p(B) = 0,18$	$p(B) = 0,12$	$p(B) = 0,66$	$p(B) = 0,3$

On a complété l'arbre de probabilités en bleu.

D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}(B) &= \mathbf{P}(A \cap B) + \mathbf{P}(\bar{A} \cap B) \\
 &= \mathbf{P}(A) \times \mathbf{P}_A(B) + \mathbf{P}(\bar{A}) \times \mathbf{P}_{\bar{A}}(B) \\
 &= 0,4 \times 0,3 + 0,6 \times 0,1 \\
 &= 0,12 + 0,06 \\
 &= 0,18
 \end{aligned}$$

Réponse A.

Question 2.

A.	B.	C.	D.
$\mathbf{P}(A \cup B) = 0,18$	$\mathbf{P}(A \cup B) = 0,66$	$\mathbf{P}(A \cup B) = 0,86$	$\mathbf{P}(A \cup B) = 0,46$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}(A \cup B) &= \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) - \mathbf{P}(A \cap B) \\
 &= 0,4 + 0,18 - 0,12
 \end{aligned}$$

On a : $= 0,46$

Réponse D.

Exercice 2.

1. Voici le tableau complété :

Producteur	Rose	Jasmin	Total
A	455	175	630
B	195	175	370
Total	650	350	1000

2. On a, d'après l'énoncé : $\mathbf{P}(A) = 0,65$, $\mathbf{P}_A(R) = 0,7$ et $\mathbf{P}_{\overline{A}}(R) = 0,5$.

3. On cherche $\mathbf{P}(A \cap R)$.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}(A \cap R) &= \frac{\text{card}(A \cap R)}{\text{card}(\Omega)} \\
 &= \frac{455}{1000} \\
 &= 0,455
 \end{aligned}$$

4. On cherche $\mathbf{P}(A \cup R)$.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}(A \cup R) &= \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(R) - \mathbf{P}(A \cap R) \\
 &= 0,65 + \frac{630}{1000} - 0,455 \\
 &= 0,65 + 0,63 - 0,455 \\
 &= 0,825
 \end{aligned}$$

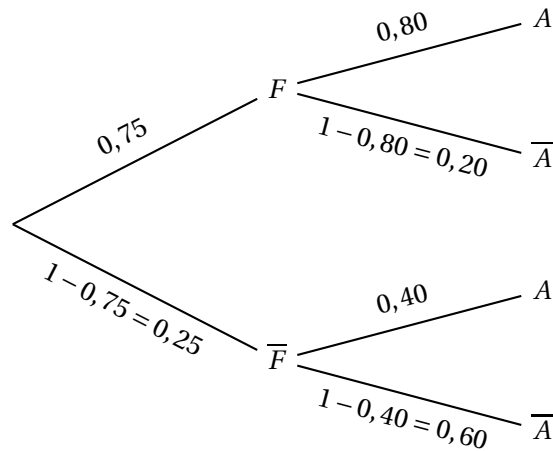
5. $\mathbf{P}(R) = 0,63$: cette probabilité est supérieure à 0,60 donc la commande convient.

6. On cherche $\mathbf{P}_R(A)$.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_R(A) &= \frac{\text{card}(A \cap R)}{\text{card}(R)} \\
 &= \frac{455}{630} \\
 &= \frac{13}{18}
 \end{aligned}$$

Exercice 3.

1. On complète l'arbre de probabilité suivant :



2. a. $F \cap A$ est l'évènement « le visiteur est venu accompagné d'un ou plusieurs enfants, et le visiteur a acheté un sachet de nourriture pour les animaux. ».

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(F \cap A) &= \mathbf{P}(F) \times \mathbf{P}_F(A) \\ &= 0,75 \times 0,80 \\ &= 0,6 \end{aligned}$$

- b. F et \bar{F} forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(A) &= \mathbf{P}(F \cap A) + \mathbf{P}(\bar{F} \cap A) \\ &= \mathbf{P}(F \cap A) + \mathbf{P}(\bar{F}) \times \mathbf{P}_{\bar{F}}(A) \\ &= 0,6 + \mathbf{P}(\bar{F}) \times \mathbf{P}_{\bar{F}}(A) \\ &= 0,6 + 0,25 \times 0,4 \\ &= 0,7 \end{aligned}$$

- c. $F \cup A$ est l'évènement « le visiteur est venu accompagné d'un ou plusieurs enfants, ou le visiteur a acheté un sachet de nourriture pour les animaux. ».

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(F \cup A) &= \mathbf{P}(F) + \mathbf{P}(A) - \mathbf{P}(F \cap A) \\ &= 0,75 + 0,7 - 0,6 \\ &= 0,85 \end{aligned}$$

- d. On croise dans le parc un visiteur ayant acheté un sachet de nourriture pour les animaux. La probabilité qu'il soit venu sans enfant est alors $\mathbf{P}_A(\bar{F})$.
Or,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_A(\bar{F}) &= \frac{\mathbf{P}(\bar{F} \cap A)}{\mathbf{P}(A)} \\ &= \frac{0,25 \times 0,4}{0,7} \\ &= \frac{0,1}{0,7} \\ &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$