

Exercice 1. En tenant compte des contraintes du milieu naturel dans lequel évoluent les insectes, des biologistes modélisent le nombre d'insectes à l'aide de la suite (v_n) , définie par :

$$v_0 = 0,5 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n, v_{n+1} = 1,6v_n - 1,6v_n^2,$$

où, pour tout entier naturel n , v_n est le nombre d'insectes, exprimé en millions, au bout de n mois.

1. Déterminer le nombre d'insectes au bout d'un mois.
2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ par

$$f(x) = 1,6x - 1,6x^2.$$

- (a) Résoudre l'équation $f(x) = x$.
- (b) Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $\left[0; \frac{1}{2}\right]$.
3. (a) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n ,

$$0 \leq v_{n+1} \leq v_n \leq \frac{1}{2}.$$

- (b) Montrer que la suite (v_n) est convergente.
On note ℓ la valeur de sa limite. On admet que ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$.
- (c) Déterminer la valeur de ℓ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2. Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2n^2 + 4n + 5$

2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 5 \left(\frac{12}{13}\right)^n + 200$

3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n - \sqrt{n}$

4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 14^n + \cos(2n)$

5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2(-1)^n - n$