Отчет по лабораторной работе № 22 по курсу Фундаментальная информатика

Студент группы М8О-204Б-22, Филиппов Фёдор Иванович, № по списку 18

Контакты: gooselinjk@yandex.ru

Работа выполнена: “9” октября 2023 года

Преподаватель: Потенко М.А., каф.806

Входной контроль знаний с оценкой________

Отчёт сдан “10” октября 2023 года, ИО ____

Подпись преподавателя __________________

1. Тема: Издательская система LaTeX

2. Цель работы: Ознакомиться с системой TeX и основными командами LaTeX. Сверстать заданные согласно варианту страницы книги

3. Задание *(вариант №218-219)***:** Сверстать 2 страницы (218 и 219 соответственно) задачника Кудрявцева по матанализу

4. Оборудование

ЭВМ — ноутбук HP, процессор — Ryzen 5500U, с ОП 16384 МБ и НМД 1048576 МБ, Терминал Windows Powershell (с возможностью переключения на UNIX)

5. Программное обеспечение

Операционная система семейства Windows, наименование Windows 11 Home,

версия 22H2

Редактор текстов — Sublime Text

Утилиты операционной системы — терминал Windows Powershell

Прикладные системы и программы — Visual Studio Code, Visual Studio

6. Идея, метод, алгоритм решения задачи (в формах: словесной, псевдокода, графической или формальные с пред- и постусловиями)

Код моего TeX-документа в первую очередь будет состоять из команд загрузки необходимых пакетов, которые пригодятся в ходе верстания документа. Они предоставляют дополнительные функции и возможности форматирования. Например, некоторые из них обеспечат возможность писать на русском языке, а также использовать математические формулы и знаки. Далее я начну документ, в котором установлю подходящие параметры для текста и заголовков: размер шрифта, жирность и т.п. После я разобью документ на блоке, в каждом из которых будет находиться тот или иной текст или математическая формула.

Таким образом я сверстаю требуемые страницы учебника.

Дополнительно, я изображу трехмерную поверхность, построенную с помощью GNUPlot, встроенного в LaTeX.

7. Сценарий выполнения работы (план работы, первоначальный текст программы в черновике и тесты, либо соображения по тестам)

В начале документа устанавливаются основные параметры класса документа, такие как размер шрифта, язык, размер бумаги и границы страницы. После этого подключаются необходимые пакеты. Далее, начинается основная часть документа. Здесь устанавливаются параметры верхнего и нижнего колонтитулов, размер шрифта, а также отступы в абзацах. Затем идет текст с математическими формулами, взятый со страниц задачника, выданного для верстки. В данном случае текст содержит математические выкладки, доказательства и примеры, связанные с темами алгебры и арифметических последовательностей.

Также в конце документа добавлено дополнительное задание, связанное с построением 3D-поверхности с использованием пакета pgfplots и tikz. Это позволяет создавать графики и диаграммы в LaTeX.

8. Распечатка протокола (подклеить листинг окончательного варианта программы с тестовыми примерами)

```latex
\documentclass[12pt]{article}
\usepackage[russian]{babel}
\usepackage{amsmath}
\usepackage{amssymb}
\usepackage[papersize={145.5mm,254mm}, right=0.5cm, left=0.7cm, top=2.2cm, bottom=1.2cm]{geometry}
\usepackage{titlesec}
\usepackage{fancyhdr}
\usepackage{pgfplots}
\usepackage{tikz}
\pgfplotsset{width=13cm,compat=1.18}

\begin{document}

\setlength{\headsep}{0.4cm}
\setlength{\parindent}{0.4cm}

\markright{Гл. 1 Введение}

\pagestyle{fancy}
\fancyhf{}
\fancyhead[L]{\fontsize{10pt}{10pt}\selectfont 26}
\fancyhead[C]{\fontsize{10pt}{10pt}\selectfont\itshape\rightmark}

\fontsize{12pt}{12pt}
\selectfont

{\noindentПолагая в этом тождестве $x = 1,2,\dots ,n$ и складывая почленно получаемые равенства, находим
$$\sum_{k=1}^{n} ((k+1)^3-k^3) = 3 \sum_{k=1}^{n} k^2 + 3 \sum_{k=1}^{n} k + n.$$
Так как $$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} ,$$
то, используя формулу (1), получаем $$(n+1)^3 - 1=3S_n + \frac{3}{2} n(n+1) + n,$$
откуда $$S_n = \frac{1}{6} (2n^3 + 3n^2 + n) = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1).$$
Итак,}

\begin{equation}
1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}. \blacktriangle \tag{7}
\end{equation}

{З а м е ч а н и е.} {В § 2 (пример 4) равенство (7) было доказано методом индукции.\\}
```

```latex
{П р и м е р 3.} {Вычислим сумму $S_n(x)=\sum\limits_{k=1}^{n}\sin kx.$\\
\indent $\blacktriangle$ Рассмотрим равенство $$S_n(x)\cdot 2\sin \frac{x}{2} = \sum_{k=1}^{n} 2 \sin kx \sin \frac{x}{2}$$
Так как $$ 2 \sin kx \sin \frac{x}{2} = \cos (k - \frac{1}{2})x - \cos (k+\frac{1}{2})x, $$\\
то по формуле (1) находим
$$ S_n(x)\cdot 2 \sin \frac{x}{2} = \cos \frac{x}{2} - \cos (n + \frac{1}{2})x = 2\sin \frac{n+1}{2} x \sin \frac{n}{2}x,$$
откуда
\begin{center}
$S_n(x) = \frac{\sin\frac{n+1}{2}x\sin\frac{n}{2}x}{\sin\frac{x}{2}},$ если $\sin\frac{x}{2}\neq 0;$
\end{center}
если $\sin (x/2) = 0$, то $S_n(x)=0.\blacktriangle$\\
}

{П р и м е р 4.} {Последовательность $\{x_n\}$ задана формулой $x_n=ax_{n-1}+b.$ Выразить через $x_1, a, b$ и $n$:\\}

{1) $x_n;$\indent 2) $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} x_k.$\\

\indent $\blacktriangle$ 1) Так как $x_k = ax_{k-1}+b, x_{k-1}=ax_{k-2}+b$, то\\
$x_k-x_{k-1}=a(x_{k-1} - x_{k-2})=a^2(x_{k-2}-x_{k-3})=\ldots=a^{k-2}(x_2-x_1),$
}

\newpage
\pagestyle{fancy}
\fancyhf{}
\fancyhead[R]{\fontsize{10pt}{10pt}\selectfont27}
\fancyhead[C]{\fontsize{10pt}{10pt}\selectfont\itshape§4. Прогрессии. Суммирование. Бином Ньютона}

{\noindentт. е.
$$x_k-x_{k-1}=a^{k-2}(x_2-x_1).$$}

{\noindent Полагая в этой формуле $k=2,3,\ldots,n$ и складывая получаемые равенства, находим
$$\sum_{k=2}^{n}(x_k-x_{k-1})=(x_2-x_1)\sum_{k=2}^{n}a^{k-2},$$
или
$$x_n-x_1=(x_2-x_1)\frac{a^{n-1}-1}{a-1}=((a-1)x_1+b)\frac{a^{n-1}-1}{a-1},$$
откуда
$$x_n=a^{n-1}x_1+b\frac{a^{n-1}-1}{a-1},\indent a\neq 1.$$}

{\noindent При $a=1$ последовательность $\{x\}$ является арифметической прогрессией с разностью $b,$ и поэтому
$$x_n=x_1+(n-1)b.$$}
```

```latex
{2) $S_n=x_1+\sum\limits_{k=2}^{n}x_k=x_1+a\sum\limits_{k=2}^{n}x_{k-1}+(n-1)b,$\\
$$S_n=x_1+a(S_n-x_n)+(n-1)b,$$}

{$S_n(1-a)=x_1-ax_n+(n-1)b=x_1-a^n x_1-ab\frac{a^{n-1}-1}{a-1}+(n-1)b,$\\ откуда $$S_n=\frac{(n-1)b}{1-a} + \frac{ab}{(a-1)^2}(a^{n-

{П р и м е р 5.} {Последовательность $\{x_n\}$ задана формулой $$x_n=(\alpha +\beta)x_{n-1}-\alpha\beta x_{n-2},$$
где $\alpha\beta\neq 0.$ Выразить $\{x_n\}$ через $x_0, x_1, \alpha, \beta$ и $n.$\\
\indent $\blacktriangle$ Исходное равенство можно записать так:
$$x_n=\alpha x_{n-1} = \beta (x_{n-1}-\alpha x_{n-2}).$$
Обозначим $y_n = x_n-\alpha x_{n-1},$ тогда $y_n=\beta y_{n-1},$ откуда $y_n=\beta ^{n-1}y_1,$\\ т.е. $x_n-\alpha x_{n-1} = \beta ^{
Полагая $x_n=\beta ^n z_n,$ получаем
$$z_n=\frac{\alpha}{\beta}z_{n-1}+\frac{y_1}{\beta}.$$
Считая $\alpha \neq \beta$ и используя результат предыдущего примера, находим
$$z_n=(\fraq{\alpha}{\beta})^{n-1}z_1+\frac{(\frac{\alpha}{\beta})^{n-1}-1}{\frac{\alpha}{\beta}-1}\cdot \frac{y_1}{\beta},$$
где $z_1=x_1 / \beta, y_1=x_1-\alpha x_0.$ Отсюда получаем
$$x_n=x_1\frac{\alpha ^n - \beta ^n}{\alpha -\beta}-\alpha \beta x_0\frac{\alpha ^{n-1}-\beta ^{n-1}}{\alpha -\beta},\indent \alpha

\newpage
\pagestyle{fancy}
\fancyhf{}
\fancyhead[L]{\fontsize{12pt}{16pt}\selectfont\itshape (additional task)}
\fancyhead[C]{\fontsize{14pt}{16pt}\selectfont\itshape GNUPlot. 3D surface}

{
Изобразим поверхность, заданную формулой:
\begin{center}
    \boxed{\sqrt{x^2 + y^2 + 7}}\\
\end{center}

\vspace{1cm}

\begin{tikzpicture}
    \begin{axis}
    \addplot3[surf]
    {sqrt(x^2 + y^2 + 7)};
    \end{axis}
\end{tikzpicture}

\vspace{1cm}
```

141. ...держится в $[a;b]$. Для любых $x,y\in[a;b]\,,x\neq y$, верно неравенство

$$|f(x)-f(y)|<|x-y|\,.$$

1) Доказать, что уравнение $f(x)=x$ имеет и притом единственное решение c.
2) Пусть $x_0\in[a;b], x_n=f(x_{n-1}), n\in N$. Доказать, что
   а) последовательность $\{|x_n-c|\}$ убывает и имеет предел $\lim\limits_{n\to\infty}|x_n-c|=\Delta$;
   б) существует последовательность $\{x_{n_k}\}$, сходящаяся к d, равному либо $c+\Delta$, либо $c-\Delta$;
   в) $|f(d)-c|=\Delta$ и $\Delta=0$, т.е. $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=c$.

142. 1) Доказать, что уравнение $\tan x=a/x, a>0$, имеет на каждом интервале $(-\pi/2+\pi n;\pi/2+\pi n), n\in N$, одно решение.

2) Пусть x_n - решение уравнения $\tan x=a/x, a>0$, из интервала $(-\pi/2+\pi n;\pi/2+\pi n), n\in N$. Доказать, что

$$0<x_n-\pi n<\frac{2a}{\pi n+\sqrt{\pi^2n^2+4a}}, n\in N.$$

143. 1) Доказать, что уравнение $\tan x=ax, a>0$, имеет на каждом интервале $(-\pi/2+\pi n;\pi/2+\pi n), n\in N$, одно решение x_n.

2) Пусть x_n - решение уравнения $\tan x=ax, a>0$, из интервала $(-\pi/2+\pi n;\pi/2+\pi n), n\in N$. Доказать, что

$$0<\pi/2+\pi n-x_n<\frac{2/a}{\pi/2+\pi n+\sqrt{(\pi/2+\pi n)^2-4a}}.$$

3) Найти $\lim\limits_{n\to\infty}x_{n+1}-x_n$, где последовательность $\{x_n\}$ определена в **??**) и **??**).

144. Для последовательности, заданной рекуррентным способом, доказать существование предела и найти его:
1) $x_1\in R, x_{n+1}=\sin x_n, n\in N$;2) $x_1=0, x_{n+1}=x_n-\sin x_n+1/2, n\in N$;3) $x_1=\pi/2, x_{n+1}=x_n+\cos x_n-1/2, n\in$

145. 1) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\infty$. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x_n}\right)^{x_n}=e$.

2) Пусть $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0, x_n\neq0$. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}(1+x_n)^{1/x_n}=e$.

146. Пусть $a_1,a_2,b_1,b_2\in R$. Исследовать на сходимость последовательность

$$\left\{\left(\frac{a_1n+b_1}{a_2n+b_2}\right)^n\right\}$$

и найти ее предел, если он существует.

---

147. Используя непрерывность соответствующих функций, вычислить предел последовательности:
1) $\left\{\left(1+\dfrac{x_n}{n}\right)^n\right\}$, если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=x\in R$; 2) $\left\{\left(\cos\dfrac{x}{n}+\lambda\sin\dfrac{x}{n}\right)^n\right\}$, где $x,\lambda\in R$; 3) $\left\{\left(\dfrac{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}}{2}\right)^n\right\}$, где $a>0,b>0$; 4) $\left\{\left(\left(1+\dfrac{a}{n}\right)\left(1+\dfrac{2a}{n}\right)\dots\left(1+\dfrac{ka}{n}\right)\right)^n\right\}$, где $k\in N, a\in R$; 5) $\left\{\left(\left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)\left(1+\dfrac{2}{n^2}\right)\dots\left(1\right.\right.\right.$ где $k\in N, a\in R$; 6) $\left\{\cos\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2^2}\dots\cos\dfrac{x}{2^n}\right\}$; 7) $\{\sin^2(\pi\sqrt{n^2+n})\}$; 8) $\left\{n-\dfrac{1}{\sin(1/n)}\right\}$; 9) $\left\{n-\mathrm{ctg}\,\dfrac{1}{n}\right\}$; 10) $\{(cos(x/\sqrt{n}))^n\}$.

148. Последовательности $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$ таковы, что $0<a_n<1$, $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=1, 0<b_n<\dfrac{\pi}{2}, \cos b_n=a_n$.

Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{b_n}{\sqrt{1-a_n}}$

ОТВЕТЫ

11. 1) $f(-1) = -2$; 2) $f(1) = 3/2$; 3) $f(0) = 1/2$; 4) $f(0) = 1$; 5) $f(0) = 1$; 6) $f(0) = 1/2$.

15. $f(x_0) = 0$.

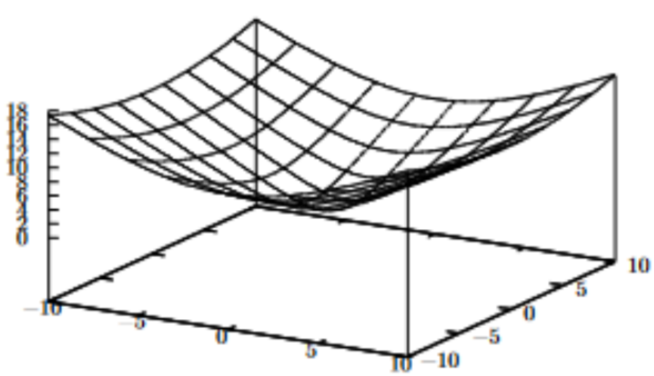
18.
1) $x = 0, \Delta f(0) = 2, x = 2, \Delta f(2) = -10$;
2) $x = -2, \Delta f(-2) = 2$;
3) $x = -2, x = 2$ — точки разрыва 2-го рода;
4) $x = 0$ — точка разрыва 2-го рода, $x = 1, \Delta f(1) = -2$;
5) $x_n = n, \Delta f(n) = -1, n \in Z$;
6) $x_n = n, n \in Z$— точки разрыва 2-го рода;
7) $x = 0, x = 1$ — точка разрыва 2-го рода;
8) $x = -1, \Delta f(-1) = 0, x = 1, \Delta f(1) = -2, x = 0$ — точка разрыва 2-го рода;
9) $x_n = \pi/2 + \pi n, n \in Z,$ — точки разрыва 2-го рода;
10) $x = 0, \Delta f(0) = 0, x_n = \pi n, n \neq 0, n \in Z,$ — точки разрыва 2-го рода.

19. 1) $a = 0$; 2) $a = 1/3$; 3) не существует; 4) $a = -1$.

20. 1) $a = 2, b = -1$; 2) $a = 1, b = -1$; 3) не существуют; 4) $a = 1, b = \pi/2$.

25.
1) $f \circ g$ непрерывна, $g \circ f$ разрывна в точке $x = 0$;
2) $f \circ g$ разрывна в точках $x = 0, x = \pm 1$, $g \circ f$ непрерывна;
3) $f \circ g$ разрывна в точке $x = -1$, $g \circ f$ разрывна в точке $x = 1$;
4) $f \circ g$ и $g \circ f$ непрерывны.

51. 1) $y = \cos^2 x, x \in (-\pi/2; \pi/2)$; 2) $x = \sqrt{1 + y^2}, y \in R$;



Это трехмерная поверхность $z = \sqrt{y^2 + 2z^2 + 2}$.

9. **Дневник отладки** должен содержать дату и время сеансов отладки и основные события (ошибки в сценарии и программе, нестандартные ситуации) и краткие комментарии к ним. В дневнике отладки приводятся сведения об использовании других ЭВМ, существенном участии преподавателя и других лиц в написании и отладке программы.

№	Лаб. или дом.	Дата	Время	Событие	Действие по исправлению	Примечание

10. Замечания автора по существу работы

____

____

____

____

Недочеты при выполнении работы могут быть устранены следующим образом:____

____

11. Выводы:

В данной лабораторной работе я изучил основы работы с LaTeX - мощным инструментом для создания документов научных и технических направлений. я ознакомился с различными классами документов, пакетами расширений и принципами верстки текста. Мной были изучены возможности и настройки различных стилей оформления заголовков и страниц, а также ознакомился с пакетами для оформления документа. Таким образом, LaTeX может использоваться для создания профессионально оформленных документов и презентаций, которые могут быть использованы в различных областях моей деятельности в будущем.