

Дополнительные материалы, необходимые для выполнения заданий на компьютере находятся на сайте по адресу:

<https://drive.google.com/file/d/1qT1zeRJsfDppRQkUPfUWQ9Z-iqlzNHf/view?usp=sharing>

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа по информатике и ИКТ состоит из 27 заданий с кратким ответом, выполняемых с помощью компьютера.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

При выполнении заданий Вам будут доступны на протяжении всего экзамена текстовый редактор, редактор электронных таблиц, системы программирования. Доступ в Интернет запрещен.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связей (операций):

- a) *отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);
- b) *конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$) либо $\&$ (например, $A \& B$);
- c) *дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$) либо $|$ (например, $A | B$);
- d) *следование* (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);
- e) *тождество* обозначается \equiv (например, $A \equiv B$); выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);
- f) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 – для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащие переменные, называются *равносильными* (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ не равносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

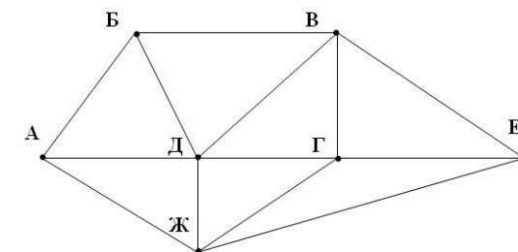
Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле – как обозначения единиц измерения, соотношение которых с единицей «байт» выражается степенью двойки.

Вариант 1 февраля

1. На рисунке схема дорог N-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о протяжённости каждой из этих дорог (в километрах).

	Номер пункта						
	1	2	3	4	5	6	7
Номер пункта	1		37	31	8		9
	2	37		19		14	
	3	31	19			22	28 39
	4	8				27	11
	5		14	22		6	
	6			28	27	6	15
	7	9		39	11	15	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите, какова сумма протяжённости дорог из пункта А в пункт Б и из пункта Г в пункт Е. В ответе запишите целое число.

Ответ: _____.

2. Логическая функция F задаётся выражением:

$$\neg(x \equiv w) \wedge (\neg x \vee y \vee z) \wedge \neg y$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F. Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

				F
	1		1	1
	0		0	1
1	0		1	1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Функция F задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет следующий вид.

		F
0	1	0

В этом случае первому столбцу соответствует переменная y, а второму столбцу – переменная x. В ответе следует написать yx

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов

3. В файле приведён фрагмент базы данных «Сообщество по интересам». База данных состоит из двух таблиц.

Таблица «Пользователи» содержит записи о зарегистрированных пользователях. Заголовок таблицы имеет следующий вид.

ID	Фамилия_И.О.	Пол	Место_рождения	Хобби
----	--------------	-----	----------------	-------

Таблица «Родственные связи» содержит информацию о ребёнке и об одном из его родителей. Заголовок таблицы имеет следующий вид.

ID_Родителя	ID_Ребёнка
-------------	------------

Используя информацию из приведённой базы данных, определите количество женщин, увлекающихся рисованием и имеющих не менее одного ребенка. В ответе запишите только число.

Ответ: _____.

4. Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Для букв А, Б, В, Г, Д использовали соответственно кодовые слова 00, 011, 100, 1100, 1011. Для трех оставшихся букв – Е, Ж и З – кодовые слова неизвестны. Укажите минимальную сумму длин кодовых слов для букв Е, Ж и З, если известно, что код должен допускать однозначное декодирование.

Ответ: _____.

5. На вход алгоритма подаётся четырехзначное натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

- 1) Вычисляются суммы первой и второй, второй и третьей, третьей и четвертой цифр.
- 2) Для сумм, больших десяти, вычисляется остаток от целочисленного деления соответствующей суммы на три;

3) Полученные числа записываются в неубывающем порядке.

Пример. Дано число $N = 3841$. Алгоритм работает следующим образом:

1) Суммы: $3 + 8 = 11$; $8 + 4 = 12$; $4 + 1 = 5$.

2) Остаток от деления числа 11 на 3 равен 2; Остаток от деления числа 12 на 3 равен 0;

Результат работы данного алгоритма $R = 25$.

Укажите такое наименьшее N, для которого результат работы алгоритма равен 28.

Ответ: _____.

6. Определите, при каком наибольшем введённом значении переменной y программа выведет число 6.

Паскаль	Python
<pre> var x, y: integer; begin x := 60; readln(y); while x + y > 40 do begin y := y + 3; x := x - 6; end; write(x) end.</pre>	<pre> x = 60 y = int(input()) while x + y > 40: y = y + 3 x = x - 6 print(x)</pre>
Алгоритмический язык	C++
<pre> алг нач цел x, y x := 60 ввод y нц пока x + y > 40 y := y + 3 x := x - 6 кц вывод x кон</pre>	<pre> #include <iostream> using namespace std; int main() { int x, y; x = 60; cin >> y; while (x + y > 40) { y = y + 3; x = x - 6; } cout << x << endl; return 0; }</pre>

Ответ: _____.

7. Многоцветное изображение размером $m \times n$ пикселей преобразовали в четырехцветное изображение. При этом объем файла уменьшился в 6 раз. Какое наибольшее количество цветов могло содержаться в палитре изображения до преобразования?

Ответ: _____.

8. Все четырехбуквенные слова, составленные из букв О, Р, Л, Е, Ц записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1. Вот начало списка:

1. EEEE
2. EEEL
3. EEEО
4. EEER
5. EEEЦ
6. EELE

Под каким номером стоит последнее слово, содержащее только одну гласную букву?

Ответ: _____.

15. Определите наименьшее целое значение А, при котором выражение

$$((x < 10) \wedge (y < 7) \wedge (z < 17)) \rightarrow (3 \cdot x + 2 \cdot y + 4 \cdot z < A)$$

истинно для любых целых значений x, y и z.

Ответ: _____.

16. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n < 3$;

$F(n) = F(n - 3) + 2^n$, если $n > 2$ и при этом n чётное число;

$F(n) = 2 \cdot F(n - 1)$, если $n > 2$ и при этом n нечётное число. Чему равно значение функции F(15)?

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов

17. В файле содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от –10000 до 10000 включительно. Определите количество пар последовательности, в которых хотя бы одно число делится на 6, а произведение элементов пары не превышает максимального элемента последовательности, кратного четырем. В ответе запишите количество найденных пар, затем максимальное из произведений элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов

18. Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 20$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: **вправо** или **вниз**. По команде **вправо** Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде **вниз** – в соседнюю нижнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается.

Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 50. Посетив клетку, Робот забирает только монеты достоинством от 1 до 9; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота. Определите максимальное и минимальное количество монет, которые может собрать

Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответе укажите два числа – сначала максимальное количество, затем минимальное. Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

Пример входных данных

14	3	20	12
2	4	7	2
14	5	2	5
6	2	4	2

Для указанных входных данных ответом должна быть пара чисел: 6 4

Ответ: _____.

19. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу пять или семь камней, или увеличить количество камней во столько же раз, сколько на данный момент находится в куче. Например, пусть в куче было 8 камней. Тогда за один ход можно получить кучу из 13, 15 или 64 камней.

Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 260.

В начальный момент в куче было – S камней; $1 \leq S \leq 259$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Определите, сколько существует значений S, при которых Ваня выигрывает своим первым ходом независимо от ходов Пети.

Ответ: _____.

20. Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите два таких наименьших значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Например, если Петя может выиграть своим вторым ходом при $S = 8$, $S = 13$, $S = 17$, то в ответ необходимо записать только числа 8 и 13.

Ответ: _____.

21. Для игры, описанной в задании 19, определите минимальное S, при котором выигрывает Ваня своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Петя

Ответ: _____.

22. Ниже на четырёх языках программирования записан алгоритм. Получив на вход натуральное число x , этот алгоритм печатает два числа: a и b . Укажите наибольшее число x , при вводе которого алгоритм печатает сначала 2, а потом 4.

Паскаль	Python
<pre> var x, a, b: integer; begin a := 0; b := 0; readln(x); if x mod 2 = 0 then while x < 100000 do x := x div 2; while x > 0 do begin if x mod 4 = 0 then a := a + 1; b := b + x mod 4; x := x div 4; end; writeln(a); writeln(b) end.</pre>	<pre> x = int(input()) a = 0; b = 0 if x % 2 == 0: while x < 100000: x = x // 2 while x > 0: if x % 4 == 0: a = a + 1 b = b + x % 4 x = x // 4 print(a) print(b)</pre>
Алгоритмический язык	C++
<pre> алг нач цел x, a, b ввод x a := 0 b := 0 если mod(x,2) = 0 то нц пока x < 100000 x := div(x,2) кц все нц пока x > 0 если mod(x,4) = 0 то a := a + 1 все b := b + mod(x,4) x := div(x,4) кц вывод a, b кон</pre>	<pre> #include <iostream> using namespace std; int main() { int x, a, b; cin >> x; a = 0; b = 0; if(x % 2 == 0) while (x < 100000) x = x / 2; while (x > 0) { if(x % 4 == 0) a = a + 1; b = b + x % 4; x = x / 4; } cout << a << endl << b; return 0; }</pre>

Ответ: _____.

23. Исполнитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 2

2. Прибавить 5

2. Умножить на 2

Первая команда увеличивает число на экране на 2, вторая увеличивает число на 5, третья – умножает его на 2.

Программа для исполнителя – это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых **при исходном числе 6 результатом является число 25**, и при этом траектория вычислений **не содержит число 11**?

Траектория вычислений программы – это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 121 при исходном числе 6 траектория будет состоять из чисел 8, 13, 15.

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов

24. Текстовый файл состоит из символов A, D, G и Z.

Определите максимальное количество идущих подряд символов в прилагаемом файле, среди которых буква D встречается ровно один раз, а буква Z не встречается.

Например, для исходной строки ADGGDAGAZD, ответом будет число 6. Для выполнения этого задания следует написать программу.

Ответ: _____.

25. Пусть S – сумма всех различных натуральных делителей целого числа, оканчивающихся на цифру 3, не считая самого числа.

Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 800 000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение S является простым числом, не оканчивающимся на цифру 3. Программа должна найти и вывести первые 5 таких чисел и соответствующие им значения S .

Формат вывода: для каждого из 5 таких найденных чисел в отдельной строке сначала выводится само число, затем значение S . Строки выводятся в порядке возрастания найденных чисел.

Например, для числа **966** $S = 3 + 23 + 483 = 509$.

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов

26. После переезда библиотеки в новое здание многие книги были расставлены на полки не в соответствии с их сериями. Работникам библиотеки необходимо определить, сколько книг уже расположено на своих полках, и на какой полке на своих местах стоит наибольшее количество книг.

Считается, что книга расположена на своей полке, если ее серийный номер отличается от номера полки не более чем на единицу. **Входные данные.**

В первой строке входного файла находится одно число: N – количество книг в библиотеке (натуральное число, не превышающее 10000). Каждая из следующих N строк содержит два натуральных числа, не превышающих 100: номер полки, на которой стоит данная книга и серия, к которой относится эта книга. Данные в строках входного файла разделены одним пробелом.

Запишите в ответе два числа: сначала количество книг, стоящих на своих полках, затем номер полки, на которой расположено наибольшее количество книг, стоящих на своих местах.

Пример входного файла:

7

2 3

2 4

5 1

5 4

5 4

5 5

6 8

При таких исходных данных можно выделить только четыре книги, которые расположены на своих полках. В пятом ряду расположено наибольшее количество книг, стоящих на своих местах. Таким образом, для данного примера ответом будет пара чисел: 4 5.

Ответ: _____.

Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов

27. Дана последовательность из N натуральных чисел. Из этих чисел составляются такие возрастающие подпоследовательности, что их соседние элементы отличаются на разницу между максимальным элементом последовательности и ее вторым максимумом. Определите количество элементов в самой длинной такой подпоследовательности.

Входные данные

Даны два входных файла (файл А и файл В), каждый из которых содержит в первой строке количество чисел N ($1 \leq N \leq 1\,000\,000$). Каждая из следующих N строк содержит одно натуральное число, не превышающее 1 000 000. Пример организации исходных данных во входном файле: 12

3

14

7

18

10

10

22

5

11

9

22

13

Для указанных входных данных разность между наибольшим элементом и вторым максимумом: $22 - 18 = 4$. Максимальная длина подпоследовательности, удовлетворяющей условию задачи, равна 4 (в нее входят числа: 10, 14, 18, 22).

В ответе укажите два числа: сначала наибольшее количество чисел в искомой подпоследовательности для файла А, затем – для файла В.

Предупреждение: для обработки файла В не следует использовать переборный алгоритм, вычисляющий количества для всех возможных вариантов, поскольку написанная по такому алгоритму программа будет выполняться слишком долго.

Ответ: _____.