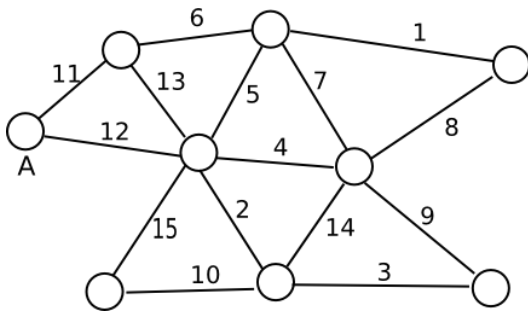


- _____ 1.1 ปัญหาการตัดสินใจว่ามีวงจรในกราฟแบบไม่มีทิศทางนั้น อยู่ใน NP
- _____ 1.2 ถ้ามีปัญหาละเอียดอยู่ใน NP และเราสามารถลดรูปปัญหาในกลุ่ม NP-Complete ไปยังปัญหาละเอียดนี้ได้แล้ว โดยการลดรูปอาจใช้เวลามากกว่า polynomial ก็เป็นได้ ปัญหาละเอียดจะเป็นปัญหา NP-Complete
- _____ 1.3 สำหรับทุกปัญหาที่อยู่ในกลุ่ม NP นั้น เราสามารถลดรูปไปเป็นปัญหา 3-Coloring โดยใช้เวลาเป็น polynomial ได้
- _____ 1.4 ถ้าปัญหา Vertex-Cover อยู่ใน P แล้ว ปัญหา SAT จะอยู่ใน P ด้วย
- _____ 1.5 ถ้า $P = NP$ แล้ว ปัญหา Shortest-Path จะเป็นปัญหา NP-Complete
- _____ 1.6 มันเป็นไปได้ที่ ปัญหา Independent-Set อยู่ใน P พร้อมกับที่ ปัญหา Hamiltonian-Cycle ไม่อยู่ใน P

- _____ 1.7 สมมติให้ $X1$ และ $X2$ เป็นปัญหาการตัดสินใจที่อยู่ใน NP และสมมติว่า $P \neq NP$ ถ้า $X1$ สามารถลดรูปภายในเวลา Polynomial เป็น $X2$ และ $X2$ สามารถลดรูปภายในเวลา Polynomial เป็น $X1$ แล้ว ทั้ง $X1$ และ $X2$ เป็น NP-Complete
- _____ 1.8 สมมติให้ S เป็นปัญหา NP-Complete และ Q และ R เป็นปัญหาอื่น ที่ไม่ว่าอยู่ใน NP หรือไม่ ถ้า Q สามารถลดรูปภายในเวลา Polynomial เป็น S และ S สามารถลดรูปภายในเวลา Polynomial เป็น R แล้ว R จะอยู่ใน NP-Hard
- _____ 1.9 สมมติว่า $P \neq NP$ แล้ว NP-Complete $\cap P$ จะเป็นเซตว่าง
- _____ 1.10 ให้ X เป็นปัญหาที่อยู่ใน NP ถ้าเราสามารถแก้ปัญหาย X ได้ในเวลา Polynomial แล้ว $P = NP$
- _____ 1.11 กำหนดให้มีกราฟซึ่งน้ำหนักของแต่ละเส้นเชื่อมเป็นจำนวนเต็ม (มีค่าเป็นลบได้) มันมี algorithm ที่ใช้เวลาแบบ Polynomial สำหรับตรวจสอบว่า กราฟดังกล่าวมีวงวนติดลบ (negative cycle หรือ วงวนที่ผลรวมของน้ำหนักของเส้นเชื่อมเป็นลบ)
- _____ 1.12 ปัญหาการตรวจสอบว่า สำหรับกราฟที่ให้นั้น เราสามารถกำหนดสีให้แต่ละ vertex โดยที่ vertex ที่ติดกันนั้นห้ามใช้สีเดียวกัน และห้ามใช้จำนวนสีทั้งหมดเกิน $N-1$ สี เมื่อ N คือจำนวน vertex นั้นเป็นปัญหาที่อยู่ใน P
- _____ 1.13 ปัญหา Subset-Sum ซึ่งมีข้อมูลนำเข้าเป็น $D = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ และค่า K โดยที่ n คือจำนวนข้อมูลใน D เป็นปัญหาที่ตรวจสอบว่ามี subset ของ D ที่ผลรวมของสมาชิกใน subset เท่ากับ K หรือไม่ ปัญหา Composite ซึ่งมีข้อมูลนำเข้าเป็นจำนวนเต็ม Y เป็นปัญหาที่ตรวจสอบว่า Y มีตัวประกอบอื่นที่ไม่ใช่ 1 หรือ Y หรือไม่ ถ้า Subset-Sum เป็นปัญหาในกลุ่ม NP-Complete และ Composite นั้นอยู่ใน NP แล้ว เราสามารถลดรูป Subset-Sum เป็น Composite ได้ในเวลา Polynomial
- _____ 1.14 ถ้าเรามีอัลกอริทึมที่ใช้เวลาเป็น $O(n\sqrt{K})$ สำหรับปัญหา Subset-Sum ในข้อ 1.13 แล้ว P จะเท่ากับ NP

ข้อ 2 (14 คะแนน) สำหรับกราฟดังต่อไปนี้



จงระบุลำดับของเส้นเชื่อมที่อัลกอริทึมดังต่อไปนี้เลือกให้เข้ามาอยู่ใน Minimum Spanning Tree (ให้สังเกตว่าเส้นเชื่อมแต่ละเส้นนั้นมีน้ำหนักต่างกัน การระบุลำดับของเส้นเชื่อมนั้นให้ใช้ตัวเลขที่บอกน้ำหนัก)

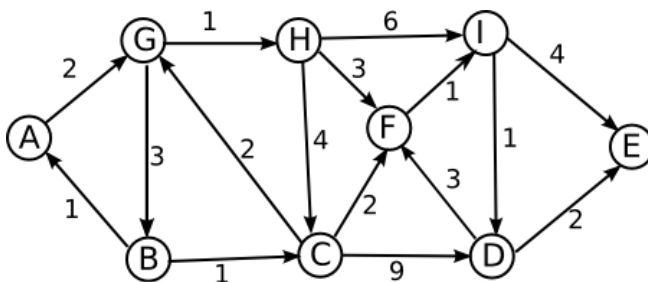
2.1 (7 คะแนน) Prim's Algorithm โดยเริ่มพิจารณา จาก ปม A

คำตอบ: 11, 6, 1, 5, 4, 2, 3, 10

2.2 (7 คะแนน) Kruskal's Algorithm

คำตอบ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11

ข้อ 3 (10 คะแนน) สำหรับกราฟดังต่อไปนี้



จงระบุลำดับของปมที่อัลกอริทึมของ Dijkstra จะนำเข้ามาใน Shortest Path Tree โดยเริ่มต้นจากปม A

หากในขั้นตอนใดมีตัวเลือกที่ถูกต้องของปมที่จะนำเข้ามาต่อไปได้หลายปม ให้เลือกปมที่มาก่อนในลำดับตัวอักษรภาษาอังกฤษ ก่อน

คำตอบ: A, H, B, C, F, I, D, E

ข้อ 4 (20 คะแนน) ปัญหาการแจกงานเป็นดังต่อไปนี้ มีงานอยู่ N งาน (งานมีหมายเลขกำกับตั้งแต่ 1 ถึง N) และมีพนักงานอยู่ N คน (พนักงานมีหมายเลขกำกับตั้งแต่ 1 ถึง N) เราต้องการแจกงานแต่ละงานให้พนักงานแต่ละคน ให้พนักงานทุกคนมีงานทำ พนักงานแต่ละคนอาจจะใช้เวลาในการทำงานแต่ละชิ้นไม่เท่ากัน กำหนดให้พนักงานหมายเลข a จะใช้เวลาในการทำงานหมายเลข b เป็น $T[a][b]$ เราต้องการหาวิธีการแจกงานให้เวลารวมที่พนักงานทุกคนใช้ทำงานที่แจกให้นั้นน้อยที่สุด จงออกแบบขั้นตอนวิธีแบบ State Space Search สำหรับปัญหานี้โดยใช้เทคนิค Backtracking และ/หรือ Branch & Bound

4.1 (4 คะแนน) จงออกแบบวิธีการเก็บข้อมูลของ State ต่าง ๆ ในการ Search โดยให้อธิบายว่าใช้ตัวแปรประเภทใด และเก็บข้อมูลอย่างไร มีความหมายอย่างไร

4.2 (8 คะแนน) จงวาด State Space Tree ของปัญหานี้โดยใช้ state ตามที่ได้ตอบไว้ในข้อ 4.1 โดยสมมติว่า $N = 3$ (ไม่จำเป็นต้อง Branch & Bound แต่ถ้ามีการทำ Backtracking จะต้องระบุด้วยว่า Backtracking อย่างไร)

4.2 (8 คะแนน) จงใช้วิธี Branch & Bound สำหรับปัญหานี้ โดยให้ระบุว่าจะใช้ Bound ด้วยอะไร, พิจารณาจากค่าอะไรบ้าง, คำนวณมาอย่างไร

(ให้เขียนคำตอบข้อ 4 ลงในพื้นที่ด้านล่างนี้)