โจทย์เพิ่มเติม

1. จงเขียนเซตคำตอบของ augmented matrix นี้

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

2. จงเขียน RRE augmented matrix ของเซตคำตอบนี้

$$\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} m + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} n \;\middle|\; m, n \in \mathrm{R} \right\}$$

*3. จงเขียน RRE augmented matrix ของเซตคำตอบนี้

$$\left\{ \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} m + \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} n \;\middle|\; m, n \in \mathrm{R} \right\}$$

*4. จงพิสูจน์ว่า ไม่มีระบบสมการเชิงเส้นที่มี 2 คำตอบพอดี

โจทย์เพิ่มเติม 2

*1.

กำหนดให้ $N(A) = span\left(\begin{pmatrix}1\\-3\\-5\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\6\\10\\-2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4\\3\\5\\-1\end{pmatrix}\right)$

และ $C(A) \subset \mathrm{R}^5$

จงหา $\mathrm{RRE}(A)$

*2.

กำหนดให้ $C(A) = \mathrm{R}^3$ และ $\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix} \in N(A)$

จงหา $\mathrm{RRE}(A)$

รรคนี้ทำโจทย์กันบ้างรึเปล่า

จงหาเซตต่อไปนี้ และบอกว่าเป็น vector space หรือไม่

ควิซต่อไป

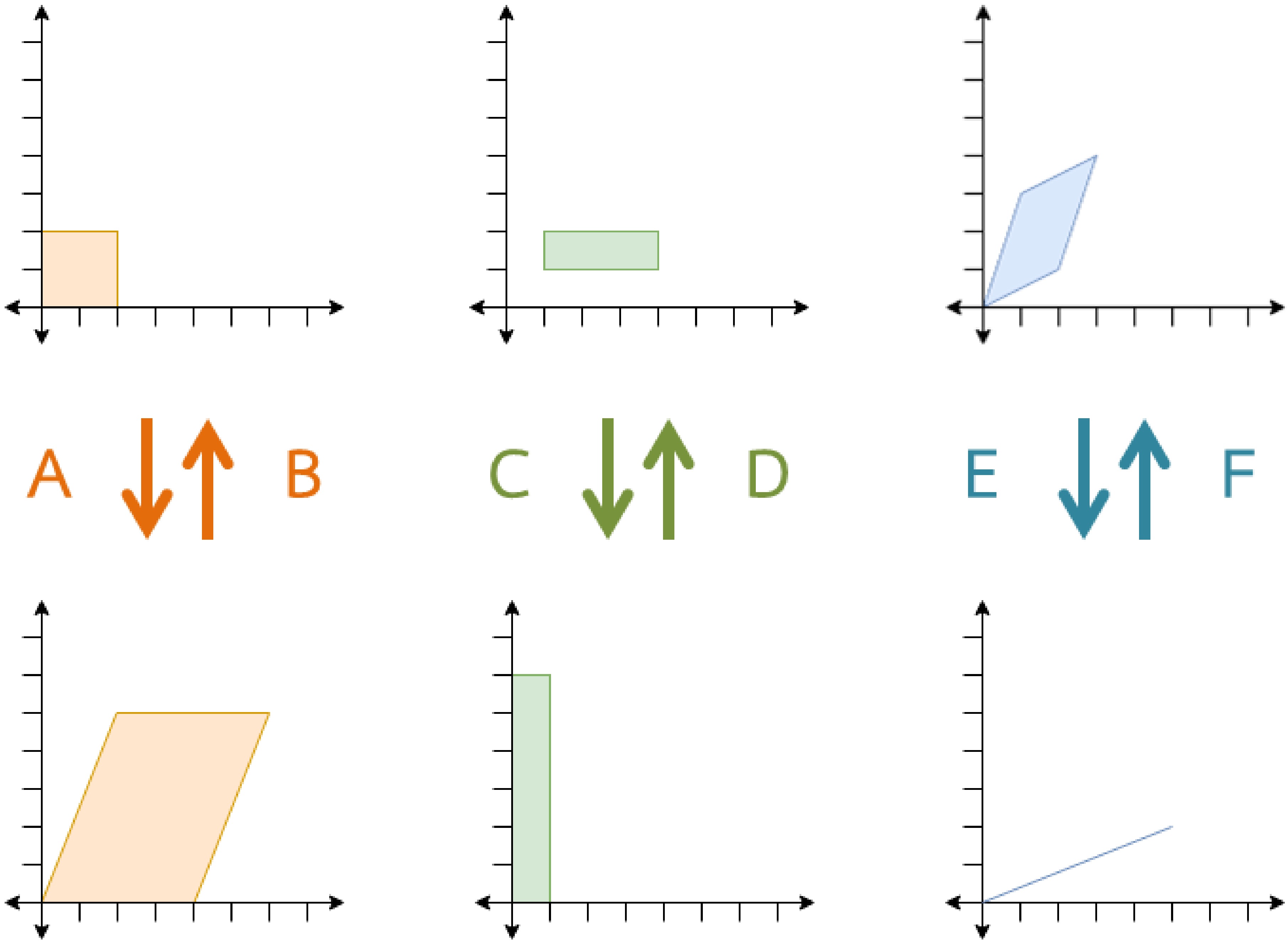
28 ก.พ.

เข้าคูหา ระวัง

F

- $$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \begin{bmatrix} 1 & 3 & x \\ 2 & 6 & y \\ 3 & 9 & z \end{bmatrix} \textit{ is one to one} \right\}$$
- $$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & x \\ 4 & 5 & 6 & y \\ 7 & 8 & 9 & z \end{bmatrix} \textit{ is onto} \right\}$$
- $$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ x & y & z \end{bmatrix} \textit{ is not onto} \right\}$$
- $$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \\ x & y & z \end{bmatrix} \textit{ is one to one} \right\}$$

ลองหา matrix A ถึง F ที่ transform รูปเหล่านี้



1. จงหาค่า k ที่ทำให้เมทริกซ์ $\begin{bmatrix} k & 1 & 0 \\ 0 & 2 & k \\ -1 & k & 5 \end{bmatrix}$ มี inverse การคูณ

2. กำหนดให้ A, B, C เป็นเมทริกซ์ขนาด 4 x 4 ถ้า det(A) = 4, det(B) = -3, det(C) = 2 จงหา $\det(5A^{-1}B^{T}C^{3})$

3. จงบอกลักษณะของเมทริกซ์ A ที่ det(-A) = det(A)

4. ถ้า $\det\left(\begin{bmatrix} x+z & x+y & z \\ x+y & y & 0 \\ x & 0 & 0 \end{bmatrix}\right) = k$

จงหา $\det\left(\begin{bmatrix} y+z & x & x \\ y & x+z & y \\ z & z & x+y \end{bmatrix}\right)$

Prove or Disprove

1. มีเมทริกซ์ A ที่ Row(A) = Col(A)
2. มีเมทริกซ์ A ที่ Nul(A) = Nul(A^T)
3. มีเมทริกซ์ A ที่ Row(A) = Nul(A)
4. มีเมทริกซ์ A ที่ Col(A) = Nul(A)
5. ถ้ากำหนด Row(A), Col(A), Nul(A), Nul(A^T)
   จะสามารถหา A ได้เพียงแบบเดียวเท่านั้น
6. ให้ T เป็น linear map จาก $R^m \longrightarrow R^n$
   และ S เป็น subset ของ R^m
   ถ้า S เป็น dependent set
   จะได้ว่า T(S) ก็เป็น dependent set ด้วย

True or False

(Prove or Disprove)

ให้ A, B เป็น subspace ของ R^n โดย $B = A^{\perp}$

1. $\dim(A) + \dim(B) = n$
2. $A \cup B = R^n$
3. $A \cap B = \emptyset$
4. ถ้า $V \subseteq A$ เป็น independent set
   และ $W \subseteq B$ เป็น independent set
   จะได้ $V \cup W$ เป็น independent set

True or False (Prove or Disprove)

1. ให้ v เป็น eigenvector ของเมทริกซ์ A

   1.1 $v \in col(A)$

   1.2 $v \in (row(A) \cup nul(A))$

   1.3 v เป็น eigenvector ของ A^T

   1.4 v เป็น eigenvector ของ A^{-1} (ถ้าหา A^{-1} ได้)

   1.5 v เป็น eigenvector ของ rA สำหรับ $r \in R$ ใด ๆ

   1.6 v เป็น eigenvector ของ A^k สำหรับ $k \in Z^+$ ใด ๆ

2. ถ้า $A \sim B$ แล้ว $A^k \sim B^k$ สำหรับ $k \in Z^+$ ใด ๆ

3. ให้ P เป็นเมทริกซ์ขนาด m x n

   และ Q เป็นเมทริกซ์ขนาด n x m

   ถ้า $\lambda \neq 0$ เป็น eigenvalue ของ PQ

   แล้ว λ จะเป็น eigenvalue ของ QP ด้วย

โจทย์เพิ่มเติม

4. จงหา spectrum ของ A^T, A^{-1}, $2A$, A^3 เมื่อ

   4.1 spec(A) = {3, 4}   4.2 spec(A) = {0, 1, -2}

5. X และ Y similar กันหรือไม่ ถ้าใช่ ให้หา B ที่ทำให้ $X = BYB^{-1}$ ถ้าไม่ใช่ ให้บอกเหตุผล

$$X = \begin{bmatrix} 20 & -9 \\ 30 & -13 \end{bmatrix} \qquad Y = \begin{bmatrix} 14 & 18 \\ -6 & -7 \end{bmatrix}$$

6. จากนิยาม SVD : $A = VDU^T$ ถ้ากำหนด

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix} \qquad V = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

จงหา D และ U ที่สอดคล้องกับ A และ V

คำตอบมีได้แบบเดียวหรือไม่ อย่างไร

หา eigenvalue และ eigenspace

(ไม่แนะนำให้ทำตรง ๆ ควรใช้วิธีที่พลิกแพลง)

1)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 10 & 20 & 30 & 40 & 50 \\ 11 & 22 & 33 & 44 & 55 \\ 100 & 200 & 300 & 400 & 500 \\ 111 & 222 & 333 & 444 & 555 \end{bmatrix}$$

2)

$$\begin{bmatrix} 99 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 99 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 99 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 99 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 99 \end{bmatrix}$$

T or F

1. ถ้า $\det(AB) = 0$

   แล้ว $\det(A) = 0$ หรือ $\det(B) = 0$

2. ถ้า $A^2 = I$ แล้ว $A = \pm I$

3. ถ้า $\det(A) = c$

   แล้ว $\det(kA) = k\det(A) = kc$