

ชื่อ-นามสกุล.....เลขประจำตัว.....ตอนเรียนที่.....เลขที่นั่ง CR58.....

หมายเหตุ

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 10 ข้อ ในกระดาษคำถามคำตอบ 7 หน้า
2. ไม่อนุญาตให้นำตำราและเอกสารใดๆ เข้าในห้องสอบ
3. ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณใดๆ
4. ห้ามการหยิบยื่นสิ่งใดๆ ทั้งสิ้น จากผู้สอบอื่นๆ เว้นแต่เจ้าหน้าที่ควบคุมการสอบจะหยิบยื่นให้
5. ห้ามนำส่วนใดส่วนหนึ่งของข้อสอบและสมุดคำตอบออกจากห้องสอบ
6. ผู้เข้าสอบสามารถออกจากห้องสอบได้ หลังจากผ่านการสอบไปแล้ว 45 นาที
7. เมื่อหมดเวลาสอบ ผู้เข้าสอบต้องหยุดการเขียนใดๆ ทั้งสิ้น
8. นิสิตกระทำผิดเกี่ยวกับการสอบ ตามข้อบังคับจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย มีโทษ คือ พ้นสภาพการเป็นนิสิต หรือ ได้รับ สัญลักษณ์ F ในรายวิชาที่กระทำผิด และอาจพิจารณาให้ถอนรายวิชาอื่นทั้งหมดที่ลงทะเบียนไว้ในภาคการศึกษานี้

ห้ามนิสิตพกโทรศัพท์และอุปกรณ์สื่อสารไว้กับตัวระหว่างสอบ หากตรวจพบจะถือว่า
นิสิตกระทำผิดเกี่ยวกับการสอบ อาจต้องพ้นสภาพการเป็นนิสิต หรือ ให้ได้รับ F และ
อาจพิจารณาให้ถอนรายวิชาอื่นทั้งหมดที่ลงทะเบียนไว้ในภาคการศึกษานี้

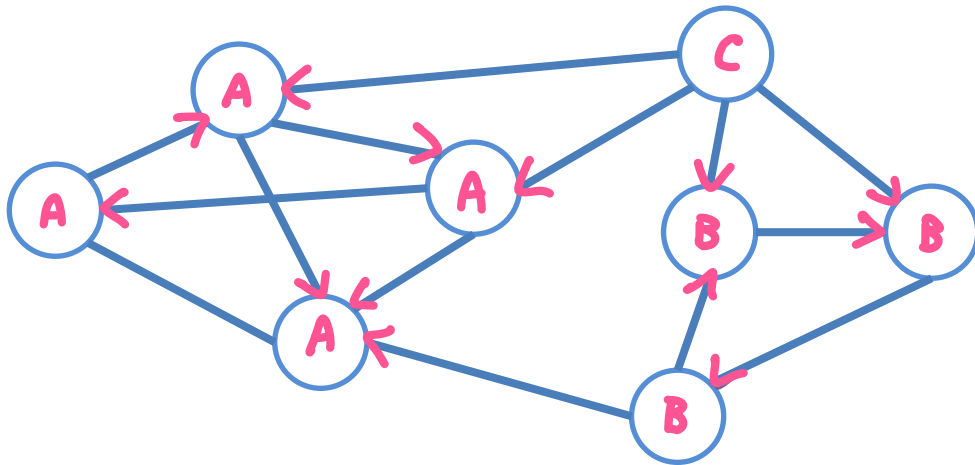
*** รวมนรณรงค์การไม่กระทำผิดและไม่ทุจริตการสอบที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ ***

ข้าพเจ้ายอมรับในข้อกำหนดที่กล่าวมานี้ ข้าพเจ้าเป็นผู้ทำข้อสอบนี้ด้วยตนเองโดยไม่ได้รับการช่วยเหลือ
หรือให้ความช่วยเหลือ ในการทำข้อสอบนี้

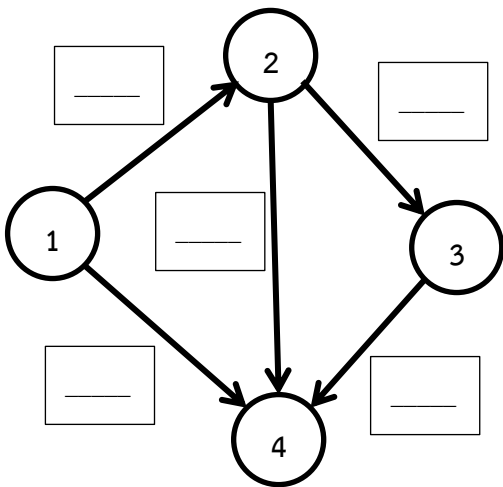
ลงชื่อนิสิต.....

วันที่.....

1. (5 คะแนน) จาก undirected graph ในรูปด้านล่างนี้ ให้ใส่หัวลูกศรลงในเส้นเชื่อมทุกเส้นเพื่อแปลงกราฟนี้ให้เป็น simple directed graph โดยที่ กราฟที่ได้จะต้องประกอบด้วย strongly connected component จำนวน 3 component โดยจะต้องมี 1 component ที่มี 4 ปมพอติ และมีอีก 1 component ที่มี 3 ปมพอติ และอีก 1 component ที่มี 1 ปมพอติ ให้ระบุตัวอักษรลงบนปมเพื่อบอก component ด้วย โดยให้ component เดียวกันมีตัวอักษรเดียวกัน



2. (5 คะแนน) มีกราฟแบบ directed weighted graph ดังรูปด้านล่างต่อไปนี้ ซึ่งเราไม่ทราบน้ำหนักของเส้นเชื่อมแต่ละเส้นเชื่อม อย่างไรก็ตาม เราทราบว่า เมื่อเราใช้ Bellman-Ford Algorithm ตาม pseudocode ด้านล่างนี้กับกราฟดังกล่าว โดยให้ปมเริ่มต้นคือปมหมายเลข 1 จะพบว่า บรรทัดหมายเลข 6: มีการทำงานทั้งหมด 5 ครั้งพอติ จงระบุน้ำหนักของเส้นเชื่อมของกราฟดังกล่าว โดยการเขียนตัวเลขลงบนเส้นเชื่อมในรูป เพื่อให้บรรทัดที่ 6: ทำงาน 5 ครั้งพอติ (ถ้าเป็นไปได้หลายคำตอบ ให้ตอบคำตอบใดก็ได้ที่ถูกต้อง)



```

1: init D[1..4] to [0, ∞, ∞, ∞]
2: for round in 1..3
3:   B = D
4:   for each edge e = (u,v) in the graph
5:     if B[v] > D[u] + weight[e]
6:       B[v] = D[u] + weight[e]
7:   D = B

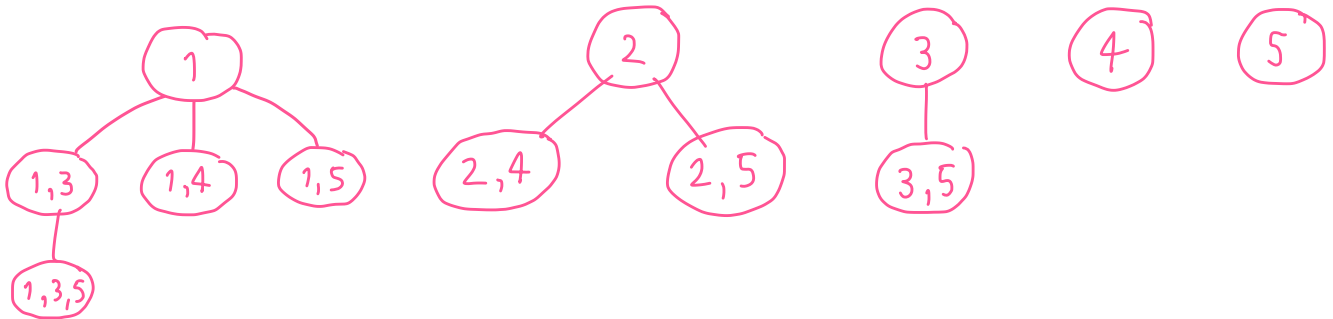
```

3. (5 คะแนน) มี directed graph ขนาด 6 ปม 4 เส้นเชื่อมอยู่กราฟหนึ่ง กำหนดให้ปมของกราฟนี้คือปม A, B, C, D, E, F เราทราบว่า topological sorting ของกราฟนี้มีทั้งหมด $6! / (3! * 3!) = 20$ รูปแบบที่แตกต่างกันพอติ จงวาดกราฟดังกล่าว โดยกราฟจะต้องมี 6 ปม และ 4 เส้นเชื่อม และกราฟมีปม A, B, C, D, E, F เท่านั้น



proof มง $ABC = xxx$
 by James $DEF = yyy$ } การแบ่งสับเปลี่ยน x, y ได้ $\frac{6!}{3!3!}$
 ขอบคุณลัธย
 รัชการดี

4. (5 คะแนน) ปัญหาเรามีคูก้อยู่ N ชิ้น (กำกับด้วยหมายเลข $1 - N$) เรากำลึงจะกินคูกี้เหล่านี้ทีละชิ้น อย่างไรก็ตาม เราตั้งกฎการกินคูกี้ไว้ว่า หากเรากินคูกี้หมายเลข i ไปแล้ว ครั้งต่อไปเราจะต้องกินคูกี้หมายเลข มากกว่า $i+1$ เสมอ (คูกี้ชิ้นแรกจะกินชิ้นหมายเลขใดก็ได้) จงวาด State Space Tree ที่สร้างรูปแบบการกินคูกี้ทั้งหมดที่เป็นไปได้ เมื่อ $N = 5$ โดยกำหนดให้ state ที่วาดในแต่ละปมอยู่ในรูปแบบ $[a, b, \dots]$ เมื่อ a, b คือหมายเลขคูกี้ที่กิน



5. (10 คะแนน) กำหนดให้ $\text{shortest}(G,s,t)$ เป็นปัญหาการหาระยะทางสั้นสุดในกราฟ G จากปม s ไปยังปม t และกำหนดให้ $\text{all_pair}(G)$ เป็นปัญหาการหาระยะทางสั้นสุดของทุก ๆ คู่ปมในกราฟ G จงตอบคำถามต่อไปนี้

5.1. ปัญหา $\text{shortest}(G,s,t)$ สามารถ polynomially reduce ไปเป็นปัญหา $\text{all_pair}(G)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด จงตอบโดยสังเขป

pick 1 element (s,t) from $\text{all_pair}(G) = O(1)$

5.2. ปัญหา $\text{all_pair}(G)$ สามารถ polynomially reduce ไปเป็นปัญหา $\text{shortest}(G,s,t)$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด จงตอบโดยสังเขป

$\text{all_pair}(G=(V,E))$

list = []

for $a, b \in V$

list.add(shortest(G,s,t))

return list

แปลงได้ $O(|V|^2)$

5.3. สมมติว่า $\text{shortest}(G,s,t)$ และ $\text{all_pair}(G)$ สามารถ polynomially reduce ไปหากันและกันได้ และเรามีอัลกอริทึมสำหรับแก้ปัญหา $\text{shortest}(G,s,t)$ ที่ใช้เวลา $O(f(n))$ เราสามารถตอบได้หรือไม่ว่า เราสามารถสร้างอัลกอริทึมสำหรับแก้ปัญหา $\text{all_pair}(G)$ ได้ในเวลา $O(f(n))$ อย่างแน่นอน เพราะเหตุใด

ไม่ เพราะยังไม่รวมถึงเวลาที่ใช้ในการแปลง (reduce)

5.4. สมมติว่า $\text{shortest}(G,s,t)$ และ $\text{all_pair}(G)$ สามารถ polynomially reduce ไปหากันและกันได้ เราสามารถตอบได้หรือไม่ว่า $P = NP$ เป็นจริง เพราะเหตุใด

ไม่ เนื่องจาก บวกได้แค่ 2 ขั้วแต่ไม่มีความยากเท่ากัน = อยู่ ในชุดเดียวกัน

$P, NP, NPC, NP\text{-hard}$

สำหรับข้อ 6 – 10 นั้น จะเป็นการออกแบบอัลกอริทึม ในแต่ละข้อนั้นสามารถอธิบายอัลกอริทึมที่ออกแบบด้วย รหัสเทียม (pseudo code) หรือว่า programming language ภาษาใดที่เคยเรียนมาก็ได้ แต่ทุกข้อให้ระบุประสิทธิภาพเชิงเวลาด้วย นอกจากนี้ นิธิตสามารถเรียกใช้ data structure หรือว่า อัลกอริทึมใด ๆ ที่อยู่ในบทเรียนได้เลย โดยไม่จำเป็นต้องเขียน code ของอัลกอริทึมนั้น แต่ต้องระบุว่า input ของอัลกอริทึมที่เรียกใช้ให้ชัดเจน ไม่กำกวม และ output ที่ได้เป็นอะไรอยู่ในรูปแบบใด และนำไปใช้อย่างไรให้ชัดเจน ไม่กำกวม

6. (10 คะแนน) มี directed simple graph $G = (V, E)$ อยู่ เราต้องการทราบว่า ในกราฟนี้มี simple cycle (cycle ที่ไม่วิ่งผ่านปมใดซ้ำเลย) ที่มีความยาว k เส้นเชื่อม หรือไม่ จงออกแบบอัลกอริทึมแบบ state space search สำหรับปัญหานี้ และหากทำได้ ให้เสนอด้วยว่าควรจะใช้ backtracking อย่างไร กำหนดให้ input ของปัญหานี้คือ $G = (V, E)$ และ K โดยให้ตอบคำถามต่อไปนี้
- 6.1. จงระบุ state สำหรับปัญหานี้ โดยให้ระบุว่า state นั้นเก็บข้อมูลอะไรบ้าง และเก็บในตัวแปรประเภทใด พร้อมยกตัวอย่าง และระบุถึงขนาดของ search space
- 6.2. จงเขียน pseudocode หรือ code สำหรับแก้ปัญหาดังกล่าว โดยกำหนดให้ input ของโจทย์คือจำนวนเต็ม k และ n ซึ่งระบุจำนวนปมในกราฟ กำหนดให้ปมในกราฟแทนด้วยตัวเลข 1 ถึง n และ adjacency list e ซึ่งระบุเส้นเชื่อมในกราฟ กล่าวคือ $e[a]$ จะเก็บอาเรย์ที่ระบุปมทั้งหมดที่มีเส้นเชื่อมมาจาก ปม a

ประสิทธิภาพในการทำงานของอัลกอริทึมนี้คือ _____

- 6.3. ระบุถึงเทคนิค backtracking ที่ใช้ในข้อ 6.2 (ถ้ามี) พร้อมทั้งยกตัวอย่างเหตุการณ์ที่เกิดการ backtrack

7. (10 คะแนน) ปัญหาการเจาะน้ำมันเป็นดังนี้ มีแหล่งน้ำมันแหล่งหนึ่ง แผนที่ของแหล่งเจาะน้ำมันนี้สามารถเขียนแทนได้ด้วยอาเรย์สองมิติ $A[1..n][1..n]$ โดยที่ $A[i][j]$ นั้นจะระบุว่า หากเราสร้างแท่นเจาะน้ำมันที่ช่อง (i, j) แล้ว เราจะได้กำไรเป็นเงินกี่บาท อย่างไรก็ตาม หากเราสร้างแท่นเจาะน้ำมันที่ช่องใดแล้ว เราจะไม่สามารถสร้างแท่นเจาะน้ำมันที่ช่องที่มีด้านติดกันได้อีก (กล่าวคือ หากสร้างที่ช่อง (i, j) แล้ว จะไม่สามารถสร้างที่ช่อง $(i-1, j)$, $(i, j-1)$, $(i+1, j)$ หรือ $(i, j+1)$ ได้) จงออกแบบอัลกอริทึมแบบ Least Cost Search สำหรับการหาว่ากำไรรวมมากที่สุดจากการสร้างแท่นเจาะน้ำมันจำนวน K แท่นเป็นเท่าไร กำหนดให้ input ของปัญหานี้คือ A, n และ K โดยให้ตอบคำถามต่อไปนี้
- 7.1. จงระบุ state สำหรับปัญหานี้ โดยให้ระบุว่า state นั้นเก็บข้อมูลอะไรบ้าง และเก็บในตัวแปรประเภทใด พร้อมยกตัวอย่าง และระบุถึงขนาดของ search space

- 7.2. จงเขียน pseudocode หรือ code สำหรับแก้ปัญหาดังกล่าว โดยกำหนดให้ input ของโจทย์คือจำนวนเต็ม k และอาเรย์ 2 มิติ $A[1..n][1..n]$

ประสิทธิภาพในการทำงานของอัลกอริทึมนี้คือ _____

- 7.3. อธิบายถึงเทคนิค Branch and Bound ที่ใช้ในข้อ 7.2 (ถ้ามี) พร้อมด้วย Heuristic Function ที่ใช้

8. (10 คะแนน) เรามี undirected graph $G = (V, E)$ อยู่กราฟหนึ่ง และต้องการสร้างกราฟ directed acyclic graph (กราฟที่ไม่มี cycle) $H = (V, E')$ โดยที่กราฟ H มีปมเหมือน G ทุกประการ และเส้นเชื่อม E' นั้นเกิดจากการกำหนดทิศทางให้กับเส้นเชื่อมใน E กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ เส้นเชื่อม e ซึ่งเชื่อมปม a และ b ใด ๆ จะเป็นสมาชิกของ E' ก็ต่อเมื่อ มี $e_1 = (a, b)$ หรือมี $e_2 = (b, a)$ อยู่ใน E' เท่านั้น และขนาดของ E และ E' จะต้องเท่ากัน จงออกแบบอัลกอริทึมสำหรับการสร้าง H ดังกล่าวจาก G กำหนดให้ input ของปัญหานี้คือ $G = (V, E)$

8

ทำในส่วนของ DFS ($G = (V, E)$)

ถ้า วนไปเลย ยังไม่ เคย visit

ใน E' . add (parent, child)

ถ้า วนไปเลย เป็นสี่เท้า

ใน E' . add (child, parent)

เปลี่ยน child เป็นสี่เท้า

ประสิทธิภาพในการทำงานของอัลกอริทึมนี้คือ $O(|V|+|E|)$

9. (10 คะแนน) นิสิตรุ่น CP-XX จำนวน N คน เมื่อจบการศึกษาออกไปแล้ว ได้ตั้งบริษัทขึ้นมาคนละ 1 บริษัท (กำหนดให้แต่ละบริษัทระบุได้ด้วยหมายเลข 1 ถึง N) เมื่อเวลาผ่านไป บริษัทต่าง ๆ เหล่านี้ได้จับมือเป็นพันธมิตรกันเพื่อการแข่งขันทางธุรกิจ ให้ $merge[1..k]$ เป็นอาเรย์ที่เก็บข้อมูลว่าบริษัทใดมีการจับมือกันบ้าง เรียงตามลำดับเวลาในการจับมือ กล่าวคือ การจับมือครั้งแรกเก็บอยู่ใน $merge[1]$ และครั้งถัดไปอยู่ใน $merge[2]$ ไปเรื่อย ๆ โดยให้ $merge[i].first$ และ $merge[i].second$ นั้นเป็นหมายเลขของบริษัทที่จับมือกัน บริษัทที่มีความสัมพันธ์กันผ่านการจับมือกันจะถือว่าอยู่ในกลุ่มบริษัทเดียวกัน (เช่น บริษัท 1 จับมือกับ 2 และ 2 จับมือกับ 3 เราจะถือว่า บริษัท 1,2,3 นั้นอยู่ในกลุ่มบริษัทเดียวกัน) เราอยากทราบว่า หลังจากเกิดการจับมือจนถึงครั้งที่ k นั้น มีกลุ่มบริษัททั้งหมดกี่กลุ่ม จงออกแบบอัลกอริทึมสำหรับแก้ปัญหานี้ กำหนดให้ input ของปัญหานี้คือ N , $merge$ และ k

ประสิทธิภาพในการทำงานของอัลกอริทึมนี้คือ _____

10. (10 คะแนน) กำหนดให้มี undirected weighted graph $G = (V, E)$ โดยให้ $w(e)$ เป็นฟังก์ชันซึ่งระบุระยะทางของเส้นเชื่อม e และรับประกันว่า $w(e)$ มีค่าเป็นบวกเสมอสำหรับ e ใด ๆ เราต้องการเดินทางจากปม s ไปยังปม t โดยใช้ระยะทางรวมน้อยสุด อย่างไรก็ตาม เรามีสิทธิ์ที่จะเพิ่มเส้นเชื่อม x ซึ่ง $w(x) = K$ เข้าไปในกราฟ G โดยให้เส้นเชื่อมนี้เชื่อมระหว่างปมใด ๆ ก็ได้ที่ไม่ใช่ s หรือ t จงออกแบบอัลกอริทึมเพื่อหาว่า เราควรเพิ่มเส้นเชื่อม x ระหว่างคู่ปมใด เพื่อให้ระยะทางสั้นสุดจาก s ไปยัง t นั้นมีค่าน้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ โดยให้อัลกอริทึมนี้ตอบระยะทางสั้นสุดหลังจากเพิ่มเส้นเชื่อม x กำหนดให้ input ของปัญหานี้คือ G, w, s, t และ K