

หมายเหตุ

- ข้อสอบมีทั้งหมด 6 ข้อในกระดาษคำถามคำตอบ รวม จำนวน 2 หน้า คะแนนเต็ม 500 คะแนน
- ไม่อนุญาตให้นำตำราและเครื่องคำนวณต่างๆ ใดๆ เข้าห้องสอบ
- ควรเขียนตอบด้วยลายมือที่อ่านง่ายและชัดเจน
- ห้ามการหยิบยืมสิ่งใดๆ ทั้งสิ้น จากผู้สอบอื่นๆ เว้นแต่ผู้คุมสอบจะหยิบยืมให้
- ห้ามนำส่วนใดส่วนหนึ่งของข้อสอบและสมุดคำตอบ ออกจากห้องสอบ
- ผู้เข้าสอบสามารถออกจากห้องสอบได้ หลังจากผ่านการสอบไปแล้ว 45 นาที
- เมื่อหมดเวลาสอบ ผู้เข้าสอบต้องหยุดการเขียนใดๆ ทั้งสิ้น
- ผู้ที่ปฏิบัติเข้าข่ายทุจริตในการสอบ ตามประกาศคณะวิศวกรรมศาสตร์ **การ login เข้าสู่ account ผู้อื่นถือเป็นการทุจริต มีโทษ คือ ได้รับ สัญลักษณ์ F ในรายวิชาที่ทุจริต และพักการศึกษาอย่างน้อย 1 ภาคการศึกษา**

ข้าพเจ้ายอมรับในข้อกำหนดที่กล่าวมานี้ ข้าพเจ้าเป็นผู้ทำข้อสอบนี้ด้วยตนเองโดยมิได้รับการช่วยเหลือ หรือให้ความช่วยเหลือในการทำข้อสอบนี้

ลงชื่อนิสิต (.....)

หมายเหตุ (เพิ่มเติม)

1. ข้อ 1 ให้ตอบลงกระดาษคำถามคำตอบนี้
2. ข้อ 2 – 6 เป็นการเขียนโปรแกรมโดยใช้ระบบ grader (<http://www.nattee.net/grader>)
3. สำหรับข้อ 2 – 6 ถ้าไม่ต้องการตอบโดยใช้ grader นิสิตสามารถเลือกตอบลงในสมุดคำตอบได้ นิสิตสามารถตอบโดยเขียนบรรยายแนวคิดที่ implement ได้ในทางปฏิบัติ หรือจะเขียนเป็นรหัสเทียมประกอบแนวคิดที่นำเสนอด้วยก็ได้ **และต้องวิเคราะห์ประสิทธิภาพเชิงเวลาของอัลกอริทึมที่นำเสนอด้วย** นอกจากนี้ คณะแนบที่ได้จะแปรตามประสิทธิภาพในการทำงานของอัลกอริทึม
 - a. ถ้าต้องการเลือกตอบในสมุดคำตอบ ให้ทำเครื่องหมาย X ในข้อที่ต้องการด้านล่างนี้ และจะไม่มีกรตรวจสอบคำตอบใน grader เพิ่มเติม การไม่ทำเครื่องหมาย X หมายความว่าให้ใช้คะแนนใน grader ซึ่งจะคิดจากการส่งที่ได้คะแนนมากที่สุดและจะไม่มีกรตรวจสอบคำตอบใน grader เพิ่มเติม และ ถ้าเลือกทำในสมุดคำตอบ ให้ทำข้อ px ในหน้า 2x และหน้า 2x+1 เท่านั้น
 - b. การตอบในสมุดคำตอบจะไม่สามารถได้คะแนนมากกว่า 70% ของข้อดังกล่าว
4. ข้อ 2 – 6 มีคะแนนข้อละ 100 คะแนน แต่จะคิดคะแนนรวมแค่ 400 คะแนนเท่านั้น (หมายความว่า ถ้าทำเพียง 4 ข้อได้ 100 เต็มทุกข้อจะถือว่าได้เต็มแล้ว ไม่ต้องทำครบ 5 ข้อ หรือว่าถ้าทำทั้ง 5 ข้อได้ข้อละ 80 คะแนน จะถือว่าได้เต็ม 400 เช่นเดียวกัน)

- ☐ ข้าพเจ้าต้องการให้ตรวจข้อ p1 ในสมุดคำตอบ (หน้า 2,3)
- ☐ ข้าพเจ้าต้องการให้ตรวจข้อ p2 ในสมุดคำตอบ (หน้า 4,5)
- ☐ ข้าพเจ้าต้องการให้ตรวจข้อ p3 ในสมุดคำตอบ (หน้า 6,7)
- ☐ ข้าพเจ้าต้องการให้ตรวจข้อ p4 ในสมุดคำตอบ (หน้า 8,9)
- ☐ ข้าพเจ้าต้องการให้ตรวจข้อ p5 ในสมุดคำตอบ (หน้า 10,11)

ข้อ 1 จงเขียน ความสัมพันธ์เวียนเกิด recurrence relation ของโจทย์ต่อไปนี้ และคำนวณประสิทธิภาพเชิงเวลา อยู่ในรูปของสัญกรณ์เชิงเส้นกำกับ (Big-Oh) เมื่อนำไปสร้างอัลกอริทึมแบบกำหนดการพลวัต (Dynamic Programming)

- 1.1. (25 คะแนน) มีเหรียญอยู่ n ประเภทที่มีมูลค่า v_1, v_2, \dots, v_n กำหนดให้ $v_1 = 1$ จงเขียน recurrent relation ของ $M(j)$ ซึ่งคือจำนวนเหรียญที่น้อยที่สุดที่มีมูลค่ารวมเท่ากับ j

$$M(j) = \min_{1 \leq i \leq n} (M(j - v_i) + 1) \quad ; \quad \text{such that } v_i \leq j$$

ประสิทธิภาพเชิงเวลาในการคำนวณ $M(j)$ คือ $O(j \ln j)$



- 1.2. (25 คะแนน) กำหนดลำดับของเลขจำนวนจริง n จำนวน $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ จงเขียน recurrent relation ของ $M(j)$ ซึ่งคือค่าผลรวมสูงสุดของลำดับของตัวเลขเรียงติดกันจากลำดับจำนวนจริงเฉพาะสมาชิกตัวที่ 1 ถึง j $\langle a_1, a_2, \dots, a_j \rangle$

$$\text{max_suffix}(i) = \max(A[i], A[i] + \text{max_suffix}(i-1))$$

$$M(j) = \max(M[j-1], A[j], A[j] + \text{max_suffix}(j-1))$$

ประสิทธิภาพเชิงเวลาในการคำนวณ $M(j)$ คือ

- 1.3. (25 คะแนน) กำหนดให้มีสายอักขระ $A = a_1 a_2 \dots a_n$ และสายอักขระ $B = b_1 b_2 \dots b_m$ ซึ่งมีความยาว n และ m ตามลำดับ หากต้องการเปลี่ยนสายอักขระ A เป็นสายอักขระ B ด้วยจำนวนครั้งการปฏิบัติการที่น้อยครั้งที่สุด โดยการปฏิบัติการที่ทำได้คือ

- ลบตัวอักษรหนึ่งตัวออกจาก A 
- แทรกตัวอักษรหนึ่งตัวเข้าไปที่ A 
- เปลี่ยนตัวอักษรใน A เป็นตัวอักษรใหม่

เราจะเรียกจำนวนครั้งของการปฏิบัติการทั้งสามแบบรวมกันว่า edit distance จงเขียน recurrent relation ของค่า edit distance $m(i, j)$ ของ $A_i = a_1 a_2 \dots a_i$ และ $B_j = b_1 b_2 \dots b_j$ ซึ่งคือ prefix ความยาว i ของ A และ prefix ความยาว j ของ B

Trivial case: $m(i, j) = \max(i, j)$ if $i=0$ or $j=0$.

$$m(i, j) = \begin{cases} \max(m(i-1, j), m(i, j-1), m(i-1, j-1)) & \text{if } a_i \neq b_j \\ \min(m(i-1, j-1), \max(m(i-1, j), m(i, j-1))) & \text{if } a_i = b_j \end{cases}$$

a	g	e	s	e	k	
a	0	1	2	3	4	5
g	1	0	1	2	3	4
e	2	1	0	1	2	3
s	3	2	1	0	1	2
k	4	3	2	3	2	1

ประสิทธิภาพเชิงเวลาในการคำนวณ $m(i, j)$ คือ $\Theta(nm)$

- 1.4. พิจารณาปัญหาการจัดตารางทำงานให้กับเครื่องจักรเครื่องหนึ่ง โดยมีงาน n งาน กำกับด้วยหมายเลข 1 ถึง n เราจะต้องเลือกทำงานใดบ้าง และไม่ทำงานใดบ้าง งานหมายเลข j จะต้องเริ่มทำ ณ เวลา t_j และทำจนถึงเวลา d_j และทำกำไรได้ p_j การที่เครื่องจักรจะทำงานใดได้บ้างนั้นขึ้นอยู่กับเงื่อนไขต่อไปนี้

- เครื่องจักรสามารถเลือกได้ว่าจะทำงานชิ้นใด หรือ ไม่ทำงานชิ้นใดก็ได้
- เราจะไม่สามารถเลือก งานหมายเลข a และงานหมายเลข b ได้ ถ้าช่วงเวลา $[t_a, d_a]$ มีส่วนทับกับ $[t_b, d_b]$

จงหาผลกำไรสูงสุดโดยเขียนในรูปความสัมพันธ์เวียนเกิด $P(i, j)$ ซึ่งเป็นผลกำไรสูงสุดที่เครื่องจักรทำได้เมื่อจบเวลา j โดยที่พิจารณาเฉพาะงานหมายเลข 1 ถึง i เท่านั้น

Trivial case $P(0, j) = 0$; $i=0$

$$P(i, j) = \max(P(i-1, j), p_i + P(k, d_k)) ; k \text{ is the latest job that don't have conflict with job } i. \\ (\text{the largest } d_k \text{ such that } d_k \leq t_i)$$

ประสิทธิภาพเชิงเวลาในการคำนวณ $P(i, j)$ คือ $\Theta(n^2)$