

حل مسائل الفصل الأول

المسألة الأولى:

نفرض أن:

- احتمال هطول المطر هو: $p(R) = 0.1$
- احتمال وجود رياح نشطة هو: $p(W) = 0.05$
- احتمال وجود رياح و هطول المطر هو: $p(W \cap R) = 0.03$

الحل:

(1) احتمال هطول مطر أو وجود رياح نشطة ؟

الاحتمال المطلوب هو: $p(R \cup W)$

$$\begin{aligned} p(R \cup W) &= p(R) + p(W) - p(R \cap W) \\ &= 0.1 + 0.05 - 0.03 = 0.12 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{p(R \cup W) = 0.12}$$

(2) ألا يهطل المطر في ذلك اليوم ولا توجد رياح ؟

الاحتمال المطلوب هو: $p(R^c \cap W^c)$

$$\begin{aligned} p(R^c \cap W^c) &= p(R \cup W)^c = 1 - p(R \cup W) \\ &= 1 - 0.12 = 0.88 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{p(R^c \cap W^c) = 0.88}$$

(3) أن توجد رياح نشطة ولا يهطل المطر ؟

الاحتمال المطلوب هو: $p(W \cap R^c)$

$$\begin{aligned} p(W \cap R^c) &= p(W \setminus R) = p(W) - p(W \cap R) \\ &= 0.05 - 0.03 = 0.02 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{p(W \cap R^c) = 0.02}$$

المسألة الثانية:

نفرض الاحتمالات التالية:

- سحب بطاقة حمراء هو: $p(A)$
- سحب بطاقة تحمل رقم زوجي هو: $p(B)$
- سحب بطاقة حمراء وتحمل رقم زوجي هو: $p(C)$
- سحب بطاقة حمراء أو تحمل رقم زوجي هو: $p(D)$
- سحب بطاقة ليست حمراء ولا تحمل رقم زوجي هو: $p(E)$

الحل:

$$1) p(A) = \frac{c_6^1}{c_{12}^1} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{p(A) = \frac{1}{2}}$$

$$2) B = \{(even \text{ and } red) \text{ or } (even \text{ and } white)\}$$

$$p(B) = \frac{3+3}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{p(B) = \frac{1}{2}}$$

$$3) p(C) = p(A \cap B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{p(C) = \frac{1}{4}}$$

$$4) p(D) = p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{p(D) = \frac{3}{4}}$$

$$5) p(E) = p(A' \cap B') = p(A \cup B)' = 1 - p(A \cup B) = 1 - p(D)$$

$$p(E) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{p(E) = \frac{1}{4}}$$

المسألة الثالثة:

الطلب الأول:

ما عدد أرقام الهواتف الممكنة إذا كانت آخر خانة 3 أو 4 ؟

?	?	?	?	?	?	?	?	?	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

or

?	?	?	?	?	?	?	?	?	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

يمكن اختيار رقم من المجموعة {0.9} أي لدينا 10 أرقام إذاً عدد أرقام الهواتف الممكنة يحسب على الشكل التالي:

$$phone\ numbers = 2 * (10 * 10 * 10 * 10 * 10 * 10 * 1)$$

└──────────┘

المراتب الست الأولى

المرتبة الأخيرة

الطلب الثاني:

ما احتمال أن يكون رقم هاتفك 4343434:

بفرض b الحدث الممثل لأن يكون رقم هاتفك 4343434:

$$p(b) = \frac{1}{10} * \frac{1}{10} * \frac{1}{10} * \frac{1}{10} * \frac{1}{10} * \frac{1}{10} * \frac{1}{2}$$

└──┘

احتمال اختيار الرقم 4 هو 1/10

└──┘

الرقم الأخير إما 3 أو 4

$$\Rightarrow p(b) = \frac{1}{2 * 10^6}$$

المسألة الرابعة:

نفرض الاحتمالات التالية:

- أن يتضمن السحب الساعة المعيبة هو: $p(A)$
- أن تكون العينة المسحوبة جميعها سليمة (لا تحتوي أي ساعة معيبة) هو: $p(B)$

الحل:

$$1) p(A) = \frac{C_1^1 \cdot C_{14}^2}{C_{15}^3} = \frac{91}{455} = 0.2 \Rightarrow \boxed{p(A) = 0.2}$$

$$2) p(B) = \frac{C_{14}^3}{C_{15}^3} = \frac{364}{455} = 0.8 \Rightarrow \boxed{p(B) = 0.8}$$

المسألة الخامسة:

لدينا:

$$p(A) = p(B) = 2p(C) \quad (1)$$

$$p(A) + p(B) + p(C) = 1 \quad (2)$$

ونعلم أن: A, B, C أحداث متنافية \Leftarrow

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = p(A) + p(B) = 2p(A) \quad (3)$$

But:

$$p(A) + p(B) + p(C) = 1 \Rightarrow 2p(C) + 2p(C) + p(C) = 1$$

$$\Rightarrow 5p(C) = 1 \Rightarrow \boxed{p(C) = 0.2}$$

$$\Rightarrow \boxed{p(A) = 0.4} \Rightarrow \boxed{p(B) = 0.4}$$

لكن المطلوب هو احتمال فوز A أو B أي: $p(A \cup B)$, نعوض في (3) فنجد:

$$p(A \cup B) = 0.4 + 0.4 \Rightarrow \boxed{p(A \cup B) = 0.8}$$

المسألة السادسة:

نفرض الاحتمالات التالية:

- أن تكون الجائزتان من نصيب رجل و زوجته هو: $p(A)$
- أن تكون الجائزتان من نصيب رجل و امرأة هو: $p(B)$

الحل:

$$1) p(A) = \frac{P_6^1}{P_{12}^2} = \frac{6}{132} = 0.04 \Rightarrow \boxed{p(A) = 0.04}$$

$$2) p(B) = \frac{P_6^1 \cdot P_6^1}{P_{12}^2} = \frac{36}{132} = 0.2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{p(B) = 0.2}$$

المسألة السابعة:

نفرض الاحتمالات التالية:

- نجاح محمد هو: $p(A) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow p(A^c) = \frac{3}{4}$
- رسوب أحمد هو: $p(B) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow p(B^c) = \frac{1}{3}$
- نجاح محمد وأحمد هو: $p(A \cap B) = \frac{1}{6}$

الحل:

احتمال نجاح أحدهما على الأقل ؟

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{18}{24} = 0.75$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{p(A \cup B) = 0.75}$$

المسألة الثامنة:

لدينا أرقام من 1 ← 50، والمطلوب: احتمال أن يكون الرقم هو 4 أو مضاعفاتها:

نفرض الحدث A هو الحدث المطلوب حساب احتماله، فيكون:

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48\}$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{12}{50} = 0.24 \quad \Rightarrow \quad \boxed{p(A) = 0.24}$$

المسألة التاسعة:

فضاء العينة وهو عدد الحالات الكلية:

$$\Omega = 2 * 2 * 2 * 2 = 16$$

نفرض الاحتمالات التالية:

- الاتصال بكل المراكز هو: $p(A)$
- أن يتم الاتصال بمركز واحد فقط هو: $p(B)$

الحل:

$$1) p(A) = \frac{4}{16} * \frac{4}{16} * \frac{4}{16} = 0.01 \quad \Rightarrow \quad \boxed{p(A) = 0.01}$$

$$2) p(B) = \frac{2}{16} * \frac{2}{16} * \frac{4}{16} = 0.14 \quad \Rightarrow \quad \boxed{p(B) = 0.14}$$

المسألة العاشرة:

نفرض:

حدث أن تكون المصابيح المسحوبة جميعها معيبة $\Leftrightarrow P(A)$ ؟

الحل:

$$p(A) = \frac{C_4^4}{C_{24}^4} = \frac{1}{10626} = 0.00009 \Rightarrow \boxed{p(A) = 0.00009}$$

المسألة الحادية عشرة:

نفرض الأحداث التالية:

- A حدث أن السيارة القديمة أمريكية الصنع.
- B حدث أن السيارة الحديثة أمريكية الصنع.

لدينا من الفرض:

- $p(A \cap B) = 0.4$
- $p(A) = 0.7$
- $p(B) = 0.5$

$$\Rightarrow p(A^c) = 0.3, \quad p(B^c) = 0.5$$

الحل:

(1) احتمال أن لدى العائلة على الأقل سيارة واحدة أمريكية الصنع؟
الاحتمال المطلوب هو: $p(A \cup B)$ ؟

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0.7 + 0.5 - 0.4 = 0.8$$
$$\Rightarrow \boxed{p(A \cup B) = 0.8}$$

(2) احتمال أن لدى العائلة سيارتين أمريكيتين الصنع؟
الاحتمال المطلوب هو: $p(A \cap B)$ ؟

$$\boxed{p(A \cap B) = 0.4} \text{ وهو من الفرض}$$

(3) احتمال أن يكون لدى العائلة سيارة واحدة فقط أمريكية؟
نفرض $p(C)$ هو الاحتمال المطلوب:

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A \cap B^c) + p(A^c \cap B) \\ &= p(A) - p(A \cap B) + p(B) - p(B \cap A) \\ &= p(A) + p(B) - 2p(A \cap B) = 0.7 + 0.5 - 2(0.4) \\ &= 0.7 + 0.5 - 0.8 = 0.4 \\ &\Rightarrow \boxed{p(C) = 0.4} \end{aligned}$$