

HW redo of probs & more

$$\begin{array}{ccc} 1 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{array}$$

$$1 \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(-5-10) + 3(-7) - 1(16) \quad 6 \neq 0$$

$$-15 - 21 + 16 \quad 16$$

$$-36 + 16 = -20 \neq 0$$

SO $\lambda = 5$ not eval

$$-1 \cdot 0$$

$$\begin{array}{ccccccc} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ -3 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} -x_1 = x_3 \\ -x_2 = x_3 \\ x_1 = -x_3 \\ x_2 = -x_3 \\ x_3 \text{ free} \end{array} & x_3 = 1 \end{array}$$

$$-1 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} + 0 - 1 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} -1 \cdot 4 \\ = -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8 - (-3 \cdot 1) \\ = 11 \end{array}$$

$$5 + 0 - 5 = 0 \quad \text{Yes eigenvalue}$$

$$\begin{array}{c} x_3 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}$$

S.1.9 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{matrix} 2x_1 = 4x_2 \\ \sim \\ x_1 = 2x_2 \end{matrix}$
 x_2 free

$$x_2 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ for } k=5$$

$$\frac{2}{2} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \cancel{20} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cancel{10} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad x_1 = 0 \quad x_2 = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= A - \lambda I \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 & : & 0 \\ -3 & -6 & -3 & : & 0 \\ 3 & 3 & 0 & : & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Swap } R_1 \& R_3} \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & : & 0 \\ -3 & -6 & -3 & : & 0 \\ 0 & 3 & 3 & : & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 + R_1} \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & : & 0 \\ 0 & -3 & -3 & : & 0 \\ 0 & 3 & 3 & : & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1/3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & : & 0 \\ 0 & -3 & -3 & : & 0 \\ 0 & 3 & 3 & : & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 + R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & : & 0 \\ 0 & -3 & -3 & : & 0 \\ 0 & 3 & 3 & : & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & : & 0 \\ 0 & 3 & 3 & : & 0 \\ 0 & -3 & -3 & : & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 + R_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & : & 0 \\ 0 & 3 & 3 & : & 0 \\ 0 & 0 & 0 & : & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} x_1 = x_3 \\ x_2 = -x_3 \\ x_3 \text{ free} \end{matrix} \quad X_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A - (2\lambda) = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 0 \\ -3 & -3 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_1/3 \\ -R_1/3 \\ R_3/3 \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \text{R}_2 \text{ free} \\ \text{R}_3 \text{ free} \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 = -x_2 - x_3 \\ x_2 \text{ free} \\ x_3 \text{ free} \end{matrix}$$

check if det $\neq 0$ for invertibility

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \det = 1$$

so p is inv so $AP = PD$ is ok

$$1 \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - 0 + 1 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1-(-1) \\ 1-0 \end{matrix}$$

$$P \cdot A = PDP^{-1} \cdot P$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} (1 - 3 + 3) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (-1 + 3 + 0) \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (-1 + 0 + 3) \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \\ (-3 + 5 - 3) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3 - 5 + 0) \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3 + 0 - 3) \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \\ (3 - 3 + 1) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (-3 + 3 + 0) \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (-3 + 0 + 1) \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 4-\lambda & -3 \\ 2 & -1-\lambda \end{pmatrix}$$

$$(4-x)(-1-x)$$

$$-4 - 4x + x + x^2 \neq 0$$

$$\lambda^2 - 3\lambda + 2$$

$$(\lambda - 2)(\lambda - 1)$$

$$\lambda = 2, 1$$

$$A - 2\hat{I}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} x_1 = \frac{3}{2}x_2 \\ x_2 \text{ free} \end{matrix} \quad x_2 \begin{bmatrix} 213 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A - I$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 = x_2 \\ x_2 \text{ free} \end{matrix} \rightarrow x_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 2/3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \checkmark$$

$$A^8 = \begin{bmatrix} 2/3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2^8 & 0 \\ 0 & 1^8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 2/3 & -1 \\ 2/3 & -3 \end{matrix} \quad \frac{1}{3} = 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = P^{-1}$$

$$2/3 \quad \begin{bmatrix} 256 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$