Review

2.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[R_3 \to 2R_1 + R_3]{R_2 \to R_1} \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 6 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 5 & -2 & -7 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 \to \frac{-2}{3}R_2 + R_3} \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 6 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -5 \end{bmatrix}$$

echelon form

$$\xrightarrow[-6R_3 + R_2 \to R_2]{2R_3 + r_1 \to R_1} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & -2 & -6 \\ 0 & -3 & 0 & 12 & 27 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -5 \end{bmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{3}R_2 \to} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & -2 & -6 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -5 \end{bmatrix}$$

$R_2 - 6R_3$

$$\xrightarrow{R_1 - 4R_2 \to} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 14 & 30 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -5 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1/2 \to} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 7 & 15 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -5 \end{bmatrix}$$

x_4 is free

$x_1 = 15 - 7x_4$

$x_2 = -9 + 4x_4$

$x_3 = -5 + 2x_4$

$x_1 + 7x_4 = 15$

$x_2 - 4x_4 = -9$

$x_3 - 2x_4 = -5$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \vec{x} = \begin{bmatrix} 15 \\ -9 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Geometrically, what does solution set look like? Line in $\mathbb{R}^4$