Staatliches Gymnasium Pullach i. Isartal | Abiturjahrgang 2026

S E M I N A R A R B E I T

Rahmenthema des Wissenschaftspropädeutischen Seminars:

Klima

Leitfach: Physik

Thema der Arbeit:

Die Strahlungsphysik des CO_2-Treibhauseffekts

Verfasser/in: Christopher Mehnert

Kursleiter/in: Ulrich Steiner

Abgabetermin: 11. November 2025

Bewertung	Note	Notenstufe in Worten	Punkte		Punkte
Schriftliche Arbeit				x 3	
Abschlusspräsentation				x 1	
				Summe:	
				Gesamtleistung nach § 29 (6) GSO = Summe : 2 (gerundet)	

Datum und Unterschrift der Kursleiterin oder des Kursleiters

Erklärung:

Ich versichere, dass ich die vorgelegte Seminararbeit persönlich und unverfälscht verfasst, sämtliche hierfür zu Hilfe genommene gedruckte sowie digitale Quellen im Literaturverzeichnis angegeben und die aus diesen Quellen stammenden Zitate oder Belegstellen für sinngemäß wiedergegebene Inhalte in meiner Seminararbeit als solche kenntlich gemacht habe.

Die Seminararbeit ist in dieser oder einer ähnlichen Form in keinem anderen Kurs des diesjährigen oder eines vorhergehenden Abiturjahrgangs vorgelegt worden.

…………………………………………	………………………………………………………..
Ort, Datum	Unterschrift des/der Oberstufenschülers/in

Staatliches Gymnasium Pullach i. Isartal Abiturjahrgang 2026

S E M I N A R A R B E I T

Rahmenthema des Wissenschaftspropädeutischen Seminars:

Klima

Leitfach: Physik

Thema der Arbeit:

Die Strahlungsphysik des CO_2-Treibhauseffekts

Verfasser/in: Christopher Mehnert Kursleiter/in: Ulrich Steiner

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

2 Physikalische Grundlagen der Wärmestrahlung

2.1 Strahlungsgesetze

Jedes Medium emittiert elektromagnetische Strahlung zufällig in alle Richtungen. Die Intensität dieser Emission hängt sowohl von der Temperatur als auch von den Materialeigenschaften des Mediums ab. Der von einer Oberfläche abgegebene Strahlungswärmestrom wird als *spezifische Ausstrahlung* bezeichnet.

Dabei wird zwischen der *gesamten spezifischen Ausstrahlung* E und der *spektralen spezifischen Ausstrahlung* E_f unterschieden:

$$E_f \equiv \text{abgestrahlte Energie pro Zeit, Oberfläche und Frequenz.}$$
$$E \equiv \text{abgestrahlte Energie pro Zeit und Oberfläche.}$$

[2, S. 6–7]

2.1.1 Das Plancksche Strahlungsgesetz

Die spektrale spezifische Ausstrahlung eines ideal schwarzen Körpers E_b wird durch das Plancksche Strahlungsgesetz beschrieben. Es gibt an, wie viel Energie pro Zeit, Fläche und Frequenzintervall von einer ideal schwarzen Oberfläche bei einer bestimmten Temperatur T emittiert wird. Dieses Gesetz wurde 1900 von Max Planck [3] hergeleitet und ist heute als *Plancksches Strahlungsgesetz* bekannt. Für eine schwarze Oberfläche, die an ein transparentes Medium mit dem Brechungsindex n grenzt, ergibt sich die spektrale spezifische Ausstrahlung[2, S.7] zu:

$$E_{bf}(T, f) = \frac{2\pi h f^3 n^2}{c_0^2} \cdot \frac{1}{e^{hf/kT} - 1} \quad \text{[2, S.8]} \tag{1}$$

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass der Brechungsindex $n = 1$ beträgt, da sich die betrachteten Vorgänge im Vakuum oder in Luft abspielen, wo dieser Wert nahezu identisch ist.

$$E_{bf}(T, f) = \frac{2\pi h f^3}{c_0^2} \cdot \frac{1}{e^{hf/kT} - 1} \tag{2}$$

Das Plancksche Strahlungsgesetz lässt sich auch in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ formulieren:

$$E_{b\lambda}(T,\lambda) = \frac{2\pi h c_0^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc_0/\lambda kT} - 1} \tag{3}$$

Dabei bezeichnet $h = 6.626 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$ das Plancksche Wirkungsquantum, $c_0 = 2.998 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und $k = 1.381 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$ die Boltzmann-Konstante [4].

2.1.2 Das Stefan-Boltzmann Gesetz

Die Integration der spektralen spezifischen Ausstrahlung über das gesamte elektromagnetische Spektrum liefert die *Gesamtausstrahlung* E:

$$E = \int_0^\infty E_f \, df \tag{4}$$

[1]

Für einen idealen schwarzen Körper setzen wir E_{bf} aus Gleichung (2) in das Integral ein:

$$E_b(T) = \int_0^\infty \frac{2\pi h f^3}{c_0^2} \cdot \frac{1}{e^{hf/kT} - 1} \, df$$

Die Auswertung dieses Integrals erfordert komplexe Integrationstechniken und ist in Integraltabellen dokumentiert[2, S.13]. Das Ergebnis ist das *Stefan-Boltzmann Gesetz*:

$$E_b(T) = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c_0^2 h^3} T^4 = \sigma T^4 \quad [1] \tag{5}$$

Dabei bezeichnet $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$ die Stefan-Boltzmann Konstante [4].

2.1.3 Wiensches Verschiebungsgesetz

Die Wellenlänge λ_{max} bei welcher die spektrale spezifische Ausstrahlung eines schwarzen idealen Körpers $E_{b\lambda}$ mit der Temperatur T ein Maximum erreicht, erhält man indem man die Gleichung (3) nach λ ableitet und diese Gleichung gleich Null setzt.

$$\frac{\partial E_{b\lambda}(T,\lambda)}{\partial \lambda} = 0$$

Zur Vereinfachung führen wir die Abkürzungen ein:

$$C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3.7418 \times 10^{-16}\,\mathrm{W\,m^2}$$
$$C_2 = \frac{hc_0}{k} = 14\,388\,\mathrm{\mu m\,K} = 1.4388\,\mathrm{cm\,K}$$

Damit lässt sich Gleichung (3) schreiben als:

$$E_{b\lambda}(T,\lambda) = \frac{C_1}{\lambda^5(e^{C_2/\lambda T} - 1)}$$

Die Ableitung nach λ ergibt mit der Produktregel:

$$\frac{\partial E_{b\lambda}}{\partial \lambda} = C_1 \left[-\frac{5}{\lambda^6(e^{C_2/\lambda T} - 1)} + \frac{C_2 e^{C_2/\lambda T}}{T\lambda^7(e^{C_2/\lambda T} - 1)^2} \right]$$

Setzen wir diese Ableitung gleich Null und multiplizieren mit $\lambda^7(e^{C_2/\lambda T} - 1)^2$, so erhalten wir:

$$-5\lambda(e^{C_2/\lambda T} - 1) + \frac{C_2 e^{C_2/\lambda T}}{T} = 0$$

Umformen liefert:

$$C_2 e^{C_2/\lambda T} = 5\lambda T(e^{C_2/\lambda T} - 1)$$

Mit der Substitution $x = \frac{C_2}{\lambda T}$ ergibt sich die transzendente Gleichung:

$$x = 5(1 - e^{-x})$$

Die numerische Lösung dieser Gleichung liefert $x \approx 4.965$. Rücksubstitution in $x = \frac{C_2}{\lambda_{max} T}$ ergibt das *Wiensche Verschiebungsgesetz*:

$$\lambda_{max} T = \frac{C_2}{4.965} \approx 2898\,\mu\mathrm{m\,K} \qquad (6)$$

Das Wiensche Verschiebungsgesetz besagt, dass sich das Maximum der spektralen Ausstrahlung mit steigender Temperatur zu kürzeren Wellenlängen verschiebt. So emittiert beispielsweise ein schwarzer Körper bei Raumtemperatur ($T = 288\,\mathrm{K}$) am stärksten bei $\lambda_{max} \approx 10.06\,\mu\mathrm{m}$ im infraroten Bereich, während die Sonne ($T \approx 5777\,\mathrm{K}$) ihr Maximum bei $\lambda_{max} \approx 0.50\,\mu\mathrm{m}$ im sichtbaren Bereich hat.

2.2 Anwendung auf das System Sonne-Erde

3 Molekülphysik des CO_2

3.1 Molekülstruktur und Schwingungsmoden

3.2 Quantenmechanische Grundlagen der Absorption

3.3 Das CO_2-Absorptionsspektrum

4 Der Treibhauseffekt

4.1 Strahlungsbilanz der Erde ohne Atmosphäre

5 Anhang

5.1 Literaturverzeichnis

[1] Physics Department. *STEFAN - BOLTZMANN'S LAW OF RADIATION*. URL: https://laboratoriofisica.uc3m.es/guiones_ing/qp/Stefan-Boltzmann_guide_english.pdf (besucht am 31. 10. 2025).

[2] M. F. Modest. *Radiative heat transfer*. eng. 2nd ed. Amsterdam ; Academic Press, 2003. ISBN: 1-281-11929-6.

[3] Max Planck. "Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum". In: *Annalen der Physik* 309.3 (1901), S. 553–563. DOI: https://doi.org/10.1002/andp.19013090310. eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.19013090310. URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/andp.19013090310.

[4] Eite Tiesinga u. a. "CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2018". In: *Rev. Mod. Phys.* 93 (2 Juni 2021), S. 025010. DOI: 10.1103/RevModPhys.93.025010. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.93.025010.