

# Géométrie algébrique



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Plan du cours</b>	<b>5</b>
1.1	Variétés affines . . . . .	5
1.1.1	Premières définitions . . . . .	5
1.1.2	Nullstellensatz . . . . .	5
1.1.3	Topologie et irréductibles . . . . .	5
1.1.4	Espaces projectifs . . . . .	6
1.1.5	Fonctions régulières . . . . .	6
1.1.6	Morphismes d'ensembles algébriques . . . . .	6
1.2	Variétés affines abstraites . . . . .	6
1.2.1	Espaces annelés . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Partie I</b>	<b>7</b>
2.1	Variétés algébriques . . . . .	7

## *TABLE DES MATIÈRES*

# Chapitre 1

## Plan du cours

Ici le but c'est de faire un sommaire du cours vu qu'il est pas très clair.  
Essentiellement faut maîtriser de l'algèbre pour l'instant.

### 1.1 Variétés affines

#### 1.1.1 Premières définitions

1. Ensembles algébriques affines.
2. Correspondance avec les idéaux.
3. Lemme 1.1.10 : indice au weak nullstellensatz.
4. 1.1.11 : Énoncé du nullstellensatz et corollaires.

#### 1.1.2 Nullstellensatz

1. Normalisation de noether.
2. Nullstellensatz faible.
3. Nullstellensatz fort.
4. Preuve de la correspondance idéaux radicaux et ensembles algébriques.

#### 1.1.3 Topologie et irréductibles

1. Caractérisation des irréductibles via la correspondance.
2. Via les ouverts.

3. Décomposition unique des idéaux radicaux en idéaux premiers.
4. Décomposition unique des ensembles algébriques en irréductibles.

Y'a pleins d'exos.

#### 1.1.4 Espaces projectifs

1. Définitions de la topologie.
2. L'idéal "irrelevant".

#### 1.1.5 Fonctions régulières

1. Intuitions sur comment ça doit marcher sur les affines.
2. Définition locale.
3. Continuité.
4. Sur  $D(f)$ .

#### 1.1.6 Morphismes d'ensembles algébriques

1. Intuitions.
2. Définition intuitive.
3. Équivalence de catégorie avec les  $k$ -algèbres réduites.
4. Le corollaire : deux ensembles algébriques affines sont isomorphes ssi leurs algèbres de fonctions le sont.

Exercices.

## 1.2 Variétés affines abstraites

### 1.2.1 Espaces annelés

Ça ressemble au 1.1 au début.

1. Définition et espaces localement annelés.
2. Variétés algébriques affines abstraites.
3. Équivalence de catégorie entre variétés affines et variétés affines abstraites.

# Chapitre 2

## Partie I

### 2.1 Variétés algébriques