Géométrie algébrique

Table des matières

Idées des développements : Cadre $\rightarrow$ comment se ramener à ce cadre. Aussi comparer le cas quasi-projectif au cas général.

Chapitre 1

Exemples de variétés

1.1 Quotients

Étudier des morphismes $\mathbb{A}^n(k) \to \mathbb{A}^n(k)/G$. Ils sont finis par le cours, le revoir. Aussi X/G.

1.2 Fibrés et variétés projectives

Systèmes linéaires.

1.3 Variétés rationnelles

C'est des variétés birationnelles à $\mathbb{P}^n(k)$. On peut en dire beaucoup de choses.

Le cas de $\mathbb{P}^1(k)$

Être birationnel à $\mathbb{P}^1_k$ ça force à être de dimension 1 et irréductible.

1.4 Variété de drapeaux

1.5 Grassmaniennes

1.6 Variétés abéliennes

Ça c'est bcp plus dur, mais on sait qu'elles sont projectives.

1.7 Groupes algébriques

Chapitre 2

Variétés

Ici le but c'est de décrire les propriétés des variétés elles-même, une bonne ambition ce serait de décrire aussi comment sont préservées ces propriétés.

2.1 Variétés normales et morphismes finis

Ici c'est

$$f : X \to Y$$

Chapitre 3

Morphismes de variétés

Chapitre 4

Catégories de variétés

Le but de cette section c'est de se déplacer dans des catégories de variétés pour voir ce qu'y se passe.

Les marches aléatoires ça pourrait mdr, dans l'ensemble des coniques sur $\mathbb{Q}$ par exemple mdr.

4.1 Tentative de marches pas aléatoires dans k-Var

Une marche aléatoire sur un corps algébriquement clos ca semble assez difficile à définir mdr. Par contre y'a des variétés qui sont cool à atteindre. Typiquement les

$$\mathbb{A}^n_k, \mathbb{P}^n_k.$$

Diviseurs et fonctions régulières

Si on se met dans **k-Var**, la catégorie des variétés, on peut toujours trouver

$$X \to \mathbb{P}^1$$

dominante (sauf si $dim(X) = 0$) via l'exemple canonique $f \in \mathcal{O}_X(U) \neq k$ alors

$$\bar{f} \colon X \to \mathbb{P}^1$$

par contre

$$X \to \mathbb{A}^1$$

dominante c'est pas toujours possible vu que X peut-être propre par exemple. Bon ce qu'on peut faire dans le cas quasi-projectif

4.2 Variétés rationnelles