

Géométrie algébrique

Table des matières

1	Espaces annelés et localement annelés	5
2	Variétés abstraites	7
	On s'en fout si c'est pas dans le bon ordre.	

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 1

Espaces annelés et localement annelés

Je viens de me rendre compte que les morphismes d'espaces localement annelés c'est clair mais pas tant que ça. Déjà

1. **Annelés** veut juste dire \mathcal{O}_X est un faisceau d'anneau.
2. **Localement annelés** faut rajouter que les $\mathcal{O}_{X,x}$ sont des anneaux locaux.
3. Le morphisme $f^\#$ est entre $\mathcal{O}_Y \rightarrow f_*\mathcal{O}_X$, sinon $f^\flat: f^{-1}\mathcal{O}_Y \rightarrow \mathcal{O}_X$.

Donc si

1. $(X, \mathcal{O}_X), (Y, \mathcal{O}_Y)$ sont des espaces annelés.
2. $(f, f^\#): X \rightarrow Y$ un morphisme. Alors le $f^\#$ est juste un morphisme de faisceaux.
3. Pour avoir l'intuition habituelle, on regarde localement annelé. C'est à dire si $f(x) = y$ alors $f^\#: \mathcal{O}_{Y,y} \rightarrow (f_*\mathcal{O}_X)_y \rightarrow \mathcal{O}_{X,x}$ est local :

$$f^\#\mathfrak{m}_y \subset \mathfrak{m}_x.$$

Remarque 1. *Et la !* En fait $(f_*\mathcal{O}_X)_y$ c'est la limite des $\mathcal{O}_{X,x}$ pour $f(x) = y$! J'avais jamais tilt mdr trop bizarre.

Remarque 2. *Ducoup on a ces comparaisons,*

$$\begin{array}{ccc}
 \varinjlim_{y \in V} f_* \mathcal{O}_X(V) & \dashrightarrow & \mathcal{O}_{X,x} \\
 & \searrow & \nearrow \\
 & \varinjlim_{f^{-1}y \subset U} \mathcal{O}_X(U) &
 \end{array}$$

et les colimites sont filtrantes donc existent et on peut relever. Est-ce que y'a des égalités ?

Chapitre 2

Variétés abstraites

Ducoup

1. Une variété abstraite affine c'est juste un ensemble algébrique affine X muni du faisceau $U \mapsto \text{Hom}_A f(U, k)$.
2. Une variété abstraite c'est une union