

# Notes de (co)-Homologie (des faisceaux)

2024-2025



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Point sur le cours 09/10/2024, catégories abéliennes</b>	<b>5</b>
1.1	Catégories abéliennes . . . . .	5
1.2	Catégories additives . . . . .	5
1.3	Catégories préadditives . . . . .	5

## *TABLE DES MATIÈRES*

# Chapitre 1

## Point sur le cours 09/10/2024, catégories abéliennes

### 1.1 Catégories abéliennes

On rajoute tout les égalisateurs et coégalisateurs.

### 1.2 Catégories additives

La section du dessous motive la définition comme, catégories avec objet zéro, produits et coproduits. Je sais pas si on suppose que le  $\text{hom}$  est un groupe ducoup mais c'est un monoïde abélien.

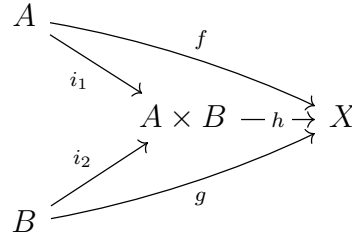
### 1.3 Catégories préadditives

D'abord y'a les catégories préadditives, concrètement c'est juste que les  $\text{Hom}$  sont des monoïdes abéliens. Mais on peut voir en fait que c'est une conséquence de l'existence de morphismes nuls. Où simplement d'objet zéro. On montre que le produit est un coproduit :

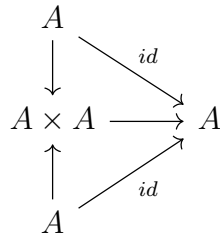
$$\begin{array}{ccccc} & & A & & \\ & \nearrow id & \uparrow & \nwarrow O_{B,A} & \\ A & \xrightarrow{i_1} & A \times B & \xleftarrow{i_2} & B \\ & \searrow O_{A,B} & \downarrow & \swarrow id & \\ & & B & & \end{array}$$

### 1.3 Catégories préadditives

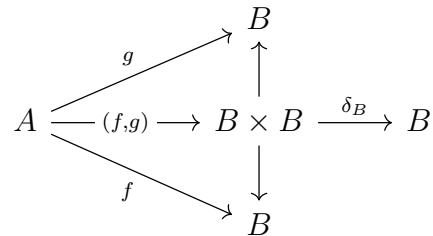
puis si



Alors avec  $id = i_1 \circ p_1 + i_2 \circ p_2$  on obtient directement que  $h = f \circ p_1 + g \circ p_2$ . Maintenant la codiagonale  $\delta_A: A \times A \rightarrow A$  peut être décrite via simplement



i.e.  $\delta_A = id \circ p_1 + id \circ p_2$ . Mais le point important c'est que on peut réécrire  $f + g$  comme  $\delta_B \circ (f, g)$  :



et donc

- la structure de monoïde commutatif vient de l'existence de l'objet zéro.