Théorie de Galois et revêtements

Table des matières

Quelques notes et notes de lecture sur le Douady!

0.1 Clôture algébrique

C'est sombre mdr.

0.2 Bases normales

Représentations régulière isomorphe à représentation de $Gal(L/K)$ naturelle, i.e. dans $GL(L)$. Théorème de Krull-Schmidt sur les modules indécomposables.

Chapitre 1

Théorie de Galois

Y'a plusieurs points où j'suis pas au clair. Le nombre de plongements et la séparabilité. Les extensions successives et la séparabilité/normalité.

1.1 Plongements et séparabilité

En gros faut considérer les morphismes induits de $\varphi\colon K \to L$ à

$$K[X] \to L[X]$$

naturellement.

1.1.1 Cadre

Maintenant si $L = K[\alpha]/K$ est monogène, $K \to E$ et $E \to M$ des extensions. Y'a la bij pour P annulateur minimal de α :

$$\{\text{extensions de } \varphi \text{ en } L \to M\} \leftrightarrow \{\text{racines simples de } \varphi(P) \text{ dans } \}$$

donné par $\hat{\varphi} \mapsto \hat{\varphi}(\alpha)$. L'injectivité est claire. La surjectivité on prends $\varphi(P)(\beta) = 0$ et on déf

$$\hat{\varphi}(x) = \hat{\varphi}(f(\alpha)) = \varphi(f)(\beta)$$

pour $f(\alpha) = x$. L'écriture est unique vue que f est vu modulo $P(\alpha)$.

1.1.2 Existence de prolongements

Quand on a juste $K - L = K(\alpha)$ monogène et $K - E$. On peut étendre $K \to L$ en $E \to F$ simplement en prenant $F =$ un corps de rupture pour μ_α.

1.1.3 Nombre de plongements