Courbes géometriquement intègres propres lisses?

Table des matières

...

Je regarde quasi toujours $f\colon X \to Y$ entre courbes géometriquement intègres propres lisses.

0.1 Cadre

Donc un tel $X \to Y$ est surjectif fini. Et on peut supposer X, Y projectives.

Chapitre 1

Ramification sur les courbes

De $f^\sharp \colon \mathcal{O}_Y \to f_*\mathcal{O}_X$ on a

$$\mathcal{O}_{Y,f(x)} \to \mathcal{O}_{X,x}$$

défini par

$$(g, V_{f(x)}) \mapsto (f^\sharp(V_{f(x)})(g), f^{-1}V_{f(x)})$$

Note 1. *Juste un petit rappel de définitions.*

1.1 La facilité du cadre !

Donc y se passe un truc fun, si B/A est une extension finie d'anneaux de Dedekind on sait que

$$[Frac(B) : Frac(A)] = \sum e_i f_i$$

en particulier,

1. Pour toutes courbes intègres propres lisses, $X \to Y$ non constant est fini !

2. En particulier, on prends un affine qui contient $f^{-1}y$ par exemple $f^{-1}U$ avec $y \in U$ affine!

3. D'où $\sum e_{x/y} = [k(X) : k(Y)]$! (On est sur k algébriquement clos)

1.2 La différence

On a $\mathcal{O}_X(X) = \mathcal{O}_Y(Y) = k$. Donc pas d'arguments globaux.

1.3 Nombre fini de points ramifiés.

On peut se ramener a un ouvert affine le complémentaire a qu'un nombre fini de points. Ensuite, on regarde le discriminant d'un θ tel que $k(Y)(\theta) = k(X)$ et θ entier sur $A(U)$ avec U l'ouvert de Y. Ensuite c'est l'argument usuel.

Remarque 1. *À noter qu'on peut donc pas faire systématiquement tout globalement.*