Extensions profondément ramifiées et presques étales

Le setup c'est K un corps local de caractéristique 0, K_∞/K une extension algébrique, $K_\infty = \cup_{n\geq 0} K_n$ avec $[K_n : K]$ finie. Puis L_∞/K_∞ finie et $L_\infty = K_\infty(\alpha)$, ensuite $L_n := K_n(\alpha)$ et on suppose $\mu_\alpha \in K_0[X]$. On a $L = \cup_{n\geq 0} L_n$.

Remarque 1. *La différente $\mathscr{D}_{L_\infty/K_\infty}$ est juste définie par $(\mathcal{O}_{L_\infty}^{\wedge})^{-1}$ ce qui fait sens. On a pas forcément les propriétés habituelles a priori.*

1 $\mathscr{D}_{K_\infty/K}$ et $\mathscr{D}_{L_\infty/K_\infty}$

On déf :

$$\mathscr{D}_{K_\infty/K} := \cap_{n=0}^{\infty} \mathscr{D}_{K_n/K} \mathcal{O}_{K_\infty}$$

c'est bien défini et dépend par des K_n choisis. Alors on a

$$\mathscr{D}_{L_n/K_n} \mathcal{O}_{L_m} \subset \mathscr{D}_{L_m/K_m}$$

puis

$$\mathscr{D}_{L_\infty/K_\infty} \mathcal{O}_{L_m} = \bigcup_{n=0}^{\infty} (\mathscr{D}_{L_n/K_n} \mathcal{O}_{L_\infty})$$

2 Extensions profondément ramifiées (Coates-Greenberg)

Le conducteur est donné par

$$c(M) = inf\{\nu | M \subset \bar{K}^{(\nu)}\} + 1$$

Le théorème principal c'est :

Théoreme 1 (Coates-Greenberg).