

Un problème de cailloux

0.1 Cailloux

Soit $N = \frac{n(n+1)}{2}$ un nombre triangulaire. On suppose qu'on a N cailloux disposés en t tas. On construit une nouvelle disposition en prenant un caillou par tas avec lesquels on forme un nouveau tas.

On obtient un état E et une transition $E \rightarrow E'$ qu'on peut itérer.

Question 1 : montrer qu'il existe un système fixe par la transition.

Question 2 : montrer qu'on atteint toujours cet état.

0.2 Partitions

Reformulation : Soit N un nombre triangulaire et p une partition de N , c'est à dire un tuple (t_1, t_2, \dots, t_N) tel que $\sum_i i \cdot t_i = N$. On construit une nouvelle partition de N de la manière suivante. Soit $t = \sum_i t_i$, on pose $t'_i = t_{i+1}$ pour $i! = t$ et $t'_t = t_{t+1} + 1$. On vérifie que $\sum_i i \cdot t'_i = N$. On note f la fonction qui à (t_1, t_2, \dots, t_N) associe (t'_1, \dots, t'_N) .

Question 1 : montrer qu'il existe une partition p telle que $f(p) = p$. On la note P . Question 2 : montrer que pour toute partition de N , il existe m tel que $f^{(m)}(p) = P$.