

L'isogenie duale

8 juillet 2023

Petit rappel : Sur la courbe elliptique E , $D \in \text{Div}^0(E)$ est principal ssi

- $\deg(D) = 0$
- Si $D = \sum n_i(P_i)$, $\sum [n_i]P_i = O$ dans E .

La def : Pour $\phi : E_1 \rightarrow E_2$ on considère

$$\begin{array}{ccc} E_1 & \xrightarrow{\sim} & \text{Pic}(E_1) \\ \downarrow \tau_1 & & \uparrow \tau_2^* \\ E_2 & \xrightarrow{\sim} & \text{Pic}(E_2) \end{array}$$

(où les $\tau_i : E_i \rightarrow \text{Pic}(E_i)$ sont données par $P \mapsto (P) - (O)$.)

Alors $\hat{\phi}$ est donnée par $\hat{\phi}(Q) = \tau_1^{-1}(\phi^*(Q) - \phi^*(O))$.