Contents

Schémas

25 novembre 2023

1 Première défs et props

Ducoup, X un e.t. et $\mathfrak{Top}(X)$ la catégorie des ouverts de X où les morphismes sont les inclusions.

Definition 1.0.1. Un prefaisceau $\mathcal{F}$ sur X est un foncteur contravariant de $\mathfrak{Top}$ dans *Ab/Ring/etc.*.

Definition 1.0.2. Un faisceau est un préfaisceau qui satisfait des conditions de recollements. Etant donné $s, s' \in \mathcal{F}U = \cup U_i$

$$s|_{U_i} = s|_{U_j} \implies s = s'$$

Et si on a des sections locales qui se recollent bien alors il existe une unique section globale qui les relèvent.

Théorème 1.0.3. *Les faisceaux sont entièrements déterminés par les stalks, un morphisme de faisceaux*

$$\mathcal{F} \to \mathcal{G}$$

est un isomorphisme ssi $\forall P$

$$\mathcal{F}_P \to \mathcal{G}_P$$

est un isomorphisme.

C'est aussi vrai pour les injection/surjection

1.1 Faisceautisation

On considère:

Definition 1.1.1.

$$\mathcal{F}^+U := \{(s_P) \in \prod_{P\in V} \mathcal{F}_p | \forall P \ \exists V, s_P = (\sigma, U) \in \mathcal{F}_P\}$$

I.e. Les sections sont exactement celles qui sont relevables !

Théorème 1.1.2. *$\mathcal{F}^+$ est un faisceau et il existe $\mathcal{F} \to \mathcal{F}^+$ t.q $\forall$ faisceau $\mathcal{G}$ on ait*

$$\mathcal{F} \to \mathcal{F}^+ \to \mathcal{G}$$

avec des propriétés d'unicité.