

Задача 2.12.

Оптимальная весовая концентрация калия в смеси с аргоном для максимизации электропроводимости

Айрат Валиуллин, 836

1 Постановка задачи

Рассмотрим электропроводимость смеси «калий+аргон» при температуре $T = 2300\text{K}$ и давлении $p = 1\text{ атм.}$

Калий ('alkali metal'): $^{39}_{19}\text{K}$ терм $^2\text{s}_{1/2}$, $^{19}\text{I}_{\text{K}} = 4.34\text{эВ}$;
Аргон ('noble gas'): $^{40}_{18}\text{Ar}$ терм $^1\text{s}_0$, $^{18}\text{I}_{\text{Ar}} = 15.8\text{эВ}$.

Notes:

1. Калий способен к ионизации, но тормозит;
2. Аргон не способен к ионизации, но зато прозрачен.

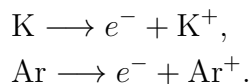
Задача состоит в следующем:

ОПРЕДЕЛИТЬ СООТНОШЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИЙ АРГОНА И КАЛИЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕЕ МАКСИМАЛЬНУЮ ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТЬ СМЕСИ.

2 Ключевые уравнения

Отсюда n – концентрация электронов, $N_{\text{K}}, N_{\text{Ar}}$ – концентрации калия и аргона соответственно.

Уравнение реакции:



Концентрация Саха:

$$\frac{n^2}{N_{\text{K}}} = \frac{g_e g_i}{g_a} \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T^{\frac{5}{2}}}{p} \exp\left(-\frac{I}{T}\right) = S(T). \quad (1)$$

Отсюда получаем: $n = \sqrt{N_{\text{K}} S(T)}$.

Уравнение состояния:

$$(n + n_i + N_K + N_{Ar}) = \frac{p}{T} \quad (2)$$

Электропроводность в смеси:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} = \frac{ne^2}{m\nu_m}, \quad (3)$$

где $\nu_m = \langle \sum N v_T \sigma_m \rangle$ – частота столкновения электронов с рассеив.

Поскольку $\nu_m = v_T (N_K \sigma_{eK} + N_{Ar} \sigma_{eAr})$, имеем:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{ne^2}{mv_T (N_K \sigma_K + N_{Ar} \sigma_{Ar})} = \frac{\sqrt{N_K S(T)} e^2}{mv_T (N_K \sigma_K + N_{Ar} \sigma_{Ar})} = \\ &= \left| \begin{array}{l} N_K = x N_{Ar}, \\ \sigma_{Ar} = b \cdot \sigma_K \end{array} \right| = \text{const} \cdot \frac{\sqrt{x}}{x + b} = \sigma(x). \end{aligned} \quad (4)$$

3 Графики и выводы

Построим график правой части формулы для концентрации Саха, которую обозначили $S(T)$:

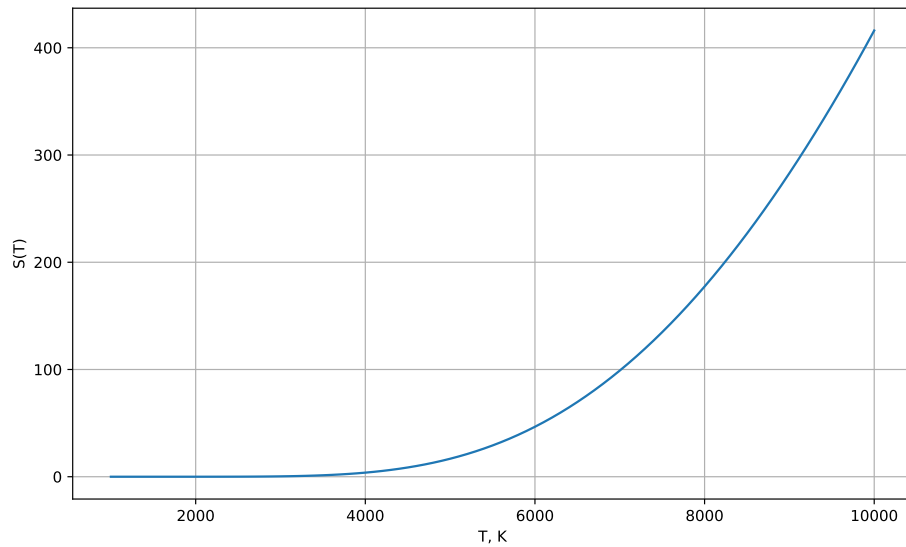


Рис. 1: Правая часть формулы «концентрация Саха» в зависимости от температуры

Определим производную функции $\sigma(x)$, определенную в (4), и приравняем ее к

нулю, чтобы определить максимум электропроводимости:

$$\begin{aligned}\sigma'(x) &= \left(\text{const} \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+b} \right)' = \frac{b-x}{2\sqrt{x}(x+b)^2} = 0, \\ \Rightarrow x_{max} &= b = \frac{\sigma_{Ar}}{\sigma_K}.\end{aligned}\tag{5}$$

Построим график $\sigma(x)$:

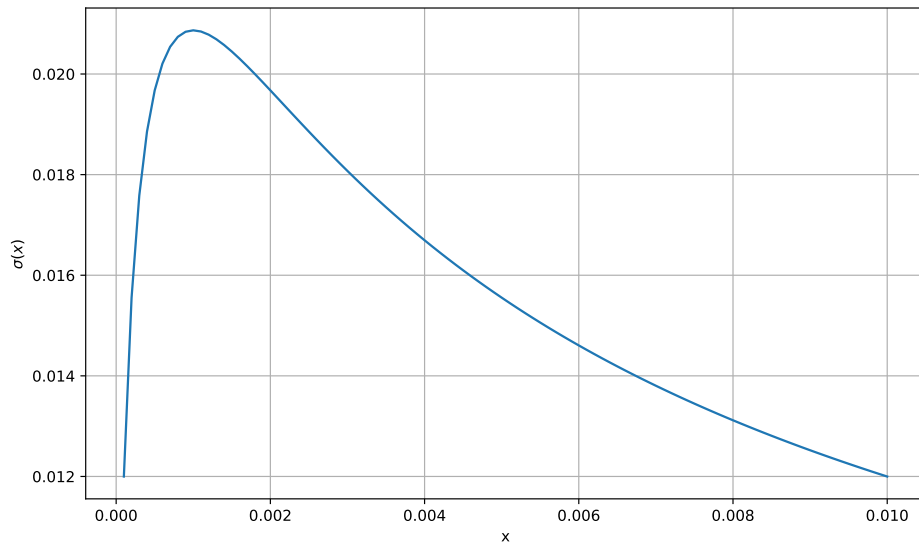


Рис. 2: Коэффициент электропроводимости смеси «калий+аргон» в зависимости от отношения концентраций x

Поскольку сечения рассеяния $\sigma_K = 10^{-15} \text{ см}^2$, $\sigma_{Ar} = 10^{-18} \text{ см}^2$, получаем, что искомая концентрация $x = \frac{N_K}{N_{Ar}} = \frac{\sigma_{Ar}}{\sigma_K} = 0.001$.

Note: в эффекте Рамзауэра сечение рассеяния аргона падает до 10^{-18} ; это происходит примерно на 0.3 эВ.

Вывод: подвижность – произведение двух факторов: концентрации носителей на их подвижность!