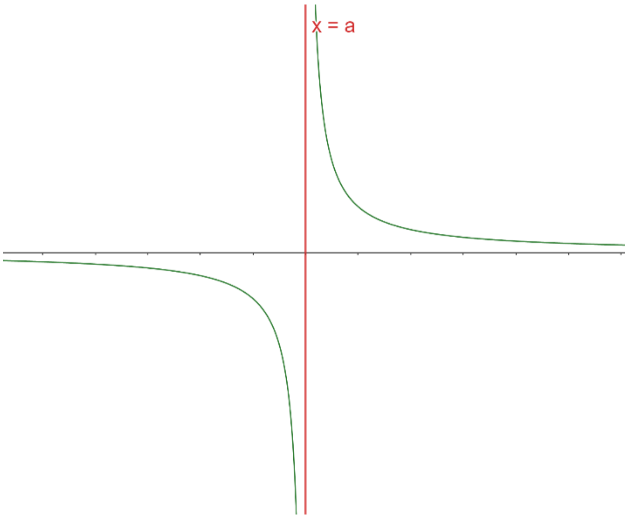
Etude de fonction

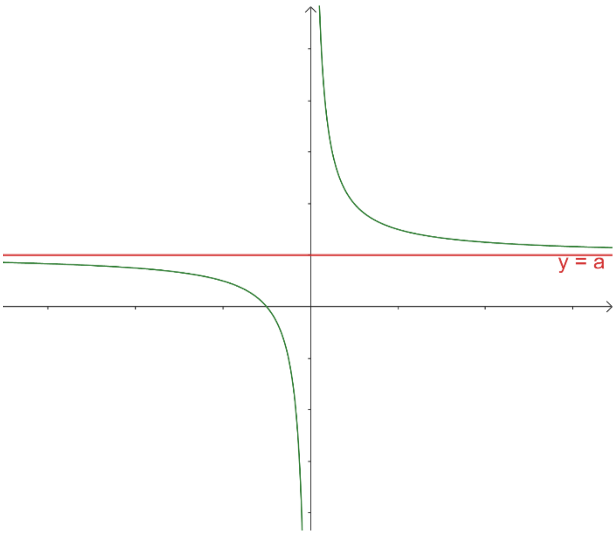
Généralité sur les fonctions :

Asymptote verticale :



$x = a$ asymptote verticale ssi :$\lim\limits_{a^{\pm}} \boldsymbol{f} = \infty$
donc f admet une asymptote verticale d'équation $\Delta: \boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ *ou voisinage de* $\pm\infty$.

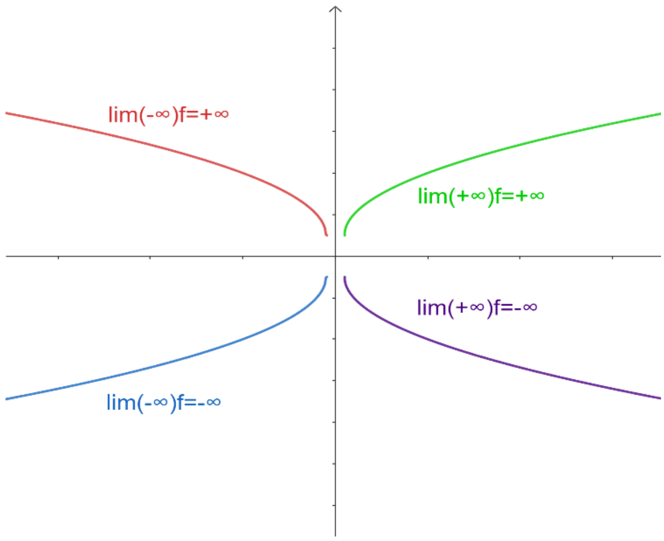
Asymptote horizontale :



$y = a$ asymptote horizontale ssi :$\lim\limits_{\infty} f = a$
donc f admet une asymptote horizontale d'équation $\Delta: \boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$ *ou voisinage de* $\pm\infty$.

Les branches paraboliques :

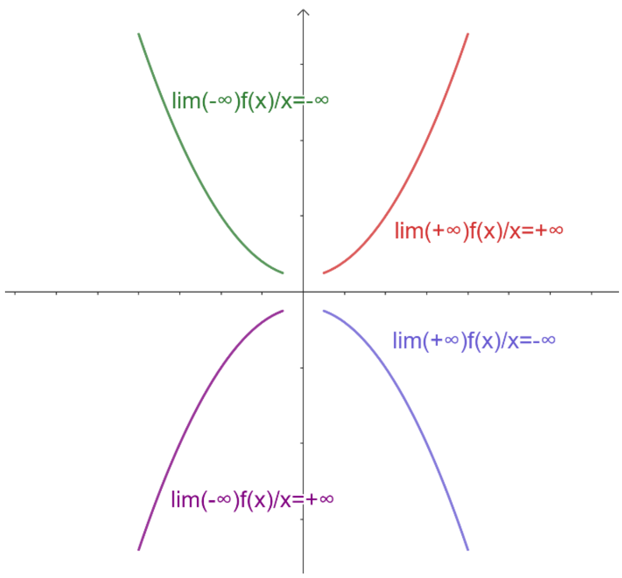
Suivant (oi) :



Si $\lim\limits_{\pm\infty} f = \pm\infty$ *et si* $\lim\limits_{\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$:
Donc f admet une branche parabolique suivant (oi) ou voisinage de $\pm\infty$.

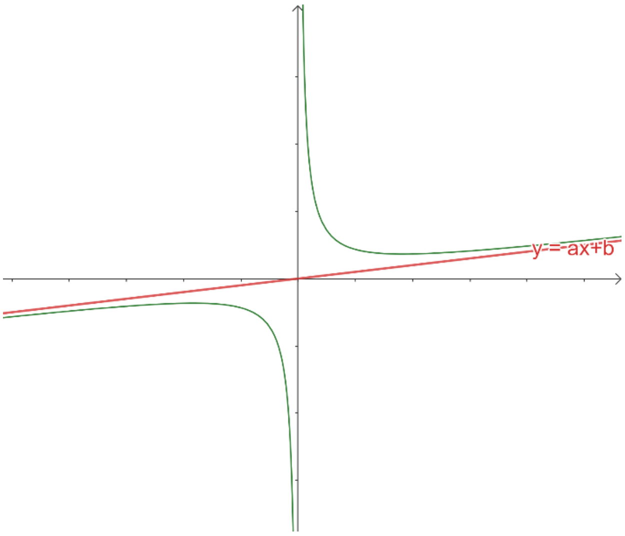
Suivant (oj) :

Si



$\lim\limits_{\pm\infty} f = \pm\infty$ *et si* $\lim\limits_{\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \pm\infty$:
Donc f admet une branche parabolique suivant (oj) ou voisinage de $\pm\infty$.

Asymptote oblique :



y = ax+b asymptote oblique ssi :

$\lim\limits_{\pm\infty} f = \pm\infty$ et $\lim\limits_{\pm\infty} f(x) - (ax+b) = 0$.

donc f admet une asymptote oblique d'équation $\Delta: y = ax + b$ *ou voisinage de* $\pm\infty$ *et* $\lim\limits_{\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ *et* $\lim\limits_{\pm\infty} f(x) - ax = b$.

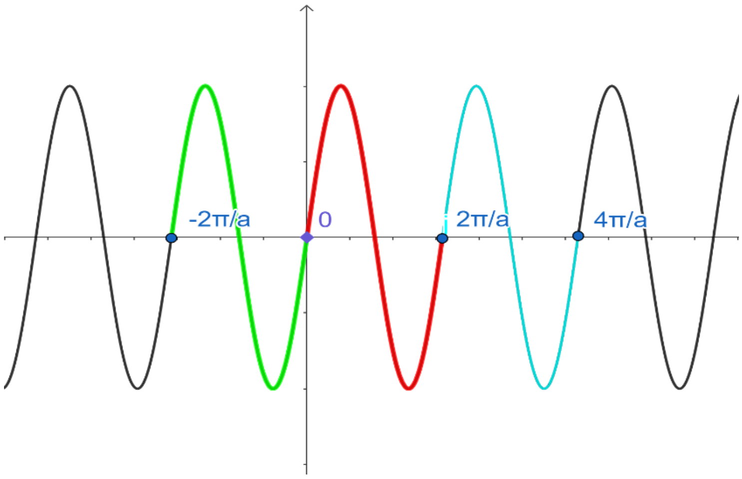
Fonction périodique :

f est dit fonction périodique de période T ssi :

Pour tout $x \in D_f$ *et* $x + T \in D_f$.

$f(x+T) = f(x)$.

$sin(ax)$ *et* $cos(ax)$ *est périodique de période* $\frac{2\pi}{a}$.



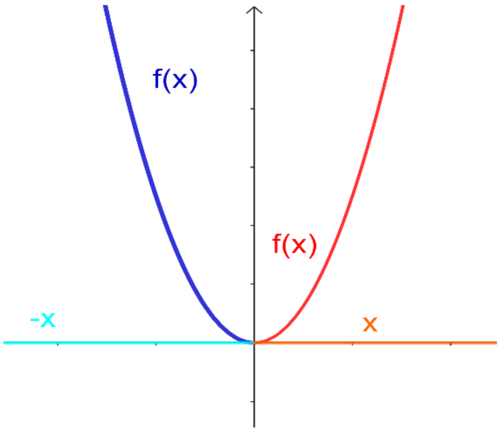
Parité d'une fonction :

f est dit fonction paire ssi :

Pour tout $x \in D_f$ *et* $-x \in D_f$

$f(-x) = f(x)$

f une fonction paire la courbe de f est symétrique par rapport à l'axe de ordonné $(o\vec{j})$.

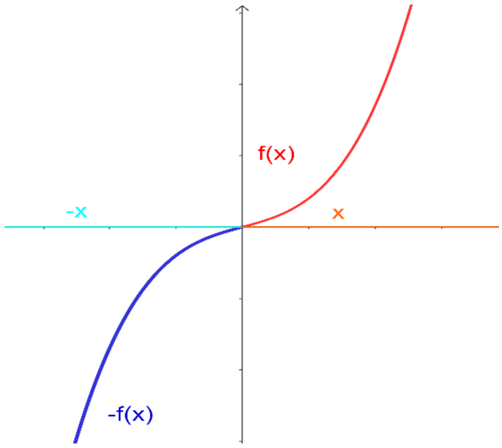


f est dit fonction impaire ssi :

Pour tout $x \in D_f$ *et* $-x \in D_f$.

$f(-x) = -f(x)$.

f une fonction impaire la courbe de f est symétrique par l'origine du repère o.

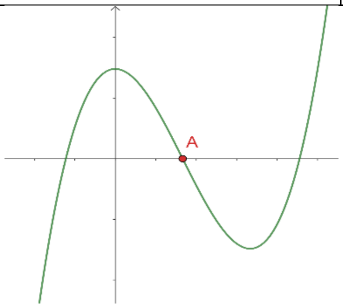


Centres de symétrique :

A(a , b) est centre de symétrique de f ssi :

$2a - b \in D_f$ *et*

$f(2a-b) = 2b - f(x)$.

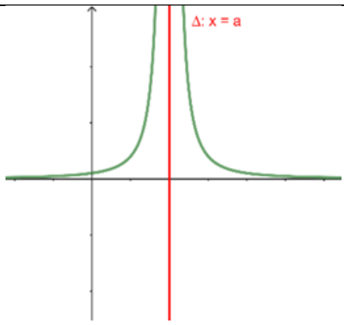


Axes de symétrique :

$\Delta: x = a$ *est axe de symétrique de f ssi :*

$2a - x \in D_f$ *et*

$f(2a-x) = f(x)$.



Ensemble de définition :

L'ensemble de définition d'une fonction f est l'ensemble des réels x ou f a un sens.

Remarque :

$\frac{a}{b}$ $definie\ si\ b \neq 0$

$\sqrt{a}\ definie\ si\ a \geq 0$

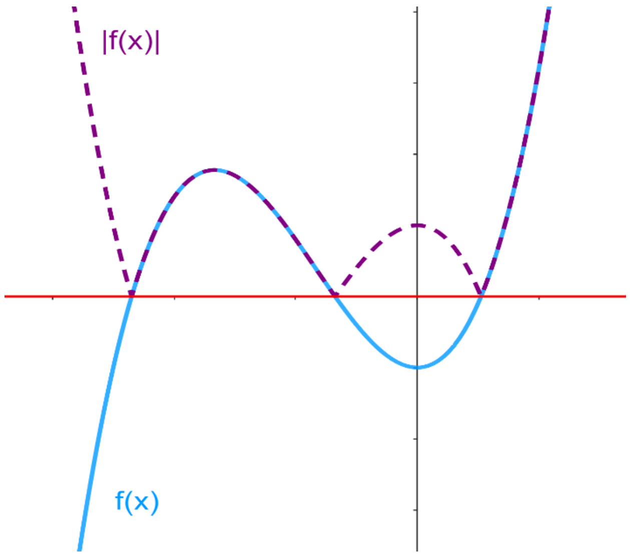
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

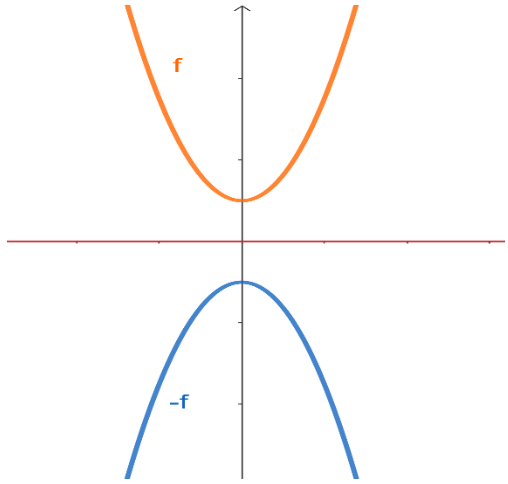
$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

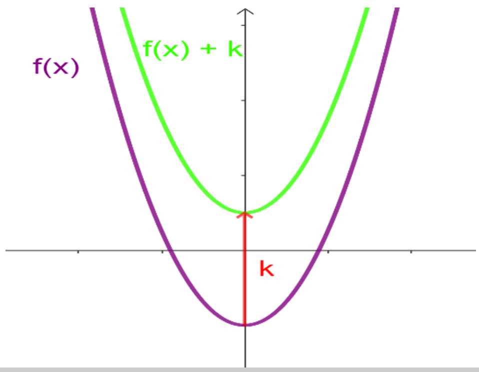
La fonction $|f|$ *est celle de* $f(x)$ *si* $f \geq 0$ *et celle de* $-f$ *si* $f < 0$.



La courbe de f et la courbe de -f sont symétrique par rapport à l'axe des abscisse $(o\vec{\imath})$.



La courbe de $f(x) + k$ $(k \in \mathbb{R})$ *est l'image de celle et* $f(x)$ *la* $t_{k\vec{\jmath}}$.



Exemples d'étude de fonction :

fonction affine :

$\Delta: y = ax + b$ *fonction affine.*

Soit $A(x_A\ y_A) \in \Delta$ *et* $B(x_B\ y_B) \in \Delta$

$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ *et* $b = y_A - ax_A$

fonction de type $ax^3 + bx^2 + cx + d$ *:*

$ax^3 + bx^2 + cx + d = (x - x_0)(a'^2x + b'x + c')$.

Etudier et représentation :

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

1. *les branches infinie de f .*
2. *dérivée de f.*
3. *tableau de variation de f.*
4. *les tangentes de f.*
5. *le point d'inflexion.*
6. *dresser autre points de f sur le courbe.*
7. *représenter f.*

fonction de type $ax^2 + bx + c$ *:*

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ *et* $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Etudier et représentation :

$f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. *les branches infine de f .*
2. *dérivée de f.*
3. *tableau de variation de f.*
4. *dresser autre points de f sur le courbe.*
5. *représenter f.*