NOMBRES COMPLEXE

1)définition et propriétés :

$\boldsymbol{i} \in \mathbb{C}$ *telque* $\boldsymbol{i^2 = -1}$.

La forme $\boldsymbol{z} \in \mathbb{C}$ *s'écrit* $\boldsymbol{z = a + ib}$ *appelé forme algébrique* $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$ ***et*** $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}$.

$\boldsymbol{Re(z) = a \,/\, Im(z) = b}$

Si $\boldsymbol{z = Im(z)}$ *alors z est imaginer pur.*

2) représentation graphique d'un nombre complexe :

$\boldsymbol{i^3 = i \,/\, i^4 = 1 \,/\, i^5 = i \,/\, \frac{1}{i} = -i}$

$z_M = aff(M) = a + ib \leftrightarrow M(a\,,b) = M(z)$.

$z_{\vec{u}} = aff(\vec{u}) = a + ib \leftrightarrow \vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.

$\boldsymbol{aff(\vec{u} + \vec{v}) = aff(\vec{u}) + aff(\vec{v})}$.

$\boldsymbol{z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A}$.

Soit I le milieu de [AB] alors $z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$.

Soit G centre gravite de ABC alors $z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$.

3)conjugue d'un nombre complexe :

$z = a + ib$ *alors* $\bar{z} = a - ib$.

$\boldsymbol{\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'}$	$\boldsymbol{\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'}$	$\boldsymbol{\bar{\bar{z}} = z}$
$\boldsymbol{\overline{z^n} = (\bar{z})^n}$	$\boldsymbol{\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}}$	
$\boldsymbol{z + \bar{z} = 2Re(z)}$	$\boldsymbol{z - \bar{z} = 2Im(z)i}$	

$\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *orthogonaux* $\leftrightarrow z_{\vec{u}}.\overline{z_{\vec{v}}}$ *ou* $\frac{z_{\vec{u}}}{z_{\vec{v}}} \in i\mathbb{R}$.

$\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *colinéaire* $\leftrightarrow z_{\vec{u}}.\overline{z_{\vec{v}}}$ *ou* $\frac{z_{\vec{u}}}{z_{\vec{v}}} \in \mathbb{R}$.

ABCD parallélogramme $\leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

ABCD rectangle $\leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD} \end{cases}$.

ABCD losange $\leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ AB = AD \end{cases}$.

$\begin{cases} M \in P \text{ telque } \overrightarrow{MB} \text{ et } \overrightarrow{MA} \text{ colineaire} = (AB). \\ M \in P \text{ telque } \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MA} = \text{cerclede diameter}. \end{cases}$

4)module d'un nombre complexe :

$|z| = OM = \sqrt{a^2 + b^2}$

$z\bar{z} = \lvert z\rvert^2$	$\lvert ib\rvert = \lvert b\rvert$	$\lvert\bar{z}\rvert = \lvert z\rvert$
$\left\lvert\frac{z}{z'}\right\rvert = \frac{\lvert z\rvert}{\lvert z'\rvert}$	$\lvert z^n\rvert = \lvert z\rvert^n$	$\left\lvert\frac{1}{z}\right\rvert = \frac{1}{\lvert z\rvert}$

$A(z_A)$ *et* $B(z_B)$ ***on a :***

$AB = |z_B - z_A|$

$= \sqrt{\left(Re(z_B) - Re(z_A)\right)^2 + \left(Im(z_B) - Im(z_A)\right)^2}$