LIMITE DE FONCTION

1)limite d'une fonction :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a ∈ I :

if $\lim\limits_{a^-} f(x) = \lim\limits_{a^+} f(x) = l$

Donc f admet une limite en a égal à l.

$ax^2 + bx + c = 0$

$\rightarrow x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$

$\rightarrow x_1 x_2 = \dfrac{c}{a}$

$\lim\limits_{\infty} ax^n + bx^{n-1} + \cdots = \lim\limits_{\infty} ax^n$

Si $\lim\limits_{x} f = U$ *donc :*

Si $f(x) = \dfrac{ax^n+bx^{n-1}+\cdots}{cx^p+dx^{p-1}+\cdots}$: $\lim\limits_{a} \dfrac{ax^n+bx^{n-1}+\cdots}{cx^p+dx^{p-1}+\cdots} = \lim\limits_{a} \dfrac{(x-n_1)(x-n_2)\ldots}{(x-p_1)(x-p_2)\ldots}$

$\lim\limits_{\infty} \dfrac{ax^n + bx^{n-1} + \cdots}{cx^p + dx^{p-1} + \cdots} = \lim\limits_{\infty} \dfrac{ax^n}{cx^p}$

Si $f(x) = \dfrac{\sqrt{ax+b}+c}{dx+e}$:

$\lim\limits_{x} \dfrac{\sqrt{ax+b}+c}{dx+e} = \lim\limits_{x} \dfrac{(\sqrt{ax+b}+c)(\sqrt{ax+b}-c)}{(dx+e)(\sqrt{ax+b}-c)}$

2)propriete sur les limite:

$\lim\limits_{a}(f+g)(x) = \lim\limits_{a} f + \lim\limits_{a} g$

$\lim\limits_{a}(f \times g)(x) = \lim\limits_{a} f \times \lim\limits_{a} g$

$+\infty - \infty = U / \pm\infty \times 0 = U / \frac{0}{0} = U / \frac{\pm\infty}{\pm\infty} = U$

$\lim\limits_{a} \left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{\lim\limits_{a} f}{\lim\limits_{a} g}$

3)limite et encadrement:

Soit f, g et h 3 fonctions définie sur un intervalle I et a ∈ I :

Si $g \leq f$ *et si* $\lim\limits_{a} g = +\infty$ *alors* $\lim\limits_{a} f = +\infty$.

Si $f \leq g$ *et si* $\lim\limits_{a} g = -\infty$ *alors* $\lim\limits_{a} f = -\infty$.

Si $g < f \leq h$ *et* $\lim\limits_{a} g = \lim\limits_{a} h = l$ *alors* $\lim\limits_{a} f = l$.

Si $|f| \leq g$ *et si* $\lim\limits_{a} g = 0$ *alors* $\lim\limits_{a} f = 0$.

4)limite et interprétation graphique :

Les asymptotes :

Si $\lim\limits_{a^\pm} f = \pm\infty$:

donc f admet une asymptote verticale d'équation $\Delta : x = a$ *ou voisinage de* $+\infty$.

Si $\lim\limits_{\pm\infty} f = a$:

donc f admet une asymptote horizontale d'équation $\Delta : y = a$ *ou voisinage de* $+\infty$.

Si $\lim\limits_{\pm\infty} f = \pm\infty$ et

si $\lim\limits_{\pm\infty} f(x) - (ax+b) = 0$:

donc f admet une asymptote oblique d'équation $\Delta : y = ax + b$ *ou voisinage de* $+\infty$ *et* $\lim\limits_{\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = a$ *et* $\lim\limits_{\pm\infty} f(x) - ax = b$.

Branches parabolique :

Si $\lim\limits_{\pm\infty} f = \pm\infty$ *et si* $\lim\limits_{\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \pm\infty$:

Donc f admet une branche parabolique suivant (oj) ou voisinage de $+\infty$.

Si $\lim\limits_{\pm\infty} f = \pm\infty$ *et si* $\lim\limits_{\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$:

Donc f admet une branche parabolique suivant (oi) ou voisinage de $+\infty$.

Si $\lim\limits_{\pm\infty} f = \pm\infty$ *et si* $\lim\limits_{\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = a \neq 0$

et $\lim\limits_{\pm\infty} f - ax = \pm\infty$:

Donc f admet une branche parabolique suivant $\Delta : y = ax + b$ *ou voisinage de* $+\infty$.