NOMBRES COMPLEXE

1)définition et propriétés :

$i \in \mathbb{C}$ *telque* $i^2 = -1.$

La forme $z \in \mathbb{C}$ *s'écrit* $z = a + ib$ *appelé forme algébrique* $a \in \mathbb{R}$ **et** $b \in \mathbb{R}$.

$Re(z) = a \,/\, Im(z) = b$

Si $z = Im(z)$ *alors z est imaginer pur.*

2) représentation graphique d'un nombre complexe :

$i^3 = i \,/\, i^4 = 1 \,/\, i^5 = i \,/\, \frac{1}{i} = -i$

$z_M = aff(M) = a + ib \leftrightarrow M(a\,,b) = M(z).$

$z_{\vec{u}} = aff(\vec{u}) = a + ib \leftrightarrow \vec{u}\binom{a}{b}.$

$aff(\vec{u} + \vec{v}) = aff(\vec{u}) + aff(\vec{v}).$

$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A.$

Soit I le milieu de [AB] alors $z_I = \frac{z_A + z_B}{2}.$

Soit G centre gravite de ABC alors $z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}.$

3)conjugue d'un nombre complexe :

$z = a + ib$ *alors* $\bar{z} = a - ib.$

$\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z'}$	$\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z'}$	$\bar{\bar{z}} = z$
$\overline{z^n} = (\bar{z})^n$	$\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z'}}$	
$z + \bar{z} = 2Re(z)$	$z - \bar{z} = 2Im(z)i$	

$\vec{u}$ **et** $\vec{v}$ *orthogonaux* $\leftrightarrow z_{\vec{u}}.\overline{z_{\vec{v}}}$ **ou** $\frac{z_{\vec{u}}}{z_{\vec{v}}} \in i\mathbb{R}.$

$\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *colinéaire* $\leftrightarrow z_{\vec{u}}.\overline{z_{\vec{v}}}$ *ou* $\frac{z_{\vec{u}}}{z_{\vec{v}}} \in \mathbb{R}.$

ABCD parallélogramme $\leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}.$

ABCD rectangle $\leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD} \end{cases}.$

ABCD losange $\leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ AB = AD \end{cases}.$

$\begin{cases} M \in P \text{ telque } \overrightarrow{MB} \text{ et } \overrightarrow{MA} \text{ colineaire} = (AB). \\ M \in P \text{ telque } \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MA} = \text{cerclede diameter}. \end{cases}$

4)module d'un nombre complexe :

$|z| = OM = \sqrt{a^2 + b^2}$

$z\bar{z} = \lvert z\rvert^2$	$\lvert ib\rvert = \lvert b\rvert$	$\lvert\bar{z}\rvert = \lvert z\rvert$
$\left\lvert\frac{z}{z'}\right\rvert = \frac{\lvert z\rvert}{\lvert z'\rvert}$	$\lvert z^n\rvert = \lvert z\rvert^n$	$\left\lvert\frac{1}{z}\right\rvert = \frac{1}{\lvert z\rvert}$

$A(z_A)$ **et** $B(z_B)$ *on a :*

$AB = |z_B - z_A|$

$= \sqrt{\left(Re(z_B) - Re(z_A)\right)^2 + \left(Im(z_B) - Im(z_A)\right)^2}$