Système d'équation linéaire

Matrice :

$$M = \begin{pmatrix} a_{12} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2p} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{\mathbf{n3}} & \dots & a_{np} \end{pmatrix}$$

M *est une matrice d'ordre $n \times p$.*
n *le nombre des lignes et* ***p*** *le nombre des colonne.*
M est une matrice carre d'ordre n ssi n = p.

Si ***n = 1 M*** *s'appelle une vecteur ligne d'ordre* ***p****.*
Si ***p = 1 M*** *s'appelle une vecteur colonne d'ordre* ***n****.*
Une matrice carre avec $a_{ij} = 0 \ \forall i \neq j$ s'appelle matrice diagonale et si les $a_{ii} = 1$ s'appelle matrice unité.

Opération sur les matrices :

Addition : *soit A et B deux matrice :*
C = A+B n'existe pas si :
$n_A \times p_A \neq n_B \times p_B$.
Si $A = (a_{ij})$ et $B = (b_{ij})$ de même ordre :
$C = (a_{ij} + b_{ij})$.
Example : $C = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{pmatrix}$.
$A + B = B + A$.
$A + B + C = (A + B) + C$
$\qquad\qquad = A + (B + C)$.

Produite réel :
Soit $A = (a_{ij})$ et α un réel.
$C = \alpha A = \alpha(a_{ij})$.
Example : $C = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} \end{pmatrix}$.

Multiplication de deux matrices :
C = AB n'existe pas si $p_A \neq n_B$.
Si $A = (a_{ij})$ d'ordre $n \times p$ et
$B = (b_{ij})$ d'ordre $p \times m$:
C = AB d'ordre $n \times m$.

Soit $A(a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \cdots \quad a_p)$ et $B \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix}$:

$AB = (a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \cdots + a_pb_p)$.

Soit $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$:

$$AB = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} + a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33} \end{pmatrix}$$

$AB \neq BA$
$A \times B \times C = (A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
$A(B + C) = AB + AC$
$A^2 = A \times A$.

$A^n = A \times A \times A \times \cdots \times A_n$
Soit M matrice carré d'ordre n et I_n l'identité on a:
$AI_n = I_nA = A$.

Déterminant d'une matrice carre d'ordre 2 ou 3 :

Matrice d'ordre 2 :

Soit $A \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb.$

Matrice d'ordre 3 :

Soit $A \begin{pmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a & \cancel{b} & \cancel{c} \\ \cancel{a'} & b' & c' \\ \cancel{a''} & b'' & c'' \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \cancel{a} & b & \cancel{c} \\ a' & \cancel{b'} & c' \\ a'' & \cancel{b''} & c'' \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \cancel{a} & \cancel{b} & c \\ a' & b' & \cancel{c'} \\ a'' & b'' & \cancel{c''} \end{pmatrix}$.

$\det(A) = a \begin{vmatrix} b' & c' \\ b'' & c'' \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} a' & c' \\ a'' & c'' \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} a' & b' \\ a'' & b'' \end{vmatrix}$

Inverse d'une matrice carre d'ordre 2 ou 3 :

Matrice d'ordre 2 :