Dérivation

Dérivabilité en un point :

***f* est dérivable en *a* ssi :**

$\lim\limits_{a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=l=f'(a)$ et *f* admet en ***a*** une tangente *T* :$y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

$f'(a)=0 \leftrightarrow C_f$ admet une tangente horizontale.

***f* est dérivable en *a* a gauche ssi :**

$\lim\limits_{a^-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=l=f_g{}'(a)$ et *f* admet en ***a*** une demi tangente *T* :$y=f_g{}'(a)(x-a)+f(a)$.

***f* est dérivable en *a* a droit ssi :**

$\lim\limits_{a^+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=l=f_d{}'(a)$ et *f* admet en ***a*** une demi tangente *T* :$y=f_d{}'(a)(x-a)+f(a)$.

Si $\lim\limits_{a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\pm\infty$ **:**

f n'est pas dérivable en a et C_f *admet une demi tangente vertical en a.*

Dérivabilité sur un intervalle :

Fonction polynôme est dérivable sur $\mathbb{R}$.
Fonction rationnelle est dérivable sur D_f.
$\sqrt{f}$ *dérivable sur D si f dérivable sur D et* $f>0$ *sur D.*

f et g dérivable sur D alors :
$f+g$; $f\times g$ *et* αf *sont dérivable sur D.*
$\frac{f}{g}$ *dérivable sur D si f dérivable sur D et g dérivable sur D et* $g(x)\neq 0\ \ \forall x\in D$.

Fonction dérivée :

f	l	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
f'	0	$\cos x$	$-\sin x$	$1+\tan x^2$
f	au	$u+v$	$u.v$	u^n
f'	au'	$u'+v'$	$u'v+uv'$	$nu'u^{n-1}$
f	$\sqrt{u}$	$uov=u(v)$		$\frac{u}{v}$
f'	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$v'.u'(v)$		$\frac{u'v-uv'}{v^2}$

Si $f'(x)>0\rightarrow$ *strictement croissante.*
Si $f'(x)\geq 0\rightarrow$ *croissante.*
Si $f'(x)<0\rightarrow$ *strictement decroissante.*
Si $f'(x)\leq 0\rightarrow$ *decroissante.*

f^{-1} *derivable sur I et* $f'(x)\neq 0\ \forall x\in I$ *on a:*

$$(f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

Dérivée second et point d'inflexion :

$(f')'(x)=f''(x)$.

A(a , f(a)) s'appelle point d'inflextion a C_f ***ssi:***

$f''(a)=0$ *et **changent de signe** ou*
$f'(a)=0$ *et **ne change pas de signe.***
Alors A(a , f(a)) est un point d'inflexion.

Théorème des accroissement finis :

T.A.F : *Si f continue [a b].* *f dérivable [a b].* $\rightarrow$ *Il existe un* $c\in\,]a\ b[$

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

I.A.F : *Si f continue [a b].* *f dérivable [a b].* $m\leq f'(x)\leq M$ $\rightarrow m(b-a)\leq f(b)-f(a)\leq M(b-a)$

f dérivable sue I. $|f'(x)|\leq k$ $\rightarrow\forall a$ *et b de I.* $|f(b)-f(a)|\leq k|b-a|$