

# LIMITE DE FONCTION

## 1) limite d'une fonction :

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle

$I$  et  $a \in I$  :

$$\text{if } \lim_{a^-} f(x) = \lim_{a^+} f(x) = l$$

Donc  $f$  admet une limite en  $a$  égal à  $l$ .

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\rightarrow x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\lim_{\infty} ax^n + bx^{n-1} + \dots = \lim_{\infty} ax^n$$

Si  $\lim_x f = U$  donc :

$$\text{Si } f(x) = \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{cx^p + dx^{p-1} + \dots} : \lim_a \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{cx^p + dx^{p-1} + \dots} = \lim_a \frac{(x-n_1)(x-n_2)\dots}{(x-p_1)(x-p_2)\dots}$$

$$\lim_{\infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{cx^p + dx^{p-1} + \dots} = \lim_{\infty} \frac{ax^n}{cx^p}$$

$$\text{Si } f(x) = \frac{\sqrt{ax+b}+c}{dx+e} :$$

$$\lim_x \frac{\sqrt{ax+b}+c}{dx+e} = \lim_x \frac{(\sqrt{ax+b}+c)(\sqrt{ax+b}-c)}{(dx+e)(\sqrt{ax+b}-c)}$$

## 2) propriete sur les limite:

$$\lim_a (f + g)(x) = \lim_a f + \lim_a g$$

$$\lim_a (f \times g)(x) = \lim_a f \times \lim_a g$$

$$+\infty - \infty = U / \pm\infty \times 0 = U / \frac{0}{0} = U / \frac{\pm\infty}{\pm\infty} = U$$

$$\lim_a \left( \frac{f}{g} \right) (x) = \frac{\lim_a f}{\lim_a g}$$

## 3) limite et encadrement:

Soit  $f, g$  et  $h$  3 fonctions définie sur un intervalle  $I$  et  $a \in I$  :

Si  $g \leq f$  et si  $\lim_a g = +\infty$  alors  $\lim_a f = +\infty$ .

Si  $f \leq g$  et si  $\lim_a g = -\infty$  alors  $\lim_a f = -\infty$ .

Si  $g < f \leq h$  et  $\lim_a g = \lim_a h = l$  alors  $\lim_a f = l$ .

Si  $|f| \leq g$  et si  $\lim_a g = 0$  alors  $\lim_a f = 0$ .

## 4) limite et interprétation graphique :

Les asymptotes :

$$\text{Si } \lim_{a^\pm} f = \pm\infty :$$

donc  $f$  admet une asymptote verticale d'équation  $\Delta: x = a$  ou voisinage de  $+\infty$ .

$$\text{Si } \lim_{\pm\infty} f = a :$$

donc  $f$  admet une asymptote horizontale d'équation  $\Delta: y = a$  ou voisinage de  $+\infty$ .

$$\text{Si } \lim_{\pm\infty} f = \pm\infty \text{ et}$$

$$\text{si } \lim_{\pm\infty} f(x) - (ax + b) = 0 :$$

donc  $f$  admet une asymptote oblique d'équation  $\Delta: y = ax + b$  ou voisinage de  $+\infty$  et  $\lim_{\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a$  et  $\lim_{\pm\infty} f(x) - ax = b$ .

Branches parabolique :

$$\text{Si } \lim_{\pm\infty} f = \pm\infty \text{ et si } \lim_{\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \pm\infty :$$

Donc  $f$  admet une branche parabolique suivant (oi) ou voisinage de  $+\infty$ .

$$\text{Si } \lim_{\pm\infty} f = \pm\infty \text{ et si } \lim_{\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 :$$

Donc  $f$  admet une branche parabolique suivant (oi) ou voisinage de  $+\infty$ .

$$\text{Si } \lim_{\pm\infty} f = \pm\infty \text{ et si } \lim_{\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a \neq 0$$

$$\text{et } \lim_{\pm\infty} f - ax = \pm\infty :$$

Donc  $f$  admet une branche parabolique suivant  $\Delta: y = ax + b$  ou voisinage de  $+\infty$ .