CONTINUITÉ

1)continuité en un point : ***Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a ∈ I :*** **si** $\lim_{a} f(x) = f(a)$ **:** ***Donc f est continue en a.***	**si** $\lim_{a^+} f(x) = f(a)$ **:** ***Donc f est continue à droite en a.*** **si** $\lim_{a^-} f(x) = f(a)$ **:** ***Donc f est continue à gauche en a.***
***2)* continuité en un intervalle:** • *Fonction polynôme toujours continue sur* $\mathbb{R}$. • *Fonction rationnelle toujours continue sur son domaine définition.* • *Fonction est continue sur D alors elle est continue en tous partie I de D.* • $\sqrt{f}$ *est continue sur D si f continue sur D et* $f \geq 0$ *sur D.*	• *Si f et g continue sur D alors :* $f + g, f \times g$ *et* $\lvert f \rvert$ *Continue sur D.* • $\frac{f}{g}$ *Continue sur D si f continue sur D, g continue sur D et g non nul sur D.* *Si f fonction définie sur* $\mathbb{R}/\{a\}$ *et si* $\lim_{a} f = l$ *:* ***Donc f est prolongeable par continuité en 1*** *Sa prolongement est* $g(x) = \begin{cases} f(x) \text{ si } x \neq a \\ l \text{ si } x = 1 \end{cases}$
3)image d'un intervalle par une fonction continue : ***Si f continue sur [a b] :*** $f([a\ b]) = [\min\ max]$ ***Si f continue croissante :*** $f([a\ b]) = [f(a)\ f(b)]$ $f([a\ b[) = [f(a)\ \lim_{b^-} f]$ $f(]a\ b]) = [\lim_{a^+} f\ f(b)]$ $f(]a\ b[) = [\lim_{a^+} f\ \lim_{b^-} f)]$ ***Si f continue décroissante :*** $f([a\ b]) = [f(b)\ f(a)]$ $f([a\ b[) = [\lim_{b^-} f\ \ f(a)]$ $f(]a\ b]) = [f(b)\ \lim_{a^+} f]$ $f(]a\ b[) = [\lim_{b^-} f\ \lim_{a^+} f)]$	*Si k comprise entre f(a) et f(b):* *il existe au moins un réel* $C \in [a\ b]$ *telque* $f(C) = k$ *autrement dit :* ***l'équation*** $\boldsymbol{f(x) = k}$ ***admet au moins une solution*** $\boldsymbol{C \in [a\ b]}$***.*** *Si f est monotone :* $\boldsymbol{f(x) = k}$ **admet une unique solution.** Si $f(a).f(b) < 0$: **L'équation** $\boldsymbol{f(x) = 0}$ **admet au moins une solution** $\boldsymbol{C \in [a\ b]}$**.** *Si f est monotone :* $\boldsymbol{f(x) = 0}$ **admet une unique solution.**
4)fonction réciproque : ***Tout fonction strictement monotone sur I réalise une bijection de I sur*** $J = f(I)$***.*** ***Fonction réciproque :*** $f(x) = y \leftrightarrow f^{-1}(y) = x.$	*Si f est bijection et f et* f^{-1} *on même variation :* C_f *et* $C_{f^{-1}}$ *sont symétrique par rapport* $\Delta: y = x$