TEMA 9

—

PROBLEMES

M2

GEI

FIB - UPC

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$

$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y}$

Problema 1

Donada la funció $f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0, 0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y)$

$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{2}{1+2x+3y}$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{3}{1+2x+3y}$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{3}{1+2x+3y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\frac{2}{1+2x+3y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\frac{3}{1+2x+3y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=\frac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=\frac{-6}{(1+2x+3y)^2}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0, 0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{2}{1+2x+3y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{3}{1+2x+3y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0) = \ln(1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{3}{1+2x+3y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0) = \ln(1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y} \qquad \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{3}{1+2x+3y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y)=\ln(1+2x+3y)\Rightarrow f(0,0)=\ln(1)=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\frac{2}{1+2x+3y}\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\frac{2}{1}=2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\frac{3}{1+2x+3y}\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=\frac{3}{1}=3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=\frac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=\frac{-6}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=\frac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y)=\ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0)=\ln(1)=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\tfrac{2}{1+2x+3y} \quad \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\tfrac{2}{1}=2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\tfrac{3}{1+2x+3y} \quad \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=\tfrac{3}{1}=3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=\tfrac{-4}{(1+2x+3y)^2} \quad \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)=\tfrac{-4}{1}=-4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=\tfrac{-6}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=\tfrac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0) = \ln(1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = \frac{-6}{1} = -6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y)=\ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0)=\ln(1)=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\frac{2}{1}=2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=\frac{3}{1}=3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=\frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)=\frac{-4}{1}=-4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=\frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(0,0)=\frac{-6}{1}=-6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=\frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)=\frac{-9}{1}=-9$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y)=\ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0)=\ln(1)=\boxed{0}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\frac{2}{1}=2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=\frac{3}{1}=3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=\frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)=\frac{-4}{1}=-4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=\frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(0,0)=\frac{-6}{1}=-6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=\frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)=\frac{-9}{1}=-9$$

$$P_2 f(x,y)=0$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0) = \ln(1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{2}{1} = \boxed{2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = \frac{-6}{1} = -6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0) = \frac{-9}{1} = -9$$

$$P_2 f(x,y) = 0 + 2(x-0)$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(\boxed{0},0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y)=\ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0)=\ln(1)=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\frac{2}{1}=\boxed{2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=\frac{3}{1}=3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=\frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)=\frac{-4}{1}=-4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=\frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(0,0)=\frac{-6}{1}=-6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=\frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)=\frac{-9}{1}=-9$$

$$P_2 f(x,y)=0+2(x-0)$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0) = \ln(1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \frac{3}{1} = \boxed{3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = \frac{-6}{1} = -6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0) = \frac{-9}{1} = -9$$

$$P_2 f(x,y) = 0 + 2(x-0) + 3(y-0)$$

Problema 1

Donada la funció $f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0, \boxed{0})$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y) \Rightarrow f(0, 0) = \ln(1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = \frac{3}{1} = \boxed{3}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0) = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) = \frac{-6}{1} = -6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0) = \frac{-9}{1} = -9$$

$$P_2 f(x, y) = 0 + 2(x - 0) + 3(y - 0)$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y)=\ln(1+2x+3y)\Rightarrow f(0,0)=\ln(1)=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\frac{2}{1+2x+3y}\qquad\Rightarrow\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\frac{2}{1}=2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\frac{3}{1+2x+3y}\qquad\Rightarrow\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=\frac{3}{1}=3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=\frac{-4}{(1+2x+3y)^2}\qquad\Rightarrow\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)=\frac{-4}{1}=-4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=\frac{-6}{(1+2x+3y)^2}\qquad\Rightarrow\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(0,0)=\frac{-6}{1}=-6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=\frac{-9}{(1+2x+3y)^2}\qquad\Rightarrow\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)=\frac{-9}{1}=-9$$

$$P_2f(x,y)=0+2x+3y$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0) = \ln(1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = \frac{-6}{1} = -6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0) = \frac{-9}{1} = -9$$

$$P_2 f(x,y) = 0 + 2x + 3y + \frac{1}{2}\Big(\qquad\qquad\qquad\qquad \Big)$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0) = \ln(1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = \frac{-4}{1} = \boxed{-4}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = \frac{-6}{1} = -6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0) = \frac{-9}{1} = -9$$

$$P_2 f(x,y) = 0 + 2x + 3y + \frac{1}{2}\left((-4)x^2 \qquad\qquad\qquad\qquad \right)$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0) = \ln(1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = \frac{-6}{1} = \boxed{-6}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0) = \frac{-9}{1} = -9$$

$$P_2 f(x,y) = 0 + 2x + 3y + \frac{1}{2}\left((-4)x^2 + 2(-6)xy \qquad\qquad \right)$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y)=\ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0)=\ln(1)=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0)=\frac{2}{1}=2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)=\frac{3}{1}=3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=\frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)=\frac{-4}{1}=-4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=\frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(0,0)=\frac{-6}{1}=-6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=\frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)=\frac{-9}{1}=\boxed{-9}$$

$$P_2f(x,y)=0+2x+3y+\frac{1}{2}\left((-4)x^2+2(-6)xy+(-9)y^2\right)$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f(x,y) = \ln(1+2x+3y) \Rightarrow f(0,0) = \ln(1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{2}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{3}{1+2x+3y} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = \frac{-6}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = \frac{-6}{1} = -6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0) = \frac{-9}{1} = -9$$

$$P_2 f(x,y) = 2x + 3y - 2x^2 - 6xy - \frac{9}{2}y^2$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$P_2 f(x,y) = 2x + 3y - 2x^2 - 6xy - \frac{9}{2}y^2$$

Problema 1

Donada la funció $f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0, 0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right) \sim P_2 f\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$$

$$P_2 f(x, y) = 2x + 3y - 2x^2 - 6xy - \frac{9}{2}y^2$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right) \sim P_2 f\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$$
$$= 2\frac{1}{10} + 3\frac{1}{10} - 2\left(\frac{1}{10}\right)^2 - 6\frac{1}{10}\frac{1}{10} - \frac{9}{2}\left(\frac{1}{10}\right)^2$$

$$P_2 f(x,y) = 2x + 3y - 2x^2 - 6xy - \frac{9}{2}y^2$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \sim P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)$$

$$= 2\tfrac{1}{10} + 3\tfrac{1}{10} - 2\left(\tfrac{1}{10}\right)^2 - 6\tfrac{1}{10}\tfrac{1}{10} - \tfrac{9}{2}\left(\tfrac{1}{10}\right)^2$$

$$= \tfrac{40+60-4-12-9}{200} = \tfrac{75}{200} = 0.375$$

$$P_2 f(x,y) = 2x + 3y - 2x^2 - 6xy - \tfrac{9}{2}y^2$$

Problema 1

Donada la funció $f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0, 0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\boxed{f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)} \sim P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)$$

$$= 2\frac{1}{10} + 3\frac{1}{10} - 2\left(\frac{1}{10}\right)^2 - 6\frac{1}{10}\frac{1}{10} - \frac{9}{2}\left(\frac{1}{10}\right)^2$$

$$= \frac{40+60-4-12-9}{200} = \frac{75}{200} = \boxed{0.375}$$

$$\boxed{P_2 f(x, y) = 2x + 3y - 2x^2 - 6xy - \frac{9}{2}y^2}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0, 0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left| f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right| = \left| R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right|$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left| f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right| = \left| R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \frac{1}{3!}\left| \frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c})x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left|f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right| = \left|R_2 f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \frac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c})x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x=y=\frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10},\frac{1}{10}\right)$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left| f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right| = \left| R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \tfrac{1}{3!}\left| \tfrac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3 + 3\tfrac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2 y + 3\tfrac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c})x y^2 + \tfrac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$

$$\tfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \tfrac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left| f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right| = \left| R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right|$$

$$= \tfrac{1}{3!} \left| \tfrac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c}) x^3 + 3 \tfrac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c}) x^2 y + 3 \tfrac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c}) x y^2 + \tfrac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c}) y^3 \right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$

$$\tfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \tfrac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\Rightarrow \tfrac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x,y) = \tfrac{-4(-2)(1+2x+3y)2}{(1+2x+3y)^4} = \tfrac{16}{(1+2x+3y)^3}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left|f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right| = \left|R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \frac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c})x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x,y) = \frac{-4(-2)(1+2x+3y)2}{(1+2x+3y)^4} = \frac{16}{(1+2x+3y)^3} \Rightarrow \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right| \leq 16$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left| f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right| = \left| R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right|$$

$$= \tfrac{1}{3!} \left| \frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c}) x^3 + 3 \frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c}) x^2 y + 3 \frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c}) x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c}) y^3 \right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x,y) = \frac{-4(-2)(1+2x+3y)2}{(1+2x+3y)^4} = \frac{16}{(1+2x+3y)^3} \Rightarrow \left| \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c}) \right| \leq 16$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(x,y) = \frac{-4(-2)(1+2x+3y)3}{(1+2x+3y)^4} = \frac{24}{(1+2x+3y)^3}$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left|f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right| = \left|R_2 f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \tfrac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{xy^2}(\boldsymbol{c})xy^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10},\frac{1}{10}\right)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x,y) = \frac{-4(-2)(1+2x+3y)2}{(1+2x+3y)^4} = \frac{16}{(1+2x+3y)^3} \Rightarrow \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right| \leq 16$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(x,y) = \frac{-4(-2)(1+2x+3y)3}{(1+2x+3y)^4} = \frac{24}{(1+2x+3y)^3} \Rightarrow \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c})\right| \leq 24$$

Problema 1

Donada la funció $f(x, y) = \ln(1 + 2x + 3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0, 0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left| f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right| = \left| R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \tfrac{1}{3!}\left| \frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c})x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0, 0)$ i $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \frac{-4}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x, y) = \frac{-4(-2)(1+2x+3y)2}{(1+2x+3y)^4} = \frac{16}{(1+2x+3y)^3} \Rightarrow \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right| \leq 16$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(x, y) = \frac{-4(-2)(1+2x+3y)3}{(1+2x+3y)^4} = \frac{24}{(1+2x+3y)^3} \Rightarrow \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c})\right| \leq 24$$

$$\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right| \leq 16, \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c})\right| \leq 24$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left|f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right| = \left|R_2 f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \frac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c})x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10},\frac{1}{10}\right)$

$$\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right| \leq 16, \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c})\right| \leq 24$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left|f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right| = \left|R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \tfrac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c})x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right| \leq 16, \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c})\right| \leq 24$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left|f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)-P_2 f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right| = \left|R_2 f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \tfrac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3+3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2y+3\frac{\partial^3 f}{xy^2}(\boldsymbol{c})xy^2+\frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x=y=\frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10},\frac{1}{10}\right)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x y^2}(x,y) = \frac{-9(-2)(1+2x+3y)2}{(1+2x+3y)^4} = \frac{36}{(1+2x+3y)^3}$$

$$\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right| \le 16, \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c})\right| \le 24$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left| f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right| = \left| R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right|$$

$$= \frac{1}{3!} \left| \frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c}) x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c}) x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c}) x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c}) y^3 \right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \frac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x y^2}(x,y) = \frac{-9(-2)(1+2x+3y)2}{(1+2x+3y)^4} = \frac{36}{(1+2x+3y)^3} \Rightarrow \left| \frac{\partial^3 f}{\partial x y^2}(\boldsymbol{c}) \right| \leq 36$$

$$\left| \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c}) \right| \leq 16, \left| \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c}) \right| \leq 24$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon=\left|f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)-P_2f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|=\left|R_2f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$=\frac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3+3\frac{\partial^3 f}{x^2y}(\boldsymbol{c})x^2y+3\frac{\partial^3 f}{xy^2}(\boldsymbol{c})xy^2+\frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x=y=\frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10},\frac{1}{10}\right)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=\frac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\Rightarrow\frac{\partial^3 f}{\partial xy^2}(x,y)=\frac{-9(-2)(1+2x+3y)2}{(1+2x+3y)^4}=\frac{36}{(1+2x+3y)^3}\Rightarrow\left|\frac{\partial^3 f}{\partial xy^2}(\boldsymbol{c})\right|\leq 36$$

$$\Rightarrow\frac{\partial^3 f}{\partial y^3}(x,y)=\frac{-9(-2)(1+2x+3y)3}{(1+2x+3y)^4}=\frac{54}{(1+2x+3y)^3}$$

$$\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right|\leq 16,\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2y}(\boldsymbol{c})\right|\leq 24$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left|f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right| = \left|R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \tfrac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c})x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = \tfrac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x y^2}(x,y) = \tfrac{-9(-2)(1+2x+3y)2}{(1+2x+3y)^4} = \tfrac{36}{(1+2x+3y)^3} \Rightarrow \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x y^2}(\boldsymbol{c})\right| \le 36$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial y^3}(x,y) = \tfrac{-9(-2)(1+2x+3y)3}{(1+2x+3y)^4} = \tfrac{54}{(1+2x+3y)^3} \Rightarrow \left|\frac{\partial^3 f}{\partial y^3}(\boldsymbol{c})\right| \le 54$$

$$\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right| \le 16, \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c})\right| \le 24$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon=\left|f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)-P_2f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|=\left|R_2f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$=\frac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3+3\frac{\partial^3 f}{x^2y}(\boldsymbol{c})x^2y+3\frac{\partial^3 f}{xy^2}(\boldsymbol{c})xy^2+\frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x=y=\frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10},\frac{1}{10}\right)$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=\frac{-9}{(1+2x+3y)^2}$$

$$\Rightarrow\frac{\partial^3 f}{\partial xy^2}(x,y)=\frac{-9(-2)(1+2x+3y)2}{(1+2x+3y)^4}=\frac{36}{(1+2x+3y)^3}\Rightarrow\left|\frac{\partial^3 f}{\partial xy^2}(\boldsymbol{c})\right|\le 36$$

$$\Rightarrow\frac{\partial^3 f}{\partial y^3}(x,y)=\frac{-9(-2)(1+2x+3y)3}{(1+2x+3y)^4}=\frac{54}{(1+2x+3y)^3}\Rightarrow\left|\frac{\partial^3 f}{\partial y^3}(\boldsymbol{c})\right|\le 54$$

$$\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right|\le 16,\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2y}(\boldsymbol{c})\right|\le 24,\left|\frac{\partial^3 f}{\partial xy^2}(\boldsymbol{c})\right|\le 36,\left|\frac{\partial^3 f}{\partial y^3}(\boldsymbol{c})\right|\le 54$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left| f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right| = \left| R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right|$$

$$= \tfrac{1}{3!} \left| \frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c}) x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c}) x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c}) x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c}) y^3 \right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$

$$\left| \frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c}) \right| \leq 16, \left| \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c}) \right| \leq 24, \left| \frac{\partial^3 f}{\partial x y^2}(\boldsymbol{c}) \right| \leq 36, \left| \frac{\partial^3 f}{\partial y^3}(\boldsymbol{c}) \right| \leq 54$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y)=\ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10,1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon=\left|f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)-P_2f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|=\left|R_2f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$=\frac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3+3\frac{\partial^3 f}{x^2y}(\boldsymbol{c})x^2y+3\frac{\partial^3 f}{xy^2}(\boldsymbol{c})xy^2+\frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x=y=\frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10},\frac{1}{10}\right)$

$$\leq\frac{1}{3!}\left(\boxed{16}\left(\tfrac{1}{10}\right)^3+3\,\boxed{24}\left(\tfrac{1}{10}\right)^2\tfrac{1}{10}+3\,\boxed{36}\tfrac{1}{10}\left(\tfrac{1}{10}\right)^2+\boxed{54}\left(\tfrac{1}{10}\right)^3\right)$$

$$\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right|\leq 16,\ \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c})\right|\leq 24,\ \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x y^2}(\boldsymbol{c})\right|\leq 36,\ \left|\frac{\partial^3 f}{\partial y^3}(\boldsymbol{c})\right|\leq 54$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left|f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right| = \left|R_2 f\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)\right|$$

$$= \tfrac{1}{3!}\left|\frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c})x^3 + 3\frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c})x^2 y + 3\frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c})xy^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c})y^3\right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\tfrac{1}{10},\tfrac{1}{10}\right)$

$$\leq \tfrac{1}{3!}\left(16\left(\tfrac{1}{10}\right)^3 + 3\,24\left(\tfrac{1}{10}\right)^2\tfrac{1}{10} + 3\,36\tfrac{1}{10}\left(\tfrac{1}{10}\right)^2 + 54\left(\tfrac{1}{10}\right)^3\right)$$

$$= \tfrac{16+72+108+54}{3!\cdot 10^3} = \tfrac{125}{3}10^{-3}$$

$$\left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}(\boldsymbol{c})\right| \leq 16, \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 y}(\boldsymbol{c})\right| \leq 24, \left|\frac{\partial^3 f}{\partial x y^2}(\boldsymbol{c})\right| \leq 36, \left|\frac{\partial^3 f}{\partial y^3}(\boldsymbol{c})\right| \leq 54$$

Problema 1

Donada la funció $f(x,y) = \ln(1+2x+3y)$:

a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de f al punt $(0,0)$.

b) Utilitzant el polinomi obtingut, calculeu un valor aproximat per a $f(1/10, 1/10)$ i fiteu l'error.

$$\varepsilon = \left| f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) - P_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right| = \left| R_2 f\left(\tfrac{1}{10}, \tfrac{1}{10}\right) \right|$$

$$= \frac{1}{3!} \left| \frac{\partial^3 f}{x^3}(\boldsymbol{c}) x^3 + 3 \frac{\partial^3 f}{x^2 y}(\boldsymbol{c}) x^2 y + 3 \frac{\partial^3 f}{x y^2}(\boldsymbol{c}) x y^2 + \frac{\partial^3 f}{y^3}(\boldsymbol{c}) y^3 \right|$$

on $x = y = \frac{1}{10}$ i $\boldsymbol{c}$ és un punt de $\mathbb{R}^2$ entre $(0,0)$ i $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right)$

$$\leq \frac{1}{3!} \left(16 \left(\tfrac{1}{10}\right)^3 + 3\, 24 \left(\tfrac{1}{10}\right)^2 \tfrac{1}{10} + 3\, 36 \tfrac{1}{10} \left(\tfrac{1}{10}\right)^2 + 54 \left(\tfrac{1}{10}\right)^3 \right)$$

$$= \frac{16+72+108+54}{3! \cdot 10^3} = \frac{125}{3} 10^{-3}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$f(x,y) = \sqrt[3]{xy} = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$f(x,y) = \sqrt[3]{xy} = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_x(x,y) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$f(x, y) = \sqrt[3]{xy} = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_x(x, y) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}} \implies f'_x(1,1) = \frac{1}{3}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$f(x,y) = \sqrt[3]{xy} = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_x(x,y) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}} \implies f'_x(1,1) = \frac{1}{3}$$

$$f'_y(x,y) = \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}} y^{-\frac{2}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$f(x,y) = \sqrt[3]{xy} = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_x(x,y) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}} \implies f'_x(1,1) = \frac{1}{3}$$

$$f'_y(x,y) = \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}} y^{-\frac{2}{3}} \implies f'_y(1,1) = \frac{1}{3}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$f(x,y) = \sqrt[3]{xy} = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_x(x,y) = \tfrac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}} \implies f'_x(1,1) = \tfrac{1}{3}$$

$$f'_y(x,y) = \tfrac{1}{3} x^{\frac{1}{3}} y^{-\frac{2}{3}} \implies f'_y(1,1) = \tfrac{1}{3}$$

$$z = 1 + \tfrac{1}{3}(x-1) + \tfrac{1}{3}(y-1)$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$f(x,y) = \sqrt[3]{xy} = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_x(x,y) = \tfrac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}} \implies f'_x(1,1) = \tfrac{1}{3}$$

$$f'_y(x,y) = \tfrac{1}{3} x^{\frac{1}{3}} y^{-\frac{2}{3}} \implies f'_y(1,1) = \tfrac{1}{3}$$

$$z = 1 + \tfrac{1}{3}(x-1) + \tfrac{1}{3}(y-1)$$

$$x + y - 3z + 1 = 0$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

---

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$f(x,y) = \sqrt[3]{xy} = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_x(x,y) = \tfrac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}} \Longrightarrow f'_x(1,1) = \tfrac{1}{3}$$

$$f'_y(x,y) = \tfrac{1}{3} x^{\frac{1}{3}} y^{-\frac{2}{3}} \Longrightarrow f'_y(1,1) = \tfrac{1}{3}$$

$$z = 1 + \tfrac{1}{3}(x-1) + \tfrac{1}{3}(y-1)$$

$$\boxed{x + y - 3z + 1 = 0}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

b) Polinomi de Taylor de grau 1 de f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = 1 + \tfrac{1}{3}(x-1) + \tfrac{1}{3}(y-1)$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

b) Polinomi de Taylor de grau 1 de f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$z = 1 + \tfrac{1}{3}(x-1) + \tfrac{1}{3}(y-1)$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

b) Polinomi de Taylor de grau 1 de f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$P_1(x,y) = 1 + \tfrac{1}{3}(x-1) + \tfrac{1}{3}(y-1)$$

$$z = 1 + \tfrac{1}{3}(x-1) + \tfrac{1}{3}(y-1)$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1, 1) + f'_x(1, 1)(x - 1) + f'_y(1, 1)(y - 1)$$

b) Polinomi de Taylor de grau 1 de f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1, 1) + f'_x(1, 1)(x - 1) + f'_y(1, 1)(y - 1)$$

$$P_1(x, y) = 1 + \tfrac{1}{3}(x - 1) + \tfrac{1}{3}(y - 1)$$

$$\sqrt[3]{0.99 \cdot 1.01} = f(0.99, 1.01)$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1,1,1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

---

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1,1,1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

b) Polinomi de Taylor de grau 1 de f en el punt $P = (1,1,1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$P_1(x,y) = 1 + \tfrac{1}{3}(x-1) + \tfrac{1}{3}(y-1)$$

$$\sqrt[3]{0.99 \cdot 1.01} = f(0.99, 1.01)$$

$$\approx P_1(0.99, 1.01) = 1 + \tfrac{1}{3}(0.99-1) + \tfrac{1}{3}(1.01-1) = 1$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

a) Pla tangent a f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

b) Polinomi de Taylor de grau 1 de f en el punt $P = (1, 1, 1)$:

$$z = f(1,1) + f'_x(1,1)(x-1) + f'_y(1,1)(y-1)$$

$$P_1(x,y) = 1 + \tfrac{1}{3}(x-1) + \tfrac{1}{3}(y-1)$$

$$\sqrt[3]{0.99 \cdot 1.01} = f(0.99, 1.01)$$

$$\approx P_1(0.99, 1.01) = 1 + \tfrac{1}{3}(0.99-1) + \tfrac{1}{3}(1.01-1) = 1$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = |f(0.99, 1.01) - P_1(0.99, 1.01)| = |R_1(0.99, 1.01)| =$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = |f(0.99, 1.01) - P_1(0.99, 1.01)| = |R_1(0.99, 1.01)| =$$

$$= \frac{1}{2!}\left| f''_{xx}(\boldsymbol{c})(0.99-1)^2 + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})(0.99-1)(1.01-1) + \right.$$

$$\left. + f''_{yy}(\boldsymbol{c})(1.01-1)^2 \right|$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = |f(0.99, 1.01) - P_1(0.99, 1.01)| = |R_1(0.99, 1.01)| =$$

$$= \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})(0.99-1)^2 + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})(0.99-1)(1.01-1) + \right.$$
$$\left. + f''_{yy}(\boldsymbol{c})(1.01-1)^2\right|$$

$$= \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1,1,1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

$$f'_x(x,y) = \tfrac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_y(x,y) = \tfrac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

$$f'_x(x, y) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_y(x, y) = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$$

$$f''_{xx} = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{1}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!} \left| f''_{xx}(\boldsymbol{c}) 10^{-4} + 2 f''_{xy}(\boldsymbol{c}) 10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c}) 10^{-4} \right|$$

$$f'_x(x, y) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_y(x, y) = \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}} y^{-\frac{2}{3}}$$

$$f''_{xx} = -\frac{2}{9} x^{-\frac{5}{3}} y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f''_{xx}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9} c_1^{-\frac{5}{3}} c_2^{\frac{1}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

$$f'_x(x, y) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$$
$$f'_y(x, y) = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$$

$$f''_{xx} = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f''_{xx}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{-\frac{5}{3}}c_2^{\frac{1}{3}}$$

$$f''_{yy} = -\frac{2}{9}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{5}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

$$f'_x(x,y) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_y(x,y) = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$$

$$f''_{xx} = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f''_{xx}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{-\frac{5}{3}}c_2^{\frac{1}{3}}$$

$$f''_{yy} = -\frac{2}{9}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{5}{3}} \Rightarrow f''_{yy}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{\frac{1}{3}}c_2^{-\frac{5}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

$$f'_x(x, y) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_y(x, y) = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$$

$$f''_{xx} = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f''_{xx}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{-\frac{5}{3}}c_2^{\frac{1}{3}}$$

$$f''_{yy} = -\frac{2}{9}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{5}{3}} \Rightarrow f''_{yy}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{\frac{1}{3}}c_2^{-\frac{5}{3}}$$

$$f''_{xy} = f''_{yx} = \frac{1}{9}x^{-\frac{2}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

$$f'_x(x,y) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$$

$$f'_y(x,y) = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{2}{3}}$$

$$f''_{xx} = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f''_{xx}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{-\frac{5}{3}}c_2^{\frac{1}{3}}$$

$$f''_{yy} = -\frac{2}{9}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{5}{3}} \Rightarrow f''_{yy}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{\frac{1}{3}}c_2^{-\frac{5}{3}}$$

$$f''_{xy} = f''_{yx} = \frac{1}{9}x^{-\frac{2}{3}}y^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow f''_{xy}(\boldsymbol{c}) = f''_{xy}(\boldsymbol{c}) = \frac{1}{9}c_1^{-\frac{2}{3}}c_2^{-\frac{2}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

$$f''_{xx} = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f''_{xx}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{-\frac{5}{3}}c_2^{\frac{1}{3}}$$

$$f''_{yy} = -\frac{2}{9}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{5}{3}} \Rightarrow f''_{yy}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{\frac{1}{3}}c_2^{-\frac{5}{3}}$$

$$f''_{xy} = f''_{yx} = \frac{1}{9}x^{-\frac{2}{3}}y^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow f''_{xy}(\boldsymbol{c}) = f''_{xy}(\boldsymbol{c}) = \frac{1}{9}c_1^{-\frac{2}{3}}c_2^{-\frac{2}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

$$= \frac{10^{-4}}{2}\left|-\frac{2}{9}c_1^{-\frac{5}{3}}c_2^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{9}c_1^{-\frac{2}{3}}c_2^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{9}c_1^{\frac{1}{3}}c_2^{-\frac{5}{3}}\right|$$

$$f''_{xx} = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f''_{xx}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{-\frac{5}{3}}c_2^{\frac{1}{3}}$$

$$f''_{yy} = -\frac{2}{9}x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{5}{3}} \Rightarrow f''_{yy}(\boldsymbol{c}) = -\frac{2}{9}c_1^{\frac{1}{3}}c_2^{-\frac{5}{3}}$$

$$f''_{xy} = f''_{yx} = \frac{1}{9}x^{-\frac{2}{3}}y^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow f''_{xy}(\boldsymbol{c}) = f''_{xy}(\boldsymbol{c}) = \frac{1}{9}c_1^{-\frac{2}{3}}c_2^{-\frac{2}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{1}{2!}\left|f''_{xx}(\boldsymbol{c})10^{-4} + 2f''_{xy}(\boldsymbol{c})10^{-4} + f''_{yy}(\boldsymbol{c})10^{-4}\right|$$

$$= \frac{10^{-4}}{2}\left|-\frac{2}{9}c_1^{-\frac{5}{3}}c_2^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{9}c_1^{-\frac{2}{3}}c_2^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{9}c_1^{\frac{1}{3}}c_2^{-\frac{5}{3}}\right|$$

$$= \frac{10^{-4}}{9}\left(c_1^{-\frac{5}{3}}c_2^{\frac{1}{3}} + c_1^{-\frac{2}{3}}c_2^{-\frac{2}{3}} + c_1^{\frac{1}{3}}c_2^{-\frac{5}{3}}\right) = \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{c_2^2+c_1c_2+c_1^2}{c_1^{\frac{5}{3}}c_2^{\frac{5}{3}}}$$

$$= \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{c_2^2+c_1c_2+c_1^2}{c_1^2c_2^2} \cdot c_1^{\frac{1}{3}}c_2^{\frac{1}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{c_2^2 + c_1 c_2 + c_1^2}{c_1^2 c_2^2} \cdot c_1^{\frac{1}{3}} \cdot c_2^{\frac{1}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{c_2^2 + c_1 c_2 + c_1^2}{c_1^2 c_2^2} \cdot c_1^{\frac{1}{3}} \cdot c_2^{\frac{1}{3}}$$

on $\boldsymbol{c}$ és un punt entre $(1, 1)$ i $(0.99, 1.01)$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{c_2^2 + c_1 c_2 + c_1^2}{c_1^2 c_2^2} \cdot c_1^{\frac{1}{3}} \cdot c_2^{\frac{1}{3}}$$

on $\boldsymbol{c}$ és un punt entre $(1, 1)$ i $(0.99, 1.01) \Rightarrow \begin{cases} 0.99 < c_1 < 1 \\ 1 < c_2 < 1.01 \end{cases}$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{c_2^2 + c_1 c_2 + c_1^2}{c_1^2 c_2^2} \cdot c_1^{\frac{1}{3}} \cdot c_2^{\frac{1}{3}}$$

on $\boldsymbol{c}$ és un punt entre $(1, 1)$ i $(0.99, 1.01) \Rightarrow \begin{cases} 0.99 < c_1 < 1 \\ 1 < c_2 < 1.01 \end{cases}$

$$\varepsilon \leq \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{(1.01)^2 + 1 \cdot 1.01 + 1}{(0.99 \cdot 1)^2} \cdot 1^{\frac{1}{3}} \cdot 1.01^{\frac{1}{3}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{c_2^2 + c_1 c_2 + c_1^2}{c_1^2 c_2^2} \cdot c_1^{\frac{1}{3}} \cdot c_2^{\frac{1}{3}}$$

on $\boldsymbol{c}$ és un punt entre $(1, 1)$ i $(0.99, 1.01) \Rightarrow \begin{cases} 0.99 < c_1 < 1 \\ 1 < c_2 < 1.01 \end{cases}$

$$\varepsilon \leq \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{(1.01)^2 + 1 \cdot 1.01 + 1}{(0.99 \cdot 1)^2} \cdot 1^{\frac{1}{3}} \cdot 1.01^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1.0201 + 1.01 + 1}{9 \cdot 0.9801} \cdot \sqrt[3]{1.01} \cdot 10^{-4}$$

$$\leq \frac{3.0301}{8.8209} \cdot 1.01 \cdot 10^{-4} < 0.5 \cdot 10^{-4}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Error de l'aproximació:

$$\varepsilon = \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{c_2^2 + c_1 c_2 + c_1^2}{c_1^2 c_2^2} \cdot c_1^{\frac{1}{3}} \cdot c_2^{\frac{1}{3}}$$

on $\boldsymbol{c}$ és un punt entre $(1, 1)$ i $(0.99, 1.01) \Rightarrow \begin{cases} 0.99 < c_1 < 1 \\ 1 < c_2 < 1.01 \end{cases}$

$$\boxed{\varepsilon} \leq \frac{10^{-4}}{9} \cdot \frac{(1.01)^2 + 1 \cdot 1.01 + 1}{(0.99 \cdot 1)^2} \cdot 1^{\frac{1}{3}} \cdot 1.01^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1.0201 + 1.01 + 1}{9 \cdot 0.9801} \cdot \sqrt[3]{1.01} \cdot 10^{-4}$$

$$\leq \frac{3.0301}{8.8209} \cdot 1.01 \cdot 10^{-4} \boxed{< 0.5 \cdot 10^{-4}}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Una darrera observació:

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Una darrera observació:

Com que $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01} = \sqrt[3]{0.9999}$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Una darrera observació:

Com que $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01} = \sqrt[3]{0.9999}$

aquest apartat també es pot resoldre mitjançant el polinomi de Taylor d'una funció d'una sola variable:

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

b) Una darrera observació:

Com que $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01} = \sqrt[3]{0.9999}$

aquest apartat també es pot resoldre mitjançant el polinomi de Taylor d'una funció d'una sola variable:

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

Problema 2

a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície $z = \sqrt[3]{xy}$ en el punt $P = (1, 1, 1)$.

b) Mitjançant un polinomi de Taylor de grau 1, calculeu aproximadament $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01}$. Fiteu l'error comés.

---

b) Una darrera observació:

Com que $\sqrt[3]{0.99 \times 1.01} = \sqrt[3]{0.9999}$

aquest apartat també es pot resoldre mitjançant el polinomi de Taylor d'una funció d'una sola variable:

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

centrant el polinomi de Taylor en el punt 1.

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

d) $f(x,y) = x^2y^2\ (1 - x - y)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x, y) = 3x^2 - 9y = 0 \xrightarrow{\cdot x} 3x^3 - 9xy = 0$$
$$f'_y(x, y) = 3y^2 - 9x = 0 \xrightarrow{\cdot y} 3y^3 - 9xy = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \overset{\cdot x}{\Longrightarrow} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \overset{\cdot y}{\Longrightarrow} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \stackrel{\cdot x}{\Longrightarrow} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \stackrel{\cdot y}{\Longrightarrow} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \xrightarrow{\cdot x} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \xrightarrow{\cdot y} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

Cas 1: $(x - y) = 0$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \xrightarrow{\cdot x} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \xrightarrow{\cdot y} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

Cas 1: $(x - y) = 0$

$$x = y$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \overset{\cdot x}{\Longrightarrow} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \overset{\cdot y}{\Longrightarrow} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

Cas 1: $(x-y) = 0$

$$x = y$$

$$0 = 3x^2 - 9y = 3x^2 - 9x = 3x(x-3)$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \xrightarrow{\cdot x} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \xrightarrow{\cdot y} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

Cas 1: $(x-y) = 0$

$$x = y$$

$$0 = 3x^2 - 9y = 3x^2 - 9x = 3x(x-3) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \overset{\cdot x}{\Longrightarrow} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \overset{\cdot y}{\Longrightarrow} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

Cas 1: $(x-y) = 0$ Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

$$x = y$$

$$0 = 3x^2 - 9y = 3x^2 - 9x = 3x(x-3) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \stackrel{\cdot x}{\Longrightarrow} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \stackrel{\cdot y}{\Longrightarrow} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

Cas 1: $(x - y) = 0$ Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Cas 2: $(x^2 + xy + y^2) = 0$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \xRightarrow{\cdot x} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \xRightarrow{\cdot y} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

Cas 1: $(x-y) = 0$ Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Cas 2: $(x^2 + xy + y^2) = 0$

$$0 = x^2 + xy + y^2 = \left(x^2 + 2x\tfrac{y}{2} + \tfrac{y^2}{4}\right) + \tfrac{3y^2}{4}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \stackrel{\cdot x}{\Longrightarrow} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \stackrel{\cdot y}{\Longrightarrow} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

Cas 1: $(x - y) = 0$ Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Cas 2: $(x^2 + xy + y^2) = 0$

$$0 = x^2 + xy + y^2 = \left(x^2 + 2x\frac{y}{2} + \frac{y^2}{4}\right) + \frac{3y^2}{4}$$

$$= \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{y}{2}\right)^2 = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \overset{\cdot x}{\Longrightarrow} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \overset{\cdot y}{\Longrightarrow} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2+xy+y^2) = 0$$

Cas 1: $(x-y) = 0$ Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Cas 2: $(x^2+xy+y^2) = 0$

$$0 = x^2 + xy + y^2 = \left(x^2 + 2x\frac{y}{2} + \frac{y^2}{4}\right) + \frac{3y^2}{4}$$

$$= \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{y}{2}\right)^2 = 0 \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x + \frac{y}{2} = 0 \\ y = 0 \end{array}\right.$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \overset{\cdot x}{\Longrightarrow} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \overset{\cdot y}{\Longrightarrow} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

Cas 1: $(x - y) = 0$ Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Cas 2: $(x^2 + xy + y^2) = 0$ Punt crític: $(0,0)$

$$0 = x^2 + xy + y^2 = \left(x^2 + 2x\frac{y}{2} + \frac{y^2}{4}\right) + \frac{3y^2}{4}$$

$$= \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{y}{2}\right)^2 = 0 \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x + \frac{y}{2} = 0 \\ y = 0 \end{array}\right.$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0 \xrightarrow{\cdot x} 3x^3 - 9xy = 0 \\ f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0 \xrightarrow{\cdot y} 3y^3 - 9xy = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3(x^3 - y^3) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x-y)(x^2+xy+y^2) = 0$$

Cas 1: $(x-y) = 0$ Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Cas 2: $(x^2+xy+y^2) = 0$ Punt crític: $(0,0)$

$$0 = x^2 + xy + y^2 = \left(x^2 + 2x\frac{y}{2} + \frac{y^2}{4}\right) + \frac{3y^2}{4}$$

$$= \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{y}{2}\right)^2 = 0 \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x + \frac{y}{2} = 0 \\ y = 0 \end{array}\right.$$

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = 6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = -9$$
$$f''_{yy}(x,y) = 6y$$

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = 6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = -9$$
$$f''_{yy}(x,y) = 6y$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 6x & -9 \\ -9 & 6y \end{pmatrix}$$

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = 6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = -9$$
$$f''_{yy}(x,y) = 6y$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 6x & -9 \\ -9 & 6y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 6x \\ \triangle_2 = 36xy - 81 \end{cases}$$

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = 6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = -9$$
$$f''_{yy}(x,y) = 6y$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 6x & -9 \\ -9 & 6y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 6x \\ \triangle_2 = 36xy - 81 \end{cases}$$

Punt $(0,0)$:

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = 6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = -9$$
$$f''_{yy}(x,y) = 6y$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 6x & -9 \\ -9 & 6y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 6x \\ \triangle_2 = 36xy - 81 \end{cases}$$

Punt $(0,0)$:

$$\triangle_1(0,0) = 6 \times 0 = 0$$
$$\triangle_2(0,0) = 36 \times 0 \times 0 - 81 = -81 < 0$$

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = 6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = -9$$
$$f''_{yy}(x,y) = 6y$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 6x & -9 \\ -9 & 6y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 6x \\ \triangle_2 = 36xy - 81 \end{cases}$$

Punt $(0,0)$: punt de sella

$$\triangle_1(0,0) = 6 \times 0 = 0$$
$$\triangle_2(0,0) = 36 \times 0 \times 0 - 81 = -81 < 0$$

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = 6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = -9$$
$$f''_{yy}(x,y) = 6y$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 6x & -9 \\ -9 & 6y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 6x \\ \triangle_2 = 36xy - 81 \end{cases}$$

Punt $(0,0)$: punt de sella

Punt $(3,3)$:

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = 6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = -9$$
$$f''_{yy}(x,y) = 6y$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 6x & -9 \\ -9 & 6y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 6x \\ \triangle_2 = 36xy - 81 \end{cases}$$

Punt $(0,0)$: punt de sella

Punt $(3,3)$:

$$\triangle_1(3,3) = 6 \times 3 = 18 > 0$$
$$\triangle_2(3,3) = 36 \times 3 \times 3 - 81 = 243 > 0$$

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = 6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = -9$$
$$f''_{yy}(x,y) = 6y$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 6x & -9 \\ -9 & 6y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 6x \\ \triangle_2 = 36xy - 81 \end{cases}$$

Punt $(0,0)$: punt de sella

Punt $(3,3)$: mínim local o relatiu

$$\triangle_1(3,3) = 6 \times 3 = 18 > 0$$
$$\triangle_2(3,3) = 36 \times 3 \times 3 - 81 = 243 > 0$$

Punts crítics: $(0,0)$ i $(3,3)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$

$$f'_x(x,y) = 3x^2 - 9y = 0$$
$$f'_y(x,y) = 3y^2 - 9x = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = 6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = -9$$
$$f''_{yy}(x,y) = 6y$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 6x & -9 \\ -9 & 6y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 6x \\ \triangle_2 = 36xy - 81 \end{cases}$$

Punt $(0,0)$: punt de sella

Punt $(3,3)$: mínim local o relatiu

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x, y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

$$f'_x(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)(x-1) = 0$$
$$f'_y(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)(y-1) = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

$$f'_x(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)(x-1) = 0$$
$$f'_y(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)(y-1) = 0$$

Cas 1:

$$x - 1 = 0$$
$$y - 1 = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

$$f'_x(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)(x-1) = 0$$
$$f'_y(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)(y-1) = 0$$

Cas 1: punt $(1,1)$

$$x - 1 = 0$$
$$y - 1 = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

$$f'_x(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)(x-1) = 0$$
$$f'_y(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)(y-1) = 0$$

Cas 1: punt $(1,1)$

Cas 2: punts $P = (x,y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

$$f'_x(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)(x-1) = 0$$
$$f'_y(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)(y-1) = 0$$

Cas 1: punt $(1,1)$

Cas 2: punts $P = (x,y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

$$f''_{xx}(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 8(x-1)^2$$
$$f''_{yy}(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 128(y-1)^2$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx} = 32(x-1)(y-1)$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1,1)$

Cas 2: punts $P = (x,y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

$$f''_{xx}(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 8(x-1)^2$$
$$f''_{yy}(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 128(y-1)^2$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx} = 32(x-1)(y-1)$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1,1)$

Cas 2: punts $P = (x,y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

$$f''_{xx}(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 8(x-1)^2$$
$$f''_{yy}(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 128(y-1)^2$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx} = 32(x-1)(y-1)$$

$$\mathcal{H}(1,1) = \begin{pmatrix} -20 & 0 \\ 0 & -80 \end{pmatrix}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1,1)$

Cas 2: punts $P = (x,y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

$$f''_{xx}(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 8(x-1)^2$$
$$f''_{yy}(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 128(y-1)^2$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx} = 32(x-1)(y-1)$$

$$\mathcal{H}(1,1) = \begin{pmatrix} -20 & 0 \\ 0 & -80 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = -20 < 0 \\ \triangle_2 = 1600 > 0 \end{cases}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1,1)$ màxim relatiu o local

Cas 2: punts $P = (x,y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

$$f''_{xx}(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 8(x-1)^2$$
$$f''_{yy}(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 128(y-1)^2$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx} = 32(x-1)(y-1)$$

$$\mathcal{H}(1,1) = \begin{pmatrix} -20 & 0 \\ 0 & -80 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = -20 < 0 \\ \triangle_2 = 1600 > 0 \end{cases}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x, y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1, 1)$ màxim relatiu o local

Cas 2: punts $P = (x, y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

$$f''_{xx}(x, y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 8(x - 1)^2$$
$$f''_{yy}(x, y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 128(y - 1)^2$$
$$f''_{xy}(x, y) = f''_{yx} = 32(x - 1)(y - 1)$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1,1)$ màxim relatiu o local

Cas 2: punts $P = (x,y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

$$f''_{xx}(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 8(x-1)^2$$
$$f''_{yy}(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 128(y-1)^2$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx} = 32(x-1)(y-1)$$

$$\det(\mathcal{H}(P)) = \left| \begin{array}{cc} 8(x-1)^2 & 32(x-1)(y-1) \\ 32(x-1)(y-1) & 128(y-1)^2 \end{array} \right|_P = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1,1)$ màxim relatiu o local

Cas 2: punts $P = (x,y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

$$f''_{xx}(x,y) = 4(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 8(x-1)^2$$
$$f''_{yy}(x,y) = 16(x^2 - 2x + 4y^2 - 8y) + 128(y-1)^2$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx} = 32(x-1)(y-1)$$

$$\det(\mathcal{H}(P)) = \left| \begin{array}{cc} 8(x-1)^2 & 32(x-1)(y-1) \\ 32(x-1)(y-1) & 128(y-1)^2 \end{array} \right|_P = 0$$

el criteri no decideix

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x,y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1,1)$ màxim relatiu o local

Cas 2: punts $P = (x,y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$ **?**

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x, y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1, 1)$ màxim relatiu o local

Cas 2: punts $P = (x, y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$?

$$f(P) = 0$$

Problema 3
Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:
b) $f(x, y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1, 1)$ màxim relatiu o local

Cas 2: punts $P = (x, y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$?

$f(P) = 0$

$f(x, y)$ és un quadrat perfecte

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x, y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1, 1)$ màxim relatiu o local

Cas 2: punts $P = (x, y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$?

$f(P) = 0$

$f(x, y)$ és un quadrat perfecte $\Rightarrow f(x, y) \geq 0 \; \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x, y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1, 1)$ màxim relatiu o local

Cas 2: punts $P = (x, y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

tots aquests punts són mínims relatius o locals

$$f(P) = 0$$

$f(x, y)$ és un quadrat perfecte $\Rightarrow f(x, y) \geq 0 \ \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

b) $f(x, y) = (x^2 - 2x + 4y^2 - 8y)^2$

Cas 1: punt $(1, 1)$ màxim relatiu o local

Cas 2: punts $P = (x, y)$ tals que $x^2 - 2x + 4y^2 - 8y = 0$

tots aquests punts són mínims relatius o locals

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$f'_x(x,y) = -3x^2 = 0$$
$$f'_y(x,y) = 2y = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = -3x^2 = 0 \\ f'_y(x,y) = 2y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{únic punt crític: } (0,0)$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = -3x^2 = 0 \\ f'_y(x,y) = 2y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{únic punt crític: } (0,0)$$

$$f''_{xx}(x,y) = -6x$$
$$f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = 0$$
$$f''_{yy}(x,y) = 2$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = -3x^2 = 0 \\ f'_y(x,y) = 2y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{únic punt crític: } (0,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} f''_{xx}(x,y) = -6x \\ f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = 0 \\ f''_{yy}(x,y) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H} = \begin{pmatrix} -6x & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = -3x^2 = 0 \\ f'_y(x,y) = 2y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{únic punt crític: } (0,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} f''_{xx}(x,y) = -6x \\ f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = 0 \\ f''_{yy}(x,y) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H} = \begin{pmatrix} -6x & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y)=y^2-x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y)=-3x^2=0 \\ f'_y(x,y)=2y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{únic punt crític: } (0,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} f''_{xx}(x,y)=-6x \\ f''_{xy}(x,y)=f''_{yx}(x,y)=0 \\ f''_{yy}(x,y)=2 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H}=\begin{pmatrix} -6x & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(0,0)=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \triangle_1=0 \\ \triangle_2=0 \end{array}\right.$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = -3x^2 = 0 \\ f'_y(x,y) = 2y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{únic punt crític: } (0,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} f''_{xx}(x,y) = -6x \\ f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = 0 \\ f''_{yy}(x,y) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H} = \begin{pmatrix} -6x & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \triangle_1 = 0 \\ \triangle_2 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \text{el criteri no decideix}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = -3x^2 = 0 \\ f'_y(x,y) = 2y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{únic punt crític: } (0,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} f''_{xx}(x,y) = -6x \\ f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = 0 \\ f''_{yy}(x,y) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H} = \begin{pmatrix} -6x & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \triangle_1 = 0 \\ \triangle_2 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \text{el criteri no decideix}$$

$$f(0,0) = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = -3x^2 = 0 \\ f'_y(x,y) = 2y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{únic punt crític: } (0,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} f''_{xx}(x,y) = -6x \\ f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = 0 \\ f''_{yy}(x,y) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H} = \begin{pmatrix} -6x & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \triangle_1 = 0 \\ \triangle_2 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \text{el criteri no decideix}$$

$$f(0,0) = 0$$

$$f(x,0) = -x^3$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = -3x^2 = 0 \\ f'_y(x,y) = 2y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{únic punt crític: } (0,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} f''_{xx}(x,y) = -6x \\ f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = 0 \\ f''_{yy}(x,y) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H} = \begin{pmatrix} -6x & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \triangle_1 = 0 \\ \triangle_2 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \text{el criteri no decideix}$$

$$f(0,0) = 0$$

$$f(x,0) = -x^3 = \left\{\begin{array}{ll} < 0 & \text{si } x > 0 \\ > 0 & \text{si } x < 0 \end{array}\right.$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = -3x^2 = 0 \\ f'_y(x,y) = 2y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{ únic punt crític: } (0,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} f''_{xx}(x,y) = -6x \\ f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = 0 \\ f''_{yy}(x,y) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H} = \begin{pmatrix} -6x & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \triangle_1 = 0 \\ \triangle_2 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \text{ el criteri no decideix}$$

$$f(0,0) = 0$$

$$f(x,0) = -x^3 = \left\{\begin{array}{ll} < 0 & \text{si } x > 0 \\ > 0 & \text{si } x < 0 \end{array}\right.$$

es tracta d'un punt de sella

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

c) $f(x,y) = y^2 - x^3$

$$\left.\begin{array}{l} f'_x(x,y) = -3x^2 = 0 \\ f'_y(x,y) = 2y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{únic punt crític: } (0,0)$$

$$\left.\begin{array}{l} f''_{xx}(x,y) = -6x \\ f''_{xy}(x,y) = f''_{yx}(x,y) = 0 \\ f''_{yy}(x,y) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H} = \begin{pmatrix} -6x & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \triangle_1 = 0 \\ \triangle_2 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \text{el criteri no decideix}$$

$$f(0,0) = 0$$

$$f(x,0) = -x^3 = \left\{\begin{array}{ll} < 0 & \text{si } x > 0 \\ > 0 & \text{si } x < 0 \end{array}\right.$$

es tracta d'un punt de sella $\Rightarrow$ f no té extrems locals

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$\begin{aligned} f'_x(x,y) &= \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0 \\ f'_y(x,y) &= \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0 \end{aligned}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$\begin{aligned} f'_x(x,y) &= \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0 \\ f'_y(x,y) &= \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0 \end{aligned}$$

Cas 1: $x = 0$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$f'_x(x,y) = \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0$$
$$f'_y(x,y) = \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0$$

Cas 1: $x = 0$ punts crítics: $(0, y)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$f'_x(x,y) = \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0$$
$$f'_y(x,y) = \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0$$

Cas 1: $x = 0$ punts crítics: $(0, y)$

Cas 2: $y = 0$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$f'_x(x,y) = \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0$$
$$f'_y(x,y) = \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0$$

Cas 1: $x = 0$ punts crítics: $(0, y)$

Cas 2: $y = 0$ punts crítics: $(x, 0)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$f'_x(x,y) = \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0$$
$$f'_y(x,y) = \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0$$

Cas 1: $x = 0$ punts crítics: $(0, y)$

Cas 2: $y = 0$ punts crítics: $(x, 0)$

Cas 3:

$$3x + 2y - 2 = 0$$
$$2 - 2x - 3y = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$f'_x(x,y) = \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0$$
$$f'_y(x,y) = \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0$$

Cas 1: $x = 0$ punts crítics: $(0, y)$

Cas 2: $y = 0$ punts crítics: $(x, 0)$

Cas 3:

$$\left.\begin{array}{r} 3x+2y-2=0 \\ 2-2x-3y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow x = y = \tfrac{2}{5}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$\begin{aligned} f'_x(x,y) &= \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0 \\ f'_y(x,y) &= \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0 \end{aligned}$$

Cas 1: $x = 0$ punts crítics: $(0, y)$

Cas 2: $y = 0$ punts crítics: $(x, 0)$

Cas 3: punt crític: $\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y - 2 = 0 \\ 2 - 2x - 3y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x = y = \frac{2}{5}$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$\begin{aligned} f'_x(x,y) = &\quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0 \\ f'_y(x,y) = &\quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0 \end{aligned}$$

Cas 1: $x = 0$ punts crítics: $(0,y)$

Cas 2: $y = 0$ punts crítics: $(x,0)$

Cas 3: punt crític: $\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

$$\left.\begin{aligned} 3x + 2y - 2 = 0 \\ 2 - 2x - 3y = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow x = y = \frac{2}{5}$$

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$\begin{aligned} f'_x(x,y) &= \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0 \\ f'_y(x,y) &= \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0 \end{aligned}$$

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$f'_x(x,y) = \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0$$
$$f'_y(x,y) = \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = \quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y)$$
$$f''_{yy}(x,y) = \quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x)$$
$$f''_{xy}(x,y) = \quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y)$$

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$\begin{aligned} f'_x(x,y) &= \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0 \\ f'_y(x,y) &= \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f''_{xx}(x,y) &= \quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y) \\ f''_{yy}(x,y) &= \quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x) \\ f''_{xy}(x,y) &= \quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y) \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}\left(\tfrac{2}{5}, \tfrac{2}{5}\right) = \begin{pmatrix} -\frac{24}{125} & -\frac{16}{125} \\ -\frac{16}{125} & -\frac{24}{125} \end{pmatrix}$$

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Problema 3
Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:
d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$\begin{aligned} f'_x(x,y) &= \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0 \\ f'_y(x,y) &= \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f''_{xx}(x,y) &= \quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y) \\ f''_{yy}(x,y) &= \quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x) \\ f''_{xy}(x,y) &= \quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y) \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}\left(\tfrac{2}{5},\tfrac{2}{5}\right) = \begin{pmatrix} -\frac{24}{125} & -\frac{16}{125} \\ -\frac{16}{125} & -\frac{24}{125} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 < 0 \\ \triangle_2 = \frac{(24)^2-(16)^2}{(125)^2} > 0 \end{cases}$$

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$$f(x,y) = x^2y^2(1-x-y) = x^2y^2 - x^3y^2 - x^2y^3$$

$$f'_x(x,y) = \quad 2xy^2 - 3x^2y^2 - 2xy^3 = xy^2(2-3x-2y) = 0$$
$$f'_y(x,y) = \quad 2x^2y - 2x^3y - 3x^2y^2 = x^2y(2-2x-3y) = 0$$

$$f''_{xx}(x,y) = \quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y)$$
$$f''_{yy}(x,y) = \quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x)$$
$$f''_{xy}(x,y) = \quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y)$$

$$\mathcal{H}\left(\tfrac{2}{5},\tfrac{2}{5}\right) = \begin{pmatrix} -\frac{24}{125} & -\frac{16}{125} \\ -\frac{16}{125} & -\frac{24}{125} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 < 0 \\ \triangle_2 = \frac{(24)^2-(16)^2}{(125)^2} > 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ màxim local o relatiu

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

$$
\begin{aligned}
f''_{xx}(x,y) = &\quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y) \\
f''_{yy}(x,y) = &\quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x) \\
f''_{xy}(x,y) = &\quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y)
\end{aligned}
$$

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

$$\begin{aligned} f''_{xx}(x,y) = &\quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y) \\ f''_{yy}(x,y) = &\quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x) \\ f''_{xy}(x,y) = &\quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y) \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}(0,y) = \begin{pmatrix} 2y^2(1-y) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

$$\begin{aligned} f''_{xx}(x,y) &= \quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y) \\ f''_{yy}(x,y) &= \quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x) \\ f''_{xy}(x,y) &= \quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y) \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}(0,y) = \begin{pmatrix} 2y^2(1-y) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 2y^2(1-y) \\ \triangle_2 = 0 \end{cases}$$

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

$$\begin{aligned} f''_{xx}(x,y) &= \quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y) \\ f''_{yy}(x,y) &= \quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x) \\ f''_{xy}(x,y) &= \quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y) \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}(0,y) = \begin{pmatrix} 2y^2(1-y) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 2y^2(1-y) \\ \triangle_2 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ el criteri no decideix

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

$$\begin{aligned} f''_{xx}(x,y) &= \quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y) \\ f''_{yy}(x,y) &= \quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x) \\ f''_{xy}(x,y) &= \quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y) \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}(x,0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2x^2(1-x) \end{pmatrix}$$

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

$$
\begin{aligned}
f''_{xx}(x,y) = &\quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y)\\
f''_{yy}(x,y) = &\quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x)\\
f''_{xy}(x,y) = &\quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y)
\end{aligned}
$$

$$
\mathcal{H}(x,0) = \left(\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 2x^2(1-x) \end{array}\right) \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 0 \\ \triangle_2 = 0 \end{cases}
$$

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

$$\begin{aligned}
f''_{xx}(x,y) = & \quad 2y^2 - 6xy^2 - 2y^3 = 2y^2(1-3x-y) \\
f''_{yy}(x,y) = & \quad 2x^2 - 2x^3 - 6x^2y = 2x^2(1-3y-x) \\
f''_{xy}(x,y) = & \quad 4xy - 6x^2y - 6xy^2 = 2xy(2-3x-3y)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{H}(x,0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2x^2(1-x) \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \triangle_1 = 0 \\ \triangle_2 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ el criteri no decideix

punts crítics: $(0,y), (x,0), \left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Problema 3
Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x, y) = x^2y^2(1 - x - y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0, y)$ i $(x, 0)$?

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

$$f(0,y) = f(x,0) = 0$$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

$f(0,y) = f(x,0) = 0$

Els altres punts on $f(x,y) = 0$
són els de la recta
$1 - x - y = 0$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

$f(0,y) = f(x,0) = 0$

Els altres punts on $f(x,y) = 0$ són els de la recta

$1 - x - y = 0$

$y = 1 - x$

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

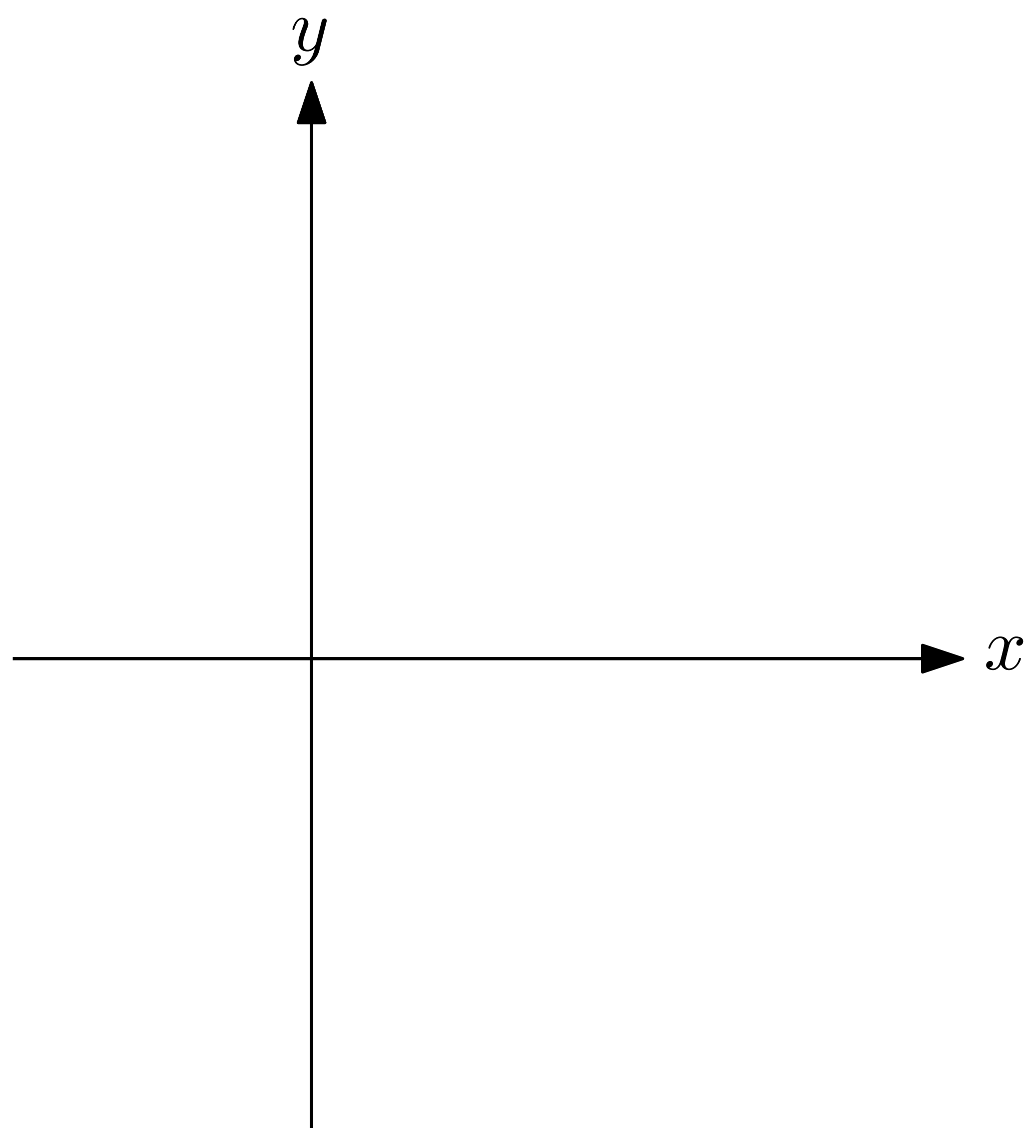
Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

$f(0,y) = f(x,0) = 0$

Els altres punts on $f(x,y) = 0$ són els de la recta

$1 - x - y = 0$

$y = 1 - x$



Problema 3
Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:
d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

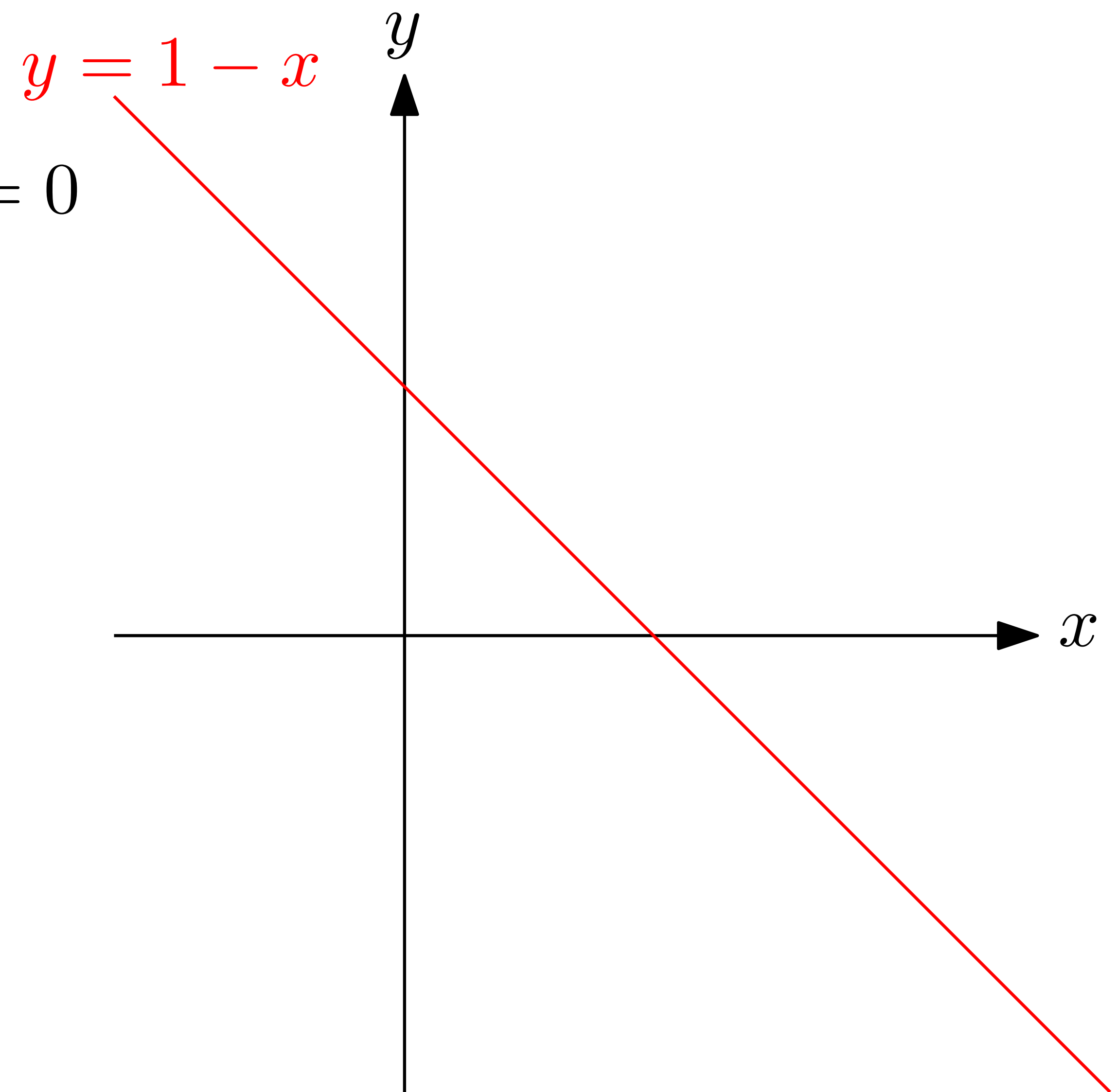
Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

$f(0,y) = f(x,0) = 0$

Els altres punts on $f(x,y) = 0$ són els de la recta

$1 - x - y = 0$

$y = 1 - x$



Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x, y) = x^2y^2(1 - x - y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

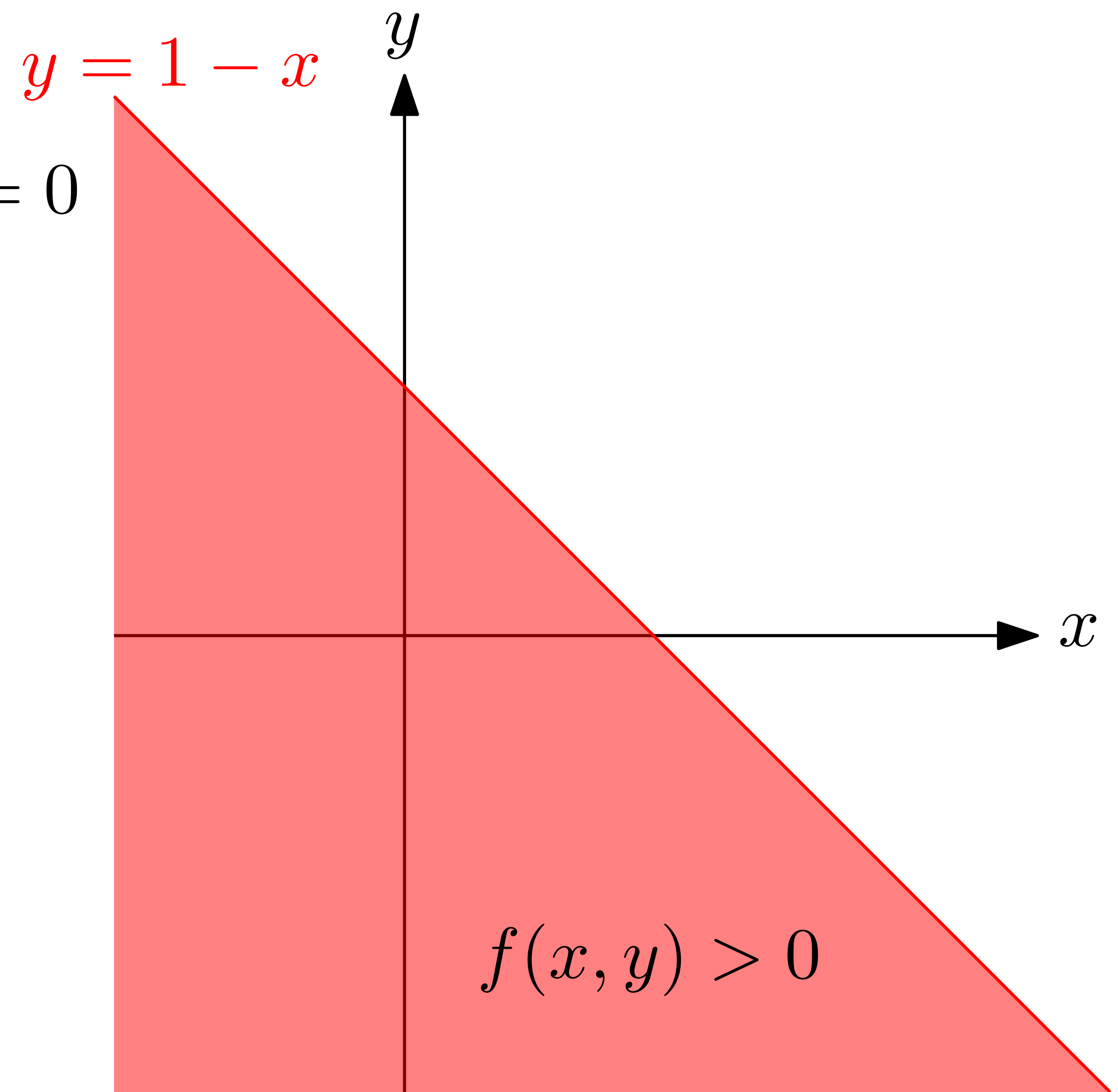
Què passa a $(0, y)$ i $(x, 0)$?

$f(0, y) = f(x, 0) = 0$

Els altres punts on $f(x, y) = 0$ són els de la recta

$1 - x - y = 0$

$y = 1 - x$



Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

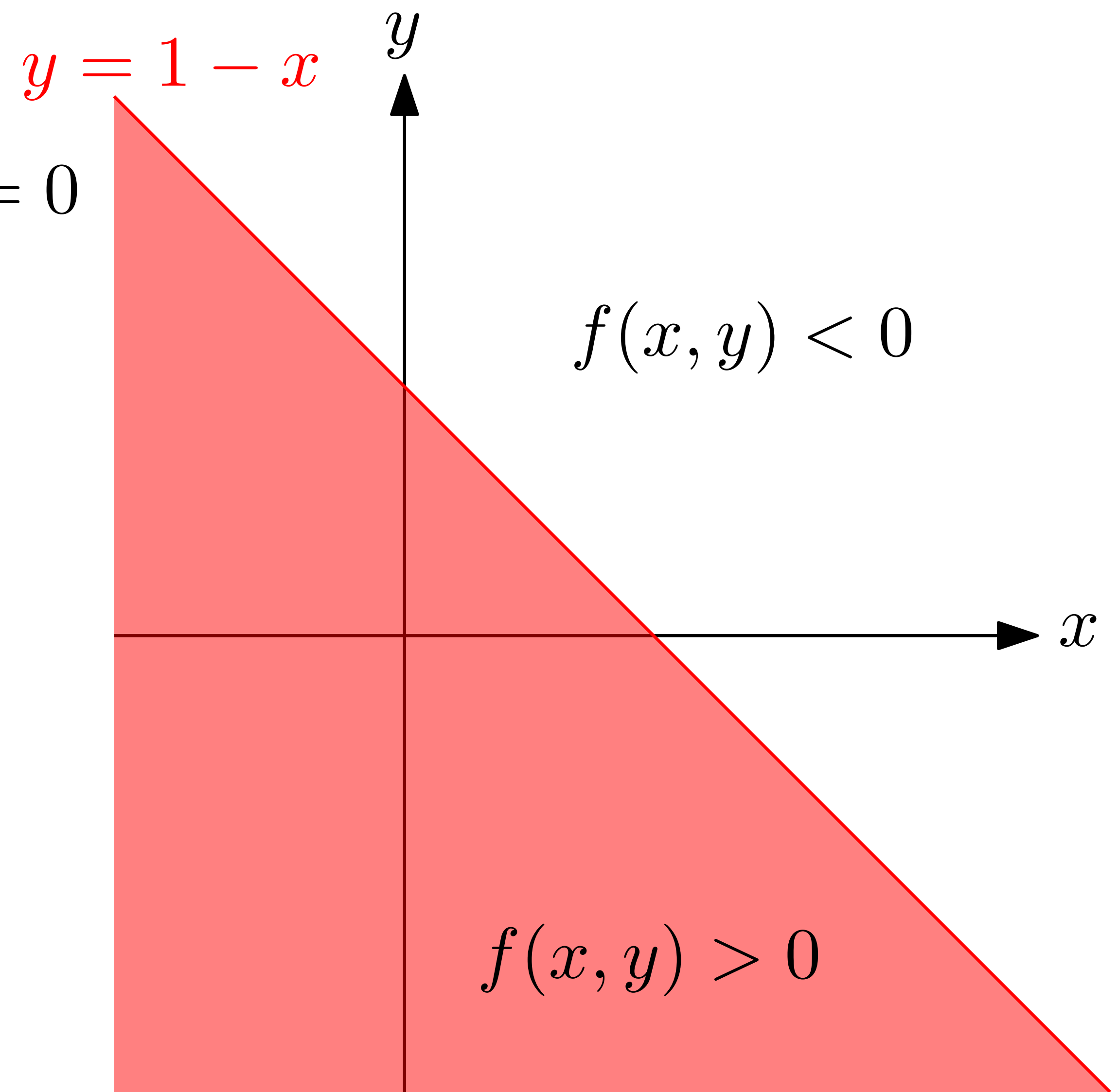
Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

$f(0,y) = f(x,0) = 0$

Els altres punts on $f(x,y)=0$ són els de la recta

$1-x-y=0$

$y = 1-x$



Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

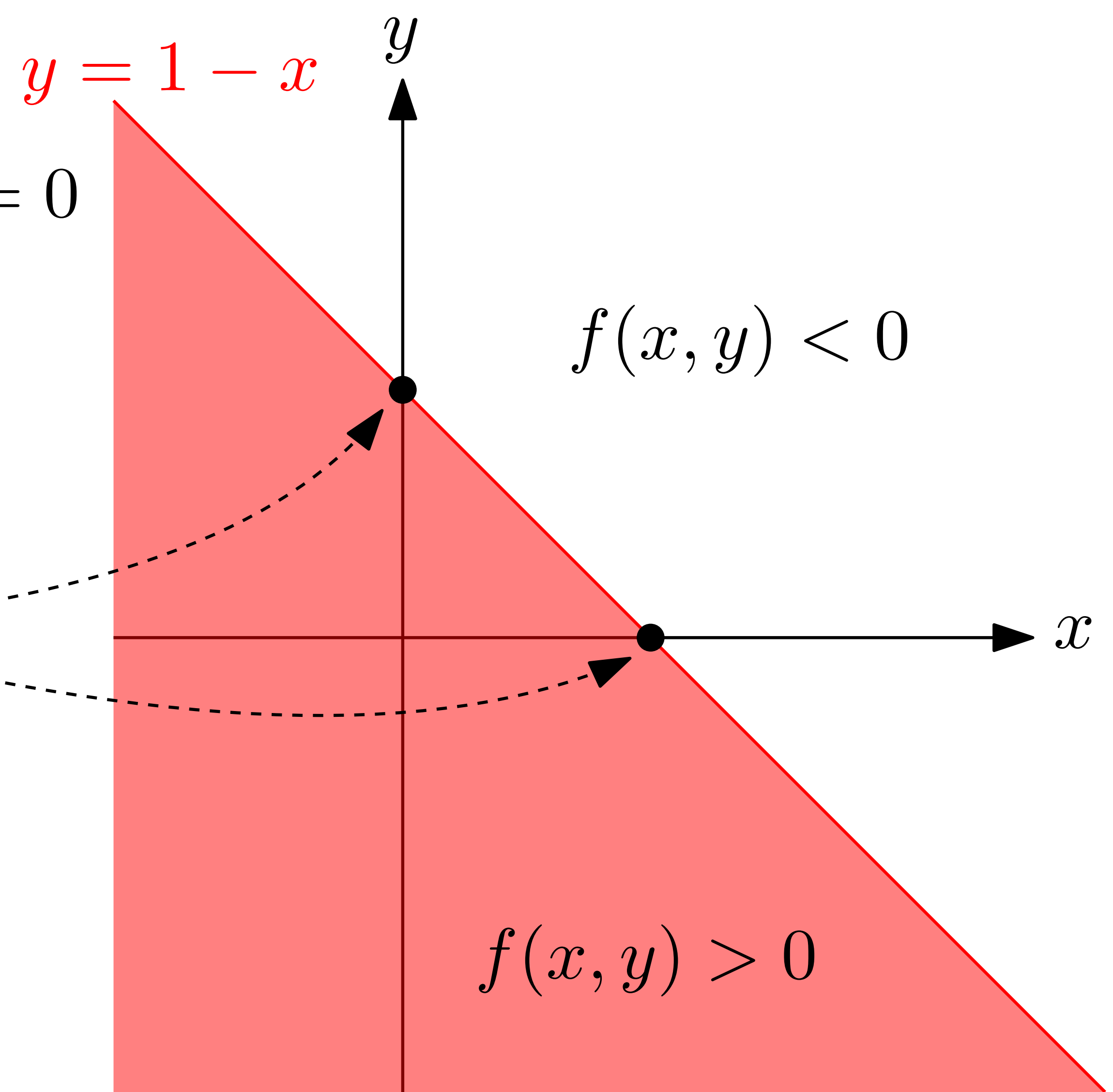
$f(0,y) = f(x,0) = 0$

Els altres punts on $f(x,y) = 0$ són els de la recta

$1 - x - y = 0$

$y = 1 - x$

punts de sella



Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

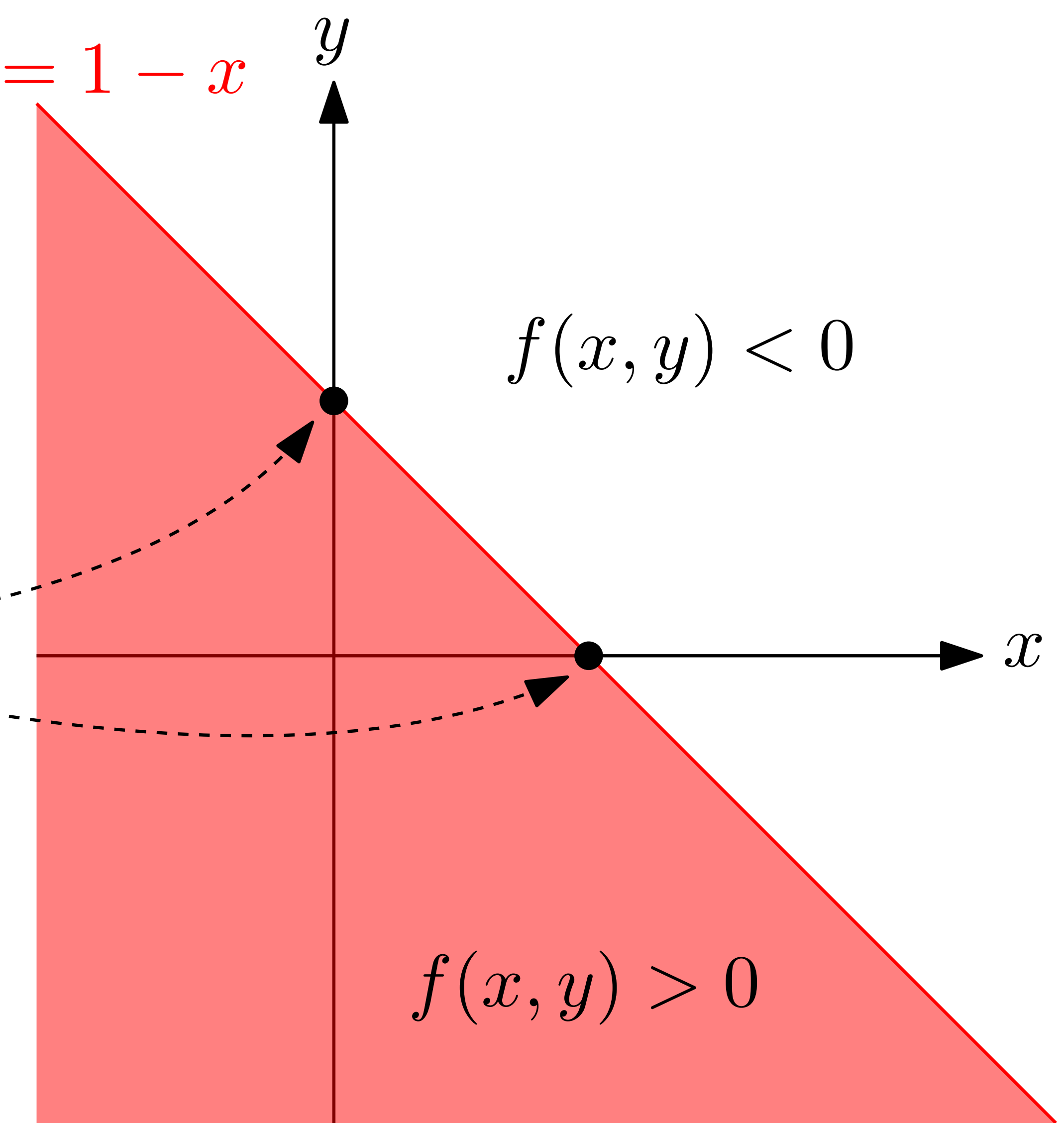
$f(0,y) = f(x,0) = 0$

Els altres punts on $f(x,y)=0$ són els de la recta

$1-x-y=0$

$y = 1-x$

$\left.\begin{matrix}(0,1)\\(1,0)\end{matrix}\right\}$ punts de sella



Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

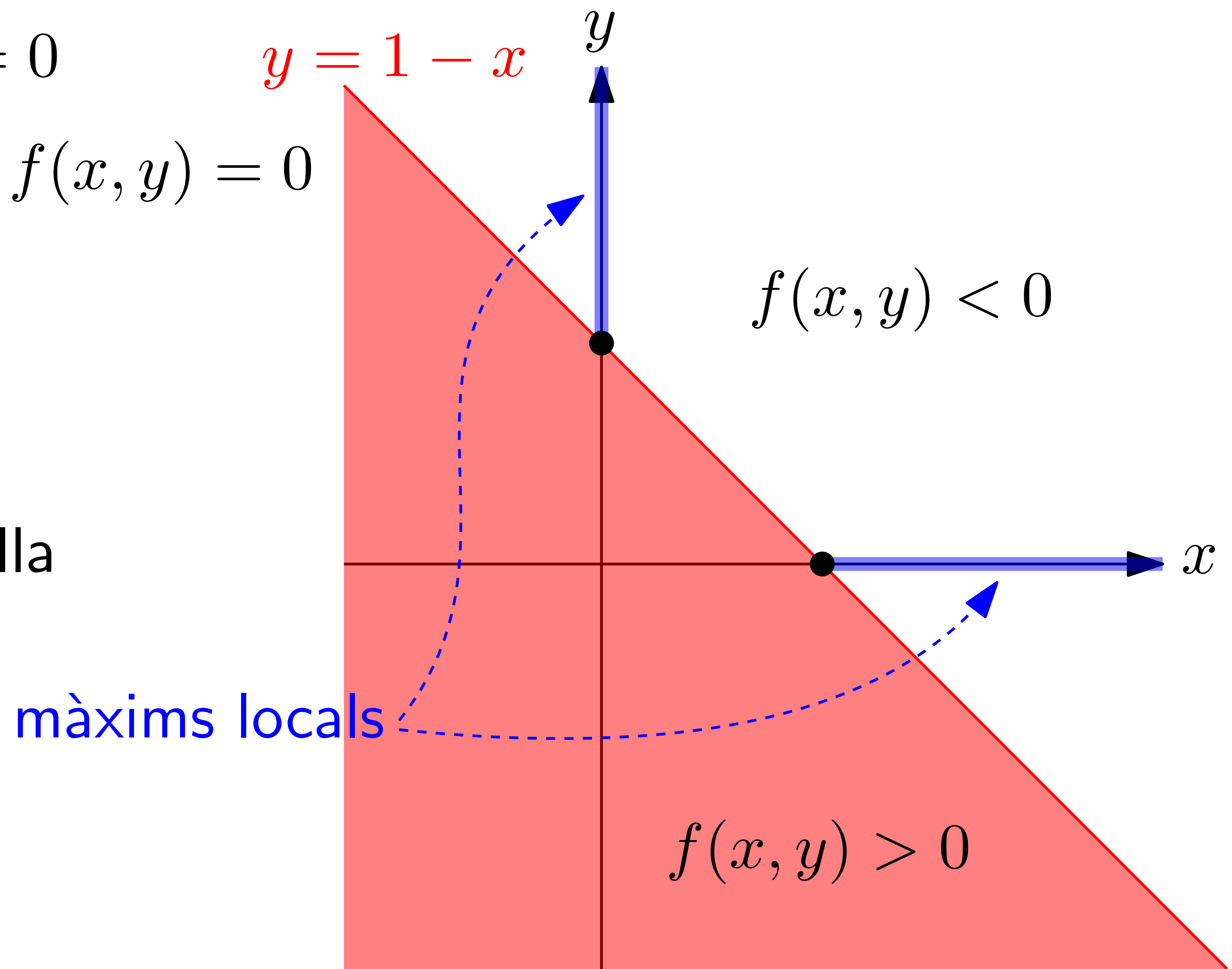
$f(0,y) = f(x,0) = 0$

Els altres punts on $f(x,y)=0$ són els de la recta

$1-x-y=0$

$y = 1-x$

$\left.\begin{matrix}(0,1)\\(1,0)\end{matrix}\right\}$ punts de sella



Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

$f(0,y) = f(x,0) = 0$

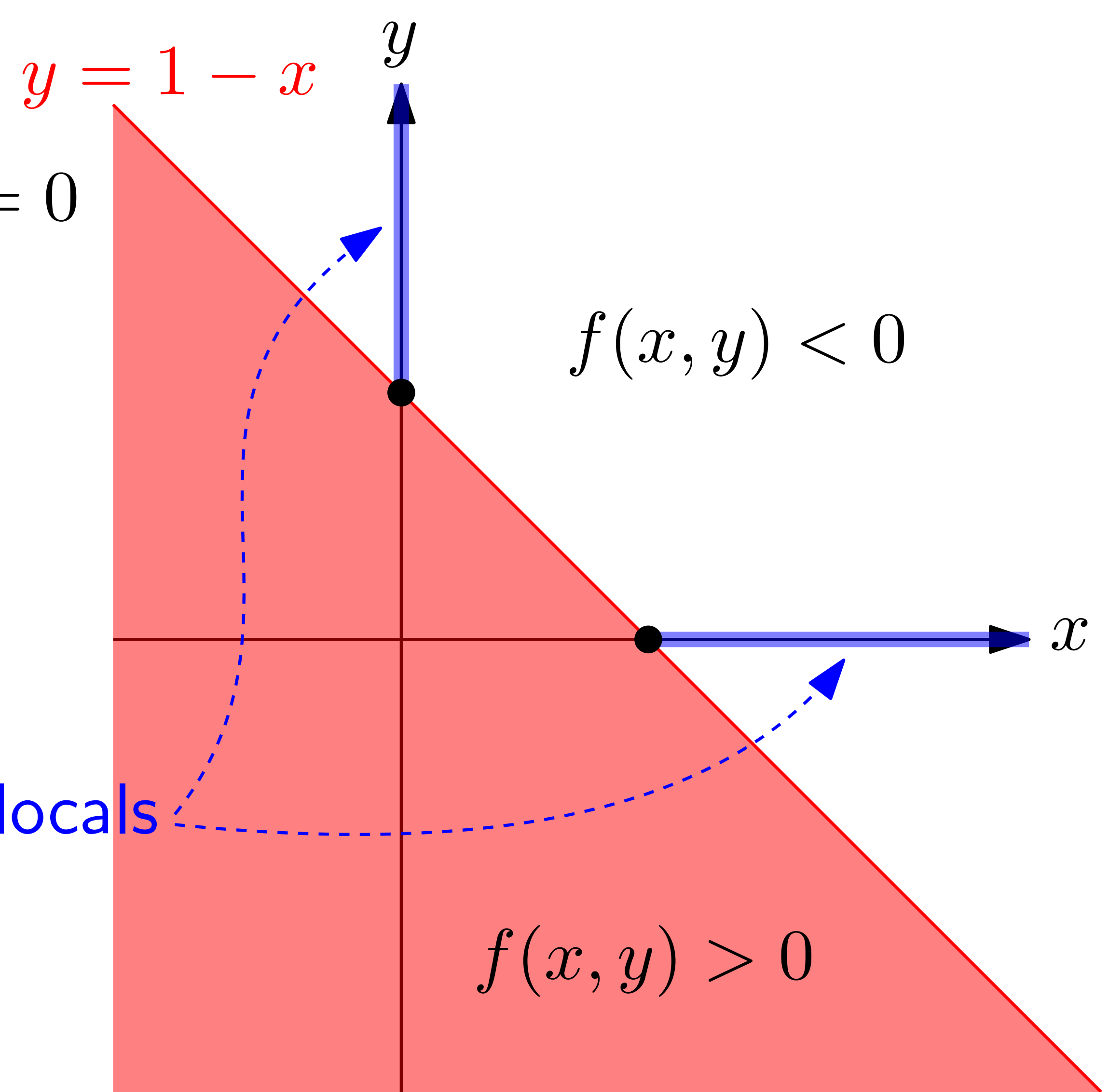
Els altres punts on $f(x,y) = 0$ són els de la recta

$1 - x - y = 0$

$y = 1 - x$

$\left.\begin{array}{l}(0,1)\\(1,0)\end{array}\right\}$ punts de sella

$\left.\begin{array}{l}(0,y) \text{ amb } y > 1\\(x,0) \text{ amb } x > 1\end{array}\right\}$ màxims locals



Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

$f(0,y) = f(x,0) = 0$

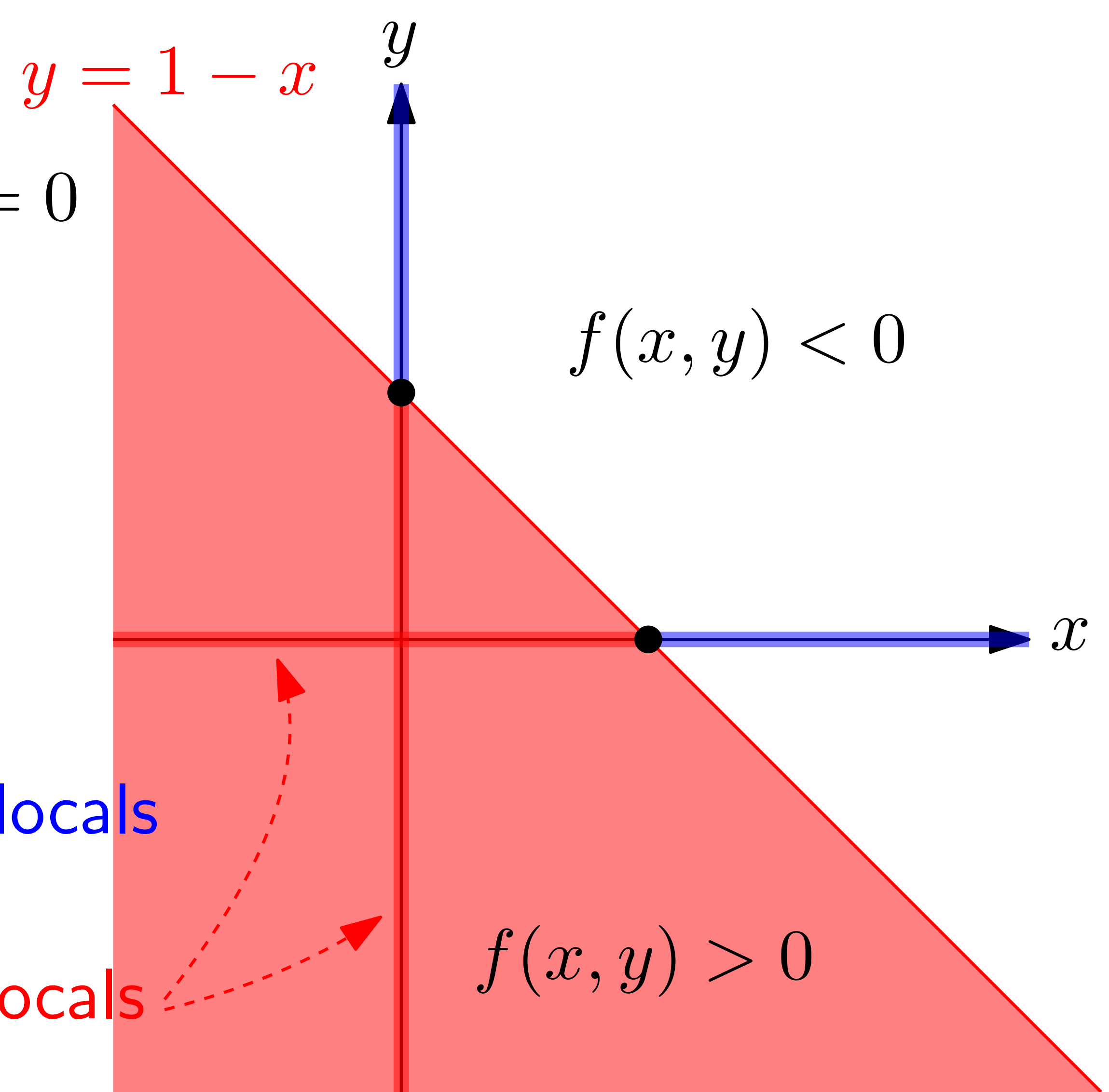
Els altres punts on $f(x,y)=0$ són els de la recta

$1-x-y=0$

$y = 1-x$

$\left.\begin{array}{l}(0,1)\\(1,0)\end{array}\right\}$ punts de sella

$\left.\begin{array}{l}(0,y) \text{ amb } y>1\\(x,0) \text{ amb } x>1\end{array}\right\}$ màxims locals



mínims locals

Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

$f(0,y) = f(x,0) = 0$

Els altres punts on $f(x,y) = 0$ són els de la recta

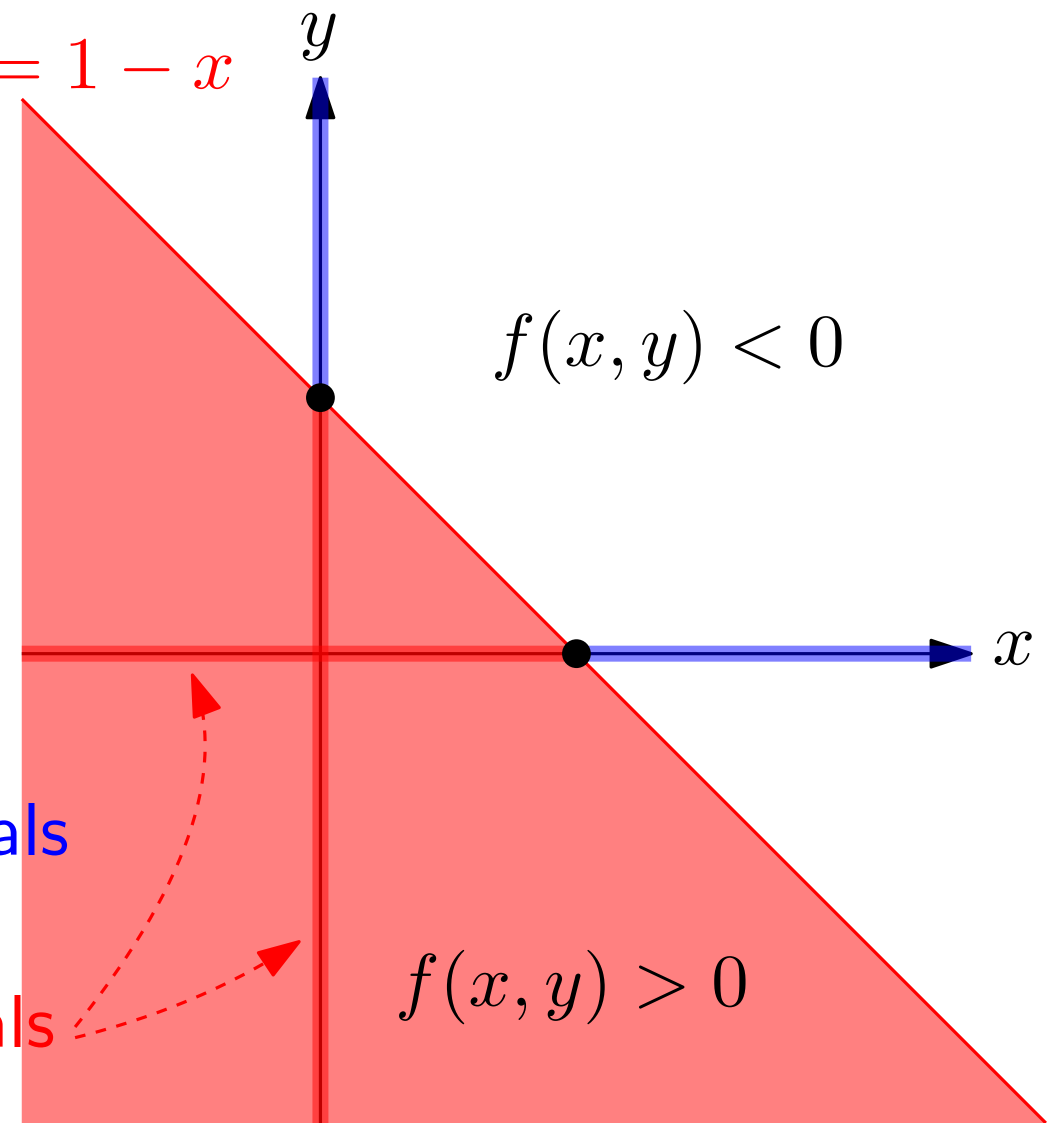
$1 - x - y = 0$

$y = 1 - x$

$\left.\begin{array}{l}(0,1)\\(1,0)\end{array}\right\}$ punts de sella

$\left.\begin{array}{l}(0,y) \text{ amb } y > 1\\(x,0) \text{ amb } x > 1\end{array}\right\}$ màxims locals

$\left.\begin{array}{l}(0,y) \text{ amb } y < 1\\(x,0) \text{ amb } x < 1\end{array}\right\}$ mínims locals



Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

Què passa a $(0,y)$ i $(x,0)$?

$f(0,y) = f(x,0) = 0$

Els altres punts on $f(x,y) = 0$ són els de la recta

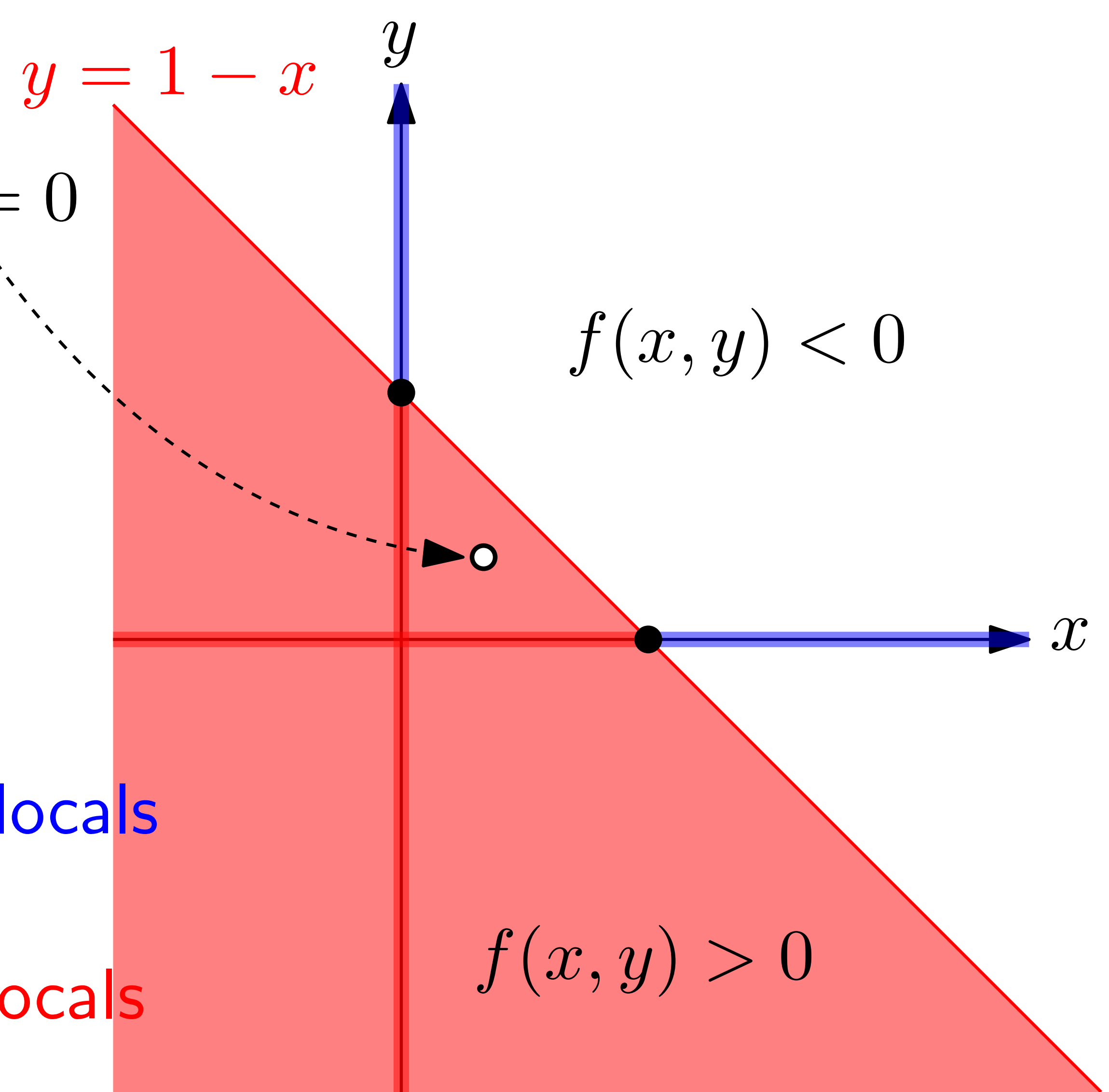
$1 - x - y = 0$

$y = 1 - x$

$\left.\begin{array}{l}(0,1)\\(1,0)\end{array}\right\}$ punts de sella

$\left.\begin{array}{l}(0,y) \text{ amb } y > 1\\(x,0) \text{ amb } x > 1\end{array}\right\}$ màxims locals

$\left.\begin{array}{l}(0,y) \text{ amb } y < 1\\(x,0) \text{ amb } x < 1\end{array}\right\}$ mínims locals

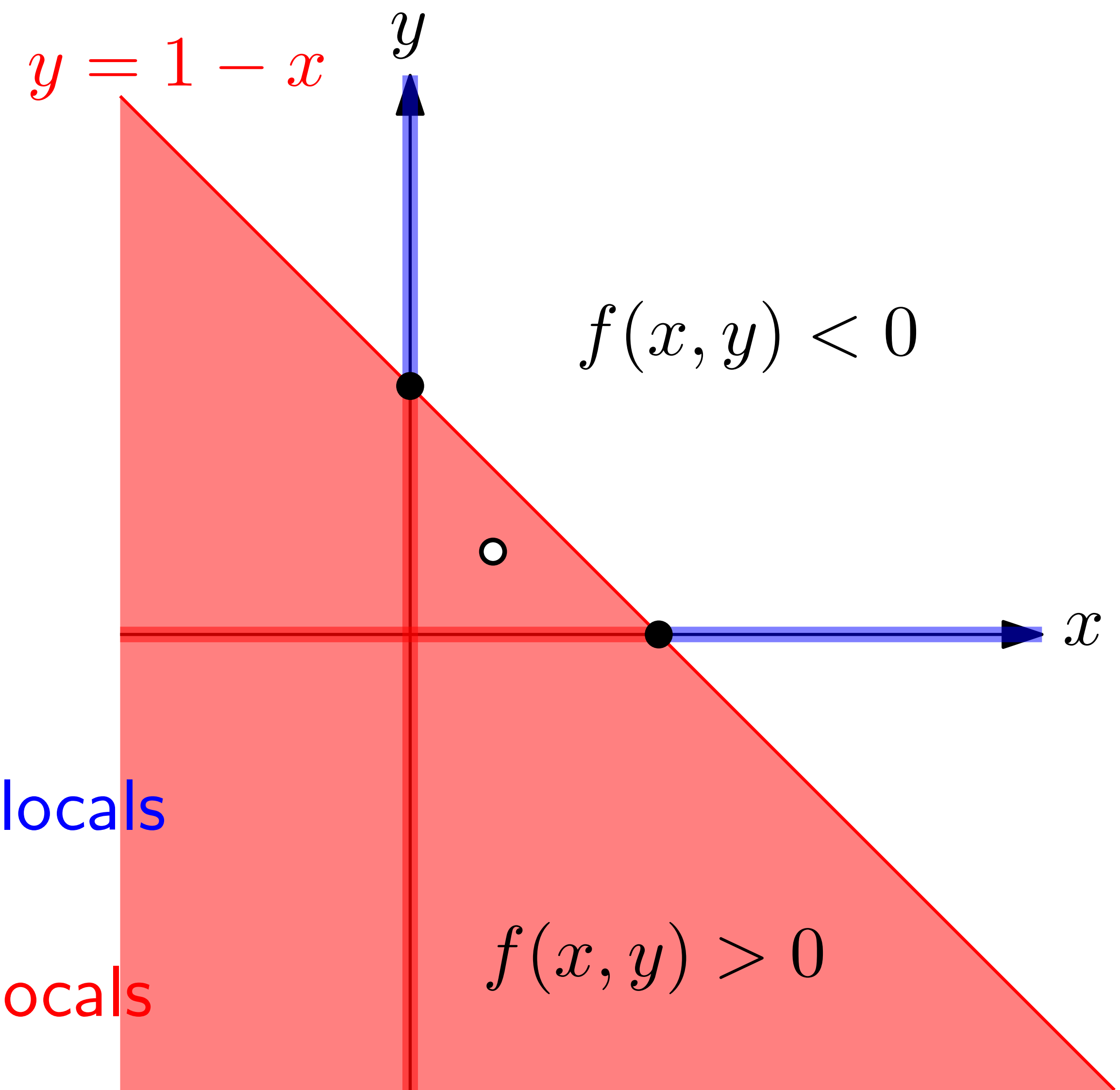


Problema 3

Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu



$\left.\begin{array}{l}(0,1)\\(1,0)\end{array}\right\}$ punts de sella

$\left.\begin{array}{l}(0,y) \text{ amb } y > 1\\(x,0) \text{ amb } x > 1\end{array}\right\}$ màxims locals

$\left.\begin{array}{l}(0,y) \text{ amb } y < 1\\(x,0) \text{ amb } x < 1\end{array}\right\}$ mínims locals

Problema 3

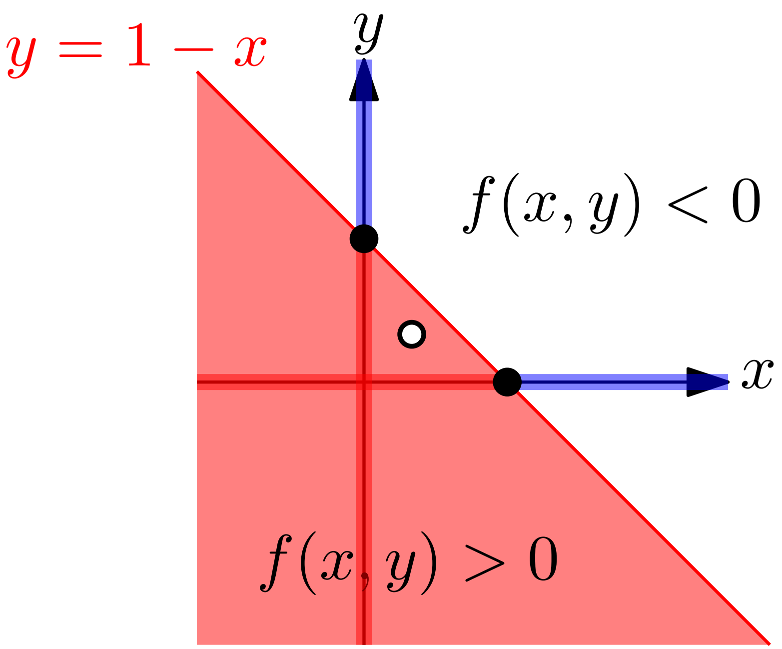
Trobeu els extrems relatius de les funcions següents:

d) $f(x,y) = x^2y^2(1-x-y)$

$\left(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right)$ és un màxim local o relatiu

$\left.\begin{array}{l}(0,y) \text{ amb } y>1 \\ (x,0) \text{ amb } x>1\end{array}\right\}$ màxims locals

$\left.\begin{array}{l}(0,y) \text{ amb } y<1 \\ (x,0) \text{ amb } x<1\end{array}\right\}$ mínims locals



Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció
$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$
tingui un mínim local al punt $(2,1)$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12$$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 \quad \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 \quad \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12$$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 & = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 & = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció
$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$
tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 \qquad = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1$$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 & = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 & = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0$$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 \qquad\qquad = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array} \right.$$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array}\right.$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = 6ax$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 6bx$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 6by$$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 & = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 & = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array}\right.$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = 6ax \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) = 12a$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 6bx \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) = 12b$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 6by \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) = 6b$$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{ll}\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \dfrac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \dfrac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 \qquad\qquad = 0\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = 6ax \Rightarrow \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) = 12a \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 6bx \Rightarrow \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) = 12b \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 6by \Rightarrow \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) = 6b\end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H}(2,1) = \begin{pmatrix} 12a & 6b \\ 6b & 12b \end{pmatrix}$$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = 6ax \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) = 12a \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 6bx \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) = 12b \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 6by \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) = 6b \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H}(2,1) = \begin{pmatrix} 12a & 6b \\ 6b & 12b \end{pmatrix}$$

Cas $b = 1$, $a = 1$:

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 \qquad = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = 6ax \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) = 12a \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 6bx \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) = 12b \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 6by \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) = 6b \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H}(2,1) = \begin{pmatrix} 12a & 6b \\ 6b & 12b \end{pmatrix}$$

Cas $b = 1$, $a = 1$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle_1 = 12 > 0 \\ \triangle_2 = 108 > 0 \end{array}\right.$$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 \qquad\qquad = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = 6ax \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) = 12a \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 6bx \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) = 12b \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 6by \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) = 6b \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H}(2,1) = \begin{pmatrix} 12a & 6b \\ 6b & 12b \end{pmatrix}$$

Cas $b = 1$, $a = 1$: obtenim el mínim local buscat $\left\{ \begin{array}{l} \triangle_1 = 12 > 0 \\ \triangle_2 = 108 > 0 \end{array}\right.$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció
$f(x, y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$
tingui un mínim local al punt $(2, 1)$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 \qquad = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = 6ax \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) = 12a \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 6bx \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) = 12b \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 6by \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) = 6b \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H}(2,1) = \begin{pmatrix} 12a & 6b \\ 6b & 12b \end{pmatrix}$$

Cas $b = 1$, $a = 1$: obtenim el mínim local buscat

Cas $b = 1$, $a = -1/5$:

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = 6ax \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) = 12a \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 6bx \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) = 12b \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 6by \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) = 6b \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H}(2,1) = \begin{pmatrix} 12a & 6b \\ 6b & 12b \end{pmatrix}$$

Cas $b = 1$, $a = 1$: obtenim el mínim local buscat

Cas $b = 1$, $a = -1/5$: $\left\{ \begin{array}{l} \triangle_1 = 12 > 0 \\ \triangle_2 = -324/5 < 0 \end{array}\right.$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 & = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 & = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = 6ax \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) = 12a \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 6bx \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) = 12b \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 6by \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) = 6b \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H}(2,1) = \begin{pmatrix} 12a & 6b \\ 6b & 12b \end{pmatrix}$$

Cas $b = 1$, $a = 1$: obtenim el mínim local buscat

Cas $b = 1$, $a = -1/5$: obtenim un punt de sella $\left\{ \begin{array}{l} \triangle_1 = 12 > 0 \\ \triangle_2 = -324/5 < 0 \end{array}\right.$

Problema 4

Trobeu els valors de a i b per tal que la funció

$f(x,y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$

tingui un mínim local al punt $(2,1)$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 3ax^2 + 3by^2 - 15a^2 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(2,1) = 12a + 3b - 15a^2 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6bxy - 12 & \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(2,1) = 12b - 12 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow -15a^2 + 12a + 3 = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1/5 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = 6ax \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(2,1) = 12a \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 6bx \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(2,1) = 12b \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 6by \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(2,1) = 6b \end{array}\right\} \Rightarrow \mathcal{H}(2,1) = \begin{pmatrix} 12a & 6b \\ 6b & 12b \end{pmatrix}$$

Cas $b = 1,\ a = 1$: obtenim el mínim local buscat

Cas $b = 1,\ a = -1/5$: obtenim un punt de sella