PROBABILITAT I ESTADÍSTICA

B4: Exercicis

PROBLEMA 1

Los creadores de un nuevo molino de viento afirman que puede generar una media de 800 kilovatios diarios de energía. Se supone que la generación diaria de energía sigue una distribución normal que tiene una desviación típica 120 kilovatios. Se toma una muestra aleatoria de 100 días y se obtiene una media muestral de 768 kilovatios. Calcula la probabilidad de que la media muestral sea inferior a la observada.

PROBLEMA 1

$\mu = 800$ $\sigma = 120$ $n = 100$ $\bar{x} = 768$

La variable aleatoria (VA) de interés se distribuye como una Normal

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{768 - 800}{\frac{120}{\sqrt{100}}} = \frac{-32}{12} = -2.67$$

$$P(z < -2.67) = 1 - P(z < 2.67) =$$
$$1 - 0.9962074 = 0,003792562$$

```
> pnorm(-2.67,lower.tail = T)
[1] 0.003792562
```

PROBLEMA 2

Una muestra aleatoria de 900 observaciones de una población binomial produjo 655 éxitos. Estime la proporción binomial p y calcule el margen de error

PROBLEMA 2

Una muestra aleatoria de 900 observaciones de una población binomial produjo 655 éxitos. Estime la proporción binomial p y calcule el margen de error

$n = 900$

$\text{éxitos} = 655$

$$\hat{p} = \frac{\text{éxitos}}{n} = \frac{655}{900} = 0,7278$$

$$SE(\hat{p}) = 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\,(1-\hat{p})}{n}} = \pm 1.96\sqrt{\frac{0.7278\,(1-0.7278)}{900}} =$$

$$\pm 1.96 \cdot 0.0148 = \pm 0.02907936$$

PROBLEMA 3

A partir de una muestra queremos dar un intervalo de confianza para la esperanza de la variable “tiempo de compilación" con D. Normal. Si la muestra obtenida es de tamaño 5 con media 6.175, y consideramos que la varianza poblacional es 0.3, el intervalo calculado al 95% es:

PROBLEMA 3

A partir de una muestra queremos dar un intervalo de confianza para la esperanza de la variable “tiempo de compilación" con D. Normal. Si la muestra obtenida es de tamaño 5 con media 6.175, y consideramos que la varianza poblacional es 0.3, el intervalo calculado al 95% es:

$\boldsymbol{\sigma^2 = 0.3}$

$\boldsymbol{n = 5}$

$\boldsymbol{\overline{x} = 6.175}$

La variable aleatoria (VA) de interés se distribuye como una Normal

$$\left[\overline{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right] = \left[6.175 \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.3}{5}}\right] = [5.6949, 6.6551]$$

PROBLEMA 4

Una ciudad es visitada cada año por 500.000 turistas. Si en una muestra (aleatoria simple) 150 turistas de esa población se observase un gasto medio por persona (y durante todos los días que dura la estancia) de 1800€, con una desviación estándar de 200€. ¿Cuál es el mínimo que genera el turismo de la ciudad?

PROBLEMA 4

Una ciudad es visitada cada año por 500.000 turistas. Si en una muestra (aleatoria simple) 150 turistas de esa población se observase un gasto medio por persona (y durante todos los días que dura la estancia) de 1800€, con una varianza de 200€. ¿Cuál es el mínimo que genera el turismo de la ciudad?

$\boldsymbol{\sigma^2 = 200}$

$\boldsymbol{n = 150}$

$\boldsymbol{\bar{x} = 1800}$

Para una persona:

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 1800 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{200}{150}} = 1797,74€$$

Para la ciudad:

$$1797,74 \cdot 500.000€ = 898.870.000€$$

PROBLEMA 5

Una muestra de 25 latas salidas de una máquina de enlatar proporcionó los siguientes resultados para la variable *peso neto en gramos*:

$$\bar{X} = 35 \qquad\qquad s^2 = 102$$

¿Cuál es el intervalo de confianza del 90% de la variabilidad de la población?

PROBLEMA 5

Una muestra de 25 latas salidas de una máquina de enlatar proporcionó los siguientes resultados para la variable *peso neto en gramos*:

$$\bar{X} = 35 \qquad s^2 = 102$$

¿Cuál es el intervalo de confianza del 90% de la variabilidad de la población?

$\boldsymbol{n = 25}$

$$IC(\sigma^2, 0.90) = \left[\frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}\right] =$$

$$\left[\frac{102\ (25-1)}{\chi^2_{24;0,95}}, \frac{102\ (25-1)}{\chi^2_{24;\ 0,05}}\right] = \left[\frac{2448}{36.41503}, \frac{2448}{13.84843}\right] = [67.225, 176.771\ ]$$

PROBLEMA 6

Se ha recogido información muestral sobre los gastos mensuales en transporte de una muestra de 16 hogares. La media muestral ha resultado ser de 115€ con una desviación estándar de 20€. Suponiendo una distribución normal de la variable, el intervalo de confianza, al 95%, para la varianza poblacional será:

PROBLEMA 6

Se ha recogido información muestral sobre los gastos mensuales en transporte de una muestra de 16 hogares. La media muestral ha resultado ser de 115€ con una desviación estándar de 20€. Suponiendo una distribución normal de la variable, el intervalo de confianza, al 95%, para la varianza poblacional será:

$n = 16$

$\bar{x} = 115$

$S = 20$

La variable aleatoria (VA) de interés se distribuye como una Normal

$$IC(\sigma^2, 0.95) = \left[\frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}\right] =$$

$$\left[\frac{400(16-1)}{\chi^2_{15;0,975}}, \frac{400(16-1)}{\chi^2_{15;\,0,025}}\right] = \left[\frac{6000}{27.48839}, \frac{6000}{6.262138}\right] = [218,27, 958,14]$$

PROBLEMA 7

Sea X la población normal del contenido efectivo de unas latas de refresco de 33 Cl. que llena una máquina en una planta embotelladora. Si una muestra aleatoria simple de 10 latas de la producción ha proporcionado los siguientes estadísticos muestrales.

$$\sum X_i = 350 \qquad \sum X_i^2 = 12394$$

¿Cuál es el intervalo para la esperanza?¿Cuál es el intervalo para la desviación tipo poblacional?

PROBLEMA 7

$n = 10$ $\sum X_i = 350$ $\sum X_i^2 = 12394$

La variable aleatoria (VA) de interés se distribuye como una Normal

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{350}{10} = 35 \qquad s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{12394}{10} - 35^2 =$$
$$1239.4 - 1225 = 14.4$$

$$\left[\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right] = \left[35 \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{14.4}{10}}\right] = [32.648, 37.352]$$

$$IC(\sigma^2, 0.95) = \left[\frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}\right] = \left[\frac{14.4(10-1)}{19.02277}, \frac{14.4(10-1)}{2.700389}\right] =$$
$$[6.812889, 47.99308] \longrightarrow \sigma = [2.610, 6.927]$$

PROBLEMA 8

Habiendo seleccionado una muestra de 123 accidentes de carretera, se ha determinado que a 38 el móvil era una probable causa de distracción. Encuentra un intervalo de confianza al 95% para la proporción de accidentes causados por una distracción con el móvil, e interpreta el resultado.

PROBLEMA 8

Habiendo seleccionado una muestra de 123 accidentes de carretera, se ha determinado que a 38 el móvil era una probable causa de distracción. Encuentra un intervalo de confianza al 95% para la proporción de accidentes causados por una distracción con el móvil, e interpreta el resultado.

$$P = \frac{\acute{e}xitos}{n} = \frac{38}{123} = 0.309$$

$$IC(\pi_0, 0.95) = \left[P \pm 1,96\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\right] = \left[0.309 \pm 1,96\sqrt{\frac{0.309(1-0.309)}{123}}\right] = [0.227, 0.391]$$

Nota: se hace el cálculo del intervalo con $\hat{\pi}$ = P, También podriamos tomar $\hat{\pi}$ = 0,5.

PROBLEMA 9

Desde el ayuntamiento de una ciudad sostienen que menos de un 10% de los propietarios de perros tienen a sus animales sin censar. Si en una muestra (aleatoria simple) de 90 personas a las que la policía solicitó la documentación del animal, 8 carecían de esos papeles. Contrasta dicha hipótesis.

PROBLEMA 9

Desde el ayuntamiento de una ciudad sostienen que menos de un 10% de los propietarios de perros tienen a sus animales sin censar. Si en una muestra (aleatoria simple) de 90 personas a las que la policía solicitó la documentación del animal, 8 carecían de esos papeles. Contrasta dicha hipótesis.

$$p = \frac{8}{90} = 0.08889$$

$$\begin{cases} p = 0.1 \\ p < 0.1 \end{cases}$$

$$\hat{Z} = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} = \frac{0,08889 - 0.1}{\sqrt{\frac{0.1 \cdot 0.9}{90}}} = \frac{-0.01111}{0,03162278} = -0.3513642$$

Debemos de comprobar si se cumple el criterio $\hat{Z} > z_{1-\alpha}$ $(tablas)$ rechazamos H_0

```
> qnorm(0.95, lower.tail = T)
[1] 1.644854
```

No tenemos evidencias para rechazar H_0 ya que $-0,351 < 1,64$

PROBLEMA 10

Se quiere contrastar la hipótesis de que más de un 80% de los hogares tienen problemas para llegar al final de mes. Si en una muestra aleatoria simple de 150 familias sólo 21 manifestaron no tener problemas económicos, el resultado de la prueba (siendo p la proporción poblacional de familias con dificultades económicas) será:

PROBLEMA 10

Se quiere contrastar la hipótesis de que más de un 80% de los hogares tienen problemas para llegar al final de mes. Si en una muestra aleatoria simple de 150 familias sólo 21 manifestaron no tener problemas económicos, el resultado de la prueba (siendo p la proporción poblacional de familias con dificultades económicas) será:

$$p = 1 - \frac{21}{150} = 0.86$$

$$\begin{cases} p = 0.8 \\ p > 0.8 \end{cases}$$

$$\hat{Z} = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} = \frac{0.86 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8 \cdot 0.2}{150}}} = \frac{0.06}{0,03265986} = 1,837117$$

Debemos de comprobar si se cumple el criterio $\hat{Z} < -z_{1-\alpha}\ (tablas)$ rechazamos H_0

```
> qnorm(0.8, lower.tail = F)
[1] -0.8416212
```

No tenemos evidencias para rechazar H_0 ya que $1.837 > -0,842$

PROBABILITAT I ESTADÍSTICA

B4: Exercicis