

TEMA 8

TEORIA

M2
GEI
FIB - UPC

TEMA 8: QUÈ CAL SABER

1. Derivades parcials
2. Derivades direccionals
3. Gradient
4. Pla tangent i recta normal

TEMA 8: QUÈ CAL SABER

1. Derivades parcials

- Què signifiquen
Són derivades unidimensionals en les direccions paral·leles als eixos Ox i Oy .
- Com es calculen
La derivada parcial respecte d'una de les variables de la funció es calcula derivant respecte d'aquesta variable com si la resta de variables fossin constants.
- Notació
Per indicar la derivada parcial d'una funció f respecte de la variable x es fan servir diverses notacions, entre les quals:

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad f_x, \quad f'_x, \quad D_x f, \quad D_1 f.$$

TEMA 8: QUÈ CAL SABER

2. Derivades direccionals

- Què són
Són derivades unidimensionals en una direcció qualsevol, que pot ser diferent de les dels eixos Ox i Oy .
- Com es calculen
Donada una direcció \vec{u} , i suposant que $\|\vec{u}\| = 1$, la derivada direccional d'una funció f en un punt P en la direcció \vec{u} es calcula com

$$D_{\vec{u}} f(P) = \nabla f(P) \cdot \vec{u},$$

on ∇f indica el gradient de la funció f (vegeu l'apartat següent).

TEMA 8: QUÈ CAL SABER

3. Gradient

- Com es calcula

És el vector que conté totes les derivades parcials de la funció:

$$\nabla f(x_1, \dots, x_n) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$$

- Què significa

És un vector en el domini de la funció. Indica la direcció de màxim creixement de la funció en cada punt.

- Per a què es fa servir

Per calcular les derivades direccionals, el pla tangent, la recta normal, les direccions de creixement màxim, mínim i nul,... i més coses que veurem al capítol següent.

TEMA 8: QUÈ CAL SABER

4. Pla tangent i recta normal

- Què són

El pla tangent a una funció en un punt passa pel punt i té les mateixes derivades parcials que la funció al punt.

La recta normal a la funció en un punt passa pel punt i és perpendicular al pla tangent a la funció en el punt.

- Com es calculen

Pla tangent:

$$z - f(a, b) = D_x f(a, b)(x - a) + D_y f(a, b)(y - b)$$

Recta normal:

$$\frac{x - a}{D_x f(a, b)} = \frac{y - b}{D_y f(a, b)} = \frac{z - f(a, b)}{-1}$$