Distribución exponencial

- VAC
- $T \sim Ex(\lambda)$, $t \geq 0$
  - $f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
  - $F(t) = 1 - e^{-\lambda \cdot t}$

  $\Big\}$ ⇝ Formulario

  - ⚠ λ tiene una unidad, p.e. min^{-1} (si T se mide en minutos)

- Relación con la distribución Poisson

  X: # ~~Po(9,5)~~ viajeros en 1 minutos

  $X \sim Po(9,5)$

  ⇝ T : Tiempo entre 2 llegadas

  $T \sim Ex(9,5\, min^{-1})$

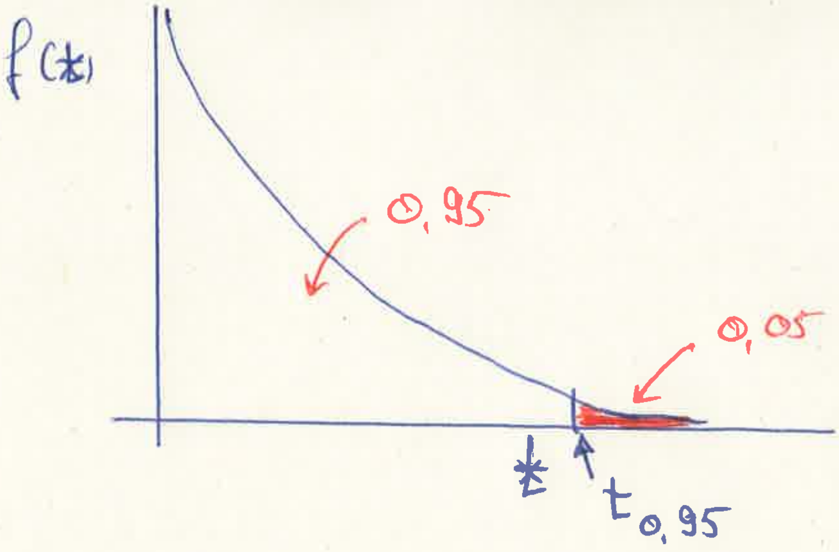
  $P(T < 4\, seg.) = \ldots$

  $P(T < 4\, seg) = 1 - e^{-\frac{9,5}{60} \cdot 4} = 0,469$

- $E(T) = \frac{1}{9,5} = 0,11\, [min] = 6,6\, [seg]$

- Cuantiles

  ¿Qué tiempo no será superado con una prob. de 0,95?



$$F(t) = 1 - e^{-9{,}5 \cdot t}$$

$$t_{0,95} = \ldots$$

$$F(t_{0,95}) = 0{,}95 \iff t_{0,95} = -\frac{1}{9{,}5}\log(0{,}05)$$
$$= 0{,}31 \text{ [min]}$$
$$= 18{,}9 \text{ [seg]}$$

- **Propiedad Markoviana**

· $T \sim Ex(2\,m^{-1})$

· $P(T>1) = e^{-2} = 0{,}135$

· $P(T>4 \mid T>3) = \ldots$

$$P(T>4 \mid T>3) = \frac{P(T>4)}{P(T>3)} = \frac{e^{-2\cdot 4}}{e^{-2\cdot 3}} = e^{-2}$$
$$= 0{,}135$$
$$= P(T>1)$$

Es decir: $P(T>t+s \mid T>s) = P(T>t)$

Distribución Normal

- $X \sim N(\mu, \sigma)$
  - $X \in \mathbb{R}$
  - $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$
  - $E(x) = Med(X) = \mu$

    $f(x)$ simétrica

- $X \sim N(\mu, \sigma)$

  $\rightsquigarrow aX + b \sim N(a \cdot \mu + b, a\sigma)$

  En particular; $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

- $X \sim N(175, 10)$

  $P(X > 194) = 1 - P(X \leq 194) = 1 - \int_{-\infty}^{194} f(x)dx = \ldots$

  i) R: 1 - pnorm(194, 175, 10)

  ii) En examen:

  $P(X \leq 194) = P\left(\frac{X-175}{10} \leq \frac{194-175}{10}\right)$

  $= P(Z \leq 1,9) = 0,9713$

  Tabla

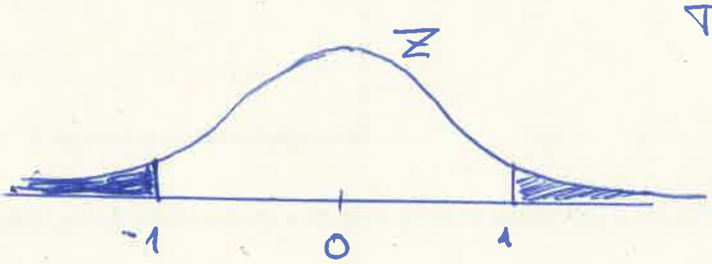
$\Rightarrow P(X > 194) = 0,0287$

Cálculo de cuantiles de $N(0,1)$

- $P(Z \leq 1{,}9) = 0{,}9713$

- $P(X \leq 165) = \ldots = P(Z \leq -1) = \ldots$

  ↑
  Tabla...



$P(Z \leq -1) = P(Z \geq 1) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$

↑
Tabla

Ilustración TCL

¿Cómo comprobar si un dado está trucado?

Por ejemplo, si $\left.\begin{array}{l} \bar{X}_{10} = 3{,}7 \\ \bar{X}_{100} = 3{,}7 \\ \bar{X}_{1000} = 3{,}7 \end{array}\right\}$ ¿estará trucado el dado?

⇝ Necesitamos $P(\bar{X}_{10} \geq 3{,}7 \mid \text{Dado no trucado})$

$P(\bar{X}_{100} \geq 3{,}7 \mid$ — " — $)$

$P(\bar{X}_{1000} \geq 3{,}7 \mid$ — " — $)$

Pero, ¿cuál es la distribución de $\bar{X}_{10}$, $\bar{X}_{100}$ y $\bar{X}_{1000}$?

X: Lanzamiento 1 dado

- $E(X) = 3{,}5$
- $V(X) = 2{,}92 \rightsquigarrow \sigma = 1{,}71$

n grande

↓

$\bar{X}_n$: Media n lanzamientos $\sim N\left(3{,}5, \frac{1{,}71}{\sqrt{n}}\right)$