

漫谈微分几何^{*) 1)}

陈 省 身

我想,是英国作家 Somerset Maugham 说过这样一句话:年纪大有个好处,就是用不着去做你不想做的事。这句名言现在该打个问号了,因为我总是勉为其难地来应付一些宴会后的讲演。不过,用不了多久也就发现,这种讲演比写文章来得容易,所以我有勇气走到诸位朋友面前来。感谢各位让我唠叨几句。

从这次盛会至少可以断定,我们的会议是令人振奋而又卓有成效的。这样多的微分几何学家或者名誉微分几何学家荟萃一堂,在历史上大概从未有过。微分几何最开头是叫做“分析对几何的应用”,这是 Monge 的书——第一本微分几何著作——的标题。很长一段时间内,这还是欧洲大学中这门课程的名称。多数美国大学里没有微分几何学家,即使有的话,也称为拓扑学家——这无疑是在过奖了。微分几何的确有一个说明身份的问题。如果我们留意一下微分几何的历史,就不免产生这样的印象,许多重要的成就都是研究其他问题时的思想进一步发展的结果。微分几何并非 Gauss 青年时代的爱好,他由于从事大地测量学与制图学的实际工作,才发表了“曲面的一般理论”这篇大块文章。其时,他已年逾半百,几乎就该开庆祝会了。他这篇文章有40页,而他讲数论的书却长达470页,对比鲜明。

Riemann 的奠基性论文是他的 Habilitationsvortrag²⁾。Riemann 给他的兄弟写信说,他提出了三个题目,头两个准备得很充分,但 Gauss 却挑选了第三个,所以他只好搞这个题目了。不过他健康状况不佳,这篇文章只是一个公式,就是在保角映射下常曲率 Riemann 尺度的公式。有一段时间,人们对 Riemann 超人的几何直觉感到惊异。后来 Riemann 的 *Nachlass*³⁾ 发表了,人们才发现这个直觉其实是一叠计算冗长的稿纸。后来, Riemann 又写了第二篇论文,寄给法国科学院争取获奖。该文内容是 Riemann 曲率张量,但他未能获奖,因为据称写得不够详细。

Poincaré 在其大作“*Analysis situs*”⁴⁾ (1895) 中曾说:“有许多不同的东西会引起我们的注意;但只有最重要的才值得我们注意。高等几何中有些内容,例如有关 n 维曲

*) 原题 Chern's After-Dinner Speech. 译自 *Mathematical Intelligence*. 2; 2 (1979-1980), 80-81

1) 1979年6月25日-29日,在加州大学 Berkeley 分校为陈省身退休举行了国际微分几何会议,本文系陈氏在宴会后的即席谈话。——译注。

2) 德文:为得到教授职位所做的报告。——译注。

3) 德文:遗著。——译注。

4) 拉丁文:位置分析,即今称拓扑学。——译注。

面曲率之研究，并不是很有意思的……家有美景，何须远求。”这是当时对微分几何研究流行的苛刻评论。Poincaré 接着发展了同调和同伦这些基本概念，包括现在叫做 de Rham 定理的论断，说这是高等几何并非无聊的例子。Lefschetz 一定是深受影响；他对张量分析有类似的见解。他曾请我为 *Annals* 审查一篇张量分析的论文，我建议退稿，数月之后，他让我担任 *Annals* 的副主编。我想，这与我坚持高标准，至少是对别人坚持高标准颇有关系。

现今，关于联络谈论甚多。但是，大概没有什么人读过 Elie Cartan 最基本的论文“*Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée*”⁵⁾ (1923—1924)。该理论发展的结果，使它自动地扩充到具有 Lie 群结构的纤维丛的联络。Cartan 必须以广义相对论为动力与依据；他没有纤维空间的概念，不会在底空间与纤维空间之间上下奔走。但他在底空间中所能达到的成就的确是卓越的。

微分几何的名字大概是意大利数学家最早使用的。我相信第一本以微分几何为名的书是 Bianchi 的“*Lezioni di geometria differenziale*”⁶⁾，Pisa, 1893。因此，微分几何是一门年轻的学科，我们对它肯定还非常无知。但是，我们正在对一个总是退却的敌人进行一场不流血的战斗。将会有许多奇迹出现。我始终相信，我们将继续得到许多乐趣。

最后，我要感谢我所有的朋友，有的来自远方，他们的出席是这次聚会成功而又愉快的唯一因素。这次庆祝会的筹备工作，从最初设想到最后实现，花了两年以上的时间，对那些为完成这件大事忘我献身、不懈努力、使我们享受到欢乐的朋友们，谨致谢意。我将不会忘记这个美好的夜晚，直到老耄之年。

(白苏华 胡师度译 江嘉禾校)

~~~~~

数学，严格说来，就是对空间关系和数量关系这些基本概念所蕴涵的结论进行演绎研究的抽象科学。

——J. A. H. Murray.

~~~~~

5) 法文：论具有仿射联络的流形与广义相对论。——译注。

6) 意大利文：微分几何讲义。——译注。

怎样写数学著作^{*}

P. R. Halmos¹⁾

译者按：乍看起来，这个题目也许会让人觉得是讲“数学八股”，没有什么意思，正如作者所说：“我可以告诉人家怎么写，但我想不出有谁愿意听”。即便如此，读者不妨耐心看完，最后也许会觉得不无道理。这里，并不象某些人说，数学著作只要数学上有价值就行了，文字上、数学表达上是否恰当无关紧要，不必深究；P.R.Halmos 可以称得上是有名望的数学家了，他对于文字上、符号上、数学表达上的“细微末节”却是非常讲究，而且真可以称得上是字斟句酌。他的出发点，归根结蒂，是为读者着想：发表著作主要是给别人看的，而不是立此存档，更不是其他；不要让读者在数学内容以外的枝节问题上苦苦思索，浪费精力。一个典型的例子是 Lefschetz 的“名著”《代数拓扑学》，看来，除了俄译本译者可能迫于义务以外，恐怕很难找到什么人从头到尾读完了。主要的原因就是读起来太头痛了，不是因为数学内容难懂，而是数学表达把人搞得晕头转向，例如，本文所举的例子： x_3^2 究竟代表2维下链呢还是3维上链？

为读者着想，这一点是否值得所有数学出版物的著译者、审校者以至编者认真考虑呢？

0. 序言。这是一篇主观主义的文章，标题可能引起误解；比较实事求是的标题也许是“我怎样写数学著作”。这件事本来是美国数学会的一个委员会发起的，我曾经在该委员会当过一阵子委员，可是不久这个任务就完全落在我个人身上了，弄得我焦头烂额；我好不容易理出个头绪，请几位朋友提提意见。他们的意见妙极了：尖锐、诚实而富有建设性，但却互相矛盾。一个说：“具体例子不够”，另一个说：“我不同意还需要什么具体的例子”。一个说：“太长了”；另一个说：“也许还应该长一点”。一个说：“传统上有一些有效的方法，可以把冗长的证明缩小，例如把证明分成一系列引理”；另一个说：“我最恼火的一件事，就是人们（尤其是初出茅庐的人）习惯于把证明写成长长的一

*）原题：How to write mathematics, 译自 L'Enseignement Mathématique, XVI (1970), 123—152. 原文较长，有所删节。

1) P.R.Halmos, 美籍匈牙利人, 当代著名数学家, 美国 Indiana 大学教授, 是包括 American Mathematical Monthly 在内的许多刊物和丛书的编辑, 发表过近百篇数学文章, 出版过许多专著, 例如, 《有限维向量空间》(1948), 《测度论》(1950), 《遍历性理论讲义》(1956), 《朴素集合论》(1960), 《Hilbert 空间问题集》(1967), 《Boole 代数讲义》(1974), 《有界积分算子》(1978), 为此曾获得美国数学协会的 Chauvenet 奖和两次 Lester R. Ford 奖。