

数学史

数学发展综述

德国

世界

数学教育

数学史

②

113-121

通向现代数学之路

——1875—1900 年间国际数学发展综述

Karen Hunger Parshall

Pars., KH

白述伟

潘十恩

在过去的大约三十年内,世界各国的数学团体举行了许多百年庆典.例如,1964年莫斯科数学会进入了一个新世纪,一年之后,伦敦数学会(LMS)也成立百年;1968年,Mathematische Annalen(数学年刊)已历时百年,四年之后,法国数学会(SMF)也度过了她的百年生日;1978年和1984年,American Journal of Mathematics(美国数学杂志)与意大利的巴勒莫数学会(CMP)也各自有了自己的百年史;1988年,美国数学会(AMS)庆祝了她的百年华诞,这比德国数学会(DMV)早两年.¹⁾

这些里程碑至少说明了,在19世纪的最后四分之一的时间里,在差异很大的各个国家里,数学都具有重要地位而得到发展.但是,究竟是怎样发展的呢?我们是如何获得今天数学所取得的成就的呢?我们又是如何形成一个超越了政治界限、并使用共享的工具来解决相同问题的国际数学大家庭的呢?

在十九世纪以前,科学家(相对于现在所谓的“专家”)形成了以象伦敦皇家学会或巴黎科学院这样的机构为中心的团体.这些机构与各国的朝廷和富有的赞助人的沙龙一起,鼓励从事研究,资助了象Philosophical Transactions(哲学会刊)这样的主要期刊,并且支持科学交流.另一方面,大学教学本质上还是中世纪的哲学、法律和医学内容的“文科”课程.Euclid的数学在这些课程中是一个关键的部分,一些大学在18世纪增加了微积分课程,但是强调的只是传授知识本身,而不是为了获取进一步知识而传授知识,也不传授该领域内的“最新知识”,更不是积极训练人们为开创性的研究工作做贡献.这些后来成为今日大学特征的思想,在十九世纪,首先是出现在德国,²⁾并且在该世纪的最后四分之一的时间里,在许多其他的国家里也出现了,但仅仅作为大学教育任务的一部分.教育改革——无论是在意大利受政治

原题: How we got where we are: An international overview of mathematics in national contexts (1875—1900). 译自: *Notices of the American Mathematical Society*, Vol. 43, No. 3, 1996, pp. 287-296.

¹⁾ 关于LMS, AMS, DMV百年大庆的出版物,分别见[6],[8],[11]. Helene Gispert在[12]中详细叙述了从1872年到1914年SMF的历史,而Aldo Brigaglia和Guido Masotto在[5]中讲述了CMP的早期历史.

²⁾ 如Gert Schurbring指出的(见[24]),事实上,并不存在德国模式.其他国家的观察者实际上

统一的驱策，还是在法国受在普法战争中失败的影响，或是在美国成为富有工业资本家的慈善事业——成为在 1875 年到 1900 年期间在各个国家里形成数学团体的一种国际共有的准则。那么超越国家界限的其他因素有哪些呢？对于这个问题的回答至少揭示了我们是怎样“通向现代数学之路”的。

十九世纪德国的数学实况

归因于拿破仑的战争，十九世纪的最初十年是德国诸州各种政治力量重新组合的重要时期之一。在普鲁士，例如，从 1806 年普鲁士在耶那 (Jena) 战争中的失败到 1810 年柏林大学的创建的这些年间，人们目睹了一系列根本性的政治、社会经济及教育的改革。以 Wilhelm von Humboldt (他是伟大的博物学家和旅行家 Alexander von Humboldt 的哥哥) 为先锋，很快地不仅在普鲁士的教育系统方面，而且在其它新教盛行的德国诸州，教育改革取得了支配地位。³⁾

Von Humboldt 关于高等教育的观点反应出理想主义哲学思想和新人文主义思想的影响，强调的是纯粹研究超越应用范畴的重要性，而后者被认为在革命后的法国的教育体制中居主导地位。这种对研究的强调伴随并补充了对学术自由的坚决主张，并且这种学术自由的思想发展成为所谓的 *Lehr-und Lernfreiheit* (德文意思为教与学——译者) 的观念，即没有政治和宗教干涉的自由地教与自由地学。这样的教育改革目的不仅支持教师们对于新知识的探索，而且在一种无私的，纯学术追求的气氛中培养具有独立思考的，有创造力和新思想的研究者。

虽然 von Humboldt 有关教育的完整的哲学从来就没有被实现，但是后来，更直接的目标成为普鲁士教育体制的特点。始于哲学，然后迅速发展到自然科学，数学和其它发展中的学科，教学与研究被确定为大学教师的任务。如 Gert Schubring 所论辩的那样：“原来主要强调的是教学，这驱使教师寻找额外的兼职的教职，而现在则是双重任务，教学只是有酬工作中较小的部分，这种转变，标志着向 (教师) 职业化迈出了决定性的一步” [23, 123 页]。而且，对于数学，这种必须搞研究的规矩最终使数学领域更专业化，因为数学家和那些即将成为数学家的人们越来越将他们的研究集中在努力作出个人的贡献上。同时，强调不求实利的——与面向应用的方向相反——研究导致了这一学科向基本上是纯理论研究方面发展。⁴⁾ 也许没有什么其他地方比柏林大学更早地展现出德国数学发展的这些相互关联的方面。

从十九世纪三十年代开始，在 Dirichlet 的影响下，柏林大学在数学方面迅速地在

将目光投注到普鲁士模式，它不仅由普鲁士教育部的政策所决定，而且也由象柏林和哥廷根 (在 1866 年之后，其成为普鲁士的一部分) 这样的大学的特别的项目所决定。在德国统一之后，这种模式日益影响了在天主教盛行的南德诸州发展的非常不同的教育环境。

³⁾ 教育改革的全貌已彻底检视过了。例如，[18, 24-26 页] 和 [23] 所提供的文献。Wilhelm von Humboldt 不仅是普鲁士政府中有影响的政治家，而且是一个语言学家，美学家和哲学家。

⁴⁾ 然而，体现这些发展的过程及纯粹数学与应用数学的相互关系也许要比这里的叙述更为复杂。例如，见 [23] 和 [24]。

讲德语的地区建立了不可动摇的统治地位。⁵⁾ 这种统治地位由于 Kummer, Weierstrass 和 Kronecker 三位巨匠的出现而在十九世纪的后半时期得到了进一步的加强。他们在柏林大学倡导一种高度的形式化和严格化的数学方法, 产生了惊人的成果, 特别是在分析、代数及数论方面 [3]。然而, 在该世纪行将结束的四分之一时间里, 柏林大学在德国数学等级制度中的首要地位越来越受到在哥廷根 (Göttingen) 的前汉诺威大学日益增长的挑战。

创始于 1737 年的哥廷根大学很快也接受了 “Lehr- und Lernfreiheit” 的思想, 首先是在语言学方面, 略晚在自然科学方面, 发展了具有强烈研究导向的计划。在数学上, 具有传奇色彩的 Gauss 经常被二十世纪的数学家们认作为在哥廷根的一个丰富多采的和持久的研究传统的开始的标志, 这里出现过众多伟人, 其中有 Dirichlet, Riemann, Clebsch, Klein, Hilbert 和 Weyl 等人。然而, 一个真正的研究传统的建立和维持不仅依靠许多天才的、具有研究头脑的教授们乐于在研究的层次上来传授他们的知识, 而且也有赖于一批有天赋的学生愿意且能够将所学的课程加以应用。作为一个具有十八世纪感知力的人, 严肃不苟的 Gauss 并不真的具有训练未来的研究人才的愿望, 因而, 很少有学生能够从他的指导中直接获益。尽管 Dirichlet, Riemann 和 Clebsch 献身于十九世纪关于教学和研究的新思想, 但是他们都在哥廷根供职甚短, 以致于没有几个学生能受他们的影响。而正是 Felix Klein, 在他于 1886 年取得在哥廷根大学的教学职位之后, 建立了哥廷根大学在德国数学界执牛耳的无可匹敌的地位 [21; 及 18, 151-154 页]。

作为一名教授, Klein 充满才智地使用了讨论班的形式, 这种形式在德国发展成为积极主动地训练年轻研究人员的主要工具, 同时, 也给在哥廷根欣欣向荣的数学团体注入了活力 [18, 189-234 页, 239-254 页]。⁶⁾ 而且作为一个数学活动家, 他积极疏通并且成功地与普鲁士教育部的官员一起为数学办了很多事, 他编辑了 *Mathematische Annalen* (数学年刊), 支持和参与了德国数学会的许多活动 [22], 并且作为这一领域的倡导者, 他努力促使德国数学界进一步成为一个整体。这些措施——研究生讨论班, 专业的杂志, 专业的团体——与教学和研究的三重价值观一起极大确定了这种职业, 并且以更为精妙的方式确定了数学这门学科, 十九世纪末在德国的发展就反映了这一情形, 就是这些机构, 团体与价值观预示了数学研究团体在其它许多国家同样会出现, 因而为后来该领域的国际化奠定了共同的基础。

⁵⁾ 正如那些即将成为数学家的美国人在十九世纪末因缺乏高水平的训练而到国外求学一样, Dirichlet 在十九世纪二十年代为受数学教育而旅行到了巴黎。至少从 1800 年到十九世纪三十年代, 在数学研究方面, 法国是欧洲公认的领袖。关于在十九世最初的几十年中法国数学界强大无比的力量更多的论述, 见 [14]。然而, 法国在十九世纪中叶之后, 便落后于德国。见下面所述。

⁶⁾ 显然, 对于十九世纪后期的德国数学, 柏林和哥廷根不是仅有的支持活跃的研究生项目的地方。Paul Gordan 和 Max Noether 在埃尔兰根, Sophus Lie 在莱比锡, 以及其他人在整个德国范围内都为数学高等教育的整体发展贡献了自己的力量。更多的关于莱比锡的讨论班的特别论述, 参见 [2]。

数学教育改革的反响

关于数学在十九世纪的德国的发展背景的简要回顾, 首先提及教育改革, 这并不是偶然的. 高等教育及其整体目标的变化自然刺激了在各个学科水平上的变化. 教育改革也趋于更直接更全面地影响数学的发展, 这是因为, 区分十九世纪与前数百年中数学进展的关键一点是数学研究的基地现在是大学, 而不是科学院、皇家宫廷或其它某个地方. 然而它的影响相对于数学研究水平的提高并不总是正面的, 这可以由意大利和法国的情形与西班牙和英国的情形的比较中看出来.

统一的意大利于 1861 年获得外交承认之前, 它的几个州已经开始支持一些学校, 因为这些学校拥有一些数学家, 他们的研究工作吸引了人们的注意, 并且也受到了法国、德国和大不列颠的在此领域内的卓越领导者们的尊敬. 例如, 在十九世纪五十年代, Enrico Betti 在比萨 (Pisa) 致力于研究 Galois 理论和置换理论, 其中的置换理论给 Charles Hermite 留下了深刻的印象, 而 Francesco Brioschi 在 (Pavia) 从事于行列式的研究, 并且更一般地, 从事于型的理论的研究, 这使得他获得了 James Joseph Sylvester 的赞赏. 这两个例子说明在十九世纪五十年代的意大利, 已经有了集中在代数学方面的高水平的研究. 通过浏览一下刊载在 Barnaba Tortolini 的 *Annali* 上的文章也可以确证这一点 [4, 272 页].⁷⁾ 1858 年, Betti, Brioschi 和 Folice Casorati 这三位数学家从当时作为数学中心的哥廷根, 柏林和巴黎朝圣归来之后, 以他们为核心, 当地的数学界中进一步形成了一种氛围, 感知到研究的重要性和提高了从事研究的愿望.

随着意大利的政治统一, 一批数学家, 其中最著名的是 Brioschi, 在新政府内获得了职位, 允许他们对政治, 特别对教育的发展施加影响. 作为从 1861 年到 1862 年的公共教育部的部长和作为三十多年的该部的执行委员会中的一员, Brioschi 在各个层次上对教育改革的决定性的发展过程中发挥他的影响. 特别应指出的是, 从 1863 年开始, 他指导米兰 (Milan) 新成立的培养工程人才的高等科技研究所, 并且从 1867 年到 1873 年期间招揽了不仅有 Casorati 和他自己, 而且还有他以前的学生 Luigi Gremona 作为该校的师资. Brioschi 创造了一种在这种学术背景下有利于从事研究的氛围——这可由 Casorati 在 Riemann 函数理论的方面的工作和 Cremona 在代数几何领域的不间断的工作得到证明——与此同时这些院校本身又对那些能够接受教学和研究的挑战的人们提供了新的工作机会 [4, 275-276 页].

同样, 在比萨的由拿破仑于 1808 年仿照巴黎的高等师范学院模式建造的 Scuola Normale Superiore 里, Betti 在他作为学院的督导的几乎长达三十年的任期中, 特别是他通过对 Riemann 关于复函数理论及 n 维空间几何的思想研究中取得的显著进展, 给本已非常活跃的研究者的圈子注入了新的活力. 在比萨这群受 Betti 影响的数学家中包括他的学生和后来的同事 Ulisse Dini, Vito Volterra, Salvatore Pinuchrele

⁷⁾ Tortolini 在 1850 年创立了 *Annali di Scieze Matematiche e Fisiche*; 在 1858 年, 这份杂志改名为 *Annali di Mathematica Pure ed Applicata*, 以与同名的 Crelle 创立的德国杂志和 Liouville 创立的法国杂志竞争.

及 Federigo Enriques, 还有其他一些人 [4, 279-280 页]. 虽然在一些特殊的人物的影响下, 在某些学校也发生类似的变革, 但直到 1875 年, 教育部长 Ruggiero Bonghi 才代表官方宣布改革的明确目标是将意大利的高等教育体制更靠近德国模式, 即强调教学、研究和研究生的培养并重. 他的继任者 Michele Coppino 在很大程度上从这些改革中倒退, 但是改革中的那些观念——由于 Broschi, Betti 和其他人的努力——已经在十九世纪的最后四分之一时间里在意大利的绝大多数地方的院系这一层次上相当牢固地建立起来了.

欧洲的其他地方并没有漠视意大利的这些发展. 由于在 1870-1871 年普法战争中失败, 法国已经从自我满足中觉醒起来, Gaston Darboux 因而指出“我们需要修订我们的高等教育(体制). 德国和其他国家已经做得比我们要好. 我相信这种状况若继续下去, 用不了多久, 意大利人也将超过我们”[12, 19 页].⁸⁾ 事实上, 很大程度上, 由于军事上的失败, 同时这失败也暗示了所谓的“大学”也许尚未成熟得足以作出应付法国的时代危机, 新成立的第三共和国的领导人为寻求加强他们的政治地位, 至少部分地, 要培养一批知识精英, 而这些精英并不是在从前的帝国大学里而是在另外一些高等教育机构中培养起来的. 为了实现这一目标, 法国的每一个行政管理机关部门的学院, 需要一个新的中心, 法国政治家和教育改革者们在德国模式中发现了它 [25, 302-303 页].

发生在 1876 年到 1900 年之间的一系列主要改革中, 法国人首先建立了奖学金制度以用来鼓励一大批有潜力的学生能够进入这些高等院校; 其次在包括数学的不同的科学学科中, 设立了许多新的职位, 特别设立了带薪水的“大学讲师”的职位, 以用来支持较低层次的学者及用于促进全面实施研究生培养计划; 最后, 弱化这些高等院校与中等教育系统之间的传统联系, 从而为支持教学和研究而创造条件. 这些改革者们相信, 通过有意识地将德国模式的各个方面按照法国国情加以调整、运用, “法国科学机构能够比德国的做得更好”[25, 303 页]. 实际上, 新职位的产生(主要是在地方各省)通过在不同子学科产生新的职位模糊了旧有的各个学科之间的界限(例如, 被视为典范的 Camille Jordan 的职位不是在数学上而是在高等代数这样的分支学科上), 并且采用了以研究成果作为衡量工资多少的准则, 而这一切都有益于促进一个更为专业化的、以研究为导向的数学职业的发展. 到 1900 年, 法国已和德国并驾齐驱 [12, 59-63 页]. 正如 Helene Gispert 在她关于法国数学学会的研究中记述的, 法国, 经历了从 1830 年到 1870 年的几十年的数学的黑暗时期, 又经历了从 1870 年到 1900 年的复苏时期, 最终导致了一个始于二十世纪初的新的黄金时期 [12, 113 页].⁹⁾ 这个黄金时期在很大程度上归功于由教育改革提供的动力.

此外, 这种改革未必对于数学研究水平的发展一定有积极的影响. 在 1857 年, 西班牙采用了一种由拿破仑于十九世纪初在法国采用的中央集权化的教育体制. 在马德里的牢固控制下, 改革的后效来得相当缓慢. 在数学方面, 这种控制体现在射

⁸⁾ 一切在这里出现的原非英语的引语的(英文)翻译均出自作者.

⁹⁾ 虽然围绕他们的“复苏时期”的环境是截然不同的, 法国和美国在这同样的三十年时期里都受众多的同样的外部因素所影响. 比较 [12] 和 [18].

影几何的高等课程处于的支配地位。射影几何是由 Karl von Staudt 在十九世纪中叶发展起来的,并由马德里的 Eduardo Torroja Caballe 于十九世纪七十年代开始吸收过来。虽然 Torroja 在马德里确实倡导过在他的课程上“研究”数学,但他很固执地坚持着他那一片天地,因而在十九世纪的最后几十年中,他与诸如几何研究中的更抽象的 Riemann 的研究前沿越来越拉开了距离。Torroja 和他在马德里的支持者在这种情形下,阻碍了在西班牙的其他人,如 Garcia de Galdeano 的工作 [15, 112-114 页],后者努力鼓励那种已经在欧洲其他地方实行,特别是在德国,法国和意大利研究的数学 [1, 162-163 页]。

另一方面,英国于 1858 年,1871 年和 1877 年进行的教育改革带来了教授职位数目的增长,建立了完全依赖于业绩的大学校务委员会委员的制度,并且结束了对学校教职员和学生进行宗教考查的历史。这些改革也导致了由学院组成的大学这种结构的加强,并且特别着重于朝着提高在科学上的训练这一方向的发展。尽管有这些变革,英国的教育体制的基本目标仍停留在绅士学者们(并且开始于十八世纪七十年代,增加了女士学者们)的文科教育上,并且从教育法的角度来讲重点还放在通过设定的考试。在整个十九世纪,英国的教育体制继续着重于强调知识的传播,而不是知识的进步,并且在数学和其他科学上,这种趋势妨碍了用教学和研究作为数学职业的定义。

象上面所举的意大利,法国,西班牙和英国的例子所说明的一样,在十九世纪的最后四分之一时间里,广泛的教育改革影响了整个欧洲国家的数学的发展(在这里,美国也可被引用作为一个例子)。新的学术职位和学院的创建,新一代教育者的增加,直接效法德国关于教学与研究以及培养未来研究人员的观念在已使数学在研究的水平上确立了职业标准的国家里,这些是相辅相成的。然而,若缺少其中的一个或几个方面,则会使发展受到挫折。

未来研究者们的培养

在二十世纪初的法国,Emile Picard 恰如其分地总结了体现在高等数学职业化上的教育改革的关键作用。“它们的任务除了使科学知识让人了解和理解之外,”他写道,“高等教育制度有另外一个(任务),与它的其他任务一样高贵,就是发展科学和不断传授给新一代研究者们发明和发现的方法”[12, 60 页]。正象他所明确强调的,明了培养未来研究者的重要性正是这些在德国精神鼓励下的改革的一个重要副产品。因此,在十九世纪的最后四分之一的时间里,那些受德国和法国的鼓励与指导的其他国家的教育家们和数学家们,逐步地认识到这种“高尚的任务”是他们整体努力的不可分割的一部分。美国和俄罗斯恰好提供了这种影响的很多例子中的两个。

在美国,从 1875 年到 1900 年的这段时期是发展和财政繁荣的时期,对高等教育有重要的影响。当依靠铁路、电报以及更为广泛的工业拓展带来滚滚财源的时候,许多象 John Hopkins 和 John D. Rockefeller 这样的个人通过他们的私人慈善事业捐助了很多的大学。这些新大学的校长,都对国外的教育情形,尤其是对于德国,法国和英国的情形了解得很清楚;并借鉴于那些外国的制度,形成了他们自己的新的办

学思想。特别地，他们中的许多人把促进研究和培养未来研究者们作为他们学院和学校的明确任务 [18, 261-294 页]。

例如，芝加哥 (Chicago) 大学，这是一所创始于 1892 年，并由 Rockefeller 提供财政资助的大学，它从建校开始就将其重点放在强调确保有研究才能的教师队伍上。用这所大学的首任校长 William Rainey Harper 的话讲，这所大学应该遵循“不是用在一个既定的领域内已有的知识来填塞学生的头脑，而更应该是训练他使得他自己能够沿着研究的新道路走下去”[18, 278 页]。在数学方面，Harper 成功地招揽了能够体现这些观念的三个人。

在芝加哥，美国人 Eliakim Hastings Moore，和两个德国人 Oskar Bolza 与 Heinrich Maschke 在数学方面实施了一个训练计划，它完全可以与他们的许多德国同行媲美 [18, 367 页]。这种情形的出现并不令人惊奇，主要缘于下列事实：Bolza 和 Maschke 都曾经师从于 Fleix Klein，而 Moore 也曾经在国外的哥廷根和柏林花费了一年的时间学习数学。除了经常讲授一些在十九世纪后期才建立起来的领域的课程，如不变式理论，置换理论，椭圆函数理论及其他课程等，芝加哥的数学家们也将讨论班融入了他们整体的教学方法当中。特别地，就象 Bolza 和 Maschke 切身体会的，讨论班可以成为在更为专业化道路上的新数学思想产生的肥沃的温床。芝加哥人还以他们所谓的“数学俱乐部”扩展他们学习的手段，这就是在整个学年举行的一系列的双周讨论会，在会上，发言者包括教职员和学生，介绍其他数学家的最新发表的工作，或者是报告他们自己的想法。在这种学院气氛的熏陶下，并通过这些卓有成效的方法，在很短的时间里，美国就造就了一大批第一流的数学家，如著名的 Lenonard E. Dickson, Oswald Veblen, Robert L. Moore, 和 George D. Birkhoff (见 [18, 372-393 页]，该处对这些数学家们在这种数学环境下所从事的研究工作作了一个简单而全面的叙述)。

在十九世纪后期，莫斯科广阔的文化和政治环境可能与芝加哥不相同，但象芝加哥大学一样，莫斯科大学在一位深受当时在德国和法国数学发展影响的活动家的领导下进行了一项数学改革计划。Nikolai Vasil'evich Bugaev 在 1863 年到了柏林，在那里他师从于 Kummer 和 Weierstrass，然后继续前往巴黎听了 Liouville, Chasles, Serret 以及其他人的讲课。经过大约两年半的国外生活之后，Bugaev 回到了莫斯科，并于 1867 年在那里获得了一个教授职位，这时，正是他在莫斯科以关于幂函数 e^x 的数值等式的工作获得博士学位一年之后。从 1867 年直到他于 1903 年辞世，他的工作一直是在数论方面，尤其是他努力发展该学科中的一般性方法，给出具有有限适用性的技巧性的解法 [16, 98-100 页]。

然而，Bugaev 在莫斯科做出了比他自己的数学研究成果更多的工作。他的更为广阔的数学观影响了一大批同事和学生。对于 Bugaev 来说，数学包括了交流，并且他通过对莫斯科数学会及它的在 1866 年之后的刊物 (Matematicheskii Sbornik) 的强有力的支持来扩大这种交流。这种交流也体现在他在大学的工作中：Bugaev 首先是作为物理和数学部的秘书，然后是该部的主任，用辛勤的工作和不懈的努力使交流工作得到了加强和提高。最重要的是，他在训练学生使他们进一步发展作出了许

多贡献。为达到这一目的, Bugaev 讲授了非常广泛的课程——例如, 数论, 椭圆函数论, 变分法及解析函数论等——其目的在于引导学生在研究的层次上进入这些课题。他也培养和推动了一种学术氛围的形成: 数学在本质上被解释成是有关函数的理论, 并且不连续函数在其中起着关键性的作用。这种观念不仅被证明有助于接受 George Cantor 著名的集合论的思想, 而且也被看成是函数论中的莫斯科学派的基石, 这个学派在二十世纪早期的几十年里, 由 Bugaev 的学生 D. F. Egorov 开创, 并由 Egorov 的门徒 N. N. Luzin 发展。这个学派, 也包括了那些在二十世纪有影响的数学家们, 如 P. S. Aleksandrov, A. Ya. Khinchin, 和 D. E. Menshov, 他们对于测度论的发展及单实变函数论的一般理论做出了根本性的贡献 [19]。

莫斯科大学和芝加哥大学的例子使我们理解到一个根本点, 即在一个既定国家范围内的数学发展的成功与否, 重要的是依赖于在充满有意义的未解决问题的领域内培养有才华学生的过程。这个过程的核心, 无可否认地要涉及数学定理的证明, 这些学生则不仅要学会如何成功地实现那些创造性的过程, 而且要有一种将他们所理解的内容传授给下一代的信念。如他们所受到的训练一样, 他们也应该训练别人——这种观念在十九世纪的最后四分之一的时间里, 刻划了数学在国际范围内的任务。而且, 同在这里说明的其他因素一致, 这种观念鼓励了自立的数学团体——由有相同兴趣联系起来并相互影响的人们组成的群体的最终形成。

交流渠道的建立

然而, 一个团体的形成也有赖于其成员进行有效交流的能力。在 1875-1900 年的这段时期里——正是电报, 铁路系统, 轮船以及印刷技术将国家内部和国与国相互之间紧密联系起来的时期, 依靠这些新技术, 产生了至少两种分布很广的交流工具: 数学会和专门的数学杂志。

虽然莫斯科数学会成立于伦敦数学会之前, 但是正是后者于 1865 年 1 月以这个名字举行了首次会议, 并且被整个欧洲和美国的数学组织者们看成一个典范。它不仅仅是将伦敦及伦敦周围地区的, 并且最终将整个英国的数学家们集中在一起介绍和讨论数学成果, 而且通过出版 *Proceedings of the LMS* 来对开创性的研究作进一步的传播 [20; 和 6, 577-581 页]。

再看英吉利海峡对岸的情形, 该会的第一个外国会员, 法国人 Michel Chasles 要求他的同胞追随英国人的例子。在他 1870 年提出的关于法国数学发展的报告中, Chasles 强烈地倡导建立一个专门为数学家的团体, 以区别于那些数学只是其中一部分的团体。这样的团体应该将数学家们聚焦于他们的学科上, 从而更关注数学技术的发展和学科结构的拓宽。Chasles 强调了自由入会政策的重要性, 即应该允许所有的数学家都能加入和参与。在他看来, 采用只允许最优秀的入会的排斥性政策的协会, 象科学院一样, 对于提高整个法国数学的水平益处甚少。而且, 当时存在的杂志——科学院的 *Comptes Rendus*, 高等师范学院的 *Annales Scientifiques* (科学年刊), 甚至 Liouville 的 *Journal des Mathematiques Pures et Appliquees* (纯粹与应用数学杂志)——经常由于与数学质量无关的原因而拒绝稿件。法国数学会在某种意义上,

对于它的成员的工作应该提供一种免费的和不须考虑其销路的出版服务 [12, 14-17 页]. 这种由 Charles 发现的法国数学制度中的缺憾最终在 1872 年随着法国数学会以及它的 Bulletin(通报)的建立而消除了.

同样地, 在某种程度上, 英国数学家们的实践至少给在意大利的巴勒莫和美国纽约的同行为提高在研究水平上的数学发展而采取的最初步骤提供了借鉴. Giovan Battista Guccia, 他是 Brioschi 和 Cremona 的学生, 受法国科学进步协会和英国数学会的启发, 在 1884 年建立了 Circolo Matematico di Palermo. 然而, 他关于新协会的目标, 在某种程度上要比作为他的样板的数学团体的任何一个更注重与外界的联系. Guccia 寻求建立一个协会, 希望能够联合世界各国的数学家, 并且与此同时通过将意大利引入更大的国际舞台来激发在意大利的高等研究工作 [5, 51-75 页]. 他通过发展外国会员和开始于 1885 年出版 Circolo 的 Rendiconti 等工作实现了这些目标. Guccia 认识到了国际化而不是将数学研究局限在一个国家范围内发展对保持数学的整体活力的好处.

虽然, 在纽约, 与 Guccia 同时代的人最初并没有象他这么远大的目光, 纽约数学会的创建者们于 1888 年在他们第一次会面时也将数学的广泛发展作为他们的基本目标. 六年之后, 这个最初只不过是作为哥伦比亚大学的一个数学俱乐部并且当初只有六个人的团体, 开始出版它的 Bulletin(通报), 并且为寻求一种全国范围内的响应将其名称改为美国数学会, 而且很快地成长为拥有二百多会员的团体 [18, 267-268 页]. 同法国的法国数学会一样, 美国数学会到 1900 年已经在研究的层次上确定了职业数学活动的基本要点.

正如这篇关于各国数学会的建立的简短回顾中所强调的, 在十九世纪最后四分之一时期的时期里, 数学家们认识到对于数学学科的发展而言, 个人的还有印刷物的交流的重要性. 这些学会的成立进一步反映出他们越来越明确的将数学作为一种职业的认识, 而他们的新出版物的创立又强化了这种职业所采用的标准.¹⁰⁾ 到了十九世纪后期, 作为一个数学家, 在各国都意味着同一件事, 即, 与那些在国内和国外的数学学者的团体内具有相同兴趣的成员一起, 创造和分享开创性的研究成果.¹¹⁾

国际角度的综述: 某些共同之处

这篇简短的比较性调查报告提出了一些影响十九世纪最后四分之一时间里数学发展的重要因素. 首先和最重要的是, 在这段时期里数学职业在国际上的确立主要

¹⁰⁾ 无疑, 我们还可以引用许多在这段时期内创刊的与数学会无关的杂志的例子: Alfred Clebsch 在 1868 年于德国创建了 Mathematische Annalen(数学年刊); Gaston Darboux 开始于 1870 年创办了 Bulletin des Sciences Mathematiques(数学科学通报); James Joseph Sylvester 也于 1878 年在美国开办了 American Journal of Mathematics(美国数学杂志), 这里只举这三个早期期刊的例子.

¹¹⁾ 例如, 关于美国数学研究团体的深层的量化说明, 见 [9] 和 [10]. [12] 提供了关于广泛的法国数学组成的分析, 并且 [17] 给出一些在西班牙这些情形的说明.

——虽然不是唯一地——有赖于在不同国家内高等教育的变革。虽然这些变革在不同的国家源自非常不同的事件——政治上的，财政上的，哲学上的，教育学上的——以及很不同的原因，然而它们都趋于在高等教育中对研究水平上的数学的学习与追求提供越来越有利的环境。特别地，在不同国家里，都结合本国实际采用了德国的 *Lehr- und Lernfreiheit* 的原则，与之俱来的是对数学教授的角色重新确立，并且不断地进行紧紧围绕着教学与开创性研究的双重活动。在研究生层次上的教育因而发展起来，其目的在于训练学生能够实现这两个目标，并且这种训练不仅在课堂内进行，而且也在从德国教育体系借鉴来的另一个里程碑式的方式——讨论班中进行。

当新的数学成果的发现积累到一定程度可以成为这一发展中的职业的一部分时，数学学科就不断出现新的专业。大学将它们的数学和物理或数学和天文的职位分离开来，甚至在诸如几何和高等代数这样的专业数学领域设置了职位。这种专业化导致了两个方面：一是在数学内部，严格区分了各个子学科；二是在这一领域产生了大量的职位。后者也同在教授职位之下设置了不同级别的教师 (*Dozenten, maitres de conferences, 助教和副教授, 等等*) 位置有关。当个人寻求这种研究生训练时，当他们承担新的职位时，当他们采纳了这些教学与研究的价值观时，他们便在一个国家或更广泛的数学团体的基础上聚集在一起，通过那些具有共同鉴赏力和理解力的读者的专门杂志来分享他们新的研究成果。这种在单一国家内的数学的国家化就这样在十九世纪末完成了；而且因为各个国家竞相模仿的模式是大致一样的，这说明在这一领域中的国际化正在以同一种方式进行。也许没有什么事实比下面的事实更能说明后一结论：苏黎士 (Zurich) 作为东道主在 1897 年迎来了第一次国际数学家大会。

从国际角度对大约从 1875 年到 1900 年的数学发展史的研究揭示了各个国家内均具有的共同因素，这些共同因素在仅作严格的局限于各国的研究时往往会视而不见。这也至少在某种意义下说明了数学国际化进程中的复杂程度。当今的数学家往往认为数学科学的国际化是理所当然的，但实际上，这是这一学科在二十世纪显示出的态势，而这是数学学科发展的结果，特别是在十九世纪最后四分之一的时期里那些生气勃勃的变革的一个结果。

[作者 Karen Parshall 是美国弗吉尼亚大学数学和历史的副教授。原文是 1994 年在苏黎士举行的国际数学家大会上作的一篇报告。该报告的缩简本发表在由 Birkhäuser Verlag 出版的 Congress Proceedings 上。原文作者感谢 Birkhäuser Verlag 出版社将该文在 Notices 上发表。]

参考文献 (略)

(白述伟 译 井竹君, 李晓勇 校)