

2018 年第 28 届国际数学家大会

一小时报告摘要

编者按 2018 年第 28 届国际数学家大会 (ICM 2018) 于 2018 年 8 月 01—09 日在巴西首都里约热内卢举行. 大会共有 1 小时报告 21 个. 在此按报告先后次序刊登每个报告的摘要, 以便读者了解这次盛会的学术概貌. 感谢国际数学家大会 2018 组委会的许可.

大会报告摘要

Kähler 几何及其例外和乐的一些新进展¹⁾

Simon Donaldson (英国 / 美国)

本文是对微分几何中两个领域的粗略综述. 尽管这两个领域通常不会以这种方式放在一起, 但这里有几个原因同时讨论它们. 首先, 它们都符合一个非常普遍的模式, 即我们关心在一个流形上各种不同的微分几何结构的存在性. 在一种情况下, 我们考虑一个复 Kähler (凯勒) 流形, 并寻求一个特殊的度量, 例如 Kähler-Einstein (爱因斯坦) 度量. 在另一种情况下, 我们寻找具有一个例外和乐 (exceptional holonomy) 的度量. 其次, 我们将在下面详细地看到, 在技术层面上, 这些领域之间有许多联系点. 第 3, 各领域的发展状况有着有趣的对比. 在 Kähler 几何中这些问题已经研究了半个多世纪: 在大量的文献中有着许多深刻且深远的结果. 相比之下, 例外和乐流形理论是一个大有可为的领域: 具有普遍性的成果很少, 迄今为止, 研究进展集中于一些例子. 在许多情况下, 这些例子都依赖于 Kähler 几何的进步.

(燕敦验 译 邓杨肯迪 苏阳 校)

带有 Coulomb 相互作用的点系统²⁾

Sylvia Serfaty (法国 / 美国)

在凝聚态物理, 经典与量子力学, 统计力学, 随机矩阵, 甚至逼近论的各种背景下, 出现了具有 Coulomb (库仑) 相互作用的大型点集, 并由此产生了与分析, 偏微分方程和概率有关的各种问题.

我们将首先回顾这些动机, 然后给出在宏观尺度上描述系统的有效模型和方程的“平均场”求导. 接下来我们将解释如何分析下一阶的行为, 给出微观层面上的构型信息, 与结晶问题联系起来, 并对温度效应进行描述.

(燕敦验 译 邓杨肯迪 苏阳 校)

译自: <http://www.icm2018.org/portal/en/plenary-lectures>. Copyright ©2014-2018 The International Congress of Mathematicians. All rights reserved. Reprinted with permission. Rio de Janeiro ICM 2018 Organizing Committee 授予译文出版许可.

1) 原题: Some recent developments in Kähler geometry and exceptional holonomy.

2) 原题: Systems of points with Coulomb interactions.

曲线模空间的几何¹⁾

Rahul Pandharipande (瑞典)

曲线的模空间首次出现在 19 世纪 Riemann (黎曼) 的工作中, 在几何学中起着重要的作用. 在介绍模空间之后, 我将讨论模空间上的重言类 (tautological classes) 研究中的新方向, 这来自于 Mumford (芒福德), Faber (法贝尔)-Zagier 和 Pixton 的想法和猜想. 上同调场论 (Cohomological Field Theories, CohFTs) 起着重要的作用. 本报告关注于寻找曲线模空间的上同调演算 (cohomology calculus), 这平行于我们已经有很好的理解的几何对象的知识. 我的目的是介绍过去 10 年的进展和目前的状况.

(燕敦验 译 邓杨肯迪 苏阳 校)

关于计数几何与几何表示论的交叉²⁾

Andrei Okounkov (俄罗斯 / 美国)

标题中的两个学科以许多不同而深刻的方式互相联系. 我最近写过一些文章介绍了某些进展, 但这些文章都放在一起也不能当作一个全面综述. 通过这篇针对一般数学听众的 30 页报告, 我想用一个十分有趣的例子, 即 $\mathrm{Hilb}(\mathbb{C}^2, n)$, 来说明一些基本思想. 希望这能激发众多期望有应用的领域的同行们的好奇心.

(燕敦验 译 邱博宁 苏阳 校)

路径和闭路上的共形不变测度³⁾

Gregory Lawler (美国)

在过去的 20 年里, 在平面统计物理中出现的分形路径和场的研究取得了惊人的进步. 我将介绍这一领域, 并讨论一些近期的研究成果, 重点介绍一些具有代表性的方面 (自回避和闭路擦除游动 (loop-erased walk), Brown (布朗) 闭路测度 (loop measure), Schramm-Loewner 演化 (SLE) 和 SLE 型闭路, Gauss (高斯) 自由场, Liouville (刘维尔) 量子引力). 我也将描述其他空间维度中一些类似的问题.

(燕敦验 译 邓杨肯迪 苏阳 校)

动力系统, 分形几何和 Diophantus 逼近⁴⁾

Carlos Gustavo Moreira (巴西)

本综述描述了联系分形几何, 动力系统和 Diophantus (丢番图) 逼近的几个结果, 包括关于经典 Markov (马尔可夫) 和 Lagrange (拉格朗日) 谱的几何性质的最新结果, 以及在动力系统和微分几何中的推广.

(燕敦验 译 邓杨肯迪 苏阳 校)

1) 原题: Geometry of the moduli space of curves.

2) 原题: On the crossroads of enumerative geometry and geometric representation theory.

3) 原题: Conformally Invariant Measures on Paths and Loops.

4) 原题: Dynamical systems, fractal geometry and diophantine approximations.

度量测度空间中的微积分、热流和曲率 – 维数的界¹⁾

Luigi Ambrosio (意大利)

度量测度结构的曲率 – 维数界理论有几个动机: 在与 Euclid (欧几里得) 截然不同的结构中对泛函和几何不等式进行研究, 从而需要新的非 Riemann 工具, 对在适当的几何约束下的 Riemann 流形类闭包的描述, 空间的解析和几何性质的稳定性. 在过去的几年中, 基于从最优运输理论中得到了关键的信息, 我们在所有这些方向上都取得了惊人的进步, 这也促进了在度量测度空间中新的微积分工具的发展. 这次报告既是一项综述, 也是对这个快速发展的研究领域的介绍.

(燕敦验 译 邸博宁 苏阳 校)

动力系统演化²⁾

Lai-Sang Young (美国)

我将讨论我在动力系统理论和应用中所做的一系列研究工作. 第 1 个主题来自混沌动力系统的遍历理论, 包括熵, Lyapunov (李雅普诺夫) 指数和分数维, 统计性质和几何, 物理相关的不变测度, 以及剪切诱导的混沌中产生的奇异吸引子之间的联系. 接着, 我将继续讨论动力系统思想在流行病控制和计算神经科学领域的一些应用.

(燕敦验 译 邸博宁 苏阳 校)

p 进几何中的周期映射³⁾

Peter Scholze (德国)

我们讨论 p 进几何最新进展, 从 “ p 进紧流形” 的 Hodge (霍奇)-to-de Rham (德拉姆) 谱序列的退化, 经过 Abel (阿贝尔) 簇模空间上新的周期映射, 到对局部和全局 Langlands (朗兰兹) 猜想的应用, 以及 “万有” p 进上调理论的构造等最新进展. 最后, 我们以对一个可以整合所有素数 p , (包括 Archimedes (阿基米德) 素数) 的理论大致推测来结束.

(燕敦验 译 邸博宁 苏阳 校)

高维空间子集上的调和解析几何 —— 经验模型⁴⁾

Ronald Coifman (美国)

我们描述了调和分析的最新发展, 其目的是产生用于联系 \mathbb{R}^n 的子集几何以及在子集上的函数和算子的分析工具. 在这一分析中, 我们建立了函数的几何与空间的几何之间的对偶. 该方法用于使各种解析组织自动化, 以及使信息性数据分析成为可能. 这些工具扩展到高阶张量, 从而可以和变化结构的动态分析相结合.

特别地, 我们认为这些工具对于实现自动化经验建模是必需的, 其目标是仅通过观

1) 原题: Calculus, heat flow and curvature-dimension bounds in metric measure spaces.

2) 原题: Dynamical systems evolving.

3) 原题: Period maps in p -adic geometry.

4) 原题: Harmonic analytic geometry on subsets in high dimensions—Empirical models.

察, 从头开始为自然中的动力学建模. 我们将说明最近的发展, 其中物理模型可以直接从观测中发现和建立, 而这其中传统的 Newton (牛顿) 微分方程被观测到的几何数据约束所取代. 这项工作体现了全球学者的广泛合作, 包括最近的一些学者, 比如 A. Averbuch, A. Singer, Y. Kevrekidis, R. Talmon, M. Gavish, W. Leeb, J. Ankenman, G. Mishne 等.

(燕敦验 译 邱博宁 苏阳 校)

纽结, 三维流形和瞬子¹⁾

Peter Kronheimer (美国) Tomasz Mrowka (美国)

在过去的 40 年中, 来自几何和分析的理论帮助对于低维拓扑领域的进展是至关重要的. 这个报告将着重介绍这些发展的一个方面, 即 Yang-Mills (杨振宁 - 米尔斯) 理论, 或规范理论的运用. 这些技术由 Simon Donaldson (唐纳森) 始于 1982 年对四维流形的研究所引领, 但是在过去的 10 年中, 规范理论得到了新的应用, 且发展了新的交叉学科, 特别是在三维拓扑和纽结理论.

在我们对这一领域的探索中, 一个反复出现的问题是: “我们怎样才能探测到纽结?” 许多数学工具已经应用于这一问题, 但是规范理论提供了它自己的一系列答案, 无论是直接还是通过与其他工具的联系. 除经典纽结外, 我们还将关注相关的但尚未经充分探索的空间图 (spatial graphs) 的世界.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

长期的历史和短期的格局²⁾

Catherine Goldstein (法国)

数学的概念和结果往往历史悠久, 可追溯到很久以前. 然而, 数学史中最近的研究倾向于关注局部, 短期的主题, 以及对短期内数学家, 定理或实践格局的研究. 本文的第一部分解释为什么会发生这种变化: 人们对数学和社会之间关系的重新关注, 对数学工作的各种组成部分和各个方面更加关注, 以及对历史编纂学本身的批判性展望. 我们用 19 世纪 Hermite (埃尔米特) 形式的若干历史事件来说明和检验了长期历史的问题. 最后提出了一些有待解决的问题.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

高维扩张子³⁾

Alexander Lubotzky (以色列)

在过去的 50 年里, 扩张子图 (expander graphs) 一直是纯数学和计算机科学之间最富有成果的交互主题, 它的影响和应用是双向的. 近 10 年来, “高维扩张子” 的理论开始出现. 我们将描述这一新兴研究领域中的一些路线.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

1) 原题: Knots, three-manifolds and instantons.

2) 原题: Long-term history and ephemeral configurations.

3) 原题: High dimensional expanders.

Schrödinger 本征函数的非局部化¹⁾

Nalini Anantharaman (法国)

100 年前, Einstein 想知道经典遍历系统的量子化条件. 虽然与遍历经典动力学相关的 Schrödinger (薛定谔) 算子谱的数学描述仍然完全缺失, 但在相关本征函数的非局部化方面已经取得了很大的进展.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

机器学习和深度学习中的数学²⁾

Sanjeev Arora (美国)

机器学习是计算机科学的一个分支, 这一分支从事构建能够从经验和交互中自我改进的程序和机器. 这依赖于数学优化, 统计学和算法设计. 这个报告将介绍机器学习及其一个主流分支: 深度学习. 目前, 经验上的成功超过了数学上的理解. 我们将考察这一领域的种种数学奥秘, 以及在理解这些奥秘上所取得的初步进展.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

度量降维: Ribe 纲领简介³⁾

Assaf Naor (美国)

本文的目的是综述 度量降维 (*metric dimension reduction*) 领域的背景, 成就, 挑战和奥秘, 包括用新观点审视重要的旧结果和新的进展.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

表示论与几何学⁴⁾

Geordie Williamson (澳大利亚 / 德国)

表示论中最基本的问题之一是对单表示的描述. 我将通过 Lie(李) 群和 Lie 代数的表示论来重点介绍这个问题. 一个反复出现的主题是看似代数问题中的几何方法.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

动力系统, 数值分析和一些几何⁵⁾

Christian Lubich (德国)

几何考虑在构造和分析多种常微分方程和偏微分方程的结构保持数值方法中起着重要作用. 本文将回顾 Hamilton (哈密顿) 常微分方程和偏微分方程的辛积分算子, 依赖于时间的大型矩阵和张量的动态低阶逼近的发展和理论, 以及它在量子动力学中 Hamilton 张量网络逼近的数值积分算子中的应用.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

1) 原题: Delocalization of Schrödinger eigenfunctions.

2) 原题: The mathematics of machine learning and deep learning.

3) 原题: Metric dimension reduction: A snapshot of the Ribe program.

4) 原题: Representation theory and geometry.

5) 原题: Dynamics, numerical analysis and some geometry.

噪声稳定性、噪声灵敏度和量子计算机问题¹⁾

Gil Kalai (以色列)

我将讨论涉及到数学和计算的两个相关问题. 第 1 个问题是关于在选举中统计选票时的误差, 我将提出一个关于投票规则和其他过程的噪声稳定性和噪声敏感性的理论. 第 2 个问题是: 量子计算机是否可能? 我将讨论有噪声的中间尺度量子系统 (NISQ) 的灵敏度, 并论证为什么量子计算机是不可能的.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

基于梯度的优化: 动力学的、辛的和随机的视角²⁾

Michael Jordan (美国)

这个报告探讨动力系统与最优化之间的关系. 这是数学中一个令人肃然起敬的广阔领域, 在它众多的历史线索中, 包括对梯度流的研究和从变分观点对力学的研究. 我们的目标是在这一领域建立一些新的联系, 从连续时间的, 变分的角度来研究基于梯度的最优化问题. 我们的关注超越了经典的梯度流, 将重点放在二阶动力学上, 旨在展示这种动力学与最优化算法的相关性, 这些算法不仅收敛, 而且快速收敛.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

全局 Langlands 参数化和约化群的 Drinfeld 模³⁾

Vincent Lafforgue (法国)

我们讨论函数域上 Langlands 纲领的最新进展. 特别地我们解释了函数域上任意约化群 G 的尖点自守形式 (cuspidal automorphic forms) 空间的正则分解, 这个分解以全局 Langlands 参数作为指标. 证明用到了对于具有多重修正 (multiple modifications) 的 G -Drinfeld (德林费尔德) 模的上同调和几何 Satake 等价性.

(燕敦验 译 彭宇 苏阳 校)

(上接 346 页)

- [27] S. P. Shah et al., The clonal and mutational evolution spectrum of primary triple-negative breast cancers, *Nature* 486, (2012), 395–399.
- [28] A. Sottoriva, L. Vermeulen, and S. Tavaré, Modeling evolutionary dynamics of epigenetic mutations in hierarchically organized tumors, *PLoS Computational Biology* 7 (2011), Issue 5, paper e1001132.
- [29] M. H. Tomlinson, Cancer stem cells: A guide for skeptics, *J. Cell. Biochem.* 106 (2009), 745–749.

(乔磊 译 段利霞 校)

1) 原题: Noise Stability, Noise Sensitivity and the Quantum Computer Puzzle.

2) 原题: Dynamical, symplectic and stochastic perspectives on gradient-based optimization.

3) 原题: Global Langlands parameterization and shtukas for reductive groups.