

食物分配：怎样公平分配且少有浪费

Jenny Morber

当一个初创公司写商业计划时，首先担忧的通常是需求，即，是否有足够多的人会购买该公司的产品。非营利供应链面临不同的动机和不确定性，那些处理解决食物短缺的组织可能会问：如何最好地分配有限的供应。但是“最好”是什么意思呢？食物赈济处 (Food banks)¹⁾ 的目标是公平地为最需要的人提供最多的食物，同时使浪费最少。有时前者和后者的目标是不一致的。

在由 Irem Sengul Orgut (联想 (Lenovo)), Julie Ivy 和 Reha Uzsoy (北卡罗莱纳州立大学) 以及 Charlie Hale (北卡罗莱纳州中部和东部食物赈济处 (Food Bank of Central & Eastern North Carolina (FBCENC))) 最近发表的一篇合著论文 [1] 中描述了一种模型，当食物供应不确定时该模型可以帮助食物赈济处平衡公平性和有效性。研究人员与 FBCENC 进行了为期 8 年的合作，以优化县一级的食物分配。

FBCENC 是位于北卡罗来纳州罗利 (Raleigh) 的慈善机构 Feeding America²⁾ 下属的一个食物赈济处，通过 6 个分支选点向 34 个县分发食品。不幸的是，高需求和低供应使得它们无法满足需求。因此，FBCENC 代之以按贫困人口的比例在各个县之间分配食物，以便每个三餐不济的人理论上接受相同数量的捐赠食物。简而言之，它争取的是公平。但是，数据表明，分配并不公平，有些县的服务水平低下，而另一些县则报告了有食物浪费。

更有效的食物分配策略是把大部分捐赠直接用于能力强的食物赈济处，从而将粮食浪费降至最低。但是，这种解决方案意味着某些地区的人们将一直遭受服务不足之苦。Sengul Orgut 说：“如果你只关心公平，那么一个非常简单的解决方案就是不发货。”“这是完全公平的，但没有效果。另一方面，如果你只想运送最多的食物，则可以查看每个分发地点并将其发送容量增加到极限。但是，你并没有查看这些分发地点所服务的人口数量，因此它们的分配最终变得不公平。所以，我们有这两个相互矛盾的目标。”

FBCENC 配送地区内的容量——每个县赈济机构在给定的一周或一个月内可以接收的食物量——是波动的，这增加了问题的复杂性。需求基本保持稳定，但预算、运输、劳动力和食品存储能力随时间而变化。一些食物赈济处如果不能达到所要求的公平性目

译自：SIAM News, v. 52 (2019), no. 6, Food Distribution: How to Give Fairly with Less Waste, Jenny Morber, figure number 4. Copyright ©2019 Society for Industrial and Applied Mathematics. All rights reserved. Reprinted with permission. 美国工业与应用数学学会与作者授予译文出版许可。

Jenny Morber 持有佐治亚理工学院材料科学与工程专业的学士和博士学位。她是来自美国西北太平洋地区的自由职业科学作家和新闻记者。

1) 在美国是一种向穷人提供免费食物的食物供应站，也可译为食品银行或食品库。——译注

2) 美国最大的缓解饥饿慈善机构，其网络由 200 多个食物赈济处构成，服务全美 50 个州、哥伦比亚特区和波多黎各地区，每年获得并分发超过 25 亿磅食物和杂货。——译注



北卡罗莱纳州农工州立大学 (North Carolina A&T State University)、北卡罗莱纳州立大学的研究人员与北卡罗莱纳州中部和东部食物赈济处 (FBCENC) 的合作帮助优化了县一级的食物分配。

从左到右: Steven Jiang (NC A&T State University), Lauren Davis (NC A&T State University), Charlie Hale (FBCENC), Irem Sengul Orgut (联想), Reha Uzsoy (北卡州立大学), Julie Ivy (北卡州立大学), 和 Isaac Amoako Nuamah (NC A&T State University). 图片由 Robert Lasson 提供

标, 就必须暂时关闭, 而且志愿者人数随着季节的变化也有起有落。

1. 面对不确定性情况下的公平性

稳健的容量不确定性优化模型 (The robust optimization model for capacity uncertainty (C-RM)) 可以帮助食物赈济处以能够掌握该地区多个县的随机容量变化的方式来分配食物。该研究团队认为, 尽管容量可能不确定, 但很可能只是在一定范围内的不确定。C-RM 允许用户在此范围内指定特定的容量稳健性, 同时尝试使分配的食物总量最大化。然后, 可以根据每个决策者的特定需求来平衡公平性和有效性。

研究人员将 C-RM 表述如下: 其中 n 是服务区域中的县数:

$$\max \sum_{l=1}^n X_l, \quad (1)$$

满足以下的约束条件:

$$\frac{X_j}{\sum_{l=1}^n X_l} - \frac{D_j}{\sum_{l=1}^n D_l} = 0, \quad \forall j \in J, \quad (2)$$

其中 j 是每个县的排序下标, X_j 是运往 j 县的食物数量, J 为食物赈济处服务区内的一组县的下标集, D_j 为 j 县的需求, \widehat{C}_j 为 j 县的标称容量值 (nominal capacity value)

$$X_j \leq \widehat{C}_j - \varepsilon_j \varphi_j, \quad \forall j \in J, \quad (3)$$

其中, ε_j 是 j 县容量与其标称容量值 \widehat{C}_j 的最大负偏差, φ_j 是 j 县容量与其标称容量值的偏差的分数部分。

$$\sum_{l=1}^n \varphi_l \geq \rho, \quad (4)$$

其中 ρ 是稳健性控制参数 (不确定性预算值 (the uncertainty budget)).

$$\sum_{l=1}^n X_l \leq S, \quad (5)$$

稳健食物分配算法 (Robust Food Distribution Algorithm)

<pre> if $\Delta \min_{i \in J} \left\{ \frac{\hat{C}_i}{D_i} \right\} < S$ then $B = \left\{ j \in J \mid \frac{\hat{C}_j}{D_j} = \min_{i \in J} \left\{ \frac{\hat{C}_i}{D_i} \right\} \right\}$ $\varphi_j^{\min} = \min \left\{ 1, \frac{\hat{C}_j D_B - \hat{C}_B D_j}{D_B \varepsilon_j} \right\}, \forall j \in J$ if $\sum_{i=1}^n \varphi_i^{\min} \geq \rho$ then $\varphi_j^* \leftarrow \varphi_j^{\min}$ quit else $J_E = \left\{ j \in J \mid \frac{\hat{C}_j - \varepsilon_j}{D_j} > \frac{\hat{C}_B}{D_B} \right\}$ end if else $\varphi_j = \min \left\{ \frac{\hat{C}_j \Delta - S D_j}{\varepsilon_j \Delta}, 1 \right\}$ if $\sum_{i=1}^n \varphi_i^{\min} \geq \rho$ then $\varphi_j^* \leftarrow \varphi_j^{\min}$ quit else $J_E = \left\{ j \in J \mid \frac{\hat{C}_j - \varepsilon_j}{D_j} > \frac{S}{\Delta} \right\}$ end if end if </pre>	<pre> $\varphi_j \leftarrow 1, \forall j \in J_E$ $h_i = (J_E)^C$ Sort J_i in a decreasing order of $\frac{\hat{C}_j - \varepsilon_j}{D_j}$ while $j \leq J_i$ do $\varphi_j = \frac{\rho - J_i - j + 1 \cdot \sum_{i=j+1}^{ J_i } \frac{\hat{C}_{h(i)} - \varepsilon_{h(i)}}{D_{h(i)}} \cdot \frac{\hat{C}_{h(i)}}{D_{h(i)}} - \sum_{i=j+1}^{ J_i } \frac{\hat{C}_{h(i)}}{D_{h(i)}} \cdot \frac{\hat{C}_{h(i)}}{D_{h(i)}}}{1 + \frac{\hat{C}_{h(i)} - \varepsilon_{h(i)}}{D_{h(i)}} \cdot \sum_{i=j+1}^{ J_i } \frac{\hat{C}_{h(i)}}{D_{h(i)}}}$ if $\varphi_j \leq 1$ then for $1 \leq i \leq j$ do $\varphi_{J_i(i)}^* \leftarrow 1$ end for $\varphi_{J_i(i)}^* \leftarrow \varphi_j$ for $i+1 \leq i \leq J_i$ do $\varphi_{J_i(i)}^* \leftarrow \frac{\hat{C}_{J_i(i)} D_{J_i(i)} - \hat{C}_{J_i(i)} D_{J_i(i)} + \varepsilon_{J_i(i)} D_{J_i(i)} \varphi_j}{\varepsilon_{J_i(i)} D_{J_i(i)}}$ end for end if quit end if end while $X_j^* \leftarrow D_i \min_{j \in J} \left\{ \frac{\hat{C}_j - \varepsilon_j \varphi_j^*}{D_j} \right\}, \forall j \in J$ </pre>
---	---

图 1 针对容量不确定性的稳健优化算法为那些寻求通过容量不确定性的稳健优化模型 (C-RM) 来优化有时有竞争的有效性和公平性目标的食物分配者提供了实用的路线图。图由 [1] 提供其中 S 是总供应量。

$$\varphi_j \leq 1, \quad \forall j \in J. \quad (6)$$

目标函数 (1) 寻求最大化从食物赈济处运送的食品总量, 同时如 (2) 所表示的那样保持公平性. 在约束条件 (3) 下, 该模型通过规定发送到一个县的食物数量必须小于或等于其标称容量减去允许偏差来防止对容量的过高估计. 由于县赈济机构在长期食品储存方面的设备不如其供应者, 过高估计县赈济机构的能力会导致更大的食品浪费.

为了避免过于保守的解决方案, ρ 限制了可以取其最坏情况值的参数的数目. 在该模型中, 最小容量 - 需求比 R 由

$$R = \min_{j \in J} \left\{ \frac{C_j}{D_j} \right\}$$

给出, 其中 C_j 是在区间 $[\widehat{C}_j - \varepsilon_j, \widehat{C}_j]$ 上波动的随机变量. 当所有县的容量分别达到其最低和最高值时, R 达到其最小值和最大值. 与前面的模型不同, 必须将 C_j 视为随机变量. 由于县的容量不确定, 因此具有最小 CD 比率的县的容量可能会波动. 这对该比率的值也成立.

C-RM 的最优解找到了满足约束 (4) 的与赈济机构的标称容量的偏差, 该偏差对总的食物分配影响最小. Sengul Orgut 等再次发现当容量是约束因子时, 瓶颈县的容量 - 需求比决定了总体粮食分配. 在这种情况下, 可以将剩余容量部分表示为

$$\varphi_j^{\min} = \min \left\{ 1, \frac{\widehat{C}_j D_B - \widehat{C}_B D_j}{D_B \varepsilon_j} \right\}.$$

如果标称容量代之以受约束供应, 则无瓶颈. 在此, 人们定义剩余容量部分的比例为

$$\varphi_j^{\min} = \min \left\{ 1, \frac{\widehat{C}_j \Delta - S D_j}{\varepsilon_j \Delta} \right\},$$

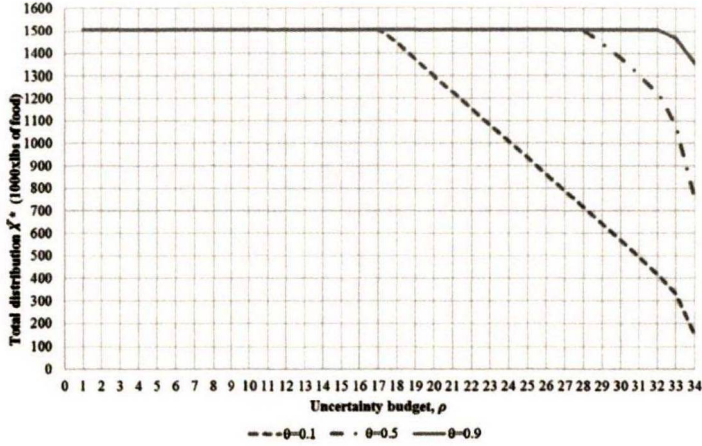


图 2 对于容量范围变化的最佳总食物分配与不确定性预算的关系图表明，不确定性和更大的容量波动有必要减少总食物分配以防止浪费食物。图由 [1] 提供

其中 Δ 是容量偏差系数，而且 $S = \Delta \min_{j \in J} \frac{\widehat{C}_j - \varepsilon_j \varphi_j}{D_j}$ 。如果计算得出的剩余容量部分大于或等于不确定性预算 ρ ，则总的分配问题等于使得 $\sum_{l=1}^n X_l^* = \min\{S, R\Delta\}$ 的标称问题。但是，如果剩余容量部分小于 ρ ，则一组县可以达到与其标称值的最大偏差，而不会影响最优解。这组县集的下标集可表示为

$$J_E = \left\{ j \in J \mid \frac{\widehat{C}_j - \varepsilon_j}{D_j} > \min \left\{ \frac{S}{\Delta}, \frac{\widehat{C}_B}{D_B} \right\} \right\}.$$

人们可以通过按照它们的比 $\frac{\widehat{C}_j - \varepsilon_j}{D_j}$ 的降序来列出这些县的方法来确定最优解。最优分配是 $X_i^* = D_i \min_{j \in J} \left\{ \frac{\widehat{C}_j - \varepsilon_j \varphi_j^*}{D_j} \right\}$ 。

为了帮助食品赈济处实施这个模型，该团队将其转换为一种算法，该算法首先检测问题是在供应约束方面还是在容量约束方面，然后根据该模型找到每个县的优化分配。这就是用于容量不确定性的稳健优化算法（见图 1）。

但是这在现实生活中起作用吗？为了说明该模型在现实生活中的适用性，研究人员输入了 FBCENC 的历史数据，并基于以下假设进行了实验：食品赈济处已收到 2,600,255 磅食物——相当于 2014 年的月平均干粮捐赠。他们令 \widehat{C}_j 等于 2012 年 7 月—2015 年 6 月运往各县的食物数量的经验分配的 90%，并进行了容量偏差系数为 $\theta = \{0.1, 0.5, 0.9\}$ 的实验，以检验容量不确定性对总食物分配的影响（见图 2）。

随着稳健性控制参数的增大，必须减少食品的装运量以防止与标称容量的较大偏差。为了优化在真实食物赈济处的分配，员工可以使用历史数据和他们自己的经验 / 目标来设置容量范围。一个不太需要规避风险的食物赈济处——或具有众所周知容量范围的食物赈济处——可以将 θ 设置得更接近于 1，而一个更需要规避风险的食物赈济处——或容量波动较大的食物赈济处——可以将 θ 设置为较低的值。

2. 绕过瓶颈

结果表明，完全公平意味着一些食物赈济处持续收到的食物少于其容量所允许的数量。如果分配者更具公平的灵活性那将会怎样呢？在 Sengul Orgut 等人目前和以前的工

<pre> Sort J in an increasing order of $\frac{C_j}{D_j}$ ratios $\omega_j \leftarrow 0, \forall j \in J$ while $i \leq J$ do for $1 \leq l \leq i$ do $\omega_l \leftarrow \frac{C_{J(i+1)}D_{J(l)} - C_{J(l)}D_{J(i+1)}}{K\Delta C_{J(i+1)}}$ end for if $\sum_{l \in J} \omega_l > \frac{r_K}{2}$ $R \leftarrow \frac{\sum_{l=1}^i C_{J(l)}}{\sum_{l=1}^i D_{J(l)} - \frac{r_K}{2} K\Delta}$ end if end while </pre>	<pre> if $R > \min_{l \in J} \left\{ \frac{C_l}{D_l - K\Delta} \right\}$ $R \leftarrow \min_{l \in J} \left\{ \frac{C_l}{D_l - K\Delta} \right\}$ end if $\sum_{l=1}^n X_l^* \leftarrow \min\{S, R\Delta\}$ Quit </pre>
--	---

图 3 公平性偏差的稳健优化算法 (E-RA) 使食品赈济处可以放宽某些瓶颈县的公平要求, 以便在整个服务区域实现更大的食品分配. 利用此算法的实际方案表明, 即使与完全公平的偏差很小, 这些县的总粮食分配也会大大增加. 图由 [1] 提供

作中的结论表明, 与完全公平小的偏差, 将会使分配的食物总量大大增加 [2]. 该团队使用公平性偏差的稳健优化算法, 探索了当允许较少县偏离完全公平时, 分配受到的影响, 除了这种探索研究外对于更大幅度的偏离也可以做同样的探索研究. E-RA 假设容量是确定的而且是已知的, 但从公平性的偏离是一个随机变量. 稳健优化方法的这种非传统使用方式允许在更小型独立的县一级产生较大的偏差, 但是在较大的系统内保持总体公平性.

研究人员引入参数 a_j 来定义运往任何一个县的粮食的量与粮食总量的比例, 它等于 $\sum_{i=1}^n \frac{X_j}{X_i} \cdot a_j$. a_j 的值可以在公平性要求的范围内变化, 因此

$$a_j \in \left[\frac{D_j}{\Delta} - K, \frac{D_j}{\Delta} + K \right], \quad j \in J.$$

CD 比率低的县就是成为瓶颈的高风险县. 该模型允许这些县的服务水平不足, 将剩余的食物分配给容量更大的县. 该解决方案实际可行, 因为 FBCENC 能使其分发点将多余的食物运送给任何可以接收的人, 从而牺牲了公平性来替代食物浪费. 该小组的模型再次为实际应用提供了一种实用算法 (见图 3).

Sengul Orgut 等人使用历史数据来证明, 该模型可以使其他县的总分配显著增加, 而在瓶颈县, 分配与完全公平的偏离仅约 1%. 与许多学术模型不同, 这项工作为食品赈济处提供了进行实际决策的实用工具. Sengul Orgut 说: “在我们进行的其他一些工作中, 必须估算概率分布和类似的东西才能求解模型.” “但是在现在这种情况下, 解释起来非常简单. 你只要看范围就行了.”

Sengul Orgut 和她的同事所做的这项工作和其他相关论文 [1-2] 强调了一个经常被忽视的事实, 即当需求很高且决策者寻求公平时, 容量与供应恰恰同等重要. 将来, 他们的研究计划包括随机供应以解决供应稀缺的问题.

上述算法对于具有高需求和不确定容量的任何系统都是有用的. 除了在美国各地的食品赈济处实施之外, 潜在的应用还包括自然灾害响应, 战时物资供应以及类似组织内发展和物资供应存储基础设施的经费分配问题. (下转 46 页)

P: 是的, 是的. 因为他写过关于序数逻辑 (ordinal logics) 的论文, 想要超越系统的限制 ...

H: 是, 我觉得很难说. 在战时, 他的心思主要在对计算方法的研究上, (**P:** 我想是这样的) 他要探索其极限和那个方向, 但物理学是量子力学的这一事实确实烦扰过他 ...

P: 但你看通常地, 我想你可以计算到任意精确程度, (**H:** 是的) 像类似于 Turing 自己做过的论证一样, 可以得到 Schrödinger (薛定谔) 方程能得到的. 但在标准的量子力学中, 你有的 Schrödinger 方程只是概率性, 你需要进行测量.

H: 他很担心 ...

P: 是的. 但是更有趣的是, 现在在生物学中, 不仅有 Bandyopadhyay 的实验表明微管中有显然是非经典的过程存在, 还有其他一些类似的生物学上的发现. 如何量子力学地解释它们? 人们甚至都还不知道怎么合理解释高温超导. 所以说需要理解的东西还多得很. 但现在我们知道了光合作用涉及了纠缠, 本质上的量子力学效应, 还有鸟类导航? 我想是这个事, 还有对于磁场的灵敏度. 这些事情似乎提醒我们, 有更多生物学上的现象是不能单单用经典理论解释的, 化学之外的, 生物上用到的化学已经是量子力学化的了. (笑)

但你看, 我说你需要有足够的量子力学, 相干的, 跨越很多的神元, 以一种允许足够的质量偏移 (displacement of mass) 的方式, 根据我试着和 Diósi 发展的方法. Diósi 最初有一个类似的办法, 和我的动机不同. 我的想法非常类似, 在处于叠加态时, 如果有足够的质量偏移, 就会回到经典的情形. 但大多数研究量子力学的人都很不赞成这一点, 因为他们认为量子力学是在所有层面都成立的. 不过, 迄今为止的所有实验都是在一个还没能探索到我们所谈到的这个方面的层次. 所以, 还有一些实验可以期待.

H: Roger, 非常感谢您能进行这次访谈. 到时间了, (**P:** 笑), 时间是主宰者.

P: 我很高兴, 不必谢我, 谈论这些东西对我来说总是很愉快的事情, 可以回顾很多的想法.

H: 嗯, 也许能激发一些看了这个访谈的人的思考呢?

P: 那样很好, 那样的话就太好了.

H: 那就好了, 是的, 谁知道呢 ...

(黄双林 译 龚雪飞 校)

(上接 5 页)

参考文献

- [1] Sengul Orgut, I., Ivy, J.S., Uzsoy, R., & Hale, C. (2018). Robust optimization approaches for the equitable and effective distribution of donated food. *Euro. J. Operation. Res.*, 269(2), 516–531.
- [2] Sengul Orgut, I., Ivy, J.S., Uzsoy, R., & Wilson, J.R. (2015). Modeling for the equitable and effective distribution of donated food under capacity constraints. *IIE Trans.*, 48 (3), 252–266.

(叶其孝 译 吴庆宝 校)