

## 数学争鸣

# 二十一世纪前夕的数学 (I)

## — 二十世纪下半叶的总结: 俄罗斯与西方物理 - 数学界的危机

С. П. НОВИКОВ(诺维科夫)

原编者注: 提请读者注意, 本文的作者是现在马里兰大学(美国)工作的著名俄罗斯数学家 С. П. 诺维科夫院士。虽然并非始终赞同作者对某些事件和某些学者行为的评价, 但在他对于我国和世界上的物理 - 数学界的未来所表示出的担忧这一点上, 编辑委员会也有同感。

对于我来说, 物理 - 数学界就涉及数学和理论物理学。我在其中成长、工作并一直干到今天。我力求在这里叙述的正是有关该学术界的大量令人忧虑的想法。我的这些想法中有不少是在二、三十年前萌生的, 并经多年酝酿成熟。但是当时我把所有那些过程与(苏联)共产主义的普遍的腐败和崩溃联系在一起; 与高度发展的智力社会的不相容性的增加联系在一起; 与日益严重的领导层在业务上都是外行, 特别是勃列日涅夫时期的这一现象联系在一起。我原想, 这些仅仅是苏联的学术界的特点, 这种学术界的衰败是历史的必然(尽管我们当中没有一个人想到这一崩溃进行得如此之快)。如今在西方工作多年, 看到最发达国家的情况后, 我可以这样说: 我近些年来关于物理 - 数学界的发展和命运的担忧更加深了。我所说的我们的学术界的命运是整个文明社会的, 而不单单是俄罗斯的, 它正在经历十年的困难过渡期, 而这种过渡再有十年也未必能完成。

## 十六 - 十九世纪数学的进展

我这一代的数学家和理论物理学家过去没有想到会遭遇这样的危机。20 世纪 50 年代, 当我们还在大学读书时, 这个学术群体的水平很高。我们的科学已有四、五个世纪的持续发展。人们认为这种情况将永远继续下去。关于这一时期的数学与有关自然规律的数学思想的进展, 我有如下看法。

十六世纪: 多项式代数得到发展; 三次和四次的代数方程式有了公式解; 主要成果基本上是完善了对于数的研究, 引进并开始使用负数和复数 — 负数立即被人们所习惯, 而关于复数的争论则旷日持久, 直至今日。

十七世纪: 出现了坐标, 它可以将几何转化为代数公式语言, 并扩展了其研究对象; 分析法开始发展; 基于众多自然现象的数学定律得到表述 — 费马关于光线的变分原理, 伽利略原理, 胡克定律, 万有引力定律, 牛顿基本定律。产生了第一批很好的关于自然定律

原题: МАТЕМАТИКА НА ПОРОГЕ ХХІ ВЕКА — ВТОРАЯ ПОЛОВИНА ХХ ВЕКА И ЕЕ ИТОГ: КРИЗИС ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО СООБЩЕСТВА В РОССИИ И НА ЗАПАДЕ. 译自: ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2002Г. (42), 326-356.

的数学结论的例子, 这些定律是由若干基本原理而来的 (同时代的人对由费马变分原理产生的光在两种介质边缘处的折射定律, 以及由牛顿给出、成为现代基本科学方法的开普勒定律的评价是不够的)。出现了概率论的思想。

十八世纪: 分析学的发展成为一股强大的潮流, 包括线性微分方程, 固有振动方法, 变分法及其他。产生了微分几何、数论。概率论得到发展。包括天体力学在内的力学已成为一门成熟而发达的科学。流体动力学产生。

十九世纪: 包括概率论在内的数学分支大量涌现并积蓄着力量。出现了复分析; 代数方程的可解性问题引出了黎曼 (Riemann) 面理论和群论; 创立了线性代数; 对称的研究更加深入并出现了李代数; 几何、数论、黎曼面理论、微分方程理论、傅里叶 (Fourier) 级数理论等都成为迅猛发展的学科。出现了与它自身的数学定律相适应的物理学新领域: 电学和磁学, 由技术促成的热力学, 然后是统计物理学和动力学。在 19 世纪末产生了第一批抽象数学领域的萌芽——像集合论和实变函数论。产生了数学的定性拓扑领域 (动力学系统的定性理论和拓扑)。出现了最初的数理逻辑思想。

物理学家们开始深深地意识到, 建立在牛顿力学与经典电动力学定律上的经典物理学的不足甚至自相矛盾之处。应该注意到, 这一时期在技术发展上经历了一次巨大的飞跃。毫无疑问, 物理学的发展在相当程度上是它的产物。我们所说的对自然规律的数学理解是在这场技术的巨大变革之前发生的。

我们的科学就这样进入了 20 世纪初期。这个时期数学的领袖级人物——庞加莱 (Poincaré)、希尔伯特 (Hilbert) 与外尔 (H. Weyl)——代表着一条界线, 这条界线把 19 世纪与 20 世纪划分开, 把历史与“我们的”时代划分开 (我们的——在我的这一代人眼中, 是指许多成长在 20 世纪 20-30 年代的数学家, 他们对于我这一代来说算是年长的同时代者, 我们有机会与之交往)。说到理论物理学, 我认为这一段历史是与爱因斯坦和玻尔 (Bohr), 也就是与相对论和量子物理学的兴起紧密相连的。可以说他们是科学的继承者——我的这一代人要从这些科学家那里学习本领。

在这里我不想再叙述历史。如果许多重要的领域我没有讲到, 则请读者原谅。我有完全不同的目的: 我想表明, 这种发展是知识水平的强烈提升; 让过去的成果为下一代所掌握, 并使其统一起来且通俗易懂。每一项新成就都有机地跟原先的成就联系在一起。

## 二十世纪中叶前的教育

在理论化、数学化的精密科学中, 强大的不断增长的知识巨浪不停地要求对教育的新审查和改进。终于在即将进入 20 世纪初时建立起了一个稳定的体系, 其中第一个重要时期是进行普通教育的学校——“中学”——从最开始上学到 17-18 岁 (总共 10-11 年), 然后是专业高等学校——大学。在 20 世纪还需要增加“研究生班”——增加几年专业的学习, 目标是更深入地掌握某一门数学专业知识并开发创造能力, 开始进行科学研究。这种系统在各国稍稍有一些变化, 各自有不同的名称, 但 8-9 年的完整的课程 (高等学校 + 研究生班) 在各地大致相同。在 20 世纪上半叶, 甚至中学教育都还不能完全落实, 但是在先进的国家里要求“所有人”的水平都要逐渐提高。到 20 世纪下半叶, 中学教育的最后阶段变得更加

专业化,可以掌握更多的数学、物理学及其他知识。

非常严格的考试系统是该体系的一个主要特征。以数学为例:从 10 岁开始,每年要参加若干次考试。初级阶段的课程——算术、几何、代数——要学得非常扎实。任何一门重要课程都要以考试结束,但要学好数学极为缠人——要善于顺畅地写出来。打好一个坚实的基础,以后的数学(包括其他课程的)教育都可以在这个基础上进行。特别重要的是,这个基础的创建要足够早,以便能及时地掌握高等数学以及建立在其上的科学(例如理论物理学)。错过时间,延迟学习,就会损失很多东西。年龄越大,向头脑中灌输知识就越困难,而且生活也开始提出自身的要求,它总是会阻碍学习的。早早养成紧张工作、钻研数学、逻辑推理准确的习惯,其必要性从重要程度来讲不是最决定性的,我们必须使自己具备脑力集中在这一方面的毅力和能力。这种能力不是所有人天生就有的,而且不从幼年开始训练它还会逐渐减退。为了使这项训练变得容易些,培养对数学和类似科学的喜爱并掌握其技巧,可以从某一时间开始采用自愿数学小组或奥林匹克班的方法。这些组织是非常有效的。整个这一教育综合体是一项成就,采纳它就不会有在数学中丢失一切科学教育的风险。

## 数学:二十世纪

20 世纪上半叶是数学思想体系中集合论一统天下的时期。集合论本身的发展引出了众多一般的抽象概念和想象中的理论,于是产生了有关其合理性和无矛盾性的问题。这促进了数理逻辑的迅猛发展,有助于对集合论本身乃至整个数学的相容性、公理化的完全性的讨论。数学基本原理,以及那些用严密论据论证的问题被列入数学研究的首要计划,即便是在熟悉自然科学及其运用的数学家相互交往时也是如此。数学家团体最终在 20 年代脱离了理论物理团体。高等数学的研究主要以完整而严密的叙述为发展方向。这使得数学中某些部分的富有思想的研究急剧缩减,而这些部分是以在自然科学中的应用为研究方向的。特别是它们被列入了数学家团体没有掌握的现代理论物理学的范畴。在苏联曾出现过一种反常的情况,由于力学经典著作中含有数学,现代理论物理学才得以借此进入大学中个别的一些系。20 年代在西方没有发生这类情况,但那里的力学更接近于实际应用,在很大程度上与数学没有关系;相比之下,在我们这里,与数学相伴的只是那些“证明严密定理”者,尽管这些证明是自己工作中的一部分。

我这一代的苏联数学家所受的教育是在上述教育系统中进行的,它形成于 30-50 年代。当时还在学习普通物理学,但现代理论物理学实际上已经不学了。最后,只有狭义相对论中最基本的原理成为必修的物理学课程(在莫斯科国立大学,先进的力学专家们将专业理论运用到力学的初等教程中是在 30 年后的 70 年代);广义相对论和量子论也破天荒地进入了数学教育课程。这种安排的初步尝试大约从 1970 年开始,它们不能说是成功的。在这段历史中有不少主观片面的时刻:还在 20 年代,像恰普雷金(Чаплыгин)这样的保守的力学家们藐视这种新型科学,认为它们是西方的谬论。亚历山德罗夫(П. С. Александров)曾对我讲过,恰普雷金禁止乌雷松(П. Урысон)将新的广义相对论引入他的研究生班考试。这是我们俄罗斯独有的特点——喜欢保守主义,与世界科学脱轨。甚至 19 世纪具有出色分析学天赋的切贝绍夫(Чебышев)也是一个病态的守旧分子。卡甘

(Б. Ф. Каран) 说过这么一件事, 在他还是一名年轻的编外副教授时曾见过老年的切贝绍夫, 他想和切贝绍夫说说有关现代几何学等方面的问题, 而老头子谈到黎曼几何学和复分析这类新型学科时充满鄙夷之意. 切贝绍夫创立的学派是很强的, 但也憋气十足.

庞加莱之后的法国学派, 从勒贝格 (Lebesgue) 和博雷尔 (Borel) 开始, 走上了一条超抽象的道路, 并在巴黎 (然后是在世界上) 于数学和自然科学之间开凿了一条鸿沟. 个别不欣赏这条鸿沟的明星级人物 (嘉当 (É. Cartan) 与勒雷 (J. Leray)), 虽然颇具个人威望, 却显得很孤独. 产生于 20 世纪的一批杰出的巴黎数学家继续保持并加深了这种裂痕, 他们的出现以数学教育 (包括学校教育) 的完全及统一的形式化这种思想体系为依托. 我们把这一计划称为“布尔巴基 (Bourbaki) 主义”. 幸运的是, 虽然莫斯科数学学派的创始人——叶戈罗夫 (Егоров) 和卢津 (Лузин)——使集合论和函数论从 20 世纪初的巴黎摆脱出来, 他们在 20 年代的一批学生 (当时的接触还是公开的) 还是受到当时最强大且思想丰富的希尔伯特学派的影响. 这样, 莫斯科-列宁格勒学派走的是一条比巴黎明智得多的道路, 不是排除、而是容许甚至鼓励与外部科学世界的相互作用. 虽然希尔伯特宣布了数学和理论物理学的统一公理化纲领, 但他是别具一格地理解该纲领的. 例如, 还在广义相对论萌芽时期, 他就证明了出色的、相当非凡的相对论万有引力爱因斯坦方程的拉格朗日型定理, 该定理在很长一段时间内不为人们所重视, 后来却造成了深远的影响. 这样希尔伯特就确认了公理的无限权威, 公理要求每个意义重大的物理理论都是拉格朗日化的. 这在爱因斯坦理论情况下是极不清楚的. 每个物理学家都明白作“形式化与公理化”解释的价值——你不必再去证明已存在的定理, 以及上百种类型的方程或已由物理学家或工程师得到的结果的严密证明的统一性. 希尔伯特的学生中, H. 外尔回避了集合论和形式化, 他与物理学家们密切合作, 提出了一些有重大价值的思想. 冯·诺伊曼 (J. von Neumann) 虽然身处形式化与公理化思想体系中, 但 (像诺特 (E. Noether) 一样) 是以希尔伯特为榜样, 别具一格地理解该体系的. 他们为这一纲领带来重大而有益的贡献, 我们现在的工作还需要他们所引入或整理的概念. 希尔伯特学派实现了数学本身及其与理论物理学统一的思想体系, 以及暂时有利于统一的“有益形式化”思想体系. 我们不必故作姿态, 也毋需将简单的事情复杂化. 例如, 自共轭算子谱论中的冯·诺伊曼一般定理是一个深奥复杂的集合论定理: 但是在最简单而重大类型的微分算子理论的形成过程中可以不用它, 这时就不应悄悄地换成此定理. 但是有时会出现非使用一般定理不可的情况, 特别是在系数奇异时. 而经某些人士 (像布尔巴基成员) 开始已创建出冗繁的分析学集合论公理化——这已经是无关紧要的事, 它只能毁掉整个现实的分析学. 但这是更晚些时候的数学思想体系.

## 数学和物理学: 1930—1960 年

很遗憾, 德国的物理-数学学派 (包括奥匈学派) 被纳粹主义驱散了. 那些名家中的幸存者来到美国, 培养出战后一代杰出的美国科学家. 我 1991 年在巴黎工作时, 法国的物理学家们对我说过, 路易·德·布罗伊尔公爵在法国物理学界扮演李森科的角色, 不顾量子物理发展初期的个人成就, 中断了它的发展. 据说, 他是个愚蠢透顶的家伙, 做出了傻事还要顽固地坚持到底. 即使在这种情况下他却还有巨大的影响力. 所有这些合在一起造成了

非常糟糕的结果。

在旧俄直到第一次世界大战前, 没有严格的理论物理学派。俄罗斯的第一批世界闻名的理论物理学家有加莫夫 (Гамов), 兰道 (Ландау), 福克 (Фок), 他们于 20-30 年代在直接与玻尔的最好的量子理论超现代欧洲学派的接触中产生。加莫夫不久就定居西方, 而兰道和福克在莫斯科与列宁格勒创建了强盛的学派。我感觉, 兰道是在与希尔伯特学派人物的交往中提出了自己的建立学派的方法及进行讨论的风格。在 30-50 年代, 兰道研究并实现了一个意义重大的思想体系 — 怎样教理论物理学家以及教什么。我们在后来的岁月里仍在讨论他的纲要。在苏联, 兰道和福克的新学派由“俄罗斯土著”进行了补充 — 这是在曼德尔施塔姆 (Л. И. Мандельштам) 等人的强劲的经典物理学派中, 特别是在进行实用研究的强大的学派中成长的团体; 他们中有人也在现代量子理论中做出了重要的贡献。

有一个事件非同寻常, 30 年代的纯数学家圈子从学术上不接受、甚至还疏远非常杰出的人物, 如博戈柳博夫 (Боголюбов)。当然, 他在与克雷洛夫 (Н. М. Крылов) 的协同工作中的缺点还说得过去, 但 1930 年他与马尔可夫 (А. А. Марков) 的工作则过分的混乱不堪。此后人们不再信任博戈柳博夫。他解决了卢津问题, 即几乎所有周期函数形式上总是全纯的 — 人们曾请梅尼绍夫 (Меньшов) 来检验, 后者用 цепляние (该词原意为抓住, 钩住, 转意为“纠缠, 找茬儿”, 因此可译为“挑错”。— 译注) 代替了严格的检验。他看到了许多微小的疏漏。这些疏漏使人们对这一工作产生了疑惑。在 50 年代末我还是个大学生时, 从父亲那里听到博戈柳博夫在 30 年代的这项工作, 但没有消除疑惑。后来我得知, 在关于函数论的世界文献中, 这项工作早就是经过检验的经典, 于是将此事告知父亲。他很鄙视梅尼绍夫以“挑错”代替检验这种方式。不管怎样, 博戈柳博夫用自己直观的、不准确的方法提出的证明, 在当时是不能被接受的。实际上这对他是有益的。他花了数年的时间研究量子物理。后来, 在 40 年代完成超流动性理论方面的出色工作后进入物理学家的圈子时, 他不得不亲身感受严重的困难: 首先折磨他的就是他习惯兰道对他进行实事求是与尖锐的批评这种特有的风格。过了些日子他战胜了这种批评 (虽然不是很快) 并使兰道信服自己, 但他们之间的关系总是留下了几分紧张和嫉妒。不无成就的维诺格拉多夫 (Виноградов) 与拉夫连季耶夫 (Лаврентьев) 之流利用博戈柳博夫的弱点, 即他在自己与“欧洲物理学家”的斗争中支持一些不体面者的倾向, 这在当时也起了作用。再后来, 到了 70 年代, 在与维诺格拉多夫断绝往来后, 博戈柳博夫把所有这些敌对争吵的包袱都置之脑后。这些年博戈柳博夫十分小心地向自己的朋友们隐瞒了这样一件事, 即连什么是现代理论物理都不懂的拉夫连季耶夫奢望成为物理学家 (尽管拉夫连季耶夫非常有天赋)。在 70 年代初他曾对我说, 数学家的圈子无法想象, 为了理解现代量子物理说的是什么, 需要学会多少东西, 还要给自己的思想赋予形象的说法, 我在此不准备转述这种说法。

父亲曾给我讲过, 在 30 年代末, 他们邀请兰道去“斯捷克洛夫 (Стеклов) 研究所”为他们演讲一门课程 — 什么是量子力学和统计物理学。听完他的演讲后大家都被激怒了, 正像父亲对我说的, 他们非常不喜欢逻辑上的混乱。后来, 在冯·诺伊曼的书出版后, 他们之中的两个人 — 柯尔莫戈罗夫 (Колмогоров) 和他 (可能指作者的父亲。— 译注) — 高兴地阅读了该书。公理性的准确方法 — 这就是他们需要的。他们想弄明白的是逻辑, 而不是

量子力学. 而其中的第三位 — 盖尔范德 (Гельфанд) — 决定按照他所想象的那样学习物理学的这一部分. 他参加了兰道的进修班, 并在那里待了十年 (或者更长). 盖尔范德是应用数学家中的杰出人物, 他在 40-50 年代完成几个重要的非公开的课题期间, 能够和真正的物理学家而不仅仅是和经典力学家交谈. 他从物理学中得到了许多对自己的数学研究有用的东西, 例如, 在接受从物理学界开创的无限维概念理论后, 他开始研究这方面的问题, 解决了物理学家们提出的散射理论的反问题 (奈马克 (Наймарк)、列维坦 (Левитан) 和马尔琴科 (Марченко) 也加入到该问题的研究). 他的学生别列津 (Березин) 从兰道的进修班上带来了建立积分的费米 (Fermi) 类比等等课题.

除去上面提到的以外, 再没有什么可学的了. 与量子物理学的接触对他们来说已结束了; 确实如此, 无私的科学爱好者梅尼绍夫到进修班已经许多年了, 对量子物理却没有一点理解的迹象. 我想, 这里列举的是 30-40 年代的老一辈著名莫斯科数学家中, 知道一点 20 世纪量子物理的代表人物. 顺便说一句, 欣钦 (Хинчин) 着手统计物理学的论证, 但他的尝试却遭遇了物理学家们极度的蔑视. 列昂托维奇 (Леонтович) 曾对我父亲说, 欣钦绝对是什么也没弄明白. 杰出的列宁格勒数学家 A. A. 马尔可夫年轻时写过一篇有关理想延展性理论基础有序化的有益作品, 但后来没有再回到自然科学的研究中来. 像亚历山德罗夫 (А. Д. Александров) 这样出色的几何天才也通过对洛伦茨 (Lorentz) 变换公理的推断, 写出了一篇有些荒谬的东西 — 他惭愧地回想起自己的学派在这一课题上的工作; 虽然他所受的教育是当个物理学家, 但在这篇作品中他的公理化倾向导致了荒谬的结论. 量子物理学在晚些时候出现在列宁格勒数学家的工作中, 在 60 年代, 青年时期当过福克的学生们的法捷耶夫 (Л. Фаддеев) 研究它, 首先他成为拉德任斯卡娅 (Ладьяженская) 的研究生并开始证明一些严密的定理. 不过, 物理学家们对这些证明不屑一顾. 他做得最好的是, 当他重新成为研究量子的数学物理学家时, 已接近物理学家的圈子了.

在莫斯科数学中长期起特殊作用的是柯尔莫戈罗夫. 作为一名集合论、科学与数学基础公理化方面的思想家, 他拥有出色的解决困难且重要数学问题的能力, 并且在应用以及自然和人文科学方面还是一个有理智的和干练的人. 他可以从建立在集合论基础上的概率论公理化转而从事各向同性湍流规律的创立, 从数理逻辑和傅里叶级数理论中的精细反例转而从事各态历经论、哈密顿 (Hamilton) 系统解析论, 而且绝对是按新方法解决了老问题. 他对代数拓扑学也做出了相当重要的贡献.

同时, 他是一个古怪的人, 我指的是心理上的: 在教育中 — 不论是中学教育还是大学教育 — 他敌视几何学, 排斥复数, 努力使集合论在各地生根, 而这经常是没道理的. 博尔强斯基 (Болтянский) 对我讲述这段滑稽的往事时惟妙惟肖, 就像柯尔莫戈罗夫当时在学校教学大纲中清除复数一样. 简而言之, 他在教育中就有这类毫无道理的思想, 如布尔巴基主义的思想, 有时甚至更加荒谬. 他像一名不懂现代理论物理学, 而只是立足于经典力学的自然科学家.

但是, 柯尔莫戈罗夫有了了不起的才能 — 他找到了节点, 创立了后世需要的许多东西. 看看 50 年代他在动力系统方面的发现 (与他的学生们一起完成), 在 20 世纪末的现代科学中有多么广泛的应用. 幸运的是, 斯大林把具有超等威望的莫斯科大学及其新的官

殿般的建筑的领导权授予品行端正的大科学家彼得罗夫斯基 (И. Г. Петровский), 他在那一代行政数学家中是非常罕见的. 数学教育思想上的领导权实际上授予了柯尔莫戈罗夫. 特别重要的是在 50 年代后半段, 每逢晚上, 莫斯科的所有数学家 — 哪怕他只有些微创造性 — 都聚集到数学力学系的讨论班或参加数学界的集会. 此后我在世界上任何地方都没有遇到过在一个地点有如此强大而集中、涵盖了数学一切领域的群体. 我在数学力学系学习时就是这样. 柯尔莫戈罗夫年轻的学生们在群体中表现出卓越的才能 — 阿诺尔德 (Арнольд), 而后是西奈依 (Синай), 他们都是通过学习集合论, 实变函数论, 测度论和动力系统论成长起来的. 他们在柯尔莫戈罗夫那里研究的领域, 在我看来, 是集合论思想的最终发光点, 该思想是柯尔莫戈罗夫的最后杰作. 这在当时是很时髦的, 但我并不喜欢集合论. 我认为这只是 30 年代的遗产, 其中确实不会有太多的新思想.

## 我这一代: 六十年代

我和阿诺索夫 (Аносов) 一起研究现代拓扑学, 不过我是作为专业来研究, 而阿诺索夫只是爱好而已. 他是以动力系统为目标的, 并在斯梅尔 (Smale) 的影响下很快做出了杰出的工作. 倒是阿诺尔德被吸引到拓扑学上来了. 他从我这里得知的、从拓扑学中分离出来的基本原理的某些新分析方法, 像横截性思想体系, 给了他很大的影响. 我也在他的帮助下开始认识哈密顿动力学和不可压缩液体的流体动力学基础上的几何思想, 他还把我引向层理论问题. 不久我开始参加著名的盖尔范德讨论班, 与他谈了许多问题. 我与他在数学上的看法十分相近, 我们之间可以相互理解.

1963 年我研究生毕业时, 已经是一个著名的拓扑学家. 这一领域的权威地位在社会上提高得很快. 在整个 50 年代期间, 人们一直在谈论这一新兴的、希尔伯特当年并不理解的非凡领域, 以及其中许多令人震惊的发现, 出色的法国学派于 50 年代初在该领域中大踏步跃进. 一般认为, 在庞特里亚金 (Понтрягин) 之后苏联出现了一个较长期的中断: 可与西方相比的第一流的拓扑学工作进行了不到 10 年. 拓扑学对代数、偏微分方程、代数几何与黎曼几何、动力系统等都有相当大的影响. 我看出来自己的目的就是填补苏联数学中的这项空白. 当时我尚不具备国际声望, 根本没去思考其他事情, 尽管我很愿意听听其他领域之中人们的研究项目 — 并且努力理解他们的基本理论. 在 1960–1965 年间, 科学的好运落在了我的头上, 我完成了自己的课题. 继续进行拓扑学方面的工作时, 我开始思考: 我们工作的意义何在? 我们现在发展的这些思想何时何地能够应用?

对于一个心理正常的人而言, 思考这一问题自然的, 甚至是必须的. 对数学的喜爱使人不能抛弃它. 那时我已清楚地看到一批纯数学家在这方面的缺陷, 他们对提出这一问题表现出一种病态的不乐意. 相反, 另一些在应用机关挣钱糊口的数学家们, 他们在那里的工作不无益处, 但他们缺乏热情, 可以说是在为某人的服务中从事毫无创造性的劳动; 他们并不感到有什么损失, 但也看到真正的科学仅仅在纯数学中, 于是利用所有的空余时间搞纯数学. 在 60 年代初, 一种新的以计算为职业的人的反数学侵蚀性急剧增加. 他们开始进行反对纯数学的宣传, 说什么数学的真正发展只有计算数学. 老一代数学家中坚持这种看法的是吉洪诺夫 (А. Н. Тихонов) 和克龙罗德 (А. С. Кронрод). 在计算界人们说, 纯

数学家们是一个由半疯子组成的可怕的群体,说着使人不懂的话,做着让其他人包括物理学家和应用数学家们都不明白的事,这些搞纯数学的家伙,很快就会成为动物园里供参观的对象。看到这些,我想了很多,并为了自己而开始研究数学的相邻领域——力学,然后是理论物理学。数学的其他部分,即与拓扑学相比,被认为并不抽象与更实用的部分也没能对我的问题给出答案:事实上,正像我发现的那样,今天的发展与任何自然科学及其应用没有联系,太遗憾了。

“理论应用数学”问题给我造成了更坏的印象,人们运用从现实中得来的术语,证明那些表面上很像事实,而实际上与事实相差十万八千里的严密定理。严密的定理被认为是事关威信的,因此越复杂的证明越好;而确立出有理性的实事求是的东西,比结果本身受到的重视程度要低得多。遗憾的是,柯尔莫戈罗夫还在大肆宣传“理论应用数学”。他的个性中总有一种奇怪的自相矛盾:他建议数学家们对“理论应用数学”进行研究,自己则从事自然科学,在他自己头脑中有某个按钮使其具有完全另外一种远离纯数学的个性,并在另一些准则的基础上工作。

我决心花几年时间研究理论物理学。我从量子场论开始,但心里明白应该从基本原理而不是从终点出发。由于物理学在我眼中拥有特殊的声望,所以我做出这一决定。爱因斯坦、费因曼(Feynman)、兰道以及其他一系列著名物理学家的讲义对我产生了巨大的影响。除去极少的一部分,他们叙述数学方法时简单明了,与现代数学家们所写的有很大不同。我第一次看到数学概念的这种天生的自然性,是在我的青年时期,那时我在研究最杰出的拓扑学家叙述的高度繁荣时期的拓扑学,其中复杂而深奥的代数手法自然而轻易地产生于定性几何与分析中,创造了同一事物的双面直观法。物理学中有大量类似的特性,它们十分多样化且占绝对主导地位。顺便说一句,在基础物理困难时期的80-90年代,研究量子场的学者们正是以拓扑学为依托,这不是偶然的。除了拓扑学家,在我这一代数学家家中向这方面努力的还有阿诺尔德——他很快就被拉入到拓扑学世界里。

数学的惊人之美以及不同寻常的高度抽象性使得物理学家将自然规律公式化;抽象的程度在20世纪还在向前发展,而在当今,物理学把这些与难以置信的实际有效性结合在一起,实现了一次技术革命。

我可以这样说,在这一时期物理学领导了人类的进步,而数学在它后面紧紧跟随。原子弹和氢弹,计算机,技术革命等大量技术奇迹,使我们周围的世界面貌一新——所有这些的开始于几位物理-数学科学领头人的思想和规划,如费米,冯·诺伊曼,巴尔金(Бардин)等。许多物理学家都加入到这一行列中。例如,大家知道,在成为一名持不同政见者后为人所知的萨哈罗夫(А. Д. Сахаров)在创制氢弹中做出了贡献。几位数学家和力学家在我国宇宙火箭综合体创制和发展的早期做出了很大的贡献。例如,克尔德什(М. В. Келдыш,我的舅舅)就是一位。苏维埃政权长期对这种人物的功勋高度保密,在50年代末到60年代初,全世界都在议论纷纷,当问到谁是领头人时,苏维埃用了一个“伪创造者”的不真实姓名传达给西方(克尔德什本人也目光短浅地参与了这一行为)。看来,想迷惑帝国主义者就要对其隐瞒重要人物的真实情况,哪怕是暂时的。后来,真实姓名不知怎么被公开出去,但已经晚了——国际社会已不接受他们了——因为他们说了太多的谎言,致使隐瞒真相的



迷雾无法驱散. 我们自己就是始作俑者, 参与创造这种谎言.

但是在我们这里, 整个科学家的圈子通过交谈与传闻等方式了解了这些人. 克尔德什相当受人尊敬. 他创立的应用数学研究所在苏联享有很高的威望. 在 60 年代初人们认为, 不再需要像“斯捷克洛夫研究所”这种类型的单位了. 数学家们应该与其他学科的学者们共同工作, 而只在空闲时间搞搞纯数学. 这就是那个时代已走上正路的应用数学家们的观点, 其中包括克尔德什和盖尔范德. 再说, 在应用数学研究所中没有反犹太人运动; 而“斯捷克洛夫研究所”看起来有这方面的荒谬的缺陷. 与力学家团体不同, 应用数学研究所在很大程度上保持了与实用的现代物理学有联系的课程 — 也许, 盖尔范德的思想影响了长官们.

所有这一切在 60 年代末由于勃列日涅夫的政治变革而遭到破坏: 数学家们的“罪过”使长官们惊恐和暴怒, 应用数学研究所完全衰落下去了. 最终“斯捷克洛夫研究所”却更加稳固了: 那里的长官也异常凶狠, 研究所在那个时期也一度衰落, 不过后来又振作起来.

### 物理学的数学美感: 怎样理解它?

物理学的美与力量召唤着我. 1965–1970 年我系统地学习了教科书上的全部课程. 除去两、三本书 (统计物理学和量子电动力学方面的) 以外, 我都是根据兰道 - 利夫希茨 (Лифшиц) 撰写的教材学习的. 早些时候我就看出, 物理学界不但在科学上比数学界富有, 而且更诚实. 在苏联是如此, 西方则不是. Л. И. 曼德尔施塔姆的学生 — 安德罗诺夫 (А. А. Андронов), М. А. 列昂托维奇, 塔姆 (И. Е. Тамм) 以及再晚些的他的学生 А. Д. 萨哈罗夫 — 都在他的影响下成为主要的应用理论物理学家, 他们可以说是国家物理 - 数学界, 甚至是苏联整个科学团体中品行端正的楷模. 在数学家中连类似于卡皮察 (П. Л. Капица) 这样的人都没有. 再晚些, 萨哈罗夫成为整个世界的楷模. 从 20 世纪起, 曼德尔施塔姆的学生们就是我父母最亲近的朋友. 这一时期我国数学界的领袖人物是天才, 但如果说他们很少做不道德的事, 那么我是昧着良心说话. 例如, 纵观 60 年代的所有数学院士, 我能担保其正直的有我父亲 П. С. 诺维科夫, 还有伯恩斯坦 (С. Н. Бернштейн), 康托罗维奇 (Л. В. Канторович) 和 И. Г. 彼得罗夫斯基 — 这是著名的行政数学家中仅有的几位品行端正者. 列宁格勒人会说, 斯米尔诺夫 (В. И. Смирнов) 绝对是正派人, 但他是一个平庸的数学家, 所以我没有提他. 在 60 年代初我的表兄弟, 著名的量子固体物理学家 Л. М. 克尔德什曾笑着对我说: 过去人们认为数学家离生活很遥远, 而现在大家都说, 数学家是一种不正直的东西, 头等痞子. 这种关于数学家的谈话开始在物理学家中流传. 在 60 年代初他去了一趟国外 (美国), 回来后这样对我说: “在同意我去美国做短期旅行后, 美国的物理学家给 (他们的) 国务院打电话提到我, 那边却回答他们说: ‘我们想, 克尔德什是一位女士.’” 显然这指的是我的母亲 Л. В. 克尔德什 — 著名的集合论与几何拓扑学专家, 她已经出过两次国了 (不是去美国). 这件让列昂尼德·克尔德什 (即作者的表兄弟. — 译注) 在美国大吃一惊的事情的意义显而易见. 他没料到, 姆斯季斯拉夫·克尔德什 (还是指作者的那位表兄弟. — 译注) 作为一个科学家在西方绝对是无名的. 后来他自己也明白了这点, 这对他来讲是一个悲剧.

回到自己的主要方向时,我发现在 60 年代的前半程,来自计算工作者方面的对纯数学的中伤并未有多大发展.其中一个最重要的原因就是一种新粒子的伟大发现,而这一发现是借助了李群理论及其表示法.在微观世界中产生了一个新的隐藏自由度的夸克粒子的世界.那时人们对与多复变函数论有关的工作有不少期望.不管怎样,物理学家们重新开始说,除了数学定律没有自然规律.他们认为必须大力加强对现代数学思想的研究.至于计算工作者——像修理工或建筑工之类的人,应该从个人本身开始对他们进行培养教育,为的是让他们在物理学方面更加内行,而抽象的现代数学是真正的科学,没有任何东西可以代替.在 60 年代对爱因斯坦重力及宇宙论兴趣的增强,使得研究黎曼几何的必要性得以复兴:人们开始风传对拓扑学的兴趣.在数学界看来,所有这些都将其面临的危机推迟几十年.数学家们安心了.

这一时期对我来说很重要.我的理解是,它指明了努力去走从数学到自然科学这条研究道路的必要性,预示我开始学习理论物理学.除了我以外,在 60 年代就开始这样干的还有西奈依和马宁(Манин),以及与我关系密切的拓扑学家——施瓦兹(A. S. Schwarz).我们每个人都追求着自己的目标,沿着自己的道路前进.

应该说,当时没有一个西方数学家走这样的道路(也许有辛格(I. M. Singer),再晚些有科恩(A. Korn)).在西方的数学家群体中,类似“神圣数论”的思想体系占主要地位.西方数学世界中一些在思想方面很有影响的大家——例如韦伊(A. Weil)——拼命宣传一种论点,即不需要转向自然科学及其应用——没有这点也能成为大科学家,因为时代在变.这一论点无疑会使数学群体中能够向自然科学及其应用方向前进的那部分人松懈下来.有趣的是,像阿蒂亚(M. Atiyah),米尔诺(J. Milnor),芒福德(D. Mumford)这样的数学家最终也与神圣的纯数学思想体系分道扬镳.

西方的纯数学家群体中形成了这样一种观点:我为了挣钱而在大学教书,这是我对社会的职责.余下的时间我搞自己的纯数学研究.他们带着这种观点生活了数十年.

我国的情况则不同,这种做法无法运行起来:没有人愿意教书.除了很少的几所主要大学外,从事教师职业的人的待遇不好.教学负担太重,没有任何出国机会(而且想都不能想),没有时间从事科学工作.

不管怎样,西方的数学家群体脱离外部世界的程度比我们深.甚至在一些很出色的应用数学中心,例如纽约的“库朗研究所”,逐渐地越来越将应用数学理解为严格证明与问题论证的堆砌.

渐渐地在我头脑里形成了这样的观点:数学或者至少是其中的大部分,包括现代抽象数学——这对人类来说是非常有价值的知识,这是确定无疑的.但是这种价值的实现不那么简单.数学界的领袖们应该成为涉及整个科学领域的大人物,他们了解连接数学与外部世界的途径,会寻找新的联系,帮助青年人确定方向.我没有看到相反的情况,数学内部的成就如何能够对社会有益.不应把数学比作音乐:音乐是直接转向情感的;如果人们从其中感受不到任何情感,那么它就不会被接受.应当记住,数学是一种职业,而不是一种消遣.在过去几代数学家里,总是有一个被外部世界高度评价的领袖群体.回忆一下庞加莱,希尔伯特, H. 外尔,冯·诺伊曼, A. 柯尔莫戈罗夫, H. 博戈柳博夫……在老一辈的数学

家中我与盖尔范德交谈最多。有一次他说：“在青年时期，有一件事曾使我担忧，我们所发展的泛函分析是否有用。在应用方面工作了一段时间，我为自己找到了该问题的答案，于是安心了。但你不要误解关于我和物理学家的关系。根据你们的知识（这些知识在他们那里是没有的）揭示出某些有价值的东西后，你会经常惊奇地发现他们依据某些其他的想法达到了同样的效果。无论如何也不可轻视他们所拥有的知识。”

在学习过程中我明白了，经过系统研究的理论物理学，从基本原理到现代量子论——这是统一的、不可分割的、广泛而深奥的数学知识，非常适合描述自然规律，适合于跟这些规律有关的工作，以及有效获得结果。不能不承认兰道的话：为了理解这一点必须学习其全部“基本知识”。这个基础是由人类的文明程度确定的。不学习全部“基本知识”的人只能得到干巴巴而且有缺陷的理论物理学概念。这种人会对科学造成损害，不应该准许他们接近理论物理学。他们的影响将会促成教育的衰落。

遗憾的是，那个时代的数学家群体，包括那些自诩为应用数学家的人，都不去研究这种知识的基本原理。比方说，我很快发现，实际上那些偏微分方程专家中没有人能准确地了解能量-动量张量，无法从数学上清晰地确定其概念。而力学家早就取得了一定的进展。伊什林斯基（А.Ю.Ишлинский）多年以前曾对我说：“在50年代我和巴伦布拉特（Баренблатт）犯过一个错误，一位物理学家指出我们工作中计算的波峰上的熵是不对的。正是在这之后我们才扎实地掌握了热力学，四种能级，麦克斯韦（Maxwell）定则，等等。”这就是说，数学家群体在此之前还没有研究这些知识。而先进的、最好的力学家在50-60年代就学会了。数学家在当时还没学会任何类似的知识。不久前我问М.А.拉夫连季耶夫的学生、后来成为出色物理学家的约尔丹斯基（С.В.Иорданский）：“谢尔盖，告诉我，你的老师拉夫连季耶夫认为自己是物理学家，但他对这门学科不是很清楚，他想到过兰道-利夫希茨的那套教材吗？他骂过这几本书吗？”他回答说：“没有，他是这么说的：‘人们对特殊函数了解得很清楚’”。这样，拉夫连季耶夫这位努力想作为一个公正的人的天才数学家称赞了某些东西，但总是看不到理论物理知识的存在。或者他认为，理论物理学中的一切，除去特殊函数以外，都与数学无关。这就是拉夫连季耶夫的轻率，他轻视由几十位伟大的天才经多次试验创造出来的深奥知识体系，对这种知识的存在性缺乏理解造成了一些后果：例如，他的儿子，一位不错的行政干部（新西伯利亚科学城数学研究院院长）正在驳斥狭义相对论。毫无疑问，他是在他父亲那种完整的科学影响下成长起来的。总之，才华横溢的М.А.拉夫连季耶夫相当没有责任心。还记得他是怎样把他周围的人都灌醉，而不知道这些人的身体比他虚弱，“酒量”比他小得多，而他能很轻松地比赫鲁晓夫喝得都多。他的不负责任毁灭了他的一些个人出色创举中的不少好思想。但是我想说，拉夫连季耶夫与彼得罗夫斯基两人在1960-1966年期间一起为使苏联数学对世界的开放，进行了巨大而有益的工作。我的这一代都为此而感谢他们。

不管怎么说，60年代是我的这一代的繁荣时期。这一阶段的初期，那些杰出的老一代人才依然很活跃；他们之中的许多人仍在发挥着作用，或为科学家，或为行政人员，而这时的我们精力充沛，正实现着自己数学发展的第一阶段并为下一阶段做准备。正像我上文所说的，我们中间的某些人——西奈依，马宁，А.施瓦兹和我——开始研究理论物理学的各

个部分,互不影响.就在那时,理论物理学的各种冲击波从不同途径向数学方面袭来.在量子场论中出现了公理化的方向,其目的是根据现代泛函分析在数学上严格建立起前后相一致的理论.这当然没有成功,但在数学上出现了对泛函分析进行的一系列独具一格的严密研究,此时的泛函分析带有漂亮的代数和量子场方法.一批统计力学(脱胎于物理学)方面的专家开始从事数学定理的证明.例如,利巴(Э. Либа)的情况就很有意思:众所周知,他是从物理学上出色的、受到广泛好评的工作开始的,精确解决了一些统计物理学上的问题:他总是很清楚地知道物理学家的研究工作,自己也做出了重要的贡献.然而,他却选择了严密的数学物理作为其职业,而且还不止是他一个人这样选择.一个证明严密定理的现代数学物理学家群体就这样出现了.其中大部分人受过初等物理教育.他们实际上已成为数学家.Я.Г.西奈依研究理论物理学时正是遵循这一领域——一个证明严密定理的数学新领域——的工作方针的.除利巴外,他们中没有一个人哪怕在过去从事精确解题模型的工作,这是另外一个领域,不是数学物理.

我的计划的主要部分就是:深切希望在现代数学和理论物理学的交界处做点贡献,这要建立在现代数学思想上——几何学与拓扑学(包括动力系统的几何学),代数几何,等等.在这方面它们能真的有用吗?

由于使用计算机能给予自然科学及其应用、甚至是纯数学新的巨大机会,尤其是在应用方面,所以在上述领域中越来越多地使用计算机是毋庸置疑的.但我在这里不能改变任何事物,我认为:即使没有我,该事物也会发展起来,它已经属于技术范畴.至于把拓扑学与代数几何思想灌输到物理学方面,我有这样的想法:没人能够代替我.在60年代末,物理学家们对现代数学表现出了极大的兴趣.与“兰道研究所”的物理学家们的合作是卓有成效的,这些物理学家包括哈拉特尼科夫(Халатников),戈利科夫(Гольков),贾洛申斯基(Дзялошинский),波利亚科夫(Поляков),扎哈罗夫(Захаров),皮塔耶夫斯基(Питаевский),沃洛维克(Воловик),米格达尔(Мигдал).我从这种合作中获得了不少有利于自己的计划的东西,在某些方面也帮助他们.我的学生们就在这样的合作环境中成长起来(第一代除外,他们没有和我研究理论物理学的基本原理,尽管其中一些人是出色的,也在应用中做出了贡献,像布赫什塔别尔(Бухштабер)).我想,施瓦兹的目的和计划与我的差别不会太大,虽然后来我们在不同的领域中“落户”.施瓦兹在量子场论方面做了许多工作,将其当作数学的一个新的组成部分,有时不太严密,它更接近几何学和拓扑学.我致力于发展非传统方法(遗憾的是,物理学家们在掌握这种方法时遇到困难),解决了广义相对论与量子力学、冷凝介质中非线性波的现代物理学和电磁现象理论中出现的若干问题,这与物理学家的竞争中并不罕见.在某些情况下(虽然不多见),产生于20世纪的新型数学是真正有用的.从这里也出现了一些数学本身的新课题.

说到马宁,我觉得他的计划完全是另外的样子:显然,他对数学语言和理论物理逻辑特别感兴趣.他总是渴望在科学形式化方面做出贡献.这样,喜好研究众多各种形式的对象总是他的长处——他喜欢而且会做.下面我们要专门说一说数学形式化.我认为,它的一个方面在数学界危机的发展中扮演着重要角色.

(未完待续)

(袁钧 译 张芷芬 校)