

2014 年第 27 届国际数学家大会 一小时报告摘要

编者按 2014 年第 27 届国际数学家大会 (ICM 2014) 于 2014 年 8 月 13—21 日在韩国首尔 (Seoul) 举行. 大会 1 小时报告共 20 个.¹⁾ 这些报告的全文共分 4 辑, 已由 Kyungmoonsa 出版社出版. 感谢国际数学家大会 2014 组委会的许可.

大会报告摘要

三维流形的内蕴性质²⁾

2010 数学主题分类: 57M

Ian Agol (美国伯克利加州大学)

我们将讨论关于三维紧致非球面流形本质上是 Haken (黑肯) 流形的 Waldhausen 猜想的证明和关于三维双曲流形本质上是纤维状的 Thurston (瑟斯顿) 猜想的证明. 这些证明主要依赖于过去几十年三维流形拓扑学的主要成就, 包括 Perelman (佩雷尔曼) 对于几何化猜想的解决, Kahn 和 Markovic 关于在双曲三维流形中存在浸入曲面的结果, 以及 Gabai 的缝合流形理论. 事实上, 我们将证明作用在 $CAT(0)$ 立方复型双曲群上的几何群理论中一个更一般性的定理, 立方复型的概念是由 Gromov (格罗莫夫) 提出的. 通过利用 Wise 和他的包括 Bergeron, Haglund, Hsu (许), Sageev 等合作者创立的理论以及 Groves-Manning 和 Osin 创立的关于相对双曲 Dehn (德恩) 填充理论, 我们将证明 Dani Wise 关于这些群的猜想.

(黄际政 译 孙宇阳 校)

Mori 几何汇合 Cartan 几何: 极小有理切线簇³⁾

2010 数学主题分类: 14J40, 53B99, 14J45

Jun-Muk Hwang (韩国 KIAS)

此报告介绍极小有理切线簇的理论, 重点强调这个理论融合了代数几何和微分几何的特点, 更具体地说, 是融合了极小有理曲线的 Mori (森重文) 几何和圆锥结构的 Cartan

译自: Abstracts of the International Congress of Mathematics, Plenary Lectures, Seoul ICM 2014 Publications Committee, figure number 0. Copyright ©2014 Seoul ICM 2014 Organizing Committee. Reprinted with permission. All rights reserved. Seoul ICM 2014 Organizing Committee 授予译文出版许可.

1) 原有 21 个, 但第 7 个报告最终取消了, 故只有 20 个.——编注

2) 原题: Virtual properties of 3-manifolds. 作者邮箱地址是 ianagol@math.berkeley.edu.

3) 原题: Mori geometry meets Cartan geometry: Varieties of minimal rational tangents. 作者邮箱地址是 jmhwang@kias.re.kr.

(嘉当) 几何.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

稀疏性 (及其它几个) 的数学¹⁾

2010 数学主题分类: 00A69

Emmanuel J. Candès (美国斯坦福大学)

过去的 10 年, 人们对于何时有可能找到欠定线性方程组的结构稳定解怀有浓厚的兴趣. 这篇文章综述其数学理论, 即人们熟知的压缩感知和矩阵完备性, 这些理论被建立起来通过凸规划技巧去寻找稀疏和低秩解. 我们主要阐述的是非相关性概念的重要作用.

(黄际政 译 孙宇阳 校)

L- 函数和自守表示²⁾

2010 数学主题分类: 11F66, 11F70, 11R37, 11F57, 22F55

James Arthur (加拿大多伦多大学)

此报告的目的是概述一个定理, 这个定理是正交和辛群自守表示近来分类研究的部分结果, 其中, 报告的大部分是用于介绍 Langlands (朗兰兹) 纲领的历史. 为使这个报告适宜于一般数学听众, 报告主要集中于 L- 函数的理论及其隐含的基础, 以及 Langlands 函子化 (functoriality) 原则.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

双曲偏微分方程和 Lorentz 几何³⁾

2010 数学主题分类: 35L72, 53C50, 83C57, 35L67, 76L05

Demetrios Christodoulou (瑞士苏黎世 ETH)

此报告讨论了双曲偏微分方程和 Lorentz (洛伦兹) 几何近期最新的发展, 可使我们加深理解这两者之间的关系, 这些发展与广义相对论中的 Einstein (爱因斯坦) 方程和可压缩流体力学中的 Euler (欧拉) 方程分析理论的进步密切相关.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

代数簇的结构⁴⁾

2010 数学主题分类: 14-02, 14E30, 14B05, 14D20

János Kollár (美国普林斯顿大学)

此演讲的目的是对高维代数簇结构理论中的主要问题和结果做一个概述.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

1) 原題: Mathematics of sparsity (and a few other things). 作者邮箱地址是 Candes@stanford.edu.

2) 原題: L-functions and automorphic representations. 作者邮箱地址是 arthur@math.toronto.edu.

3) 原題: Hyperbolic P. D. E and Lorentzian Geometry. 作者邮箱地址是 demetri@math.ethz.ch.

4) 原題: The structure of algebraic varieties. 作者邮箱地址是 kollar@math.princeton.edu.

VEM 的伟大的美¹⁾

2010 数学主题分类: 65Nxx, 65N30

Franco Brezzi (意大利帕维亚高等研究院)

在本文中, 我将介绍 (新产生的) VEM (Virtual Element Method) (本质元方法) 的一些主要特征及其在针对特别应用的偏微分方程边值问题逼近中的应用. 我将主要介绍本质元空间的定义. 该空间, 粗略地说, 是由偏微分方程 (构成的系统) 的 (向量值) 函数解构成的. 当我们把计算域分解成非常一般形状的多边形或者多面体时, 这些方程是定义在其子域上的. 报告的后面我将给出这些空间在一些经典的问题中如何应用的方法, 例如热传导, Darcy 流和静磁学问题等.

(黄际政 译 孙宇阳 校)

椭圆曲线和超椭圆曲线上的有理点²⁾

2010 数学主题分类: 11G05, 11G30, 11R45, 14H25, 20G30

Manjul Bhargava (美国普林斯顿大学)

有理数域 \mathbb{Q} 上的一条超椭圆曲线 C 是方程 $y^2 = f(x)$ 的图, 其中 f 是一个有理系数多项式. 特别地, 当 f 的次数为 3 时, 我们称其为 \mathbb{Q} 上的一条椭圆曲线 E , 就象我们将要讨论的那样, 这种曲线具有很多一般超椭圆曲线 C 不具有的特殊性质. 曲线 $C: y^2 = f(x)$ 的一个解 (x, y) , 如果其中 x 和 y 都是有理数, 则称为曲线 C 上的一个有理点.

给定 \mathbb{Q} 上的一条随机的椭圆或者超椭圆曲线 $C: y^2 = f(x)$, 其中 $f(x)$ 是一个给定次数为 n 的多项式, 曲线 C 上有多少有理点? 等价地说, 一个 n 次随机有理多项式 $f(x)$ 取多少次有理数的平方? 在这篇文章中, 我们将介绍一些关于这个问题的一些最新猜想和定理, 它们对这个问题给出完全或者部分的解答.

(黄际政 译 孙宇阳 校)

可积概率³⁾

2010 数学主题分类: 60K35, 82B23, 82C41

Alexei Borodin (美国麻省理工学院)

此报告的目的是综述可积概率这个新兴的领域, 这个领域旨在确定和分析严格可解的概率模型, 这类模型和结果常常很容易描述, 但难以发现, 而且他们具有极为普遍的随机过程的信息. 分析方法大多是代数的, 且深深地植根于表示理论.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

1) 原题: The great beauty of VEM's. 作者邮箱地址是 brezzi@imati.cnr.it.

2) 原题: Rational points on elliptic and hyperelliptic curves. 作者邮箱地址是 bhargava@math.princeton.edu.

3) 原题: Integrable probability. 作者邮箱地址是 borodin@math.mit.edu.

球面上的随机几何¹⁾

2010 数学主题分类: 05C80, 60D05, 05C12, 60F17

Jean-François Le Gall (法国巴黎第十一大学)

此报告介绍和研究一个普适的二维随机几何模型. 为此, 我们开始于在球面上画一个离散的、从某类图形中以一个给定尺寸 n 随机和均匀地选择图形, 例如, 从球面上所有三角剖分选择有 n 个面的图形. 我们以通常的图的距离数乘上因子 $n^{-1/4}$ 后赋于该图形的顶点集, 我们能证明: 最终的随机度量空间当 $n \rightarrow \infty$ 时在 Gromov-Hausdorff (格罗莫夫-豪斯多夫) 意义下依分布收敛, 趋于一个随机紧致度量空间, 称之为 Brown (布朗) 图 (map), 该图在不依赖于初始图形的意义下是普适的. Brown 图同胚于球面, Hausdorff 维数却是 4. 我们能得到关于 Brown 图中测地线结构的详细信息, 也能表达 Brown 图无限的变体, 称之为 Brown 平面, 它源自均匀无限平面四边形的伸缩极限. 最后, 我们讨论一些未决问题. 这项研究部分由在二维量子引力物理理论中应用随机几何所推动.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

极小曲面 - 变分理论及其应用²⁾

2010 数学主题分类: 53C42, 49Q05

Fernando Codá Marques (巴西 IMPA)

极小曲面在微分几何中是很自然的研究对象, 且自 Lagrange (拉格朗日) 开创性的工作以来, 其研究已经持续 250 多年了. 这一领域以拥有大量漂亮的、或许可以讲拥有杰出的结果为其特征, 极小曲面 (或称极小子流形) 在其他领域中也有引人注目的应用, 如: 三维拓扑、数学物理、共形几何等等. 即使这个领域一直极为活跃, 仍有许多基本的问题未解决. 此报告将综述这一领域近期的进展, 并且讨论某些进一步研究的方向. 我将对这一领域的变分理论以及在其他领域的应用给予格外的关注.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

解析低维动力系统: 从一维到二维³⁾

2010 数学主题分类:

Mikhail Lyubich (美国石溪大学)

设 $f: M \rightarrow M$ 是一个流形上的 (实或者复的) 自映射, f^n 表示它的 n -次迭代. 离散时间的解析动力系统理论研究的是轨道 ($f^n(x)$) 的渐近行为. 其主要目标, 就象 20 世纪下半叶人们所期望的那样, 是用概率术语来刻画典型系统的典型轨道的渐近分布. 关于单峰的一维映射这个目标已经实现, 在复的一维情形已经取得了非常大的进步, 而向

1) 原题: Random geometry on the sphere. 作者邮箱地址是 jean-francois.legall@math.u-psud.fr.

2) 原题: Minimal surfaces-variational theory and applications. 作者邮箱地址是 Coda@impa.br.

3) 原题: Analytic Low-Dimensional Dynamics: from dimension one to two. 作者邮箱地址是 mlyubich@math.sunysb.edu.

实的和复的二维耗散情形过渡则正在进行. 重整化的思想在这个过程中起了非常关键的作用. 我们将在本文中阐述所有这些相互作用的进展.

(黄际政 译 孙宇阳 校)

近似代数结构¹⁾

2010 数学主题分类: 11B30

Ben Green (英国牛津大学)

此报告讨论了与“近似代数结构”具有难以隔绝联系的算术组合学的近期发展, 以及它的一些应用.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

关于肿瘤增长和治疗的一些数学知识²⁾

2010 数学主题分类: 35K55, 35B25, 76D27, 92C50, 92D25

Benoît Perthame (法国皮埃尔和玛丽居里大学)

用偏微分方程或者自由边值问题描述肿瘤增长的数学模型现在是预测一些癌症演化的重要工具, 例如基于图像分析的模型. 这些模型不仅可以在医疗上预测癌症的演化, 还可以用来帮助理解组织生长过程中生物的和机械的效果, 以及给出最优的治疗方案, 甚至在某些情况下预测失败的治疗方案.

我们考虑的模型在生物和机械效果方面都包含几个水平的复杂性, 从而在数学描述方面也有一定的复杂性. 尺度的数目, 从分子到细胞, 到器官, 以至于到整个身体, 部分地解释了问题的复杂性.

本文主要讨论能用保持简单性的数学模型来描述的问题的两个方面, 选择的这两个方面是为了涵盖基于力学法则和生物规律的数学问题. 我将首先介绍一个描述肿瘤增长的力学性质的渐近问题, 然后介绍一些用渐近分析来研究抵抗治疗和细胞适应性问题的模型.

(黄际政 译 孙宇阳 校)

随机结构与算法³⁾

2010 数学主题分类: 05C80, 68Q25

Alan Frieze (美国卡内基梅隆大学)

我们对随机组合结构的分析理论和相关的一些计算问题给出了介绍.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

1) 原题: Approximate algebraic structure. 作者邮箱地址是 bengreen@maths.ox.ac.uk.

2) 原题: Some mathematical aspects of tumor growth and therapy. 作者邮箱地址是 benoit.perthame@upmc.fr.

3) 原题: Random Structures and Algorithms. 作者邮箱地址是 alan@random.math.cmu.edu.

非驯调和丛和扭子 \mathcal{D} -模¹⁾

2010 数学主题分类: 14F10, 32C38, 32G20, 32S40, 53C07

Takuro Mochizuki (日本京都大学)

扭子结构概念是 Hodge (霍奇) 结构的推广. 调和丛和扭子 \mathcal{D} -模在扭子结构背景下对应于 Hodge 结构和 Hodge 模. 对携有非驯 (wild) 奇性的调和丛和扭子 \mathcal{D} -模的研究将我们引导至全局分析和代数分析之间有趣的互动. 最终也是在不规则奇性背景下导致了关于完整约束 \mathcal{D} -模研究很有意义的进展, 此报告将介绍这些进展.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

临界非线性耗散方程的渐近性²⁾

2010 数学主题分类: 35B40, 35B44, 35B33, 35Q53, 35Q55

Frank Merle (法国赛尔齐-蓬多瓦兹大学 / 法国高等科学研究所)

我们将讨论各种临界非线性偏微分方程的例子, 这些例子具有下面几个共同的特点: 它们都是 Hamilton (哈密顿) 方程, 具有耗散特性, 具有伸缩不变的守恒律, 方程的解都是非线性的 (它们关于时间的渐近行为与线性方程的解的行为不同). 最主要的问题是从时间的渐近来看可以期望具有什么样的行为. 根据初值数据的类型, 是否存在许多种可能性? 或者相反地, 几乎没有普适的行为?

我们将会看到从一般的或者带约束的初值得到的解的渐近行为与方程的特殊解几乎没有关系. 这将通过一些与经典问题相关的不同例子来说明.

给定一个方程, 面临的第一个挑战就是构造满足给定行为的解, 包括通过不同类型的波 (局部 / 局部或局部 / 非局部) 的相互作用而得到的解, 这些波可导致非线性行为或者爆破 (Blowing-up). 在许多这类问题中, 基于对这些波的相互作用所隐藏的规律的更好理解有一个形式化的猜测. 然后, 从这个猜测出发, 问题就变成如何构造这样的例子, 以及为什么在不同的规则下其它行为不会出现. 特别地, 这些问题跟在 Hamilton 系统中寻找不可逆有关, 为什么解的振荡是时间可控的. 我们将看到普适性与爆破和渐近行为的稳定性或者不稳定性是紧密相关的.

(黄际政 译 孙宇阳 校)

O-极小化和 Diophantus 几何³⁾

2010 数学主题分类: 03C64, 11G18

Jonathan Pila (英国牛津大学)

本次报告主要考虑数理逻辑在 Diophantus (丢番图) 几何中的一些最新的应用. 确切

1) 原题: Wild harmonic bundles and twistor \mathcal{D} -modules. 作者邮箱地址是 takuro@kurims.kyoto-u.ac.jp.

2) 原题: Asymptotics for critical nonlinear dispersive equations. 作者邮箱地址是 merle@ihes.fr.

3) 原题: O-minimality and Diophantine geometry. 作者邮箱地址是 pila@maths.ox.ac.uk.

地说, O -极小化作为处理实几何中的驯化结构的模理论的一个分支, 我们将利用它来解决一些来自于经典的 Mordell (莫德尔) 猜想的一些有限性问题.

(黄际政 译 孙宇阳 校)

超图中的拟随机性和正则性方法¹⁾

2010 数学主题分类: 05C35, 05C65, 05C80, 05D10

Vojtěch Rödl (美国埃默里大学)

概率方法是组合数学中最成功的方法之一. 它可以通过把确定性的目标嵌入到一些特殊设定的概率空间中来证明一些结果. 最新的技巧之一就是利用拟随机的思想. 一个拟随机的对象是一个与同类“特殊”对象具有相同重要性质的确定性对象. Szemerédi (斯泽梅雷迪) 的正则性引理指出: 每个图都可以分解成几个拟随机的子图. 在合适的情况下, 拟随机可以帮助我们给定的同构下找到和枚举出子图. 这种方法在极值组合数学中有很多应用. 我们将讨论这种方法的一些进展和在超图中的应用.

(黄际政 译 孙宇阳 校)

代数超群的有限维表示²⁾

2010 数学主题分类: 17B10, 20G05

Vera Serganova (美国伯克利加州大学)

我们回顾 Lie (李) 超代数有限维表示理论最新研究成果和方法: Schur-Weyl (舒尔-外尔) 对偶类似, 与 Deligne (德利涅) 范畴的关系, 格理论, 相伴簇, Borel-Weil-Bott (博雷尔-韦伊-博特) 理论和范畴化.

(丁璐 张伟 译 王世坤 校)

(上接 375 页)

进一步阅读

- [1] H. P. Boas, WHAT IS... a Worm? Notices Amer. Math. Soc. 50 (2003), 554-555.
- [2] R. M. Range, Extension phenomena in multidimensional complex analysis: Correction of the historical record, Math. Intell. 24 (2002), 4-12.
- [3] ———, Complex analysis: A brief tour into higher dimensions, Amer. Math. Monthly 110 (2003), 89-108. (Includes references to systematic introductions to multidimensional complex analysis.)

(张利有 译 王世坤 校)

1) 原题: Quasi-randomness and the regularity method in hypergraphs. 作者邮箱地址是 rod1@mathcs.emory.edu.

2) 原题: Finite dimensional representations of algebraic supergroups. 作者邮箱地址是 serganov@math.berkeley.edu.