书评

# Courant 传\*

#### Marshall H.Stone

Richard Courant 在 1934 年 8 月21日带着家属到达美国定居,正是这一天把他的一生分 成了截然不同的两个时期。Reid女士的这本引人入胜的书讲述了他一生的故事,在某些方面 可以说是她那本著名的 Hilbert 传记的续编。Reid 女士曾经受到 Courant 的一些朋友和崇拜 者的敦促,答应协助Courant撰写他的回忆录。可是,Courant 当时已经八十多岁了,正象她 在书中第三页所讲的, "我很快就明白了,我来执行 Friedrichs 这个早就考虑过的方案为时 太晚了。Courant 已经是既沒有精力又沒有愿望清楚地回顾他的一生了……,尽管 他十分羡 慕 Klein 所做的事〔即编辑他的全集----评论者注〕,但是,他已经无法仿效了。他对自己 过去的成就不大满意。他对数学的未来以及他创建的研究所的前途感到关切;另一方面,他 叉感到灰心丧气,抑郁不快,因为他已经感到自己 无 能 为 力了,不仅是体力和脑力上的不 支,而且数学也同他无缘了。"然而,由于 Reid 女士同 Courant 以及他 的 朋友们的多次谈 话, Courant的档案中对她有用的文件、以及她对 Hilbert 的生平和时代所做的大量工作, 她 还是感到已经有足 够的材料可以写一本关于Courant 的书了, 正如现在出版的这本书那样, 她称之为"生平故事"而不是一本"传记"。这种区分是适当的。要写一本传记,她就需要 深入各个领域去搜集材料,调查一些与 Courant 和他的圈子关系不那么密切的另外的材料 来 源, 沒有这种更广阔的背景, 就不能把 Courant 后半生确切地表 现 出 来, 他 的 前 半 生 在 Göttingen 当学生、教授和行政人员,这时他的行为准则是 对 Klein 尤其是对 Hilbert 的忠 诚与敬仰,这一部分似乎不需要进行那么多的传记材料的探究。要使他的后半生得到正确理 解,就必须对于他后来力图在美国重建 Göttingen 这个失去的乐园以及它那崇高的传统和志 趣相投的学术气氛的种种细节加以更细致、更广泛的调查研究。

Reid 女士把她搜集到的 Richard Courant 的材料整理成紧凑连贯的叙述,这方面她做了十分有益的工作,这是应该感谢她的。同时,她肯定使不少好奇的读者得到满足,他们想多知道一些二十世纪德国与美国(更确切地说是 Göttingen 与 New York)数学界中这位赫赫有名、十分活跃而有时又议论纷纭的人物的情况。正是 Courant 的奇特而有趣的个性使他成为传记作者神往的题材。无疑这也使得难以被同时代人所理解,或者在某些情形下难以得到正确的评价。

<sup>\*</sup> 原題: Courant in Göttingen and New York——The Story of an improbable mathematician, by Constance Reid, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1976, 314pp + 16pp, photographs, \$ 12.80.译自 Bull. Amer. Math. Soc., 84: 2 (1978), 234—241.

幸好是,对于刻划 Courant 的那些可能导致他的失败或成功的复杂性格及动机的精细工 作,Reid女士并沒有回避。她描写他突出的缺点和突出的优点时可以说是极为坦率的。在这 方面,最崇拜 Courant 的一些人显然也觉察到他个性中的这些矛盾,并且相当随便地对她谈 到这些情况,这可能对她有所帮助。不管怎样,她给读者描述的 Courant 正是他的同时代人 心目中的 Courant, "和盘托出,毫无掩饰"。Reid 女士把他描绘成既敢说敢做,又摇摆不定, 旣拐弯抹角,又直截了当,旣模棱两可,又坦率明朗,他希望维 持 局 面 变动不定,避免表 态,尽可能长时期保持态度暧昧。例如,他从来沒有对 Reid 女士 协 助他撰写他的回忆录明 确表态,总是不置可否。读者想要知道其它的例证,可以参看第22章,Reid女士在那里详细 讨论了两个事件。并不奇怪,从这种矛盾心理以及由此产生的有时是模糊不清的局面中,寻 衅的星星之火就足以引起一场激烈的论战。Courant 在美国的雄心壮志 以及他打算扮演的脚 色,要求他在公开场合敢说敢做。这样,他不可避免地要碰到竞争、反击,到处树敌。在德 国, Courant 是用不着遵循这样的路线的,不过在他为建立 Göttingen 数学研究所而倡议爭取 外援一一向国际教育委员会筹措基金时,他似乎也遭到过一些批评,在美国他企图筹建一座与 Göttingen 类 似的研究所,这个目标使他卷入一场艰苦而持久的斗争,在阻碍重重的逆境中 筹措必要的基金。取得最后成功的代价就是: 他为了达到目的的那种非凡的坚韧 不 拔 的 精 神,他随时准备着寻求那怕是最无希望的机会,以及他欣然抓住任何能被发现或被创造出来 的机会。

正如 Courant 把他在美国的大半生献给这场斗争一样, Reid 女士也用许 多 篇幅描述有 关这场斗争的故事。如果 Courant 曾多次告诉她,从刚到美国的岁月起,他就抱着十分确定 的雄心,要建立一个数学研究所,重点是搞某些接近应用以及他个人感兴趣的数学领域,那 么在书中却看不到引用他这方面的话; 但是他的行动似乎证实, 这正是他竭力要做的事。这 个目的不全然是在美国重建 Göttingen 研究所,因为在这种方案里,几乎沒有可供 Hermann Weyl 或者 Emmy Noether 这样的大数学家纵横驰骋的地方(他们都不适合这样 的方案,而 且本来是能够找到另一些出类拔萃的人物的)。在这种情况下, Courant 的稍微有点局限的目 标肯定比较现实一些。在大肖条以及其后的不景气的时代中,为数学筹款的确十分困难。他 的工作基地 New York 大学全靠学费维持,所以不能单对数学给予特殊照顾而减免其它的活 动。另一方面,Courant 在 那些年代里越来越频繁地表明他的观点: 数学中最活跃的那些领 域的发展正显著地而且极不可取地偏向于抽象化,脱离它们各自的应用领域。因此,他的计 划旣是个人哲学的自然表现,同时也是企图施加一种相反的影响,使得他认为日益不稳的平 衡局面能够恢复过来. 有时,他一面怀着预言家的热情畅所欲言,一面不知疲倦地工作,使 他的宗旨在成为他的第二故乡的异国土地上广泛传扬。在某些方面,这有助于促进New York 大学他自己那一派人的兴趣,但这也使得 Courant 与另外一些数学家发生冲突,这些数学家 或者和他多少有些意见分歧,或者是在努力促进美国数学发展的道路上和他分道扬镳。

如果说 Courant 的动机一部分是来自科学上强烈的倾向性,他的动 机 也 还 包括他想在 New York 再现 Göttingen 的某种传统和气氛的热望。因此,Courant 从德国 带来一小批同他私交密切并且能够和谐工作的卓越的数学家,从而在这里建立起一座新的研究所。这点很重要,因为作为一位德国教授,他所习惯的对待学生、助手和年青同事的方式,是会遭到那些不熟悉他背景的数学家的误解或非议的。在这方面,Courant 表 现出可靠的判断力,他在为他的新事业仔细挑选第一批同事时,也表现出同样的努力。他确实感到满意的是,能把一

点 Göttingen 的 风气带到美国来,在这里建立起一个核心,使他能在他所熟悉的那种科学上的亲密无间和 Gemütlichkeit (亲切友善) 的气氛中自由自在地工作。正如 Courant 夫人在谈到他们在美国的早期经历时所说的: "Richard 的周围聚集着越来 越 多 的朋友,真是好极了。这使"靴中猫"①开心,兴奋起来。"在长时期的发展过程中,随着队伍 不断扩大,这个队伍的初始特征逐渐改变,一直到德国的传统一点一点消失在或多或少是典型的美国大学或研究所的传统中。在 Courant 的晚年故事中,Reid 女士并沒有 强调这个演变过程,不过她似乎暗示,这可能引起他的一些挫折感,特别是他在1958年从所长职务退休之后。尽管如此,很显然,他想必对他作为数学研究所的创建者这个成就感到极大的自豪,对他从1953年到1958年作为所长所起的作用感到深深的满足,对他任职期间所进行的工作感到十分高兴。可以猜想,这段时期是他漫长的一生中最幸福的时日了,只是比不上1929年到1933年那些岁月,那时他主持 Göttingen 数学研究所的工作,并未觉察到即将来临的悲剧。

如果你仔细阅读 Reid 女士如何叙述 Courant 努力建立这两个研究 所时所必须克服的那 些障碍,你就会认识到,她只是把 Courant 告诉她的回想用她自己的话重新写出来的, 但是她 本人既沒有深入研究她描述的那些事件的历史,也沒有打算使她的描述太背离 Courant 自己 的观点,因此,所有事件都好象是 Courant 的眼睛看出来的。至于 Courant 所不知道的或者他 不愿提到或不愿细说的事,她也不打算象一个严肃的传记作家或历史学家所义不容辞地那样 去发现或详述。例如,除了一两个片断之外,她并不打算为不了解二十年代和三十年代的读 者再现一下 Courant 力图实现其雄心的那种气氛。不论 Courant 是否认识到,他的许多困难 是他和他的同事们共同分担的。大肖条及随后的长期经济停滞使任何人都难以弄到经费去支 持美国的科学事业和学术活动。尽管如此,美国一些大学还是竭力为 Courant 这样的被迫离 开欧洲的同行找到职位。这些职位与接受人的成就和地位往往并不相称。另一方面,任何职 位都很难得到,以至于这样一种不象样的欢迎,也使得许多年青的美国数学家在大学里根本 找不到任何工作,而且另外有许多人还不得不接受那种非常沒有吸引力的职位。Courant 对 于这种局面或者对于能够影响而且的确影响自己的地位和雄心的许多方面,似乎沒有眞正的 威觉或了解。1941年 George Birkhoff 坦率地谈到了这种局面,或许他意识到欧战可能会使 更多的流亡者流入美国,他警告美国不要再继续忽视对土生土长的年青数学家的责任了。虽 然 Birkhoff 充分意识到对欧洲同事们雪里送炭将会产生重要的有利后果,并且 在 他的讲话 中明确地讲出来,但 Courant 对这件事唯一的看法就是对 Reid 女士说 的 话: "Birkhoff 错 了。"的确,这给人留下的印象是: Courant 把 Birkhoff 的坦率解释为 只 不过是排外主 义 的 信号。然而,就在 Birkhoff 说出这些话之后不久,André Weil 就在一所美国大学里 教 三 角,他后来提到这所大学时只是说"那个说不出口的地方";甚至于几年之后,象 George Mackey 这样有前途的年青数学家还每星期教十五个钟点的初等数学,同时还要批改学生作 业.

Courant 似乎感觉到,他最严重的某些困难,与其说是来自当时的艰难环境,无宁说是来自实在的或潜在的个人的对立。他在同 Reid 女士的谈话中,明显地点了 George Birkhoff 和 R. G. D. Richardson 的名,说他们曾经反对过他。她记录的这个事实多少有些夸大,似乎是 Courant 给她提供了弹药。当他为 Göttingen 的研究所筹措资金时,Birkhoff 曾以国际

① "靴中猫"是欧洲民间传说中的小猫,帮助它的主人发财致富,成为国王的配偶,但这一切都是黄檗一梦.这里意指 Courant.——校者注.

教育委员会顾问的身份访问德国,准备就 Göttingen 申请中有关科学方面的情况作出报告。 Courant 对这次访问似乎非常不安,他怕 Birkhoff 为委员会作的评价中,反犹主义可能起作 用。这也和 Norbert Wiener 同时出现在 Göttingen 的事隐隐约约地联系起来,她说,Courant 对于同时接待这两位客人感到烦恼,但她却沒有解释他为什么这样。不过,她还是终于引用 了 Wiener 对他和 Birkhoff 的关系所作的描写,估计是引自 Wiener 在很久之后 发 表 的 自 传。关于当时的情况以及多年之后 Reid 女士同 Courant 谈论这件事的情况,我可以稍 加 推 测。要说明 Courant 为什么认为 Birkhoff 是反犹的, 假如 Reid 夫人自己也是推测的话, 她 本来是可以不引用 Wiener 的说法,而可以找到更好的资料来源的。Wiener 有着明显的抱负, 希望被任命为 Harvard 大学的教授①,这可能是受到他父亲的鼓励,所以,Wiener 在解释他 的抱负为什么未能实现时,是不会有多少客观依据的。特别是,我不认为,反犹主义或者任 何人的个人虚荣心会成为他追求职位的障碍。就 Birkhoff 而论, 我认识他时间很长, 也很熟 悉,所以我不能相信 Wiener 的说法。Reid 女士要是不引用 Wiener 的说法,而引用 D. D. Kosambi 在一家印度杂志上所写的 Birkhoff 的讣文就更好一些。据我所知,对于上述争论的 焦点,沒有比这更好或更公正的议论了.正如 Kosambi 所说,并且由于我自己和 Birkhoff 长 期的私人交往,我也坚信不疑,Birkhoff 评判一位数学家的工作从来不根据工作本身之外的 东西,而且当主要考虑的问题是或者应当是科学上的价值时,他从来不让个人的感情影响他 的决定。换句话说,不管 Courant 在二十年代或者以后时期对 Birkhoff 有什么看法,他以为 Birkhoff 可能会提出一种带偏见的介绍,这种担心是毫无根据的,后来的结局似乎也证明了 这一点。

以后, Birkhoff 本来或许可以利用自己巨大的影响来帮助 Courant 实现他的方案的, 但 是他显然对这事不感兴趣。这并不能就说成是他们之间的对立。如我所知,他也沒有利用他 的影响来支持 Richardson 在 Brown 大学创建一个应用数学研究所的计划。Reid 女士本应在 她的书中阐明: 虽然 Richardson 为了达到同样的目的肯定在同 Courant 竞争。但这同样也不 能单纯地解释为对立。在三十年代,Richardson已经集中了很多对于应用感兴趣的有能力的 数学家,以至他马上就能建立一个研究所和 Brown 大学的数学系分开. 他当时建立了顾问委 员会, 其中包括 Theodore Theodorsen(任主席), Thornton Frye 和我本人。因此, 在 Prager 被邀请到 Brown 出任新研究所的领导之前好几年的时期中, 我都接触到 Richardson 关于在 美国开展应用数学研究的想法。在我们的会见中,Richardson 从来沒有对 Courant 的雄心表 现出任何关切。实际上,Brown 的研究所的发展方针与 Courant 所考虑的完全不同。这个研 究所或许应该说成是一座高等工程数学的研究所,所以它和连续体力学的应用方面的联系, 比 Courant 学派所企求的紧密得多。当 Richardson 在 Göttingen 当研究生时,Courant 对 待 他的态度十分卑鄙,而在 Reid 女士的书中对这问题的症结是闪爍其辞的。Courant 似 乎天真 地认为或希望,若干年后,他只要对 Richardson 拍拍马屁,就可以得到他友好的支持了.他 似乎更加天真地认为,Richardson一旦得到安抚,就会象推进自己的计划那样心甘情愿地来 推进 Courant 的计划.当 Richardson 的反应不合 Courant 的希望时,他在 Courant 的帐本里就 被当成对手记下来。Reid 女士在书中并沒有引用任何具体证据来表明 Richardson 有什么主 动的反对或敌意,只是提到 Richardson 给第三者的一封失窃的信,而这封信 Reid 女士并沒

① 当时 George Birkhoff 是 Harvard 大学教授,是美国数学界的实力人物,而 Wiener 是犹太人,他发表 过 两部自传:《昔日神童》和《我是一位数学家》.这后一部中谈到他和 Birkhoff 的关系. ——译注.

有见到过(参看该书第22章)。

Reid 女士并沒有进一步深究此事,她只是简单地提到 Courant 感兴趣的一项计划, 比起 他在 New York 大学能够实现的那项计划更加雄心勃勃。甚至他的美国生涯一开始,他似乎 就想到建立一所公开资助的国立"应用数学"研究所,并试图使其他人也关心他为之设想的 种种计划。他很快就从 Richardson 和其他人那里了解到,那时美国人的意见不够成熟,还不 足以实现这个方案,因为当时大学的数学系要想把行政当局指定的那种最起码的任务加以扩 大,都必须进行艰苦的斗争。他发现,切实可行的办法是使自己适应于当前局势,在一个打 算使自己的系有所改进的大学里工作。然而,Courant 并沒有忘记他那更加雄心勃勃的梦想, 每当他使 New York 大学的局面有所进步时,他总要重新考虑这件事。实际上,他显然逐步 了解到,象美国这样一个大国,如此分散,竞爭性又如此之强,要建立单独一个专一而目标 狭隘的国立研究所,是障碍重重的。当他认识到这点时,他就想把他的方案加以扩大,使科 学研究所基罗棋布,逼及全国,每一个研究所都有自己特有的某些学科,数学不过是其中之 一罢了。我感到非常遗憾,Reid 女士沒有抓住机会从 Courant 那里引出关于他的想法 的 最 后的、较为详尽的意见, 她经常同他谈话, 本来可以使他把经年累月以谈话和书信提出的建 议阐述明白的, 随着美国的社会化稳步发展, 必然要讨论如何保持数学、科学及学术活动的 生气勃勃的状态; Courant 作为一位富有想象力的数学家和组织者,对此本来一定会贡献很 多意见的。在美国及国外的教育、学术及科学研究明显受到政治因素决定的、有时是政治因 素促成的退化状态的那些时期,他的意见本会对我们有着特殊的好处和价值的。

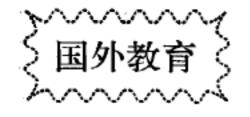
可以想象,Courant 不一定会同意别人对于他自己私下设想的乌托邦加以比较彻底的 探查和公布,但是,Courant 的毕生事业还有其它一些方面本来是 Reid 女士可以主动地撰写得更详尽、更明确得多的。的确,她本可以把数学研究所本身的结构和功能叙述得更详细一些,从而使她的读者对于 Courant 在那里的真正成就有一种更突出的评价,而不致有失客观性,也不致鲁莽表示她自己的判断了。假如她对于研究所人员和计划的高质量加以强调,并描述它在教学和研究工作方面的许多成就,她本来是能够对这个研究所在美国数学界的重要地位提供令人信服的具体证据的。 Courant 的重要活动的另外一个方面,是他长期担任 Springer 出版社的顾问和编辑,这也被 Reid 女士太轻率地略过了。虽然 Reid 女士显然赞赏 Courant 和 Ferdinand Springer 的交往的真诚和富有成果,可是她却沒有努力去详细地表明这种交往是如何富有成果,对于数学发展是如何重要。只要列举一下在这种交往最积极的时期里,Springer 出版社新出版的数学书刊,可能就足以说明这种交往对数学发展的意义了。

Reid 女士花了相当多的篇幅去描写 Courant 在第二次世界大战当中,作为数学顾问的积极活动。当她在前面一章中描述他在第一次世界大战中作为一名年青的德国军官所进行的技术工作时,她预示了他多年之后作为一名忠心耿耿、感恩戴德的美国公民深感有迫切的责任要起一种更成熟、更重要的作用。她的叙述面面俱到,足以表明 Courant 尽力使自己成为有用之材时表现出来的精力和广度。但是,她在描述他能完成的工作时是处于不利地位的,这主要因为她所面临的问题是,由于保密和分工,无法对于第二次世界大战中数学在军事问题上的应用,进行全面而精细的叙述或评价。我可以由我自己的经验举出一个简单的例证,来说明必须克服的困难。一位著名的统计学家,在战时当顾问,人家要他分析对军舰进行高空轰炸的问题,但是给他考虑的数据是不切实际的,因为空军为了安全起见故意不透露真正的数字。结果这位统计学家的报告,直到另外一位更可靠的专家能够判定他所得出的解,在某

些关键参数变动时是否稳定以后,才能应用。Reid 女士所能说的只是,激波的研究在军事上有重要意义,有关这个领域的问题曾广泛征求过 Courant 和他的一些同事的意见,而 Courant 和 Friedrichs 论述激波理论的书,则是他们研究那些可能出现的问题的一件不保密的珍品。她似乎严格限制自己只谈这一点而不再多说,此外也谈到了一些琐事,表明 Courant 在整个战时工作期间以及紧接着的战后军事与科学的蜜月时期是一位大忙人。

Gian-Carlo Rota 在评论 Reid 女士的 Hilbert 传时, 严厉地责备作者对于 Hilbert 的內 心生活,不论是智力上的,还是情绪上的,都写得不够多。从某些方面来看,我觉得 Rota 似乎要求别人做不可能办到的事, 数学家很少遗留下大量材料, 使传记作者能够据以有把握 地把一个重要的定理开始如何提出、最终如何证明的过程再现出来。不成功的计算和草稿被 毁掉了,同别人的谈话沒有纪录下来(一时方便,可能出现),给同事的信常常得不到或者内 容太简略、不完全。象 Poincaré 和 Hadamard 这样的数学家写下他们自己的创作经验 时, 总是强调许多数学上的思考是根本达不到意识水平的。许多有创造性的数学家可以用他们的 切身经验证实这种看法。如果数学家自己都讲不出他是怎样发现一个定理并求出其证明的, 那怎么能要求传记作家讲得出来呢?在这个意义下, Rota 是在要求 Reid 女士做她不可能办 到的事了。但是,另一方面,传记作者除了努力深入内心生活之外,在描绘他的主人公的精 神生活和成就方面,是有许多事情可做的。无疑, Reid 女士给其他的 Courant 传记作家留下 许多这类事情可做。其中有些事是如此简单,即便她在 Hilbert 传中沒有做到,在 Courant 传 中本来是可以做到的。例如, Courant 的论著目录, 无论有沒有评注,都会受到许多读者的 欢迎。还可以对这些出版物的影响和重要性提出某种评价,即使不是作者自己的评价,也可 以是一位有资格的数学家的评价。Reid 女士在她的 Hilbert 传中作为附录 发 表 了 Hermann Weyl 的权威性的分析和评价。遗憾的是,她对 Courant 传却沒有或者未能同样行事。甚至本 书的一位漫不经心的读者也能看出,对于一位数学家和一位知识分子的 Courant,有许多有 趣的问题需要提出来: 他如此公开而真诚敬仰的 Hilbert, 对他在科学上的真正影响究竟有 多大?他在数学上的交流真的如 Reid 夫人所写的生平故事那样,只限于少数德国和美国数 学家以及访问过 Göttingen 的几个俄国人?这些接触对于他在数学上的影响究竟有多大?他 在科学工作方面究竟有多少得力于他的助手或合作者? 除了他那稍微狭窄的个人兴趣之外, 他还读过很多别的数学吗?对于二十世纪初期随着相对论和量子论的来临而开始的物理学的 深刻而惊人的变化,他作为一位数学家为什么如此不感兴趣? 虽然 Reid 女士对于 Courant 一些主要的科学贡献有所叙述,并且着重指出了他的著作的广泛影响,但是她对这些非常自 然而有趣的问题却很少涉及到。她的确相当详尽地描述他和他带到 New York 同他工作的那 些人的合作方式,但是她的叙述多半停留在逸事琐闻上,而沒有更深入地探索事物的本质。 在促使她收集材料,最终出版她这样一本有趣的书的情况下,她可能清楚地感到她不应该企 图更加深入地研究她的主人公。不管是否如此,她已经开辟了广阔的天地,能够吸引未来的 历史作家和传记作家继续她的未竟之业了. 当前对美国数学史日益高涨的兴趣, 以及越来越 强调写作的广度、精度和深度,似乎很可能对 Richard Courant 在美国的活动引起比较富于 评论的、而不那么偏于逸事琐闻的论述,就象他的成就那么突出的那种论述。

(胡作玄译, 江嘉禾校)



## 美国 California 大学 Berkeley分校

### (1978-79)课程

### I. 主修数学的大学生课程

〔编译者校: 美国大学实行通才教育,一般大学生在大学四年里要选定一门学科作为主修 (major) 一门作为副修 (minor)。但这并不意味着,他进研究院以后只能沿主 修 学科的方向继续深造、〕

104A. 分析引论. 集合与函数,R"的拓扑,黎曼积分,连续函数, 一 致收斂,初等超越函数  $\sin x$ , $\log x$ ,极限运算顺序的交换,及关于度量空间的介绍。(一学季)①。

参考书:

Rosenlicht, Introduction to Analysis, Scott-Foresman,

Marsden, Elementary Classical Analysis, Freeman;

Bartle, Elements of Real Analysis, Wiley,

Rudin, Principles of Mathematical Analysis, McGraw-Hill.

104 B. 中等分析。Frechet 导数,锁炼规则,隐函数定理与常微分方程存在性定理(用逐步逼近法处理),多元积分论,及其他课题。(一学季)。

参考书: 同104 A.

105. 积分论。零集与黎曼积分,Lebesgue 测度的构造与性质,Lebesgue 积 分 与收敛定理,Fubini 定理,绝对连续函数与微分, $L^1$  与  $L^2$  的完备性,及富氏级数。(一学季)。

参考书:

Royden, Real Analysis, Macmillan.

112. 线性代数. 特征多项式,特征值及特征向量;正交向量空间与酉向量空间;正交、酉及 Hermite 矩阵;二次型, Hermite型,正规矩阵的对角化;无穷维空间引论。(一学季)。

参考书:

Nobel, Applied Linear Algebra, Prentice-Hall,

① 一学季 (quater) 大约三个月,一学年有三学季,柏克莱分校实行学季制.---译注.