

数学译林

第 30 卷 2011 年

总 目 录

纪念陈省身先生 100 周年华诞 丘成桐等 4

综合报告

2010 年第 26 届国际数学家大会一小时报告摘要
(II) 1

Abel 奖科学讲座: 几何与形状分析的革命性工作
..... Guillermo Sapiro 1

基本引理——从微小困扰到中心问题
..... The Institute Letter of IAS 2

现代数学和 Langlands 纲领
..... The Institute Letter of IAS 2

Fields 奖获奖人 Cédric Villani 的工作
..... Horng-Tzer Yau (姚鸿泽) 3

作为纯粹数学的组合理论——代数组合的目标
..... 坂内英一 4

初生学科在经典理论与新应用之间架桥
..... László Lovász 4

进展简介

什么是数学生物学以及它为什么有用?
..... Avner Friedman 1

学科与专题介绍

遍历理论狂欢节 Julia Barnes Lorelei Koss 1

椭圆曲线的黎曼假设
..... Jasbir S. Chahal Brian Osserman 1

气候变化与海冰输运过程中的数学
..... Kenneth M. Golden 1

$3n+1$ 问题的多项式类比
..... Kenneth Hicks, Gary L. Mullen,
Joseph L. Yucas and Ryan Zavislak 1

J. L. DOOB: 随机过程基础和概率位势理论
..... Ronald Getoor 2

多项式在无穷远附近可以有多小?
..... Jennifer M. Johnson János Kollár 2

微分代数初探
..... John H. Hubbard Benjamin E. Lundell 3

从线性代数到同调代数 吉野雄二 3

纽结与量子理论 Edward Witten 4

拉马努金的“最漂亮的恒等式”
..... Michael D. Hirschhorn 4

四色不足矣
..... Thomasz Bartnicki Jaroslaw Grytczuk 4

人物与传记

忆 Grothendieck 和他的学派
..... Luc Illusie, Alexander Beilinson,
Spencer Bloch and Vladimir Drinfeld 等 1

“只要醒着”——樊上猷 (1914—2010)
..... 林伯禄 (Bor-Luh Lin) 1

Vladimir Arnold (1937.6.12—2010.6.3)
..... S. M. Gusein-Zade A. N. Varchenko 2

Serge Lang, 1927—2005 (I)
..... Jay Jorgenson Steven G. Krantz 2

菲尔兹奖章获得者 Elon Lindenstrauss 访谈录 ..
..... Ulf Persson 2

菲尔兹奖章获得者 Ngô Bao Châu 访谈录
..... Ulf Persson 2

菲尔兹奖章获得者 Stanislav Smirnov 访谈录 ...
..... Ulf Persson 2

菲尔兹奖章获得者 Cédric Villani 访谈录
..... Ulf Persson 2

Serge Lang, 1927—2005 (II)
..... Jay Jorgenson Steven G. Krantz 3

怀念 Paul Malliavin
..... Daniel W. Stroock Marc Yor 等 3

Serge Lang 的数学贡献 (I)
..... Jay Jorgenson Steven G. Krantz 4

数 学 史

马尔可夫链蒙特卡洛方法的演变 (I)
..... Matthew Richey 2

马尔可夫链蒙特卡洛方法的演变 (II)
..... Matthew Richey 3

数 学 争 鸣

数学家看起来像什么?
..... Ruth Haas Jim Henle 1

数 学 圈

构建一种研究型职业生涯: 数学研究共同体
..... Allyn Jackson 1

数 学 教 育

教授积分学基本定理的历史反思
..... David M. Bressoud 3

教学研究: 鼓励发现 Francis Edward Su 3

计算机科学与数学建模

2011 年美国大学生数学建模和跨学科建模竞赛
试题 COMAP 2

书 刊 评 介

一个数学家的学徒生涯——André Weil 的自传
..... V. S. Varadarajan 1

评《微积分之战》 Brian E. Blank 4

数学竞赛与数学奖

John Milnor 获得 2011 年度 Abel 奖 The
Norwegian Academy of Science and Letters 1

2011 年度邵逸夫数学科学奖 邵逸夫奖
基金会和邵逸夫数学科学奖遴选委员会 2

(下转 346 页)

这是欧拉的一个恒等式.

现在, 证明

$$(-a^{-1}q; q^2)_n (-aq; q^2)_\infty = \sum_{k=-n}^{\infty} \frac{a^k q^{k^2}}{(q^2; q^2)_{k+n}}$$

就是一个简单的归纳法了. 如果我们现在令 $n \rightarrow \infty$, 就得到

$$(-a^{-1}q; q^2)_\infty (-aq; q^2)_\infty = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{a^k q^{k^2}}{(q^2; q^2)_\infty},$$

或

$$(-a^{-1}q; q^2)_\infty (-aq; q^2)_\infty (q^2; q^2)_\infty = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a^k q^{k^2},$$

此即三重积恒等式. 注意, 三重积分别在替换 $(a, q) \rightarrow (-aq^{(1/2)}, q^{(3/2)})$ 和 $(a, q) \rightarrow (-aq^{(1/2)}, q^{(1/2)})$ 下可写为等价形式

$$(a^{-1}q; q^3)_\infty (aq^2; q^3)_\infty (q^3; q^3)_\infty = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k a^k q^{(3k^2+k)/2}$$

和

$$(a^{-1}; q)_\infty (aq; q)_\infty (q; q)_\infty = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k a^k q^{(k^2+k)/2}.$$

附言 我在前面间接提及的三重积恒等式“奇妙而强有力的”的推广, 在技术上称为拉马努金的 ${}_1\psi_1$ 求和.

对于有兴趣进一步了解拉马努金成果的读者, 我推荐不妨从参考 Bruce Berndt 的书 [1] 作为开始.

参考文献 (略)

(李春英 译 陆柱家 校)

(上接封三)

数 学 小 品

数学竞赛与数学奖 (续)

Ramanujan 奖及其历届获奖者简介 ICTP	2
2011 年度 Abel 奖颁奖典礼于 5 月 24 日在挪威首都奥斯陆举行 (图文)	2
第七十一届 William Lowell Putnam 数学竞赛	
L. F. Klosinski, G. L. Alexanderson, Loren C. Larson and Mark Krusemeyer	4

名 词 解 释

什么是周期域?	
James Carlson Phillip Griffiths	1

Engelstam 定理的一个非常简单和初等的证明

..... S. H. Kulkarni	2
Hardy 空间和 Bergman 空间之间不等式的转换	2
从 ℓ^2 到 ℓ^2 的子集上的一个一一连续映射, 它的逆处处不连续	3
Sam H. Creswell	
向量空间中的维数, 线性泛函和范数	
..... Miyeon Kwon	3
通过 Minkowski 定理证明 Pick 定理	
..... M. Ram Murty Nithum Thain	4
如果欧几里得是日本人	4
Bill Casselman	