



悬索桥结构非线性分析 理论与方法

Non-linear Analysis Theory Method for
Suspension Bridge Structures

潘永仁 著



人民交通出版社
China Communications Press

组稿编辑 曲 乐
文字编辑 岑 瑜
美术编辑 彭小秋



悬索桥结构非线性分析 理论与方法

ISBN 7-114-05112-3



9 787114 051128 >

ISBN 7-114-05112-3

定价: 26.00 元

Xuansuoqiao Jiegou Feixianxingfenxi
Lilun Yu Fangfa

悬索桥结构非线性分析理论与方法

潘永仁 著

人民交通出版社

内 容 提 要

本书介绍悬索桥结构几何非线性精细化分析的理论和方法。主要包括:索、杆、梁结构几何非线性三维分析理论;恒载下悬索桥结构几何形状和内力的迭代算法;悬索桥架设参数鞍座索夹预偏量和构件无应力尺寸的精确计算;活载、横向风载和温度作用下的非线性分析;悬索桥架设过程的倒拆分析及一座大桥的实例分析等。

本书可供从事悬索桥设计、施工和研究的工程技术人员参考,也可作为高等院校桥梁专业研究生和高年级本科生的教学参考用书。

图书在版编目 (C I P) 数据

悬索桥结构非线性分析理论与方法 / 潘永仁著. —北京:人民交通出版社, 2004.6.

ISBN 7-114-05112-3

I. 悬... II. 潘... III. 悬索桥—桥梁结构—非线性—结构分析 IV. U448.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第 053659 号

交通科技丛书

悬索桥结构非线性分析理论与方法

潘永仁 著

正文设计:彭小秋 责任校对:张莹 责任印制:杨柏力

人民交通出版社出版发行

(100011 北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号)

各地新华书店经销

北京凯通印刷厂印刷

开本:787×980 1/16 印张:8.5 字数:141千

2004年6月 第1版

2004年6月 第1版 第1次印刷

印数:0001~2500册 定价:26.00元

ISBN 7-114-05112-3

前 言

悬索桥是大跨度桥梁中最自然、美观和经济的桥型。到目前为止,它仍是主跨 1000m 以上的大跨度桥梁首选的桥型。其最大特点为恒载作用在主缆内形成的巨大拉力对后续活载作用下结构的变形有抵抗作用,结构具有不可忽略的几何非线性。人们在悬索桥力学特性的认识过程中,产生了弹性理论、挠度理论及有限位移理论。

早期,人们常采用较大的安全系数来克服悬索桥设计、施工计算的不准确性。近年来,随着跨度的进一步增大,庞大的主塔鞍座、大直径的主缆使得制造、施工非常困难,价格也变得十分昂贵。为了减小这些困难,目前悬索桥主缆的安全系数已从最初的 3.0~4.0 下降到目前的 2.5 左右,这就要求悬索桥结构的分析理论更加精确严密,对施工过程和成桥状态时结构形状和内力应有更加精确的计算。

经过改革开放 20 多年,随着经济和交通的发展,我国已进入修建大跨度现代悬索桥的新时期。尽管国内外对于悬索桥分析的有限位移理论已有许多研究成果,但作者在 1992 年至 1998 年期间参加完成国家科委攀登 B 计划资助项目(编号 85-40)“重大土木与水利工程安全性与耐久性的基础研究”的子项目“大跨度斜拉桥与悬索桥工程控制研究”中,仍然发现现行方法的一些不足之处,并提出了悬索桥结构几何非线性精细化分析的理论和方法。1998 年 12 月起,作者从上海交通大学机械工程学科博士后流动站出站,加入香港建设(控股)有限公司(前熊谷组(香港)有限公司),从事大型土木工程的总承包技术管理工作。在 5 年多的工作中,作者深感有必要结合香港建设(控股)有限公司在大型桥梁建设方面的先进技术和丰富经验,对原研究成果进行修改充实提高,送出版社正式出版,以期对我国现代悬索桥的发展起到添砖加瓦的作用。

作者采用基于 CR 列式算法的增量法,改进了常用的 UL 列式算法,研制了索、杆、梁结构几何非线性三维分析程序,通过一些算例的仔细对比验证了算法和软件的可靠性和精度。考虑了鞍座移动和切点位置运动的几何非线性因素,计入了二期恒载由主缆和加劲梁共同承担对主缆形状的影响,

并和其他作者的计算结果作了对比,说明了考虑这些因素的必要性,体现了精细化的意义。针对悬索桥施工过程中主缆几何变化大,对温度变化十分敏感,以及主缆的长度误差难以调整等特点,提出了悬索桥架设过程计算的改进方法,其中最具特色的是施工前对鞍座索夹预偏量和构件无应力尺寸的精确计算,施工中对主缆垂度测量时如何计算平均温度,以及猫道对架设过程的影响等因素的考虑。最后还通过实例分析论证了精细化的意义。

本书共五章,包括索、杆、梁结构几何非线性三维分析理论;恒载下悬索桥结构几何形状和内力的迭代算法;悬索桥架设参数的精确计算;活载、横向风载和温度作用下的非线性分析;悬索桥架设过程的倒拆分析及三座大桥的实例分析,书后附有参考文献供读者进一步查阅和研究。

我衷心感谢同济大学桥梁工程系范立础院士的悉心指导,感谢杜国华研究员、胡匡璋教授、李建中教授、肖汝诚教授给予的帮助。同时,也感谢我的工作单位香港建设(控股)有限公司领导陈立波先生、穆世诚先生、施继华先生的大力支持,使我的专著能在 2004 年上半年出版。

由于本人学术水平有限,书中难免有遗漏及错误之处,敬请同行与读者提出批评与指正。

潘永仁

2004 年 3 月于上海

目 录

第一章 悬索桥结构分析理论的发展	1
1.1 悬索桥在竖向荷载作用下的分析理论	2
1.1.1 弹性理论	3
1.1.2 挠度理论	3
1.1.3 有限位移理论	4
1.2 悬索桥在横向荷载作用下的分析理论	4
1.2.1 膜理论及其系列解法	4
1.2.2 作为杆系结构的离散分析理论	5
1.3 悬索桥架设过程分析理论的发展	5
1.4 悬索桥结构分析理论在我国的发展	5
第二章 索、杆、梁结构几何非线性三维分析理论	7
2.1 Euler-Lagrange 法增量理论	7
2.1.1 增量理论基本方程	7
2.1.2 单元杆端抗力增量递推公式	9
2.2 CR 列式法	9
2.2.1 CR 列式法引例	10
2.2.2 CR 列式法特点	12
2.2.3 单元杆端抗力的非增量算法	13
2.3 小应变弹性悬链线单元	14
2.3.1 悬链线索段的三个几何关系式	14
2.3.2 悬链线索段索端力的柔性迭代	18
2.3.3 索单元的切线刚度矩阵	22
2.3.4 程序计算流程	22
2.4 杆单元	22
2.5 基于 CR 列式法的空间梁单元	23
2.5.1 三种坐标系统	24
2.5.2 端横截面坐标系统及随转坐标系统的计算	26

2.5.3	梁端总变形计算	27
2.5.4	单元刚度矩阵	29
2.5.5	单元节点力	30
2.5.6	求解算法的说明	31
2.6	程序实现及算例	31
2.6.1	增量迭代相结合解法及收敛准则	32
2.6.2	索、杆、梁结构几何非线性三维分析程序的计算流程	32
2.6.3	算例	34
2.7	小结	38
第三章	悬索桥恒载结构几何形状和内力的确定	40
3.1	悬索桥施工过程简述	40
3.2	恒载结构几何形状和内力的膜理论计算方法	43
3.3	恒载结构几何形状和内力的迭代算法	44
3.4	悬索桥结构有限元模型的自动生成方法	47
3.4.1	悬索桥结构描述分类及组成规律性	47
3.4.2	模型用到的单元及鞍座加劲梁离散	48
3.4.3	形成计算模型的方法	50
3.5	鞍座切点位置运动及主缆有无应力长度的计算方法	52
3.5.1	鞍座切点位置运动的计算	52
3.5.2	主缆有无应力长度的计算	53
3.6	程序算法及流程	54
3.7	算例	56
3.7.1	江阴长江大桥的算例及比较	56
3.7.2	虎门大桥的算例	60
3.7.3	汕头海湾大桥的算例	63
3.7.4	平面计算模型自动转化空间模型的算例	67
3.8	小结	68
第四章	悬索桥结构在外荷载作用下的分析	69
4.1	在车辆荷载作用下的分析	69
4.1.1	线性二阶和非线性加载	69
4.1.2	算例	71
4.1.3	不同加载荷载标准对计算结果的影响	81
4.2	在温度荷载作用下的分析	84

4.3 在风荷载作用下的分析	87
4.4 小结	89
第五章 悬索桥结构架设过程分析	90
5.1 主缆横截面平均温度的计算方法	90
5.1.1 主缆横截面平均温度的非稳态解法	91
5.1.2 程序流程及算法	94
5.1.3 主缆模型温度试验及在架设现场主缆表面温度的量测	95
5.1.4 算例	98
5.2 主塔主缆施工误差与吊索长度修正	100
5.2.1 吊索长度计算方法	101
5.2.2 吊索长度修正算法	101
5.2.3 算例	102
5.3 悬索桥架设过程的倒拆分析	104
5.3.1 鞍座位置调整及加劲梁段吊拼模拟	105
5.3.2 加劲梁段倒拆的有限元模拟方法	105
5.3.3 倒拆分析程序	105
5.3.4 算例	106
5.4 加劲梁段刚接次序的比较	117
5.5 鞍座切点运动和猫道重量对架设过程的影响	121
5.5.1 鞍座切点位置运动的影响	121
5.5.2 猫道重量的影响	121
5.6 小结	122
附录 悬索桥结构非线性分析程序系统	123
参考文献	124

第一章 悬索桥结构分析理论的发展

悬索桥的上部结构由主缆、主塔、加劲梁及吊索组成,下部结构由支撑着主塔的桥墩和锚固着主缆的锚碇组成。从理论上讲,悬索桥应属索和梁的组合结构体系,但由于悬索桥的跨度一般都很大,加劲梁的刚度在全桥刚度中所占的比例很小,在受力本质上,悬索桥结构属于悬挂体系,主缆是悬索桥结构的主要承重构件,加劲梁的功能只是将竖向活载分摊并通过吊索传给主缆,因此与其它桥型不一样,悬索桥的加劲梁高度不会随跨径的增加而剧增。悬索桥结构的特性为几何非线性,主要可分为三部分:(1)结构的恒载内力影响。主缆在恒载作用下具有一定的初始内力,使其可以维持一定的几何形状。当后续荷载作用时,主缆几何形状发生改变,而恒载内力对后续状态的变形存在着抗力(即通常说的重力刚度)。为了得到在外荷载作用下悬索桥结构的平衡状态,应将结构上的恒载内力、恒载及外荷载一起考虑,算出结构在新的变形状态下的平衡,得到结构真正的变形和内力。(2)结构的大位移。属于悬挂体系的悬索桥结构在外荷载作用时,主缆和加劲梁发生下挠,吊索也发生伸长和倾斜,体系的平衡应建立在变形后的状态上。(3)主缆自重垂度的影响。在自重作用下主缆具有一定的垂度,受力后发生的变形由弹性变形和垂度变化组成。人们对悬索桥结构特性的认识是有一个过程的,在这个过程中产生了弹性理论、挠度理论及有限位移理论,悬索桥的发展与上述计算理论的完善过程是密切相关的。

计算理论的发展、主缆高强钢丝的应用及主缆施工方法的进步,是悬索桥发展的决定因素。现代悬索桥的出现,应归功于罗勃林(J. A. Roebling)的空中纺缆法(Aerial Spinning 简称 AS 法)。用纺缆方法施工主缆的第一座悬索桥是 1855 年建于尼亚加拉瀑布下游 250m 处的公、铁两用悬索桥;第二座为 1883 年修建在纽约跨越伊斯特河的布鲁克林(Brooklyn)桥,主跨 480m,经加固后现仍在使用。在 19 世纪内,悬索桥的跨径未突破 1000m,当时设计以弹性理论为主,由于没有考虑到几何非线性因素,主梁受力偏大,特别是在大跨时更为明显,所以难以设计大跨度的悬索桥。虽然在 1888 年,梅兰(Melan)提出了挠度理论,但其实用计算方法还未得以推广。进入 20 世纪

后,各方面的条件,包括挠度理论应用于设计中的方法都日趋成熟,美国建造了大量大跨度悬索桥。1931年完工的乔治·华盛顿(George Washington)桥,主跨达1066m,紧接着1937年竣工的金门(Golden Gate)大桥,主跨为1280m,保持世界纪录达27年之久。到1964年美国又突破金门大桥的纪录,建成了维拉扎诺(Verrazano Narrows)桥,主跨达1298m,保持世界纪录17年。随着有限元和计算机的发展,利用有限位移理论通过电算来精确分析悬索桥结构已成为可能,并得到发展。在二次世界大战之后,英国、日本等也相继建成了多座大跨度悬索桥。如英国在20世纪60年代就建成了福斯桥(Forth Bridge,主跨1006m)和塞文桥(Severn Bridge,主跨988m),在1981年又修建了恒比尔河桥(Humber Bridge,主跨1410m);日本在20世纪80年代也建成了大鸣门桥(主跨876m,公铁两用)、下津井濑户桥(主跨940m,公铁两用)、南备赞濑户大桥(主跨1100m,公铁两用)及北备赞濑户大桥(主跨900m,公铁两用)等长大跨度悬索桥。在这值得一提的是,在1969年美国建造的Newport桥的主缆施工中,由Bethlehem钢铁公司研制了预制索股法(Prefabricated Parallel Wire Strand简称PWS法),随后在日本的关门大桥中得到进一步发展。PWS法克服了AS法对气候的敏感性,减少了现场的工作量,使得主缆架设更加稳定和安全。在建成的悬索桥中,主跨最长的为日本于1998年修建的明石海峡大桥,主跨达1990m。计划中修建的意大利墨西拿海峡大桥^[1],主跨将达3000m以上。

虽然悬索桥雏形最早见于我国,但现代悬索桥在我国却出现得较晚。随着经济和交通的发展,我国也进入修建现代悬索桥的时代。建成并已通车的有汕头海湾大桥(主跨452m,采用预应力混凝土加劲箱梁)、广东虎门大桥(主跨888m)、西陵长江大桥(主跨900m)和江阴长江大桥(主跨1385m),这些桥梁的建成填补了我国现代悬索桥的空白,从而使我国跨进掌握现代长大跨悬索桥修建技术的先进国家行列。最近珠海伶仃洋工程、渤海海峡跨海工程和琼州海峡工程的可行性研究都已提上议事日程^[2],这些跨海工程中都会有跨度超过1000m的悬索桥方案。总之,在海岸线漫长、群岛分布广泛的中国,桥梁建设将会进入修建大跨度现代悬索桥的全盛时期。

1.1 悬索桥在竖向荷载作用下的分析理论

悬索桥结构在竖向荷载作用下的计算,是悬索桥设计计算中最主要的

内容,也是主要构件设计的最重要依据。计算理论大致经过从弹性理论、挠度理论到有限位移理论的发展过程。

1.1.1 弹性理论

1823 年纳维(Navier)发表了悬索桥的弹性理论,认为主缆承受自重及全部桥面恒载,它的几何形状为二次抛物线,这一线形不因后来作用于桥面上的外荷载而变化。并假定吊索长度不因活载而伸长,沿主缆各点的竖向挠度和加劲梁各相应点的挠度一样。这样悬索桥就是主缆和加劲梁的简单组合体系,具有线弹性性质,叠加原理对它适用,加劲梁是承重结构体系中的重要组成部分,而结构在活载作用下的挠度则同加劲梁的抗弯刚度密切相关。悬索桥应用早期,由于跨度小,梁有足够的刚度,而且恒载相对活载来说较大,因此作用上活载后结构的变形对平衡的影响并不大,应用弹性理论已能满足要求。

1.1.2 挠度理论

随着跨度的增加,梁的抗弯刚度相对变小,活载产生的结构变形对结构平衡变得不可忽略。1888 年梅兰(Melan)提出了悬索桥分析的挠度理论,并经 1908 年在纽约的曼哈顿(Manhattan)大桥设计中采用后,挠度理论的优越性立即显示出来,于是在以后的许多悬索桥设计中都采用了该理论。

考虑挠度对内力的影响并假定加劲梁不承受恒载而得到的加劲梁挠曲微分方程,及根据主缆两端锚固点之间伸长的水平投影为 0 的几何条件得到的用以确定主缆水平力的方程,为挠度理论的两个基本方程式。因活载产生的主缆水平力与挠度是联立的,方程只能通过试算的方法求解。针对恒活载比值较大的特点,提出了只考虑恒载产生的主缆拉力对活载产生竖向位移的抵抗,即线性挠度理论。李国豪教授于 1941 年提出了等代梁法^[3],用受轴向拉力的等代梁的平衡方程来代替实际悬索桥的平衡微分方程,在假设其轴向拉力为一定值时,方程可以分离成两个线性方程的叠加,然后仿照线性理论进行影响线加载计算。实际中分别取主缆水平力 H 为 $H = H_g$, $H = H_g + \text{MAX}(H_p)$ 和 $H = H_g + 1/2\text{MAX}(H_p)$ 作影响线(H_g 为恒载主缆水平力, $\text{MAX}(H_p)$ 为活载产生的最大主缆水平力),并根据最不利的位置进行加载,内插得到轴力、弯矩和挠度。在把挠度理论推广到工程实用上,李国豪教授作出了杰出的贡献。

挠度理论在大跨度悬索桥的发展过程中起到了重要的作用,至今仍不

失为分析悬索桥的较简单实用的方法。但是由于其基本假设中忽略了(1)吊索的倾斜、伸长;(2)主缆节点的水平位移;(3)加劲梁的剪切变形等因素,使分析结果的精度受到限制^[4]。

1.1.3 有限位移理论

Brotton^[5]于1966年首次发表了利用平面结构分析中的刚度矩阵并引进修正刚度矩阵,对悬索桥按平面构架进行分析。与此同时,Poskitt、Tezcan、Saafan也相继发表了他们的研究成果,从此悬索桥的分析便步入了有限位移理论的时代。所谓有限位移理论是相对于微小位移理论而言的,在微小位移理论中,认为外力产生的变形不影响力的平衡;而在有限位移理论中,荷载的平衡状态是以变形后的结构状态为基础的。现代有限位移理论往往是通过有限单元法来实现的,故它可以处理任意形式的初始条件和边界问题,而不再需要挠度理论中的那些假设。因此,采用有限位移理论进行分析,对所分析的对象可以采用更符合实际的计算模型,其结果当然也就更为精确。Poskitt法是专门用于悬索桥计算的理论,它只考虑竖直吊索的变形,而没有考虑主缆的水平位移及倾斜吊索的情况,其实质也就是基于挠度理论,把模型结构离散化,利用矩阵的方式以便于计算机求解。Tezcan法与Brotton理论基本一致,Saafan^[6]法则是一种较为完善和有影响力的构架有限位移理论,它将历来有争议的所有二次影响项包括进去,对结构初始内力状态,吊索倾斜、伸长及塔的弯曲、伸缩等都加以考虑。

1.2 悬索桥在横向荷载作用下的分析理论

1.2.1 膜理论及其系列解法

横向膜理论也是将吊索比作连续膜,按连续体进行悬索桥的横向受力分析。横向膜理论最初是由莫伊塞夫(Moiseff)和Lienhard提出的^[7]。这个理论认为加劲梁具有水平横向弯曲刚度,主缆也由于其内的初始拉力而能抵抗横向受力,分别推导了关于主缆和加劲梁的水平挠曲基础微分方程,并针对由于加劲梁与主缆的横向水平位移的差异所产生的倾斜吊索拉力的水平分力,进一步导出该水平分力与悬索结构的恒载之间的平衡条件式,这三式即构成了膜理论的三个基础微分方程。

悬索桥在横向静风荷载作用下的受力计算有几种实用的计算方法,其

中最早提出的是莫伊塞夫(Moisseeff)的均等分配法。该法假定从加劲梁传至主缆的荷载在全跨范围内一致,根据平衡方程及相容方程求解,它只适用于对跨度中点左右对称且横向均布满载的情况。莫伊塞夫(Moisseeff)的弹性分配法中,通过假定一分配荷载进行试算来求满足主缆及加劲梁水平挠度的弹性方程以及两挠度之间相容方程的解。这种方法的计算结果是否收敛,以及精度如何,主要依赖于开始假定的横向荷载分布,而这在计算之前是未知的,所以这种方法并不实用。小松西村理论在考虑了横联剪切刚度,加劲梁除了发生水平弯曲还发生扭转及剪切的情况下,推导出结构的基础息分方程。在解方程时,假设未知数用三角级数展开,用平衡方程及相容方程来求三角级数的系数,计算的精度可由三角级数项数的增多来加以改善,是一种比较完善的实用计算理论。

1.2.2 作为杆系结构的离散分析理论

后藤茂夫采用了古典力学的位移法来分析悬索桥的横向受力,用矩阵方程表示主缆节点处的平衡及加劲梁的三弯矩方程,所考虑的未知量只是主缆及加劲梁节点横向挠度,这个方法实际上也可看作是膜理论基础微分方程的差分离散。吉冢纯治采用矩阵位移法,以全部节点位移为未知量,把悬索桥当作有初始几何刚度的框架结构来求解,因而不受横向膜理论前提假定的局限,可适应悬索桥在结构细节及风载集度方面的任意变化。

1.3 悬索桥架设过程分析理论的发展

Brotton^[8,9]对竖直吊索的福斯桥(Forth Bridge)和斜吊索的塞文桥(Severn Bridge),Shigeo 和 Itsuki Ohnishi 等人^[10]对因岛大桥和大鸣门桥,Jensen 等^[11]对小贝尔特桥(Little Belt Bridge)和大贝尔特桥(Great Belt Bridge)进行了架设过程分析(Erection Calculation),他们都基于有限位移理论,部分考虑了几何非线性的影响,但都没有考虑鞍座偏位、主缆和加劲梁共同承担二期恒载、主缆横截面温度场效应、主缆在鞍座上的切点位置移动、鞍座顶推和猫道对架设过程的影响等因素。

1.4 悬索桥结构分析理论在我国的发展

现有的通用计算程序如 Sap5 是线性分析计算;MSC/Nastran、ADINA、

Non-SAP 虽可用于非线性计算,但却没有活载加载功能,也不能考虑跟施工密切相关的悬索桥恒载结构几何形状和内力的计算,更无法用于悬索桥架设参数和架设过程分析。国内对悬索桥非线性分析的研究始于 20 世纪 80 年代,有关院校和科研单位相继研制了按有限位移理论分析的软件,但不同的单位在研制过程中侧重点不一样,计算模型选取上的不同,计算方法和求解策略上的差异,结果有时也会不尽相同。同时在理论上也有可能发生漏算或重复计算部分非线性因素的错误,从而带来较大的误差,所以我国在这方面的研究工作有待于进一步开展^[12]。另一方面,随着大跨度悬索桥的修建,设计、施工单位迫切需要一套适用于实际设计施工要求的悬索桥结构精细化分析理论和方法,有一个悬索桥结构分析的程序系统,不仅可以对活载、风载及温度荷载作用下的悬索桥结构进行精细化分析,而且可以对悬索桥的架设参数(主缆和吊索等构件的无应力长度以及鞍座和索夹的预偏量)和架设过程进行精细化计算。

第二章 索、杆、梁结构几何非线性 三维分析理论

有限单元法的创立,计算技术的飞速发展和悬索桥结构分析的精细化,使基于古典膜理论的悬索桥结构分析方法已逐渐被几何非线性有限单元法所代替。在对悬索桥结构用几何非线性有限单元法进行分析时,一般都是把悬索桥结构离散化为由索、杆、梁单元组成的杆系结构,所以杆系结构的几何非线性有限元分析是悬索桥结构分析的基本平台。

杆系结构的几何非线性一直是国内外力学界、工程界研究的一个热点问题,前人已做了大量的研究工作^[13]。人们对几何非线性问题的分析大都采用增量法。用增量理论分析问题,以前一个平衡状态为初始态,引入外荷载增量,结构就要通过发生位移增量来增加其内部抗力。由于结构发生位移增量而改变了其几何形状,处在新位形下的结构即使在不增加外荷载的情况下,结构抗力与外荷载之间仍存在着差值,通常可用 Newton-Raphson 迭代法进行迭代以消除不平衡力。

2.1 Euler-Lagrange 法增量理论

2.1.1 增量理论基本方程

设 t 时刻物体的应力为 $\sigma'_{\lambda\mu}$, 体力为 P'_λ , 表面力为 F'_λ , 位移为 u_λ 。 $t + \Delta t$ 时刻物体的应力为 $\sigma'_{\lambda\mu} + \sigma_{\lambda\mu}$, 体力为 $P'_\lambda + P_\lambda$, 表面力为 $F'_\lambda + F_\lambda$, 位移为 $u_\lambda = u_\lambda + u_{\lambda}^{(1)}$ 。

若 t 时刻的物体作为结构变位计算的起点,则增量应变为:

$$e_{\lambda\mu} = \frac{1}{2} (u_{\lambda,\mu}^{(1)} + u_{\mu,\lambda}^{(1)} + u_{i,\lambda}^{(1)} u_{i,\mu}^{(1)}) = \epsilon_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} e_{\lambda\mu}^* \quad (2-1)$$

$$\epsilon_{\lambda\mu} = \frac{1}{2} (u_{\lambda,\mu}^{(1)} + u_{\mu,\lambda}^{(1)}) \quad (2-2)$$

$$e_{\lambda\mu}^* = u_{i,\lambda}^{(1)} u_{i,\mu}^{(1)} \quad (2-3)$$

$t + \Delta t$ 时刻的力系对给定虚位移 $\delta u_{\lambda}^{(1)}$, 对应虚应变 $\delta e_{\lambda\mu}$ 的虚功方程为:

$$\int_v (\sigma_{\lambda\mu}^t + \sigma_{\lambda\mu}) \delta \left(\varepsilon_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} e_{\lambda\mu}^* \right) dv - \int_v (P_{\lambda}^t + P_{\lambda}) \delta u_{\lambda}^{(1)} dv - \int_s (F_{\lambda}^t + F_{\lambda}) \delta u_{\lambda}^{(1)} dS = 0 \quad (2-4)$$

$$\int_v \sigma_{\lambda\mu}^t \delta \varepsilon_{\lambda\mu} dv + \frac{1}{2} \int_v \sigma_{\lambda\mu}^t \delta e_{\lambda\mu}^* dv + \int_v \sigma_{\lambda\mu} \delta \varepsilon_{\lambda\mu} dv = \int_v (p_{\lambda}^t + p_{\lambda}) \delta u_{\lambda}^{(1)} dv + \int_s (F_{\lambda}^t + F_{\lambda}) \delta u_{\lambda}^{(1)} dS \quad (2-5)$$

结合杆元来讨论, 设 d 为 t 时刻单元的杆端位移, Δd 为 t 到 $t + \Delta t$ 时段的杆端位移增量, $g^{t+\Delta t}$ 为 $t + \Delta t$ 时刻杆元的两端面力, $f_{ext}^{t+\Delta t}$ 为 $t + \Delta t$ 时刻杆元两节点间的外荷载等效节点力, f_{int}^t 为 t 时刻的单元杆端抗力, 于是有:

$$\int_v (P_{\lambda}^t + P_{\lambda}) \delta u_{\lambda}^{(1)} dv + \int_s (F_{\lambda}^t + F_{\lambda}) \delta u_{\lambda}^{(1)} dS = [\Delta d]^T (f_{ext}^{t+\Delta t} + g^{t+\Delta t}) \quad (2-6)$$

令

$$\int_v \sigma_{\lambda\mu}^t \delta \varepsilon_{\lambda\mu} dv = [\Delta d]^T f_{int}^t \quad (2-7)$$

$$\int_v \sigma_{\lambda\mu} \delta \varepsilon_{\lambda\mu} dv = [\Delta d]^T K_e \Delta d \quad (2-8)$$

$$\frac{1}{2} \int_v \sigma_{\lambda\mu}^t \delta e_{\lambda\mu}^* dv = [\Delta d]^T K_g \Delta d \quad (2-9)$$

式中: K_e 、 K_g ——分别为 t 时刻的单元弹性刚度矩阵和几何刚度矩阵。

将上述关系代入式(2-5), 可求得:

$$(K_e + K_g) \Delta d + f_{int}^t - f_{ext}^{t+\Delta t} = g^{t+\Delta t} \quad (2-10)$$

令 $K_T = K_e + K_g$ 为 t 时刻的单元切线刚度矩阵, 上式又可写为:

$$K_T \Delta d = g^{t+\Delta t} + f_{ext}^{t+\Delta t} - f_{int}^t \quad (2-11)$$

将上式集成整体结构量值, 即得:

$$K_T \Delta D = G^{t+\Delta t} + F_{ext}^{t+\Delta t} - F_{int}^t \quad (2-12)$$

式中: $K_T = K_e + K_g$;

K_e 、 K_g —— t 时刻结构的弹性刚度矩阵和几何刚度矩阵;

ΔD ——结构在 t 到 $t + \Delta t$ 时段内的节点位移增量;

$G^{t+\Delta t}$ 、 $F_{ext}^{t+\Delta t}$ ——分别为 $t + \Delta t$ 时刻作用在结构节点上的外力和作用在单元节点间的外荷载等效节点力;

F_{int}^t —— t 时刻的结构抗力。

式(2-12)为增量理论的基本方程^[14,15],它表明:结构在 $t + \Delta t$ 时刻承受的总外荷载 $G^{t+\Delta t} + F_{\text{ext}}^{t+\Delta t}$ 与结构抗力 F_{int}^t 有一个差值(即失衡力或不平衡力),此时结构势必通过发生位移 ΔD 以增加结构的抗力来消除这一不平衡力。

2.1.2 单元杆端抗力增量递推公式

为了求出单元杆端抗力 $f_{\text{int}}^{t+\Delta t}$, 给出虚位移 $\delta u_{\lambda}^{(1)}$ 和对应的虚应变 $\delta \epsilon_{\lambda\mu}$, 这里的虚位移是以 $t + \Delta t$ 时刻的结构作为计算的起始点, 于是有:

$$\int_v (\sigma_{\lambda\mu}^t + \sigma_{\lambda\mu}) \delta \epsilon_{\lambda\mu} dv - \int_v (P_{\lambda}^t + P_{\lambda}) \delta u_{\lambda}^{(1)} dv - \int_s (F_{\lambda}^t + F_{\lambda}) \delta u_{\lambda}^{(1)} dS = 0 \quad (2-13)$$

按照式(2-7)的定义,有:

$$\int_v (\sigma_{\lambda\mu}^t + \sigma_{\lambda\mu}) \delta \epsilon_{\lambda\mu} dv = [\Delta d]^T f_{\text{int}}^{t+\Delta t} \quad (2-14)$$

$$\because \sigma_{\lambda\mu}^{t+\Delta t} = \sigma_{\lambda\mu}^t + \sigma_{\lambda\mu} \quad (2-15)$$

结合式(2-6), 于是式(2-13)成为:

$$g^{t+\Delta t} = f_{\text{int}}^{t+\Delta t} - f_{\text{ext}}^{t+\Delta t} \quad (2-16)$$

将式(2-11)与式(2-16)比较,得:

$$f_{\text{int}}^{t+\Delta t} = f_{\text{int}}^t + K_T \Delta d \quad (2-17)$$

式(2-17)为 UL 列式法单元杆端抗力增量的递推公式,在计算由节点位移增量产生的单元杆端抗力增量时,UL 列式法也扣除了单元的刚体平动和转动,但它的扣除方法是近似的(2.2 中会讨论到)。另外,无论增量过程如何,在 $t + \Delta t$ 时刻结构处于平衡时,单元杆端抗力应是 $t + \Delta t$ 时刻单元的切线刚度矩阵与单元在 $t + \Delta t$ 时刻总的变形相乘得到。而从式(2-17)可以看到,在计算 $t + \Delta t$ 时刻单元杆端抗力时,UL 列式法采用的是增量方法,即累加 $t + \Delta t$ 时刻以前所有时段内单元杆端抗力增量作为 $f_{\text{int}}^{t+\Delta t}$ 。单元杆端抗力增量的计算采用的是 t 时刻单元的切线刚度矩阵,而非 $t + \Delta t$ 时刻(即计算位移增量发生后节点不平衡力的时刻)单元的切线刚度矩阵。UL 列式法只有当几何非线性不是非常严重且荷载细分加载时,计算结果才具有良好的精度。

2.2 CR 列式法

在结构大位移、大转动问题的有限元分析中,节点位移增量 ΔD 将引起

每个单元的运动。这个运动可以分为下面三个部分:(1)单元的刚体平动,即图 2-1 中的 a 到 b ;(2)单元的刚体转动,即图 2-1 中的 b 到 c ;(3)能引起单元变形的那部分运动(即计算中真正能在单元两端产生杆端抗力的那部分运动),即图 2-1 中的 c 到 d 。

为了能精确地扣除单元的刚体平动和转动,在每个单元上都附上一个跟随着单元平动和转动的坐标系,这个坐标系称为随转坐标系(Co-rotating Coordinate System)。在 t 时刻的结构位形上,求得 t 至 $t + \Delta t$ 时段内结构的节点位移增量,对每个单元,从节点位移增量中扣除单元的刚体平动和转动,即可

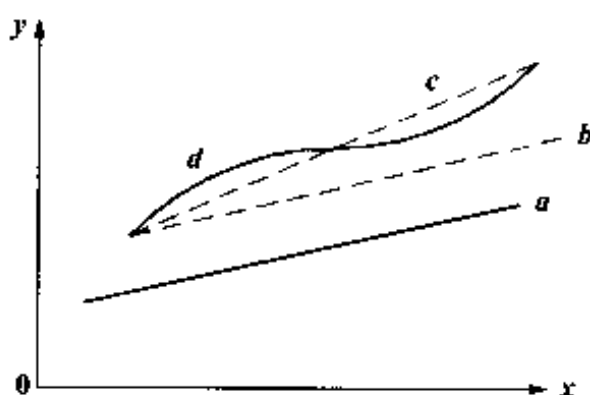


图 2-1 单元运动过程

得到 t 至 $t + \Delta t$ 时段内产生单元变形的那部分节点位移增量。这部分节点位移增量与 $t + \Delta t$ 时刻单元的切线刚度矩阵相乘即可得到 t 至 $t + \Delta t$ 时段内单元杆端抗力增量。

2.2.1 CR 列式法引例

为了便于理解,这里以平面刚架的大位移、大转动但小应变的分析为例,说明 CR 列式法中对单元杆端位移增量、杆端抗力增量的计算方法。

图 2-2a)中给出了在 t 时刻结构坐标系 xy 中一个已经处于平衡状态的单元,单元端点 i 到 j 的弦长为 l ,单元的杆端抗力为 f_{in} ,此时单元的随转坐标系为 $'x'y$ 。在 t 至 $t + \Delta t$ 时段增量步中,结构在 t 时刻中的位形上已经求得了这一增量步中节点的位移增量,并且已把这节点位移增量通过转换矩阵转换到 t 时刻单元随转坐标系 $'x'y$ 中的位移增量 ΔU_i 、 ΔV_i 、 $\Delta \theta_i$ 和 ΔU_j 、 ΔV_j 、 $\Delta \theta_j$ 。

图 2-2b)中给出了发生节点位移增量后单元的位置及形状变化, $'x^{t+\Delta t}y^{t+\Delta t}$ 是 $t + \Delta t$ 时刻单元的随转坐标系,它的坐标原点位于变形后的杆端, $'x^{t+\Delta t}$ 轴沿变形后杆端节点的连线方向。从图 2-2b)可以清楚地看到,从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻,单元随转坐标系的运动可以分为两部分,即从 $'x'y$ 刚体平移到图 2-2b)中的虚线位置,然后从虚线位置刚体转动到 $'x^{t+\Delta t}y^{t+\Delta t}$ 的位置。

从图 2-2b)中可知:

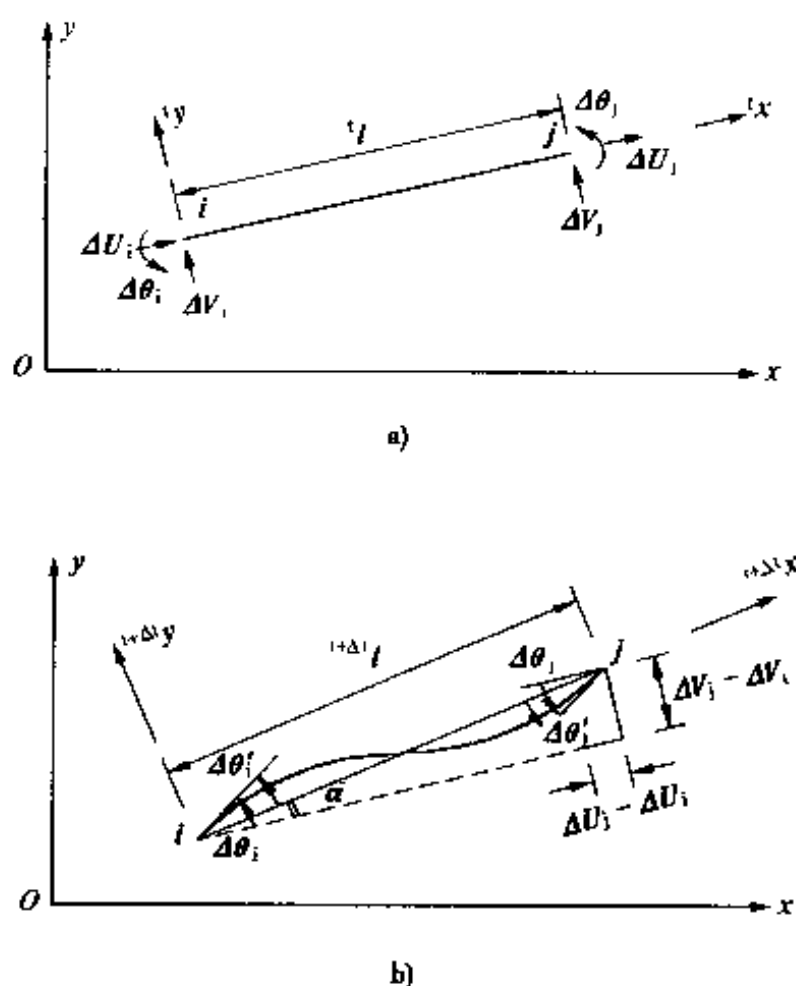


图 2-2 单元的位形及坐标系统

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\Delta V_j - \Delta V_i}{l + \Delta U_j - \Delta U_i}\right) \quad (2-18)$$

于是,在 t 至 $t + \Delta t$ 时段增量步内,单元的运动中能真正引起单元变形的那部分节点位移增量,相对于 $t + \Delta t$ 时刻的随转坐标系 $t + \Delta t x' t + \Delta t y'$,可以表示为:

$$\left. \begin{aligned} \Delta U'_i &= \Delta V'_i = \Delta V'_j = 0 \\ \Delta U'_j &= t + \Delta t l - l = \sqrt{(l + \Delta U_j - \Delta U_i)^2 + (\Delta V_j - \Delta V_i)^2} - l \\ \Delta \theta'_i &= \Delta \theta_i - \alpha \\ \Delta \theta'_j &= \Delta \theta_j - \alpha \end{aligned} \right\} \quad (2-19)$$

因此,在 t 至 $t + \Delta t$ 时段增量步内,单元在随转坐标系 $t + \Delta t x' t + \Delta t y'$ 中的节点位移增量为:

$$\Delta d' = [0 \quad 0 \quad \Delta \theta'_i \quad \Delta U'_j \quad 0 \quad \Delta \theta'_j] \quad (2-20)$$

此时,在 $t + \Delta t x' t + \Delta t y'$ 坐标系中的杆端抗力增量可表示为:

$$\Delta f_{\text{int}}^{t + \Delta t} = K_T^* \Delta d' \quad (2-21)$$

式中: K_T^* —— $t + \Delta t$ 时刻单元的切线刚度矩阵。

2.2.2 CR 列式法特点

结构力学中平面梁单元在局部坐标系下的刚度方程(图 2-3)为:

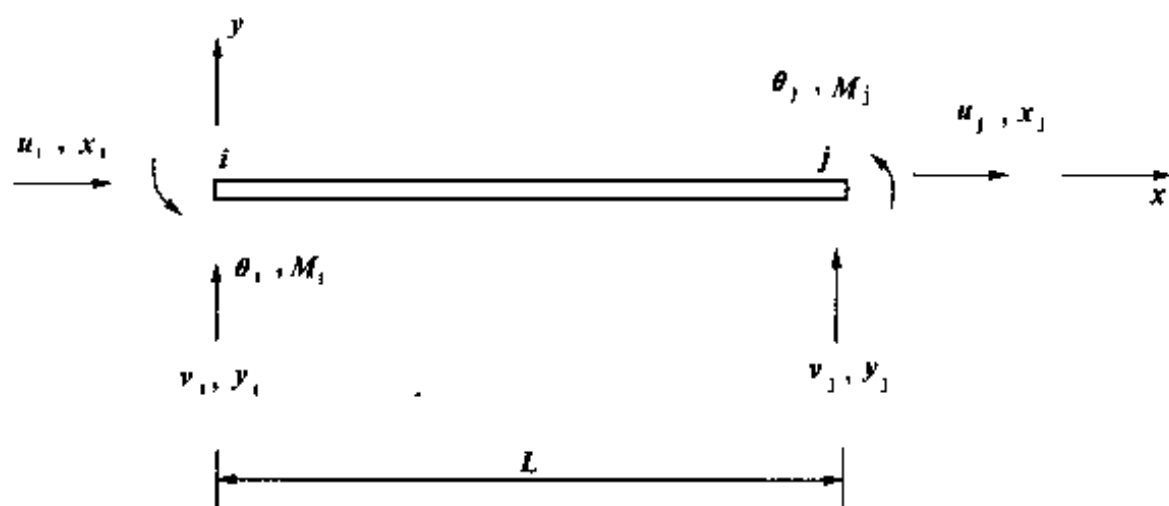


图 2-3 平面梁单元的梁端位移及梁端力

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ M_i \\ x_j \\ y_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ \theta_i \\ U_j \\ V_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} \quad (2-22)$$

当 V_i, V_j 值较小时,有 $(V_j - V_i)/L = \sin\alpha \approx \alpha$, α 为单元刚体转动的转角。如果令

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_j &= U_j - U_i \\ \Delta \theta_i &= \theta_i - \frac{V_j - V_i}{L} = \theta_i - \alpha \\ \Delta \theta_j &= \theta_j - \frac{V_j - V_i}{L} = \theta_j - \alpha \end{aligned} \right\} \quad (2-23)$$

于是式(2-22)中的 y_i, y_j, M_i, M_j 可以用转角来表达,即得:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= -\frac{EA}{L}\Delta U_j \\ y_i &= \frac{6EI}{L^2}\Delta\theta_i + \frac{6EI}{L}\Delta\theta_j \\ M_i &= \frac{4EI}{L}\Delta\theta_i + \frac{2EI}{L}\Delta\theta_j \\ x_j &= \frac{EA}{L}\Delta U_j \\ y_j &= -\frac{6EI}{L^2}\Delta\theta_i - \frac{6EI}{L}\Delta\theta_j \\ M_j &= \frac{2EI}{L}\Delta\theta_i + \frac{4EI}{L}\Delta\theta_j \end{aligned} \right\} \quad (2-24)$$

除了式(2-22)中用的是弹性刚度矩阵,式(2-24)中用到的是切线刚度矩阵外,两表达式是完全一样的。在求解结构平衡方程得到节点位移以后,结构力学方法在计算单元杆端抗力时,也是扣除了单元的刚体转动,但只有当 V_i 、 V_j 值较小时,这种扣除才具有良好精度。而对 CR 列式法,无论刚体转角多大,扣除的转角都是精确的。

综上所述,在计算由节点位移增量产生的单元杆端抗力增量时,精确地扣除了单元的刚体平动和转动,选用 $t + \Delta t$ 时刻的单元切线刚度矩阵来计算,是 CR 列式法的特点。

2.2.3 单元杆端抗力的非增量算法

基于 CR 列式法的 $f_{\text{int}}^{+\Delta t}$ 的增量求解递推关系可写为:

$$f_{\text{int}}^{+\Delta t} = f_{\text{int}} + K_T^* \Delta d' \quad (2-25)$$

式中: K_T^* —— $t + \Delta t$ 时刻单元的切线刚度矩阵;

$\Delta d'$ ——在 t 至 $t + \Delta t$ 时段增量步内精确扣除了单元的刚体转动以后的杆端位移增量。

比较式(2-25)与式(2-17)可以看到,基于 CR 列式的 $f_{\text{int}}^{+\Delta t}$ 的增量求解方法,在求 t 至 $t + \Delta t$ 时段增量步内单元杆端抗力增量 $\Delta f_{\text{int}}^{+\Delta t}$ 的方法是精确的,是对基于 UL 列式法的 $f_{\text{int}}^{+\Delta t}$ 的增量求解方法的一种改进。但误差累积的缺点依然存在,也就是说,用基于 CR 列式法的 $f_{\text{int}}^{+\Delta t}$ 的增量求解方法求解时,对变形较大的情况,荷载仍然必须细分。为此提出了基于 CR 列式法的 $f_{\text{int}}^{+\Delta t}$ 的一次性求解方法:

$$f_{\text{int}}^{+\Delta t} = K_T^* \Delta d' \quad (2-26)$$

式中: K_T^* ——单元在 $t + \Delta t$ 时刻的切线刚度矩阵;

$\Delta d''$ ——在 $t + \Delta t$ 时刻单元在随转坐标系中已经精确地扣除了单元的刚体转动以后总的杆端位移。

2.3 小应变弹性悬链线单元

主缆是悬索桥结构中主要的承重构件,研究主缆的离散方法可分为三种:(1)多直杆法。用不传递弯矩和扭矩的许多相连直杆来模拟主缆,忽略主缆的抗扭能力和抗弯能力,如果对某一段主缆所取的直杆数趋于无穷的话,其所模拟的主缆的力学性态就趋于主缆的真实力学性态了。当然在实际应用中,由于考虑求解的规模和效率,对某一段主缆只能取一定的杆数,这也就限制了其求解的精度。(2)Ernst 等效弹性模量法。用直杆代替一段主缆,但对材料的弹性模量用 Ernst 公式进行修正,以考虑主缆垂度引起的非线性。这种处理方法简便,但单元长度不能很大。(3)曲线单元法。这一方法是对某段主缆选取两点或两点以上的节点,通过多项式或拉格朗日插值函数,利用能量原理和单元节点位移协调条件进行求解。这种方法比用一两个单元进行模拟的直杆法或等效弹性模量法精度要高,但程序实现复杂。

随着对悬索桥结构分析的精细化需要,已有的悬索桥结构分析中的主缆单元还存在着下面几个问题:(1)主缆自重无法准确地考虑;(2)无法对主缆的有、无应力长度通过非线性有限元法进行计算;(3)无法快速准确地计算鞍座与主缆相切点的位置变动。

到目前为止,国内外很少有一个比较完整的索、杆、梁结构几何非线性有限元程序可以对悬索桥的恒载状态根据施工过程进行精确地计算,求得主缆、吊索等构件的无应力长度以及鞍座、索夹的预偏量,更无法对主缆自重按其真实分布不带假设地进行考虑。目前国内外采用的计算方法基本上都是仅考虑主缆的带有多种假设的解析方法。

2.3.1 悬链线索段的三个几何关系式

在三维笛卡尔坐标系中,有一位置及方向都是任意的曲线索段,在三个坐标轴方向都承受着分布荷载。在这里,从一般情况出发,建立起索段的平衡微分方程^[16],然后给出均布荷载作用下的解析解。

(1)索段的平衡微分方程

三维笛卡尔坐标系为 x_i , 单位基矢量为 $e_i, i = 1, 2, 3$ 。在这个坐标系中, 有一索段 AB , 如图 2-4 所示。A 点到质点 P 的有、无应力弧长分别为 S^* 、 S , 选取 S 为独立变量, 那么应变 ϵ 为:

$$\frac{(dS^*)^2 - (dS)^2}{2(dS)^2} = \epsilon \quad (2-27)$$

其中 ϵ 为非线性应变(对不可伸长材料, $\epsilon = 0$), 于是有:

$$\frac{dS^*}{dS} = \sqrt{1 + 2\epsilon} = 1 + \epsilon + \frac{1}{2}\epsilon^2 = 1 + \gamma \quad (2-28a)$$

其中 γ 是工程应变 [$\gamma = (dS^* - dS)/dS$], 对于符合胡克(Hook)定律的材料有 $\gamma = T/AE$, T 为索的张力。假设 γ 为小应变, 于是有:

$$\frac{dS^*}{dS} = 1 + \frac{T}{AE} + \dots \quad (2-28b)$$

图 2-4 中伸长后微段的平衡方程为:

$$\frac{dT}{dS^*} + q^* = 0 \quad (2-29)$$

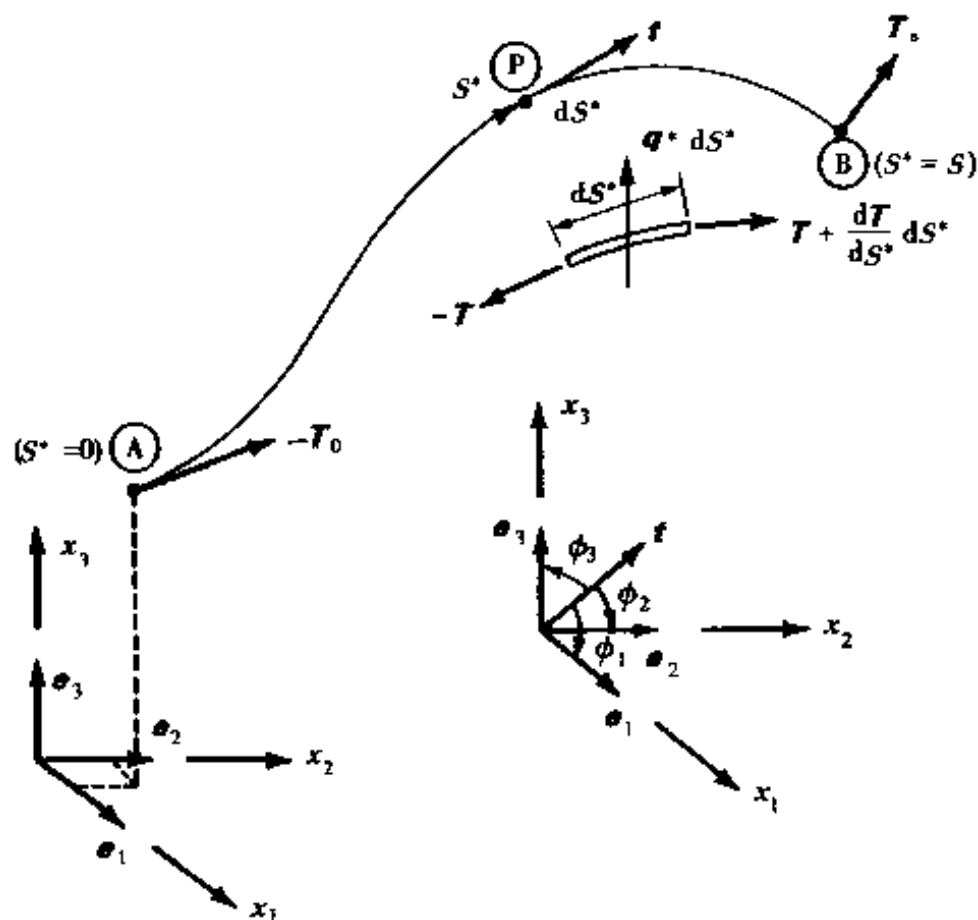


图 2-4 三维曲线索段

其中 T 是张力矢量, 用笛卡尔坐标系的分量表达即为:

$$T = T_i e_i \quad (2-30)$$

矢量 q^* 是伸长以后单位索长上的分布荷载。为了在使用上更加方

便,下面给出未伸长时的单位索长上的荷载分布 q 与 q^* 的关系,即得:

$$q dS = q^* dS^* \quad (2-31a)$$

$$q = q_i e_i \quad (2-31b)$$

改变式(2-29)中的变量,并且转化成用分量形式来表达,有:

$$\frac{dT_i}{dS} + q_i = 0 \quad (2-32)$$

T 、 q 的量值可由下式定义:

$$T = |T_i T_i|^{1/2} \quad (2-33a)$$

$$Q = |q_i q_i|^{1/2} \quad (2-33b)$$

假如 q_i 是 x_i 的函数,直接积分方程(2-32)可得:

$$T_i = T_{i0} - \int q_i dS \quad (2-34)$$

其中 T_{i0} 是积分常数,由在 $S=0$ 处,张力分量的物理意义可得:

$$T_0 = |T_{i0} T_{i0}|^{1/2} \quad (2-35)$$

为了计算 x_i 、确定伸长后的质点 P 的位置(图 2-4),可以写出变形以后的微分弧长的矢量为:

$$dS^* = dS^* t = dx_i e_i \quad (2-36a)$$

其中 t 是在 P 点处的单位切线矢量,即:

$$t = \theta_i e_i \quad (2-36b)$$

其中 θ_i 是 t 的方向余弦。通过式(2-36)和式(2-28b)得到:

$$\frac{dx_i}{dS} = \frac{dx_i}{dS^*} \frac{dS^*}{dS} = \theta_i \frac{dS^*}{dS} = \theta_i \left(1 + \frac{T}{EA} \right) \quad (2-37)$$

因为张力矢量是沿着单位切线矢量方向的,故能得到 θ_i 与 T_i 的关系,即:

$$T = T_i e_i = T t = T \theta_i e_i$$

$$\text{即} \quad \theta_i = \frac{T_i}{T} \quad (2-38)$$

于是,式(2-37)可重新写成:

$$\frac{dx_i}{dS} = \frac{T_i}{T} \left(1 + \frac{T}{EA} \right) \quad (2-39)$$

式(2-28b)、式(2-32)和式(2-39)构成了关于伸长后的长度、 P 点的三个张力分量和三个坐标的七个一阶非线性微分方程。一旦 T_i 被确定, P 点的方向即可由式(2-38)决定。这七个微分方程是非线性的,因为它们与张力

的量值 $T = \{T_i T_i\}^{1/2}$ 有关, 分布荷载 q_i 可能是 x_i 或者 θ_i 的函数, 也可能是 x_i, θ_i 的函数。

(2) 均布荷载作用下的解析解

假设 q_i 是沿着索长均匀分布的, 于是积分式(2-32)和式(2-39)可得到:

$$T_i = T_{0i} - q_i S \quad (2-40a)$$

$$x_i = x_{0i} + \frac{S}{AE} \left(T_{0i} - \frac{q_i S}{2} \right) + \frac{1}{Q^3} \left[T_{0m} (Q^2 \delta_{im} - q_i q_m) \lg \left(\frac{QT - q_i T_j}{QT_0 - q_j T_{0j}} \right) - q_i Q (T - T_0) \right] \quad (2-40b)$$

其中 δ_{im} 是克罗内克(Kronecker)符号, 即:

$$\delta_{im} = \begin{cases} 1 & i = m \\ 0 & i \neq m \end{cases}$$

系数 Q 是 q 的量值, 即:

$$Q = \{q_i q_i\}^{1/2}$$

积分常数 T_{0i}, x_{0i} 为当 $S = 0$ 即点 A 处的张力分量及坐标,

$$T_0 = \{T_{0i} T_{0i}\}^{1/2}$$

把式(2-40a)代入式(2-28b), 然后积分, 利用 $S = 0$ 处的边界条件 $S^* = 0$, 即可得到伸长后的长度:

$$S^* = S \left(1 + \frac{T}{2AE} \right) + \frac{1}{2AEQ^3} \left[QT_{0i} q_i (T_0 - T) + (Q^2 T_0^2 - T_{0i} q_i T_{0j} q_j) \lg \left(\frac{QT - T_{0k} q_k + Q^2 S}{QT_0 - T_{0m} q_m} \right) \right] \quad (2-40c)$$

式(2-40c)仍然需要确定积分常数 T_{0i} 和 x_{0i} 。通常原点总是设在 $S = 0$ 处, 这样就有 $x_{0i} = 0$, 于是利用另一端的条件去确定 T_{0i} 。假如两端的力都已指定, 那么这些力必须满足整体平衡方程即 $T_{Bi} = T_{Ai} - q_i S$, 其中 S 是 A 点到 B 点的无应力长度。另外, 对于 x_i , 可由在式(2-40b)中令 $x_{0i} = 0$ 得到。

(3) 悬链线方程

假如在方程(2-40)中令 $q_1 = q_2 = 0, q_3 = q$, 可得下面这些方程, 其中 $Q = q$, 图 2-5 所示为一悬链线索段。

$$T_1 = T_{01} \quad (2-41a)$$

$$T_2 = T_{02} \quad (2-41b)$$

$$T_3 = T_{03} - qS \quad (2-41c)$$

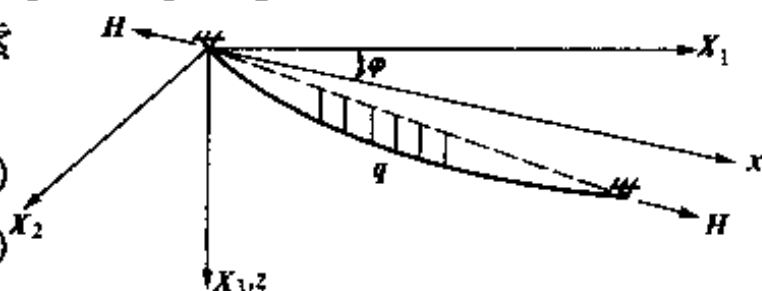


图 2-5 悬链线索段

$$X_1 = T_{01} \left[\frac{S}{AE} + \frac{1}{q} \lg \left(\frac{T - T_3}{T_0 - T_{03}} \right) \right] \quad (2-41d)$$

$$X_2 = T_{02} \left[\frac{S}{AE} + \frac{1}{q} \lg \left(\frac{T - T_3}{T_0 - T_{03}} \right) \right] \quad (2-41e)$$

$$X_3 = \frac{S}{AE} \left(T_{03} - \frac{qS}{2} \right) - \frac{T - T_0}{q} \quad (2-41f)$$

$$S^* = S - \frac{1}{2AEq} \left[-STq - V_0(T_0 - T) - (T_0^2 - T_{03}^2) \lg \left(\frac{T - T_{03} + qS}{T_0 - T_{03}} \right) \right] \quad (2-41g)$$

这些方程对应于方向角为 $\varphi = \tan^{-1}(T_{02}/T_{01})$ 的平面内的悬链线性状, 令 $z = X_3$, 并且定义:

$$H = \sqrt{T_{01}^2 + T_{02}^2} = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

$$V = T_{03} - qS$$

$$x = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$$

于是, 方程(2-41)变成:

$$T = \sqrt{H^2 + V^2} \quad (2-42a)$$

$$V = V_0 - qS \quad (2-42b)$$

$$x = \frac{HS}{AE} + \frac{H}{q} \lg \left(\frac{T - V}{T_0 - V_0} \right) \quad (2-42c)$$

$$z = \frac{S}{AE} \left(V_0 - \frac{qS}{2} \right) - \frac{T - T_0}{q} \quad (2-42d)$$

$$S^* = S - \frac{1}{2AEq} \left[VT - V_0T_0 - V_0^2 \lg \left(\frac{T - V}{T_0 - V_0} \right) \right] \quad (2-42e)$$

式(2-42c) ~ 式(2-42e)即为悬链线索段的三个几何关系式。

2.3.2 悬链线索段索端力的柔性迭代

上面推导的悬链线索段的三个几何关系式无法直接求解。下面采用柔性迭代的方法^[17], 可以对给定两端点位置的索单元, 快速求出两端点处的索张力、切线斜率、索单元的有应力长度及索单元上每点的位置。

考虑如图 2-6 所示的位于 y_1z_1 平面内的悬链线索段 IJ , 其无应力长度 L_u , 单位长度重量 W , 截面积 A , 弹性模量 E , 索端位置为已知, 下面通过柔性迭代方法求解索端力 T_I, T_J 。对应 T_I, T_J 在坐标轴上的分量为 F_1, F_2 和 F_3, F_4 , 索段在坐标轴上的投影长度为 H 和 V , 对式(2-42c) ~ 式 2-42e)作适

当变换即可得到如下三个几何关系式:

$$H = -F_1 \left[\frac{L_u}{EA} + \frac{1}{W} \lg \frac{F_4 + T_J}{T_I - F_2} \right] \quad (2-43)$$

$$V = \frac{1}{2EA W} (T_J^2 - T_I^2) + \frac{T_J - T_I}{W} \quad (2-44)$$

$$L = L_u + \frac{1}{2EA W} \left[F_4 T_J + F_2 T_I + F_1^2 \lg \frac{F_4 + T_J}{T_I - F_2} \right] \quad (2-45)$$

变量 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 、 T_I 和 T_J 由下列式子相联系,即:

$$\left. \begin{aligned} F_4 &= -F_2 + WL_u \\ F_3 &= -F_1 \\ T_I &= (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} \\ T_J &= (F_3^2 + F_4^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (2-46)$$

变量 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 、 T_I 和 T_J 中只有两个是独立的,选择 F_1 、 F_2 为独立变量,对式(2-43)和式(2-44)取微分,即可得到:

$$\begin{aligned} \delta H^i &= \left(\frac{\partial H}{\partial F_1} \right)_i \delta F_1^i + \left(\frac{\partial H}{\partial F_2} \right)_i \delta F_2^i \\ \delta V^i &= \left(\frac{\partial V}{\partial F_1} \right)_i \delta F_1^i + \left(\frac{\partial V}{\partial F_2} \right)_i \delta F_2^i \end{aligned} \quad (2-47)$$

其中 i 指的是第 i 次迭代。对如图 2-7 所示的索单元,令 F_1^i 、 F_2^i 为作用在起点 I 处的力, H^i 、 V^i 是相应索单元的投影,可由式(2-43)和式(2-44)计算得到。假如误差 $J^i J$ 超过一定的限值,就用新的 F_1 、 F_2 值继续第 $i+1$ 次迭代,即:

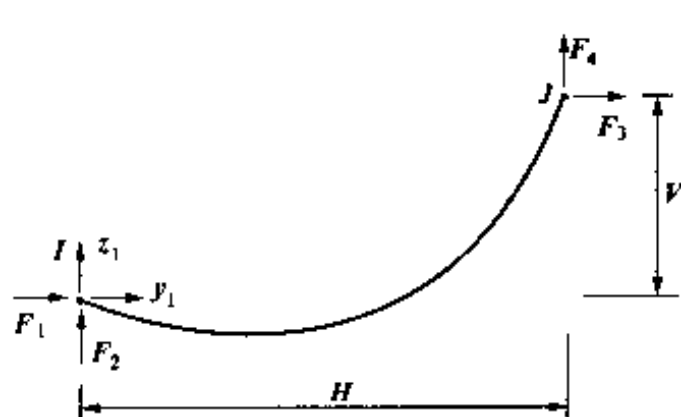


图 2-6 在 $y_1 z_1$ 平面内的索单元

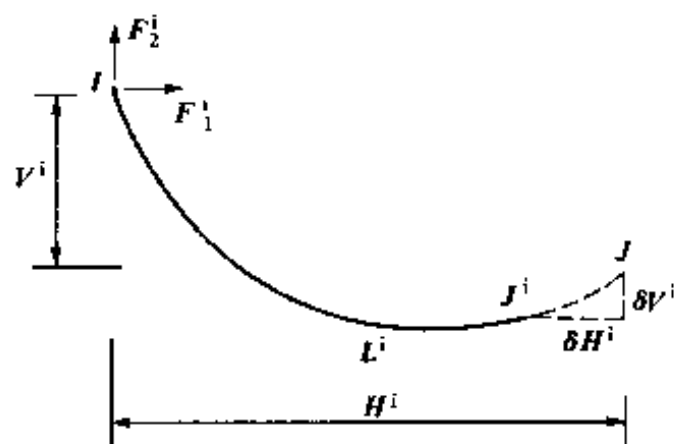


图 2-7 第 i 步时索的形状

$$\left. \begin{aligned} F_1^{i+1} &= F_1^i + \delta F_1^i = F_1^i + \alpha_1^i \delta H^i + \alpha_2^i \delta V^i \\ F_2^{i+1} &= F_2^i + \delta F_2^i = F_2^i + \alpha_3^i \delta H^i + \alpha_4^i \delta V^i \end{aligned} \right\} \quad (2-48)$$

其中, $\alpha_1^i, \alpha_2^i, \alpha_3^i, \alpha_4^i$ 是修正系数。改变式(2-48)的表达可得到:

$$\left. \begin{aligned} \delta H^i &= \xi_1^i \delta F_1^i + \xi_2^i \delta F_2^i \\ \delta V^i &= \xi_3^i \delta F_1^i + \xi_4^i \delta F_2^i \end{aligned} \right\} \quad (2-49)$$

比较式(2-49)和式(2-47),可以得到:

$$\xi_1^i = \left(\frac{\partial H}{\partial F_1} \right)_i = \frac{H^i}{F_1^i} + \frac{1}{W} \left[\frac{F_4^i}{T_J^i} + \frac{F_2^i}{T_I^i} \right] \quad (2-50)$$

$$\xi_2^i = \left(\frac{\partial H}{\partial F_2} \right)_i = \frac{F_1^i}{W} \left[\frac{1}{T_J^i} - \frac{1}{T_I^i} \right] \quad (2-51)$$

$$\xi_3^i = \left(\frac{\partial V}{\partial F_1} \right)_i = \frac{F_1^i}{W} \left[\frac{1}{T_J^i} - \frac{1}{T_I^i} \right] \quad (2-52)$$

$$\xi_4^i = \left(\frac{\partial V}{\partial F_2} \right)_i = -\frac{L_u}{EA} - \frac{1}{W} \left[\frac{F_4^i}{T_J^i} + \frac{F_2^i}{T_I^i} \right] \quad (2-53)$$

$\alpha_1^i, \alpha_2^i, \alpha_3^i, \alpha_4^i$ 与 $\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i, \xi_4^i$ 的关系如下:

$$\begin{aligned} \alpha_1^i &= \xi_4^i / d_i, & \alpha_2^i &= -\xi_3^i / d_i \\ \alpha_3^i &= -\xi_2^i / d_i, & \alpha_4^i &= \xi_1^i / d_i \\ d_i &= \alpha_1^i \alpha_4^i - \alpha_2^i \alpha_3^i \end{aligned} \quad (2-54)$$

迭代初值 F_1^0 和 F_2^0 , 可通过下面给出的悬链线关系式^[18]得到:

$$L^2 = V^2 + H^2 \frac{\text{sh}^2 \lambda}{\lambda^2} \quad (2-55)$$

其中:

$$\lambda = \frac{W|H|}{2|F_1|} \quad (2-56)$$

$$F_2 = \frac{W}{2} \left[-V \frac{\text{ch} \lambda}{\text{sh} \lambda} + L \right] \quad (2-57)$$

用无应力长度 L_u 代替式(2-55)中的有应力长度, 只保持 $\text{sh}^2 \lambda / \lambda^2$ 展开式的第一项, 即可得到 λ^0 , 由式(2-56)和式(2-57)即可得到初值 F_1^0, F_2^0 。 L_u 小于弦长时, 取 $\lambda^0 = 0.2$; $H = 0$ 时, 取 $\lambda^0 = 10^6$ 。迭代收敛后, 即可得到 F_1, F_2, F_3, F_4 、有应力长度 L 和索端的切线斜率。索上任一点的坐标可以用 L_u 的一部分来代替 L_u , 用式(2-43)和式(2-44)计算得到。对于温度变化, 只要相应改变单元的无应力长度 L_u 和单位无应力长度的重量 W 即可。

2.3.3 索单元的切线刚度矩阵

令 α 为长度 H 、 V 的微小变化量,通过三次柔性迭代^[19]可分别得到:
 (1)对应 H 、 V 的索端力 F_3 、 F_4 ; (2)对应 $H(1+\alpha)$ 、 V 的索端力 F'_3 、 F'_4 ; (3)
 对应 H 、 $V(1+\alpha)$ 的索端力 F''_3 、 F''_4 ,再令 $\alpha_1 = \frac{F'_3 - F_3}{\alpha H}$, $\alpha_2 = \frac{F'_4 - F_4}{\alpha H}$, $\alpha_3 =$
 $\frac{F''_3 - F_3}{\alpha V}$, $\alpha_4 = \frac{F''_4 - F_4}{\alpha V}$,于是得索单元的切线刚度矩阵 K_T^c :

$$K_T^c = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & 0 & -\alpha_1 & -\alpha_3 & 0 \\ \alpha_2 & \alpha_4 & 0 & -\alpha_2 & -\alpha_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_1 & -\alpha_3 & 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & 0 \\ -\alpha_2 & -\alpha_4 & 0 & \alpha_2 & \alpha_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

2.3.4 程序计算流程

索单元程序的计算流程如图 2-8 所示。

2.4 杆单元

杆单元只承受轴向力,不承受弯矩,这样杆单元上点的位移模式可假设为 $u = a_1 + a_2 x$, $v = a_3 + a_4 x$,即:

$$u = \frac{l-x}{l}u_i + \frac{x}{l}u_j$$

$$v = \frac{l-x}{l}v_i + \frac{x}{l}v_j \quad (2-59)$$

上式中的符号意义如图 2-9 所示。

杆单元的切线刚度矩阵为:

$$K_T = k_e + k_g \quad (2-60)$$

k_e 为弹性刚度矩阵,即:

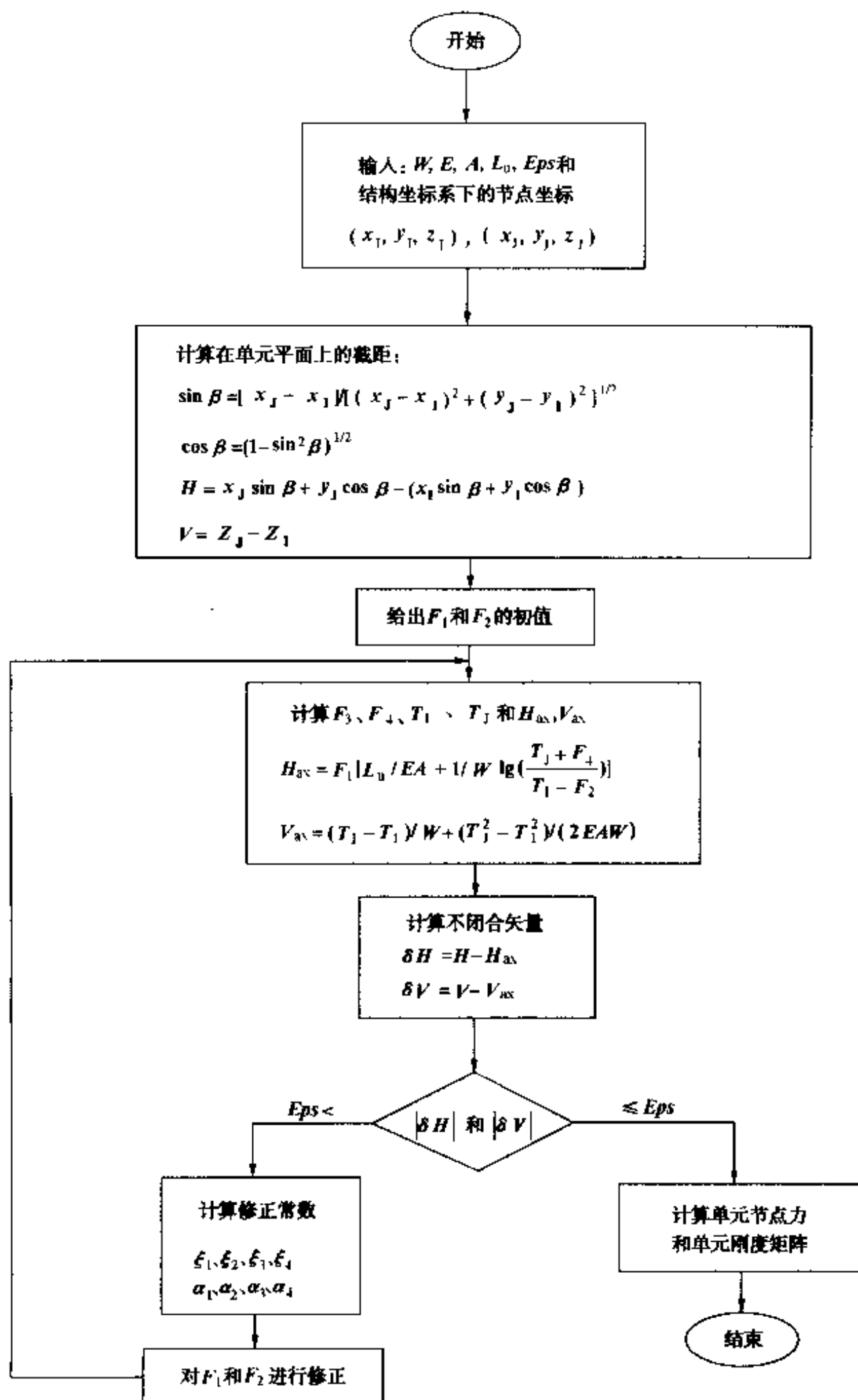


图 2-8 索单元程序的计算流程

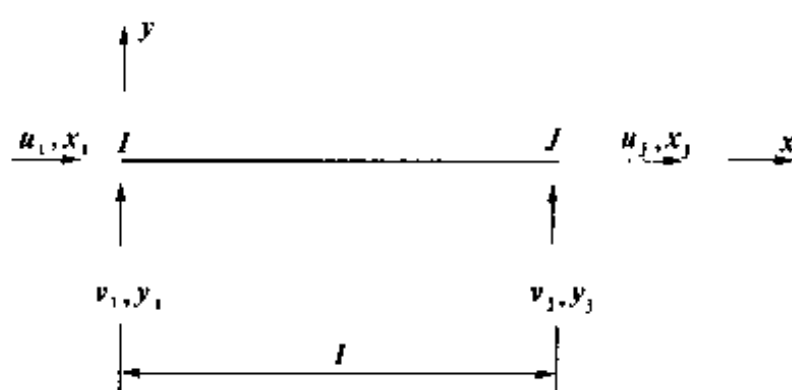


图 2-9 杆单元中的符号

$$k_e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{对称} & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-61)$$

k_g 为几何刚度矩阵, 即:

$$k_g = \begin{bmatrix} \frac{N}{l} & 0 & 0 & -\frac{N}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{N}{l} & 0 & 0 & -\frac{N}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{N}{l} & 0 & 0 \\ \text{对称} & & & 0 & \frac{N}{l} & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2-62)$$

式中: N ——单元轴向力, 以受拉为正, 反之为负。

2.5 基于 CR 列式法的空间梁单元

由于三维分析中大的转动不是真实的矢量, 单元坐标轴的转动不符合矢量法则, 坐标轴转动的结果与各坐标轴转动的先后次序有关, 无法将 CR 列式法平面梁单元直接推广到空间梁单元。下面介绍基于 CR 列式法的空间梁单元^[20]。

2.5.1 三种坐标系

(1) 结构坐标系

结构坐标系 $X_i = 1, 2, 3$, 如图 2-10 所示。节点的坐标 $X_j, j = 1, 2$; 增量步内节点的位移和转动增量为 $\Delta U_j, \Delta \theta_j, j = 1, 2$; 及整个结构的平衡方程都是定义在这个坐标系上。 $f_{11}, f_{21}, f_{31}, m_{11}, m_{21}, m_{31}$ 和 $f_{12}, f_{22}, f_{32}, m_{12}, m_{22}, m_{32}$ 分别为梁单元端点 1 和 2 处的在结构坐标系下沿各坐标轴方向的梁端总抗力。 $0, t, t + \Delta t$ 三个不同时刻的节点坐标矢量分别用 ${}^0X_j, {}^tX_j, {}^{t+\Delta t}X_j, j = 1, 2$ 表示。 $\Delta U_j, \Delta \theta_j, j = 1, 2$, 可以写成:

$$\Delta U_1 = \{\Delta u_{11}, \Delta u_{21}, \Delta u_{31}\}$$

$$\Delta U_2 = \{\Delta u_{12}, \Delta u_{22}, \Delta u_{32}\}$$

$$\Delta \theta_1 = \{\Delta \theta_{11}, \Delta \theta_{21}, \Delta \theta_{31}\}$$

$$\Delta \theta_2 = \{\Delta \theta_{12}, \Delta \theta_{22}, \Delta \theta_{32}\}$$

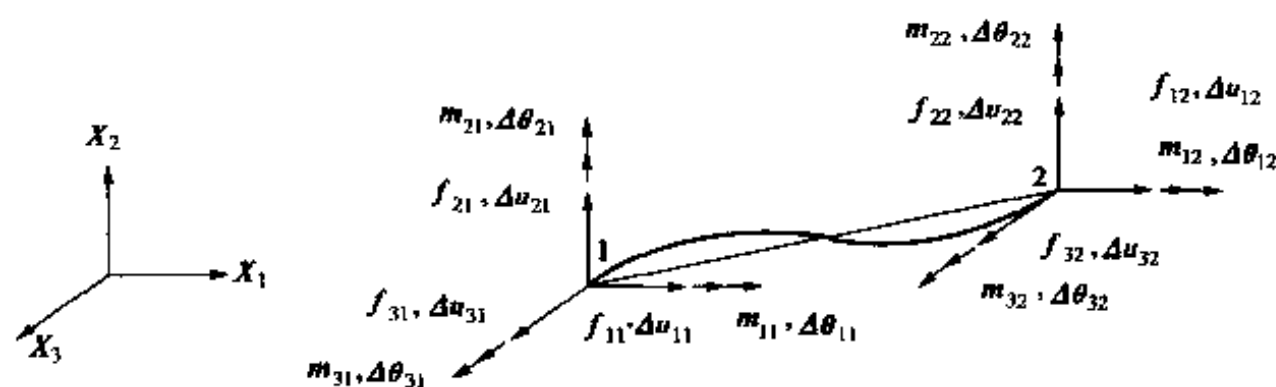


图 2-10 结构坐标系

(2) 单元随转坐标系

单元随转坐标系用 $X_i, i = 1, 2, 3$ 来表示, 坐标轴的单位矢量为 $e_i, i = 1, 2, 3$, 如图 2-11 所示。选端点 1 为坐标系统的原点, 通过单元两端点 1、2 的直线为 X_1 轴, X_2, X_3 轴将由梁单元端横截面主轴的方向来决定, 具体的方法将在后面介绍。梁单元的变形、梁端的抗力及单元的刚度矩阵都是定义在这个坐标系上。这里要说明的是, 前面提到的梁单元的变形, 是指经 CR 列式法计算出的总的杆端位移。 $f_{11}, f_{21}, f_{31}, m_{11}, m_{21}, m_{31}$ 和 $f_{12}, f_{22}, f_{32}, m_{12}, m_{22}, m_{32}$ 分别为端点 1 和 2 处的在单元随转坐标系下沿各坐标轴方向的梁端总抗力; $u_{11}, u_{21}, u_{31}, \theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{31}$ 和 $u_{12}, u_{22}, u_{32}, \theta_{12}, \theta_{22}, \theta_{32}$ 分别为端点 1 和 2 处的在单元随转坐标系下沿各坐标轴方向的梁端总变形。 $0, t, t + \Delta t$ 三个不同时刻单元的随转坐标系、坐标轴单位矢量分别用 ${}^0x_i, {}^0e_i, {}^tx_i, {}^te_i, {}^{t+\Delta t}x_i, {}^{t+\Delta t}e_i, i = 1, 2, 3$ 表示。

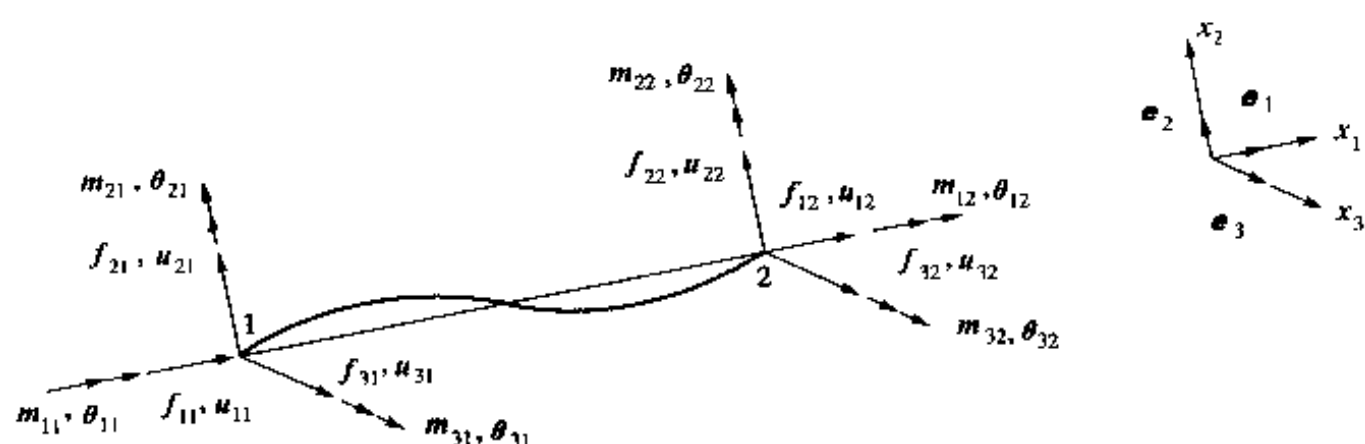


图 2-11 单元随转坐标系

(3) 单元端横截面坐标系

单元端横截面的坐标系用 $x_{ij}^s, i = 1, 2, 3; j = 1, 2$ 来表示; 坐标轴单位矢量为 $e_{ij}^s, i = 1, 2, 3; j = 1, 2$, 如图 2-12 所示。单元的两个端点各对应一个单元端横截面坐标系。这个坐标系的原点就在端横截面的形心上, 选定对应横截面的法线为 x_{1j}^s 轴, 横截面的主轴方向为 x_{2j}^s 和 x_{3j}^s 轴。单元的梁端总变形(转动部分)就是用这两个端横截面坐标系相对于单元的随转坐标系的转动量来决定的。0、 t 、 $t + \Delta t$ 三个不同时刻的单元端横截面坐标系、坐标轴单位矢量分别用 ${}^0x_{ij}^s, {}^0e_{ij}^s, {}^tx_{ij}^s, {}^te_{ij}^s, {}^{t+\Delta t}x_{ij}^s, {}^{t+\Delta t}e_{ij}^s, i = 1, 2, 3; j = 1, 2$ 表示。

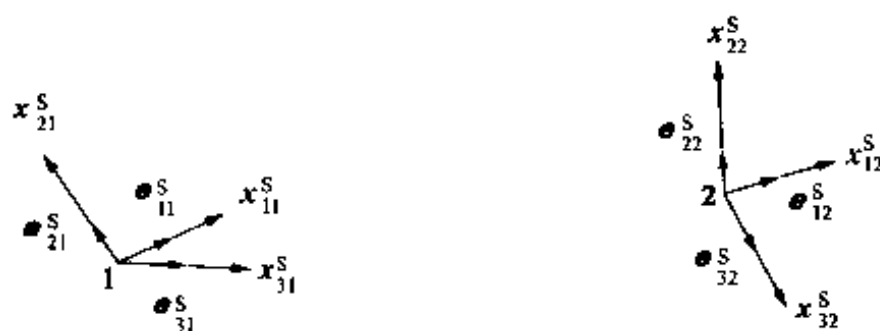


图 2-12 单元端横截面坐标系

(4) 单元端横截面坐标系与单元随转坐标系的关系

在 0 时刻, 结构没有发生位移, 单元处于无应力状态。此时, 单元端横截面坐标系与单元随转坐标系是一致的, 即:

$${}^0x_{ij}^s = {}^0x_i, i = 1, 2, 3; j = 1, 2$$

$${}^0e_{ij}^s = {}^0e_i, i = 1, 2, 3; j = 1, 2$$

2.5.2 端横截面坐标系及随转坐标系统的计算

已知 t 时刻的单元端横截面坐标系 $^t x_j^s, i=1,2,3; j=1,2$ 和单元随转坐标系 $^t x_i, i=1,2,3$, 在 t 至 $t+\Delta t$ 时段增量步内, 在结构坐标系中发生节点位移和转动 $\Delta U_j, \Delta \theta_j, j=1,2$, 要求 $t+\Delta t$ 时刻的两个坐标系 $^{t+\Delta t} x_j^s, i=1,2,3; j=1,2$ 和 $^{t+\Delta t} x_i, i=1,2,3$, 下面分两部分来介绍。

(1) $t+\Delta t$ 时刻单元端横截面坐标系统的计算

下面先给出有限转动公式^[21]。矢量 R 的初始位置用 OR 来表示, 沿着转动轴方向的单位矢量用 n 来表示, 发生绕 n 轴转动 ϕ 角 (在这里称 ϕn 为转动矢量) 以后的矢量 R' 的位置用 OQ 来表示, 如图 2-13a) 所示。垂直于转动轴的过 N 点的平面如图 2-13b) 所示, 于是有:

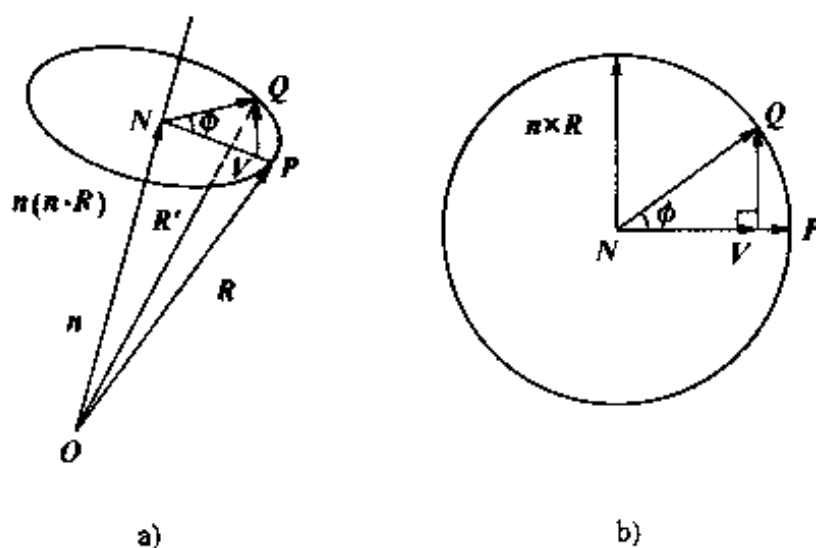


图 2-13 有限转动矢量图

$$ON = n(n \cdot R)$$

$$NP = R - n(n \cdot R)$$

$$R' = ON + NV + VQ$$

$$\text{或} \quad R' = n(n \cdot R) + [R - n(n \cdot R)] \cos \phi + (n \times R) \sin \phi$$

$$\text{即} \quad R' = \cos \phi R + (1 - \cos \phi)(n \cdot R)n + \sin \phi (n \times R) \quad (2-63)$$

利用转动公式(2-63), 作用转动矢量 $\Delta \theta_j, j=1,2$ 到 t 时刻单元端横截面坐标系各坐标轴单位矢量 $^t e_{1j}^s, ^t e_{2j}^s, ^t e_{3j}^s, j=1,2$ 上即可得到 $t+\Delta t$ 时刻相应的坐标轴单位矢量 $^{t+\Delta t} e_{1j}^s, ^{t+\Delta t} e_{2j}^s, ^{t+\Delta t} e_{3j}^s, j=1,2$ 。

(2) $t+\Delta t$ 时刻单元随转坐标系统的计算

在这里将要介绍如何根据已知的 $^t x_j, \Delta U_j, j=1,2$ 和刚求得的 $^{t+\Delta t} e_j^s, i=1,2,3; j=1,2$ 来求 $t+\Delta t$ 时刻单元的随转坐标系 $^{t+\Delta t} x_i, i=1,2,3$ 。

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{X} = {}^t\mathbf{X}_j + \Delta\mathbf{U}_j, j = 1, 2 \quad (2-64)$$

由式(2-64)可得 $t + \Delta t$ 时刻单元两端点的坐标, 于是 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{x}_1$ 可以由通过端点 1 和端点 2 的直线来决定, 即 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_1$ 也已确定。

一般情况, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{x}_{1j}^s$ 与 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{x}_1$ 不会重合, 即 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{1j}^s, j = 1, 2$ 与 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_1$ 不会重合。以单元端点 1 为例来说明, $t + \Delta t$ 时刻变形后的端横截面坐标系各坐标轴 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{x}_{11}^s, {}^{t+\Delta t}\mathbf{x}_{21}^s, {}^{t+\Delta t}\mathbf{x}_{31}^s$ 及 $t + \Delta t$ 时刻单元的随转坐标系中 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{x}_1$ 轴如图 2-14 所示。 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{11}^s$ 与 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_1$ 相差一个角度, 在 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{11}^s$ 上作用一个转动矢量 $-\theta_j^*$ 即可得到一个新的矢量 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{1j}'$, 这个新矢量与 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_1$ 重合。

有了 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_1, {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{1j}'$, 可以给出转动矢量 θ_j^* :

$$\theta_j^* = \arccos({}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_1 \cdot {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{1j}') \frac{{}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_1 \times {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{1j}^s}{|{}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_1 \times {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{1j}^s|}, j = 1, 2 \quad (2-65)$$

确定 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{x}_i, i = 2, 3$, 可以分两步来完成。

第一步: 作用转动矢量 $-\theta_j^*$ 到 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{ij}^s, i = 1, 2, 3; j = 1, 2$, 如图 2-14 所示, 利用转动公式(2-63), 即可得到 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{ij}', i = 1, 2, 3; j = 1, 2$, 如图 2-15 所示。在 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{ij}', i = 1, 2, 3; j = 1, 2$ 中, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{1j}'$ 与 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_1$ 重合, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{2j}'$ 和 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{3j}'$ 与 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_1$ 垂直, 相应的坐标轴也有同样的关系。

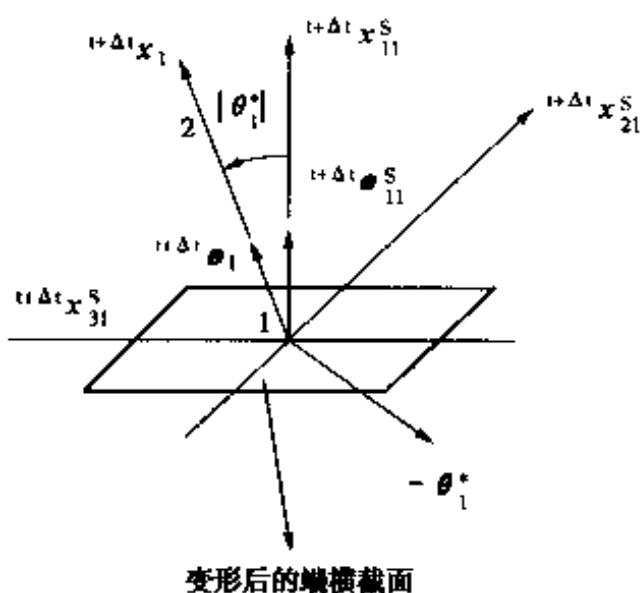


图 2-14 单元随转坐标系统计算(1)

第二步: 一般情况, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{21}'$ 与 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{22}'$ 不会在一个平面上, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{31}'$ 与 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{32}'$ 也不会在一个平面上。取 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{i1}'$ 与 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{i2}'$ 的平均值作为 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_i, i = 2, 3$, 即:

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_i = ({}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{i1}' + {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{i2}') / |{}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{i1}' + {}^{t+\Delta t}\mathbf{e}_{i2}'|, i = 2, 3 \quad (2-66)$$

至此, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{x}_i, i = 1, 2, 3$ 已经全部确定。

2.5.3 梁端总变形计算

由单元随转坐标系统的定义可知, 节点 j 的侧向总位移 $u_{ij}, i = 2, 3; j = 1, 2$ 都等于零。单元的非零变形节点位移可以分为轴向相对位移、轴向相对转动和侧向变形转动。单元的变形可以分解为弯曲变形、扭转变形和薄膜变形。

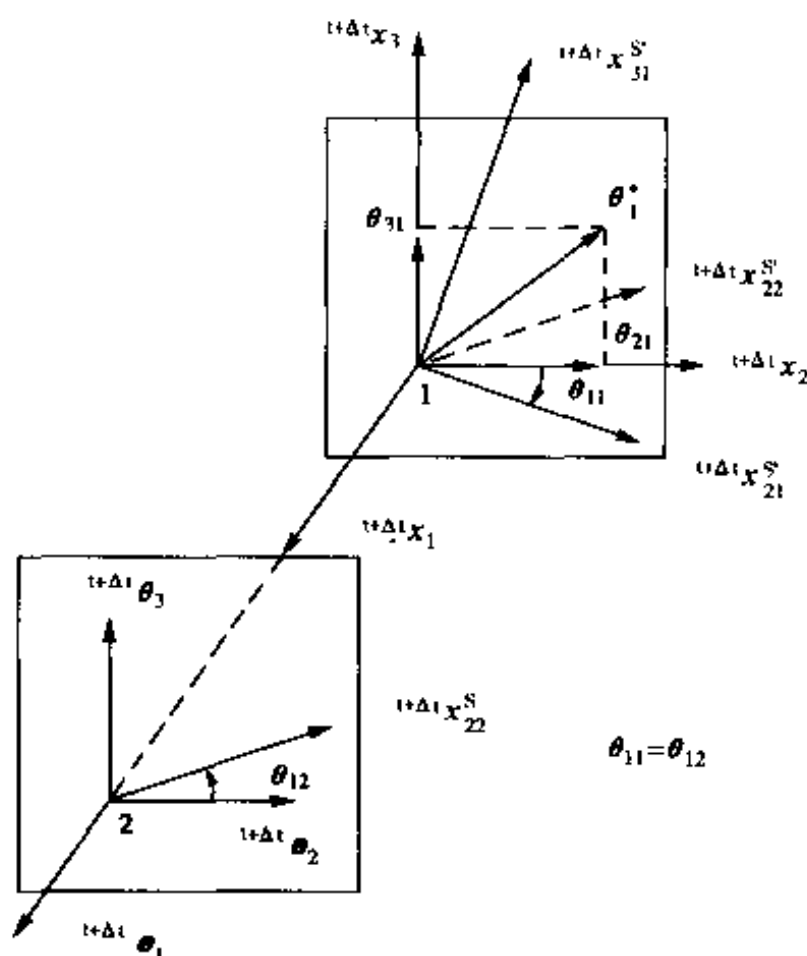


图 2-15 单元随转坐标系统计算(2)

(1) 弯曲变形

假设梁单元两端点的变形转动是小值。在这样的前提条件下,将式(2-65)中求得的转动矢量 θ_j^* 分解到 ${}^{t+\Delta t}x_i$, $i=2,3$ 轴方向上即可得到 θ_{ij} , $i=2,3; j=1,2$ 。 θ_{ij} , $i=2,3; j=1,2$ 就是节点 j 绕 ${}^{t+\Delta t}x_i$ 轴的侧向变形转动。

(2) 扭转变形

令 θ_{1j} , $j=1,2$ 为能够转动 ${}^{t+\Delta t}e_2$ 到 ${}^{t+\Delta t}e_2^S$ 的转动矢量,由于梁轴是小挠曲的假设, θ_{1j} , $j=1,2$ 就是节点 j 的扭转角。

(3) 薄膜变形

假设在单元的随转坐标系中,梁单元侧向挠曲曲线为三次(Hermitian)多项式,轴向转动沿着梁轴线性变化,沿着变形后的梁轴线薄膜应变为常数,于是薄膜应变能够通过单元弧长的变化计算得到。

梁单元侧向挠曲曲线如下:

$$\begin{aligned} v(x_1) &= N_1 u_{21} + N_2 \theta_{31} + N_3 u_{22} + N_4 \theta_{32} \\ w(x_1) &= N_1 u_{31} - N_2 \theta_{21} + N_3 u_{32} - N_4 \theta_{22} \end{aligned} \quad (2-67)$$

v 和 w 分别代表在 x_2 、 x_3 方向的挠度。 u_{ij} 和 θ_{ij} ($i=2,3; j=1,2$) 是节点的位移和转动,如图 2-11 所示。 N_i , $i=1,4$ 是形函数,表达式如下:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4(1-\xi)^2(2+\xi)} & N_2 &= \frac{c}{8(1-\xi^2)(1-\xi)} \\ N_3 &= \frac{1}{4(1+\xi)^2(2-\xi)} & N_4 &= \frac{c}{8(1+\xi^2)(1+\xi)} \end{aligned} \quad (2-68)$$

式中: c ——梁单元的当前弦长, $c = x_{12} - x_{11}$;

x_{1j} ——在单元随转坐标系中节点 $j, j=1, 2$ 的 x_1 坐标;

ξ ——无量纲坐标, $\xi = -1 + 2x_i/c$ 。

从沿变形后梁轴线薄膜应变为常量的假定可以推得, 梁轴线薄膜应变为:

$$\epsilon_m = (S - S_0)/S_0 \quad (2-69)$$

上式中 S_0 为梁轴线的初始弧长(即无应力弦长), S 为梁轴线的当前弧长, 其中:

$$S = \frac{c}{2} \int_{-1}^1 (1 + V'^2 + W'^2)^{1/2} dx_1 \quad (2-70)$$

式中: c ——梁单元的当前弦长;

$(\)'$ ——对 x_1 的导数。

2.5.4 单元刚度矩阵

通过叠加梁单元的弯曲刚度矩阵 K_b 、几何刚度矩阵 K_g 及轴向刚度矩阵 K_m 和扭转刚度矩阵 K_t , 就能得到总的单元刚度矩阵。这些刚度矩阵的推导很多文献都能找到, 这里不再重复。下面给出这些刚度矩阵。

(1) 弯曲刚度矩阵 K_b

$$K_b = \begin{bmatrix} K_{b2} & 0 \\ 0 & K_{b3} \end{bmatrix} \quad (2-71)$$

其中

$$K_{b2} = \frac{EI_2}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & 4L^2 & 6L & 2L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & 2L^2 & 6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2-72)$$

和

$$K_{b3} = \frac{EI_3}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ -6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2-73)$$

其中 L 是梁轴线的初始弧长, EI_2 、 EI_3 分别为关于 x_2 、 x_3 轴的抗弯刚度。对应 K_b 的自由度为:

$$u_b = \{u_{31}, \theta_{21}, u_{32}, \theta_{22}, u_{21}, \theta_{31}, u_{22}, \theta_{32}\} \quad (2-74)$$

式中: u_{ij} ——节点的总的变形位移;

θ_{ij} ——节点的总的变形转角, 如图 2-11 所示。

(2) 几何刚度矩阵 K_g

$$K_g = \begin{bmatrix} k_{g2} & 0 \\ 0 & k_{g3} \end{bmatrix} \quad (2-75)$$

其中

$$k_{g2} = \frac{f_{12}}{30L} \begin{bmatrix} 36 & -3L & -36 & -3L \\ -3L & 4L^2 & 3L & -L^2 \\ -36 & 3L & 36 & 3L \\ -3L & -L^2 & 3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2-76)$$

$$k_{g3} = \frac{f_{12}}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2-77)$$

式中: L ——梁轴线的初始弧长;

f_{12} ——作用在端点 2 上的轴向力, 与 K_g 对应的自由度同 K_b 。

(3) 轴向刚度矩阵 K_m

$$K_m = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-78)$$

式中: AE ——轴向刚度;

L ——梁轴线的初始弧长。

(4) 扭转刚度矩阵 K_t

$$K_t = \frac{GJ}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-79)$$

式中: GJ ——扭转刚度;

L ——梁轴线的初始弧长。

2.5.5 单元节点力

(1) 弯曲节点力 f_b

$$f_b = (k_b + k_g) u_b \quad (2-80)$$

式中: $f_b = \{f_{31}, m_{21}, f_{32}, m_{22}, f_{21}, m_{31}, f_{22}, m_{32}\}$;

$$u_b = \{0, \theta_{21}, 0, \theta_{22}, 0, \theta_{31}, 0, \theta_{32}\};$$

θ_{ij} ($i = 2, 3; j = 1, 2$) 已在 2.5.3 中得到;

k_b ——弯曲刚度矩阵;

k_g ——几何刚度矩阵。

(2) 轴向力 f_m

$$f_m = \{f_{11}, f_{12}\} = AE\epsilon_m \{-1, 1\} \quad (2-81)$$

式中: AE ——轴向刚度;

ϵ_m ——由式(2-69)给出的薄膜应变;

f_{11}, f_{12} ——单元轴向抗力, 如图 2-11 所示。

(3) 扭转节点力 f_t

$$f_t = \{m_{11}, m_{12}\} = GJ\theta_t/L \{-1, 1\} \quad (2-82)$$

式中: m_{1j} ($j = 1, 2$)——扭矩, 如图 2-11 所示;

GJ ——扭转刚度;

L ——梁轴线的初始弧长;

$$\theta_t = (\theta_{12} - \theta_{11})$$

是单元绕 x_1 轴的扭转变形, θ_{1j} ($j = 1, 2$) 已在 2.5.3 中得到。

2.5.6 求解算法的说明

采用增量法与 Newton-Raphson 迭代法相结合的方法求解, 对有些问题, 在最初几次平衡迭代中, 用式(2-69)和式(2-81)由当前的变形计算得到的单元轴向力比收敛时的单元轴向力要大几个数量级, 导致增量步较大, 迭代难于收敛甚至发散。为了解决这个问题, 在每个增量步中可采用二次循环迭代(two-cycle iteration scheme)的方法。在第一次循环的迭代中, 求解式(2-75)的 k_g 和式(2-81)的 f_m 时用到的 f_{12} 是上一次增量的收敛值, 单元轴向节点力 f_m 根据当前变形由式(2-69)、式(2-70)和式(2-81)计算得到, 迭代一直继续直到收敛。在第二次循环的迭代中, 用第一次循环迭代结束得到的收敛值 f_{12} , 其它的都与第一次循环迭代相同。

2.6 程序实现及算例

根据前面理论, 编制索、杆、梁结构几何非线性三维分析程序 GNFEA (Geometrically Nonlinear Finite Element Analysis of Cables, Bars and Beames)。后面章节所有的几何非线性分析, 都是通过多次调用 GNFEA 程序来实现的。

2.6.1 增量迭代相结合解法及收敛准则

Newton-Raphson 迭代法和增量法如图 2-16 和图 2-17 所示。GNFEA 采用的是迭代法与增量法的结合(简称综合法),如图 2-18 所示,即将外荷载等分,在每加一级荷载的过程中,都采用了 Newton-Raphson 迭代法,最后它能收敛到每一份荷载下的精确解。当等分数为 1 时,它将变成纯粹的 Newton-Raphson 迭代法。

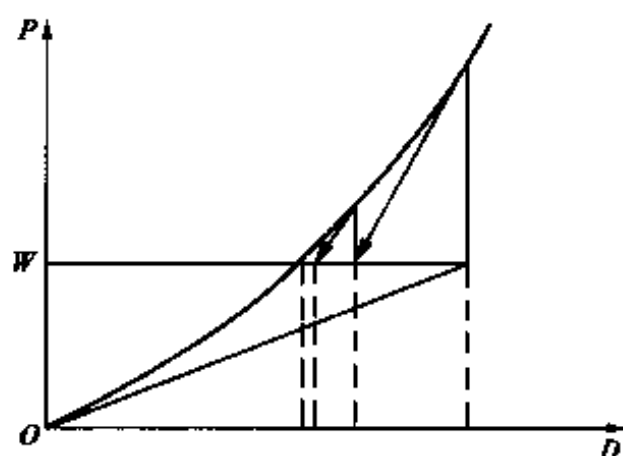


图 2-16 Newton-Raphson 迭代法

迭代收敛的准则为:

$$\text{Max} \{ |\Delta q_1/q_1|, \dots, |\Delta q_n/q_n| \} < 0.001, \text{ 且 } \text{Max} \{ |\Delta q_1|, \dots, |\Delta q_n| \} < 0.001\text{m}。$$

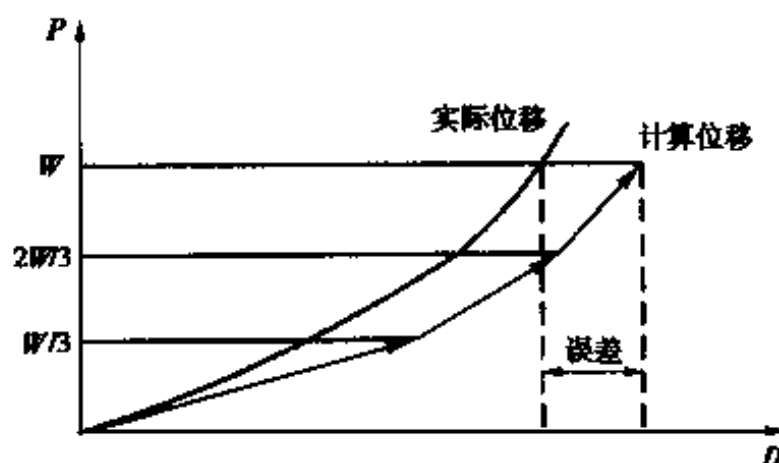


图 2-17 增量法

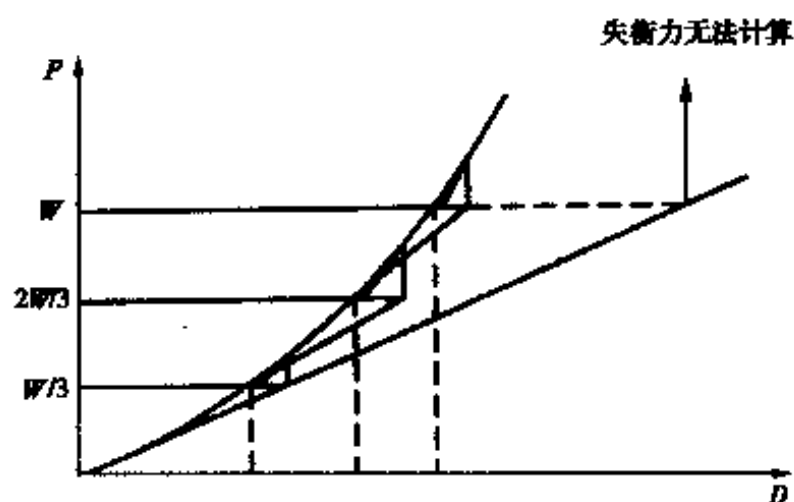


图 2-18 综合法

2.6.2 索、杆、梁结构几何非线性三维分析程序的计算流程

为了车辆荷载、温度荷载、风荷载及悬索桥架设过程分析的需要,加上

便于今后程序的修改和功能的进一步增强,程序 GNFEA 采用模块式结构,各模块都完成一定的功能。计算流程如图 2-19 所示。

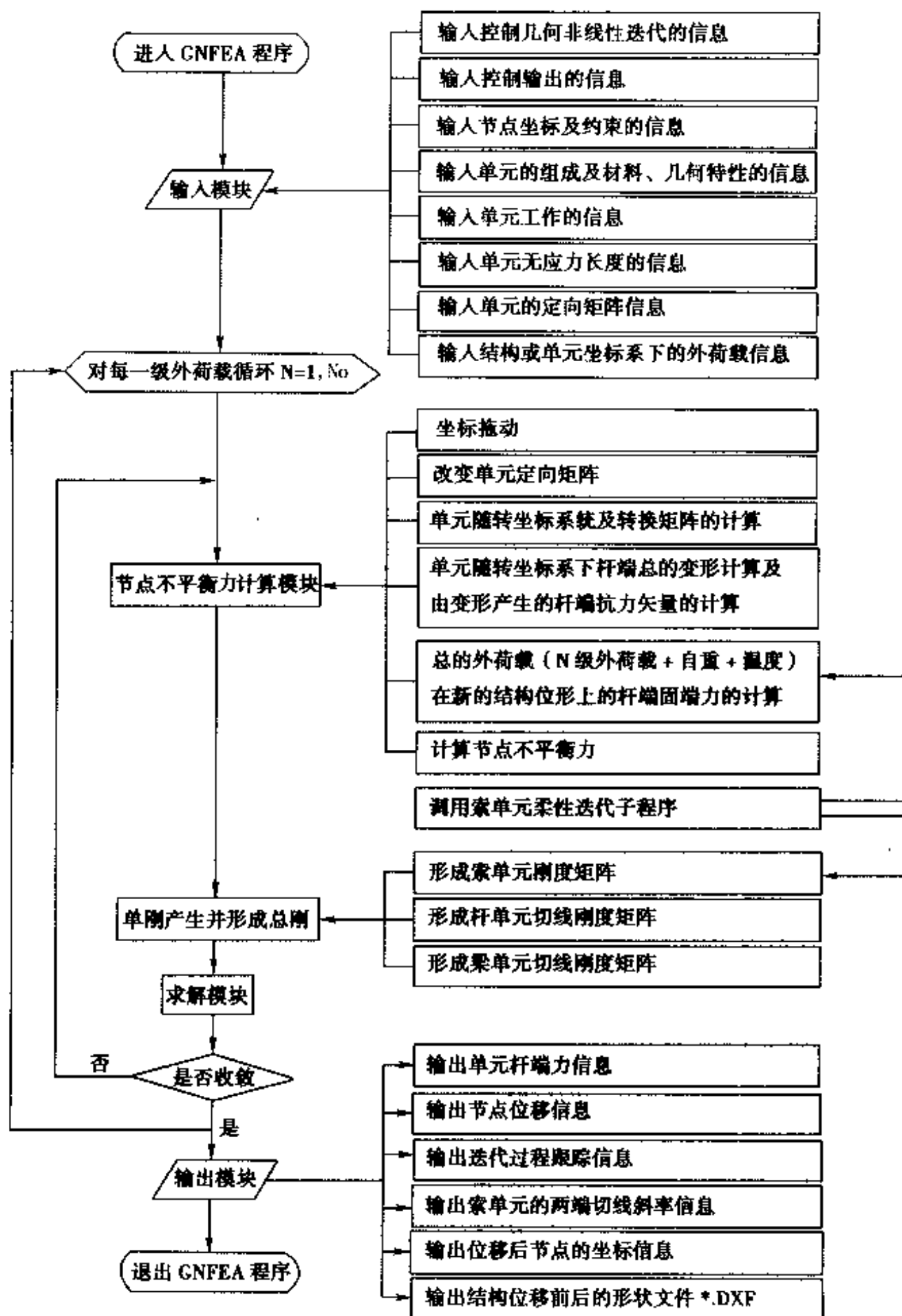


图 2-19 GNFEA 程序的计算流程

2.6.3 算例

[例 1] GNFEA 程序中的索单元可以计算如图 2-20 所示的各种索的形状。索的无应力长度 $L_u = 100$, 温度变化 $T = 100^\circ\text{C}$, 材料、几何特性 $EA = 3 \times 10^7$, 自重 $W = 1$, 线胀系数 $\alpha_t = 0.65 \times 10^{-5}$ 。输入每个 J 点的位置, 用 GNFEA 计算即可得到每个位置 J 端点处索的张力, GNFEA 计算的结果与文^[22]中的完全一样。

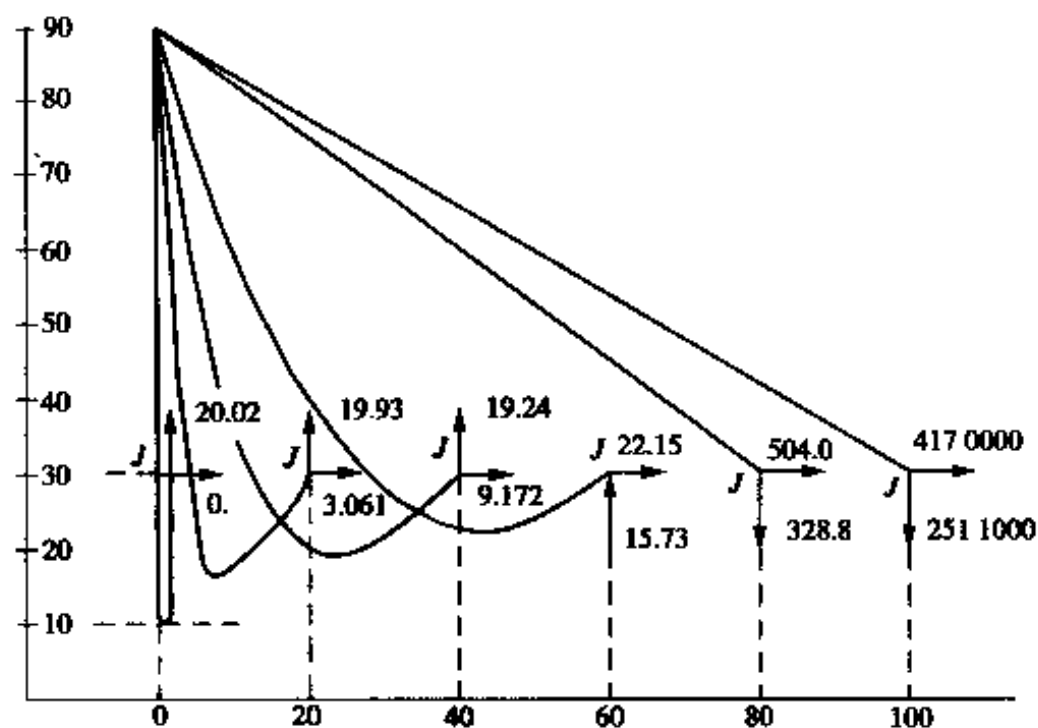


图 2-20 索的各种形状及相应的索端力

[例 2] 如图 2-21 所示, AB 两点间长度 $L = 100$, 与水平线夹角 $\alpha = 45^\circ$, 分成 10 个等长的无重杆单元, 具有初始拉力 $T_0 = 71.920$, 杆元的材料、几何特性 $EA = 1000$, 在中点 C 受一竖向力 $P = 52.8374$ 的作用。GNFEA 解与理论解的结果见表 2-1。

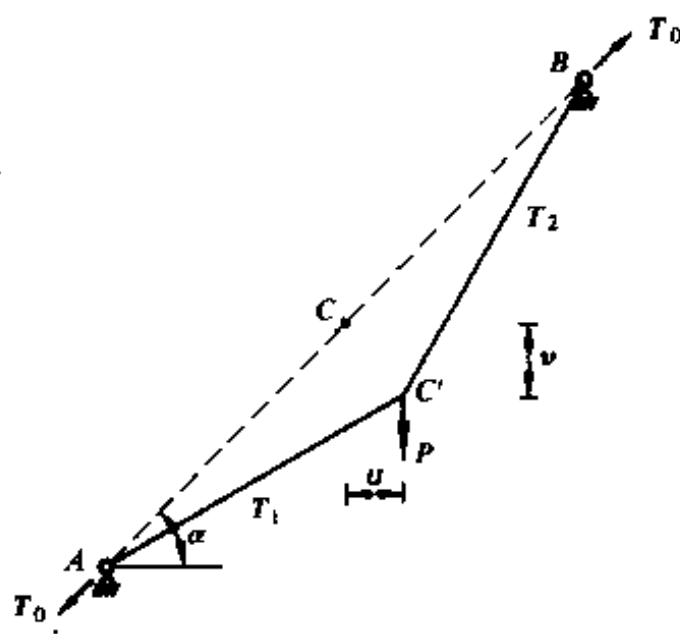


图 2-21 斜索在中点受一竖向力作用

[例 3] 如图 2-22 所示, 在悬臂梁自由端作用一弯矩 M , 不计剪切变形。把梁分成 10 等分, 图 2-23 是悬臂梁的变形过程, GNFEA 解与理论解^[23]的比较如表 2-2 所示。值得一提的是, GNFEA 程序只要把集中弯矩

斜索中点的位移及斜索内力 表 2-1

方法	位移(m)		内力(kN)		方法	位移(m)		内力(kN)	
	u	v	T_1	T_2		u	v	T_1	T_2
GNFEA	6.56	7.84	74.93	112.92	理论解	6.56	7.84	74.93	112.92

悬臂梁自由端作用一弯矩的位移 表 2-2

$K = \frac{M \cdot L}{2\pi EI}$	v/L		u/L		$K = \frac{M \cdot L}{2\pi EI}$	v/L		u/L	
	GNFEA	理论解	GNFEA	理论解		GNFEA	理论解	GNFEA	理论解
0.2	0.54967	0.54987	-0.24294	-0.24317	0.8	0.13852	0.13747	-1.18970	-1.18921
0.4	0.71987	0.71978	-0.76560	-0.76613	1.0	0.00001	0.0	-1.00051	-1.0
0.6	0.48043	0.47986	-1.15559	-1.15591					

$2\pi EI/L$ 分成 4 等分进行加载计算,即可以把悬臂梁转成一个圆。即每次荷载增量,转角增量可大到 90° 。而一般的几何非线性分析程序,都必须限制每次荷载增量产生的转角是小值。

[例 4] 如图 2-24 所示,在带铰的方钻石型刚架的对角点处作用一对压力 $2P$ 。GNFEA 的解与文^[24]中用椭圆积分得到的数值解的比较及结构变形过程分别如表 2-3、图 2-25 所示。

图 2-22 悬臂梁自由端作用一弯矩

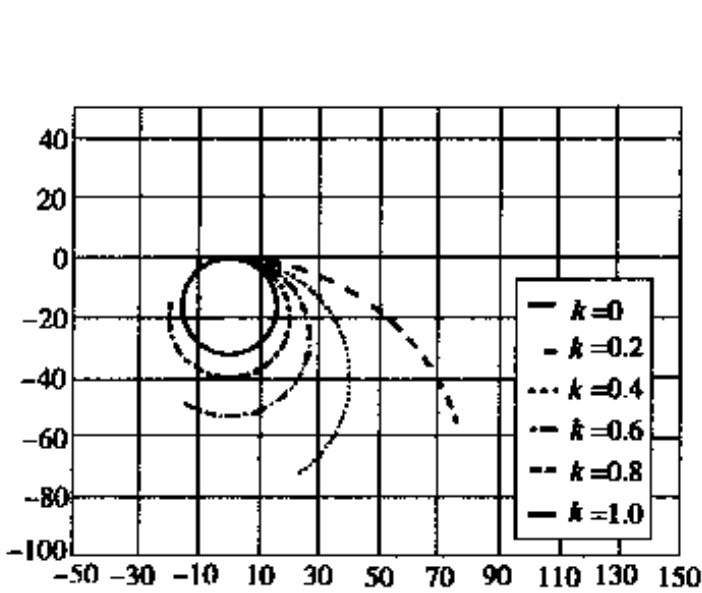


图 2-23 悬臂梁的变形过程

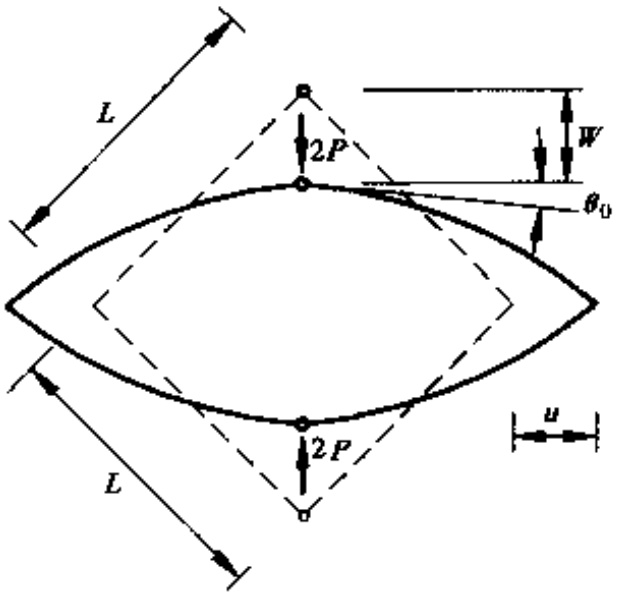


图 2-24 方钻石型刚架受压力作用

方钻石型刚架受压力作用时的位移 表 2-3

$K = PL^2/EI$	w/L		u/L		θ_0	
	GNFEA	数值解	GNFEA	数值解	GNFEA	数值解
2.0	0.58225	0.58236	0.24237	0.24224	-0.19574	-0.19539
4.0	0.98774	0.98775	0.14050	0.14019	-0.81707	-0.81646
6.0	1.15943	1.15940	0.02303	0.02265	-1.09591	-1.09854
8.0	1.24971	1.24966	-0.06319	-0.06362	-1.25158	-1.25070
10.0	1.30583	1.30578	-0.12677	-0.12724	-1.34369	-1.34277

[例 5] 45°弯梁空间弯扭大挠度分析。取用文^[25]的结构数据,用 GNFEA 进行计算。在自由端沿 z 轴方向受一个集中荷载作用,梁发生空间弯扭大变形,如图 2-26 所示。梁分为 8 个单元,每步加载量为 10,一共计算了 60 步,结果与文^[26]的非常吻合,图中给出了 $P = 0, 300, 600$ 时梁的构型,它们分别对应初始时刻,加载 30 步及加载 60 步时的状态。表 2-4 列出部分数据供对比。

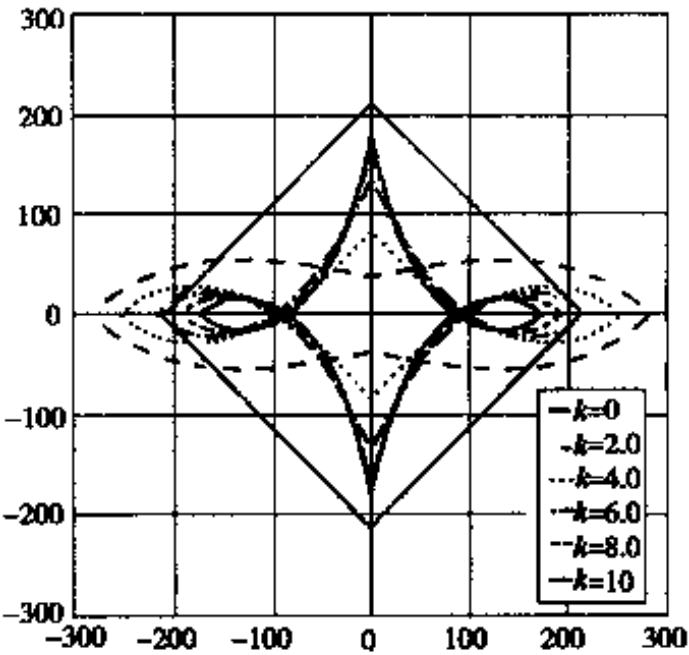


图 2-25 方钻石型刚架的变形过程

45°弯梁变形后在自由端的坐标 表 2-4

结果	荷载 $P = 0$			荷载 $P = 300$			荷载 $P = 600$		
	x	y	z	x	y	z	y	x	z
ADINA-1 ^[25]	29.3	70.7	0.0	22.5	59.2	39.5	15.9	47.2	53.4
ADINA-2 ^[27]	29.3	70.7	0.0	22.2	58.5	40.4	15.7	46.8	53.6
文 ^[26]	29.3	70.7	0.0	22.3	58.6	40.3	15.70	46.7	53.6
GNFEA	29.3	70.7	0.0	22.048	58.56	40.48	15.50	46.8	53.62

注:ADINA-1 是文^[25]1979 年的解答,ADINA-2 是文^[27]1990 年的解答。

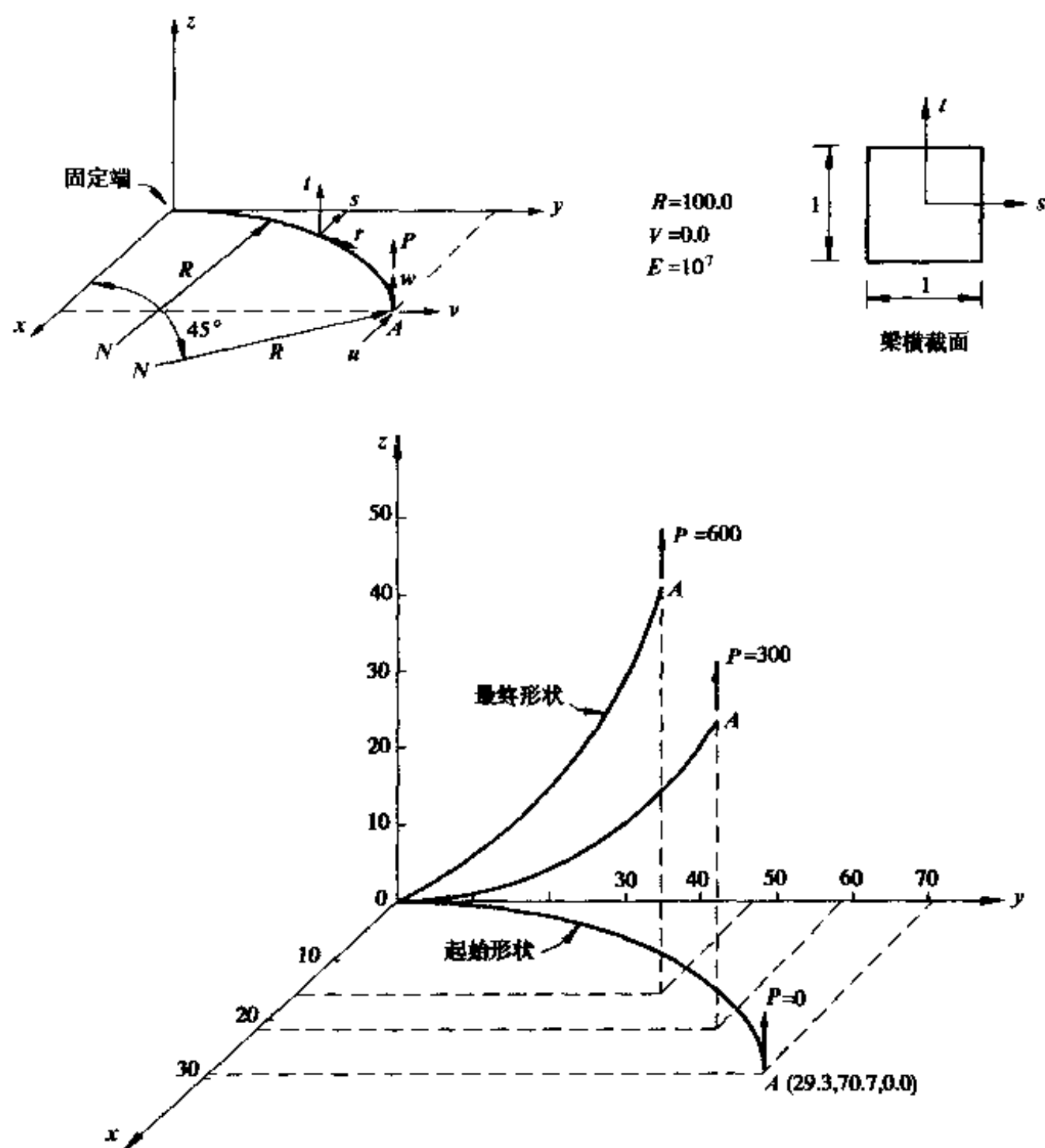


图 2-26 45°弯梁的变形过程

[例 6] 取自 Saafan 在文^[6]中的第二个算例,这是一个由主索、斜吊索、梁组成的非常柔性的结构,结构尺寸、材料特性及作用荷载如图 2-27 所示。

Saafan 用有限元方法来求解这个问题,把每段构件取为一个单元,共取了 12 个单元。求解表明:6-7 段、4-5 段梁将受到非常大的压力,分别是 6.06 和 2.82,这个结论的正确性有可疑之处,因为这些梁段即使是两端固支,其 Euler 临界荷载也只有:

$$P_{cr} = \frac{\pi EI}{(0.5L)^2} = \frac{\pi^2 \times 15000}{180^2} = 4.569 < 6.06$$

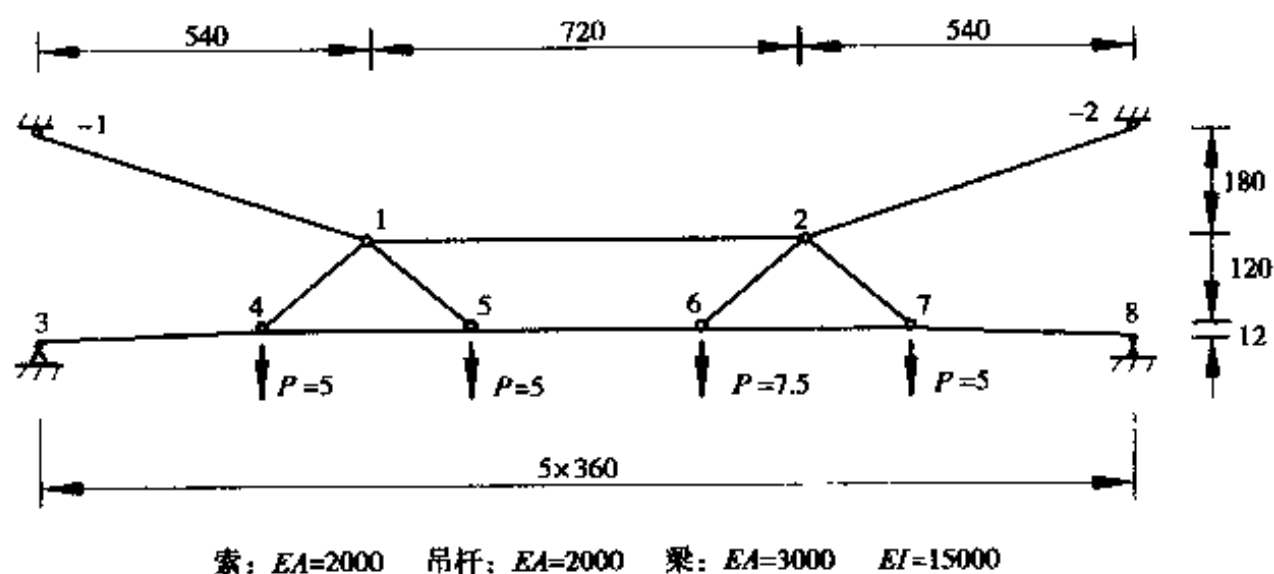


图 2-27 Saafan 的算例

取同 Saafan 一样的有限元划分模型,用 GNFEA 计算,也证实了上面提到的可疑之处。用 GNFEA 计算发现,当加到图示荷载的 40% 左右,由于单元 6-7 的屈曲失稳,结构整体的刚度矩阵出现了奇异。为了探究这个结构在屈曲失稳后的性状,将每个梁单元细分为 20 个单元,于是新的有限元计算模型共有 107 个单元,用 GNFEA 计算的变形结果及与 Saafan 结果的对比如图 2-28 所示,从图中可看出,斜吊索产生的压力主要是由梁的弯曲来抵抗,而非仅仅是由梁单元的受压来承受。

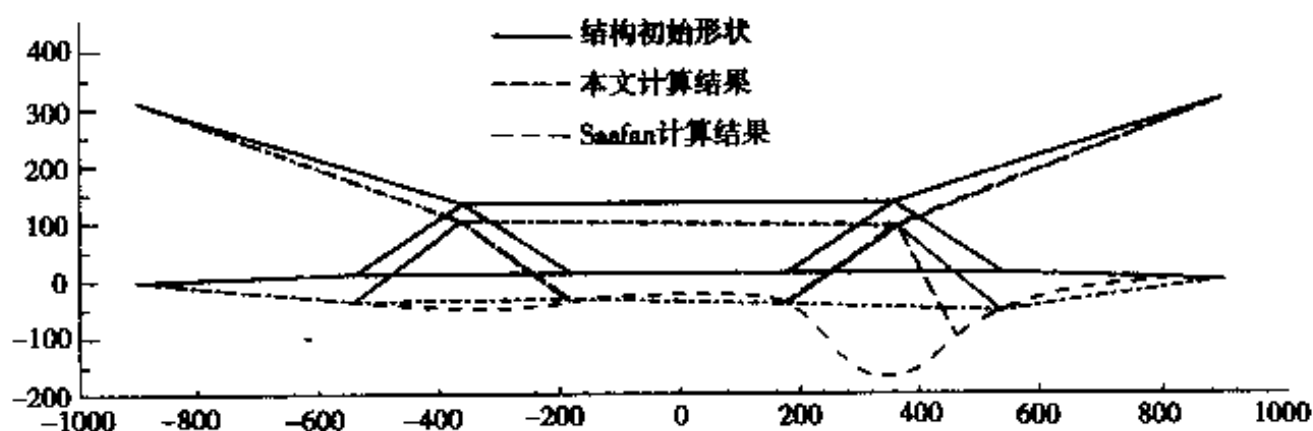


图 2-28 Saafan 算例的结果对比

这个算例表明,梁单元的长度必须取得足够短才能抵抗在沿梁单元弦的方向可能产生的压力。另外,GNFEA 计算的结果与文^[26]的结果也非常吻合。

2.7 小 结

小应变弹性悬链线单元,不仅能精确地计入索自重的影响,而且能方便

地计算出索的有、无应力长度及索单元两端点处的切线斜率,为悬索桥的架设过程计算提供了简便、可靠的计算工具。基于 CR 列式法的梁单元刚度矩阵表达式非常简单,但是可以对三维刚架结构的大位移、大转动、小应变问题进行计算,在每增量步内转动增量较大时亦能得到精度很高的解答。在每一次计算节点不平衡力时,都是对所有作用在结构上的荷载在新的结构位形上重新计算单元的固端力 F_{ext} ,并且单元杆端抗力 F_{int} 是在单元随转坐标系下用单元总的变形乘以切线刚度矩阵得到。编制的索、杆、梁结构几何非线性三维分析程序 GNFEA 经多个算例验证,计算结果是可靠的。

第三章 悬索桥恒载结构几何形状和内力的确定

悬挂结构有一个初始态,在某个基准温度时,初始态时索的形状、张力、荷载都是已知的。有了初始态,才能确定任意荷载时的状态。悬索桥是悬挂结构的一种,在车辆荷载、风荷载、地震荷载、温度荷载等作用下的悬索桥结构分析和架设过程分析中,选用在一、二期恒载作用后的状态(以下简称成桥状态)为初始态。悬索桥恒载结构几何形状和内力确定的内容为:在一、二期恒载作用下和某基准温度时(1)悬索桥各点的坐标及各构件的内力;(2)主缆和吊索的无应力长度、加劲梁的无应力三维尺寸及鞍座、索夹等的预偏量。

3.1 悬索桥施工过程简述

悬索桥的施工过程,如图 3-1 和图 3-2 所示,一般可分为以下 6 个步骤^[28]。

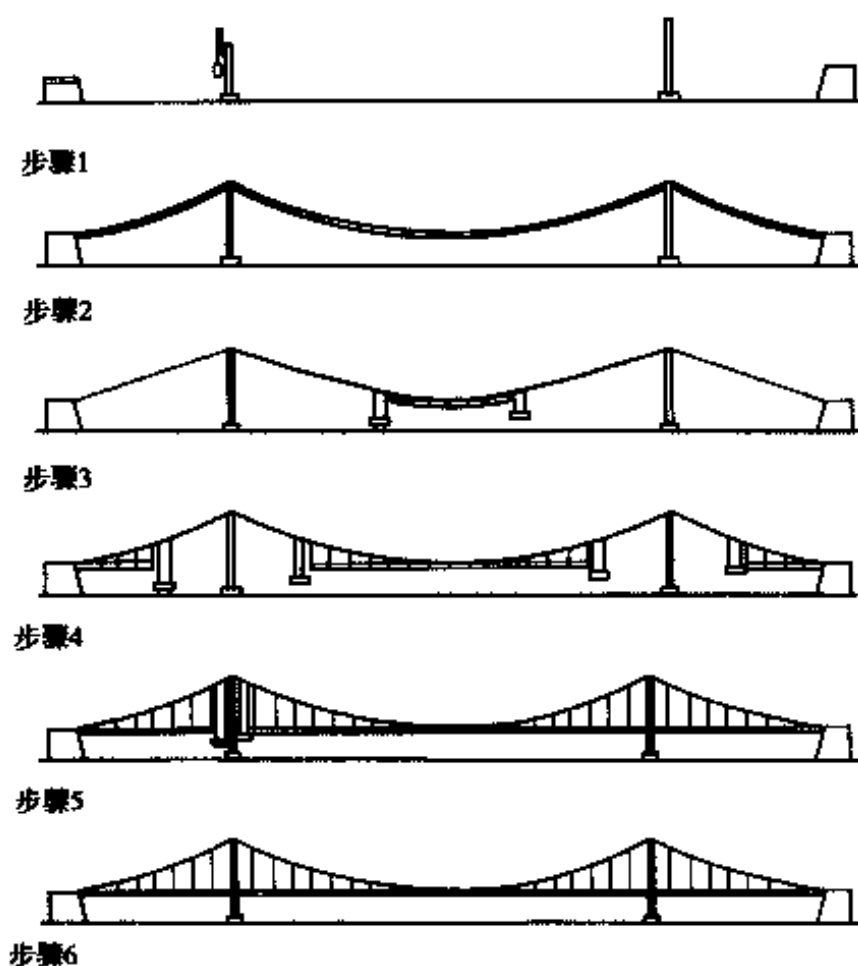


图 3-1 悬索桥施工过程(1)(跨中和岸边向塔方向架设加劲梁)

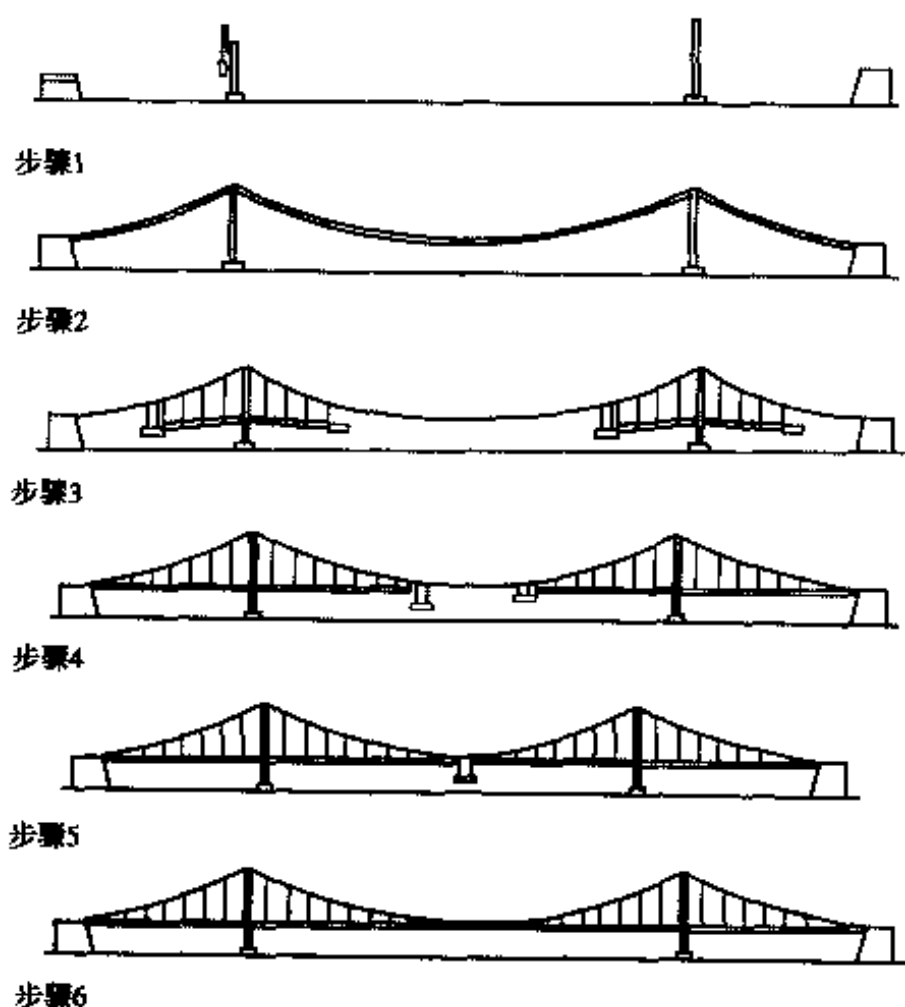


图 3-2 悬索桥施工过程(2)(从塔向岸边和跨中架设加劲梁)

(1)建造塔体、锚碇并安置鞍座

塔体主要起承压作用,最初美国的华盛顿桥、金门桥以及英国的福斯桥、塞文桥等均采用钢塔,其后的设计者认识到建造钢筋混凝土塔身可能会更经济些,故在法国的卡坦维尔桥、丹麦小贝尔特桥以及土耳其的博斯普鲁斯第一、第二桥及我国已建成的汕头海湾大桥、虎门大桥、西陵长江大桥、江阴长江大桥中均采用混凝土塔身。锚碇将缆力传给地基,根据地基情况采用隧道式锚或重力式锚。除主塔上按预偏量设置主塔鞍座外,若边跨较短,为使主缆倾角变陡以便进入锚碇,还可设置副鞍座。在大缆需改变方向时可采用展索鞍;无需改变方向时,采用漏斗状的展索套,将缠紧的主缆散开以便分股锚固。

(2)架设猫道、主缆和安装索夹

在大缆设计位置的上方,锚碇与锚碇之间设置无端牵引绳;在大缆设计位置的下方,设置一猫道,在猫道下方,一般都均设有抗风索。无端牵引绳是一两端相连而成的钢丝绳套,它相当于一传动带,在滑轮带动下,可起牵引作用。猫道是施工人员立足的脚手架,有时也起到临时的承重作用,它可由几根平行承重绳上铺面层而成,一般宽度在 3m 左右。抗风索的立面是

一上凸的抛物线,两端则扣在塔和锚碇上。抗风索与猫道间设绷紧的 V 形或竖直的细绳,以形成一抗风体系。

如果主缆采用空中纺缆法(AS 法)架设,则还要预备如送丝设备和稳定送丝的配套措施;如采用预制索股法(PWS 法)架设,则需一套送缆设备。经典的空中纺缆法为美国罗勃林(J. A. Roebling)所创,其主要原理是将卷筒中的钢丝一端固定在一岸锚碇中的鞍跟上而成“死头”(鞍跟是将丝股与锚杆连接起来并可调节丝股长度的一种构造),然后通过无端牵引绳上的滑轮将丝股拖向对岸,并套在相应的鞍跟上,而成“活头”,无端牵引绳上的滑轮放空回来,重复操作至规定丝数后剪断成为一丝股。每当纺一丝股时,均要经过调丝,纺完后要调股,使丝股长度符合设计要求。预制索股法的施工工序较简单,利用牵引绳拖拉索股到位后,将两端索股锚头与锚碇锚杆相连,最后根据温度换算,调整垫片厚度,使每索股到主缆施工完成时受力尽量均匀。

大缆架设完毕后,通过紧缆机将大缆挤压成一圆形截面,然后根据设计的预偏量标记,安装索夹,最后在主缆外密绕钢丝。

(3)中跨架设加劲梁段

从跨中向两塔方向同时架设加劲梁段,当加劲梁段的重量逐渐作用到主缆上,主缆将产生较大的位移,改变原来悬链线的形状,所以在这个施工阶段,所有的加劲梁段之间一直保持临时性铰接,以免大位移使加劲梁产生很大的弯矩,但横向具有抵抗风载的能力。目前一般采用四点吊装,将加劲梁段按一定顺序逐段吊起。吊起的加劲梁段间,上缘一般都顶紧,而下缘有时张开,至基本吊装完毕,张口才闭合。

(4)边跨、中跨同时架设加劲梁段

(5)架设塔附近的加劲梁段

(6)加劲梁段间刚接,桥面铺装等

图 3-2 与图 3-1 的不同之处在于加劲梁段的架设次序。从跨中和岸边向塔方向架设加劲梁段的优点是:在架设塔附近加劲梁段时,主缆的变形基本上已经完成,呈最终的几何状态。这样使得在主缆中减小施工二次应力成为可能,因为靠近塔附近的索夹的最后夹紧可以推迟到当塔顶上主缆的永久性角度改变得很小时进行,该方法的缺点是施工困难。从塔向岸边和跨中同时架设加劲梁的优点是施工比较方便,缺点为靠近塔附近主缆施工的二次应力较大。

3.2 恒载结构几何形状和内力的膜理论计算方法

悬索桥恒载结构几何形状和内力确定的传统方法,都是基于膜理论的假设。膜理论把稠密分布的吊索当作仅在竖直方向有弹性抗力的膜,并且假定恒载为均匀分布,这样在没有活载作用的状态下,主缆呈抛物线,两吊索间的加劲梁段处于简支梁的应力状态。

设 g 为换算均布荷载,即把跨度范围内的主缆、吊索、加劲梁的重量及二期恒载累加后换算成跨度范围内的均布荷载,见图 3-3。

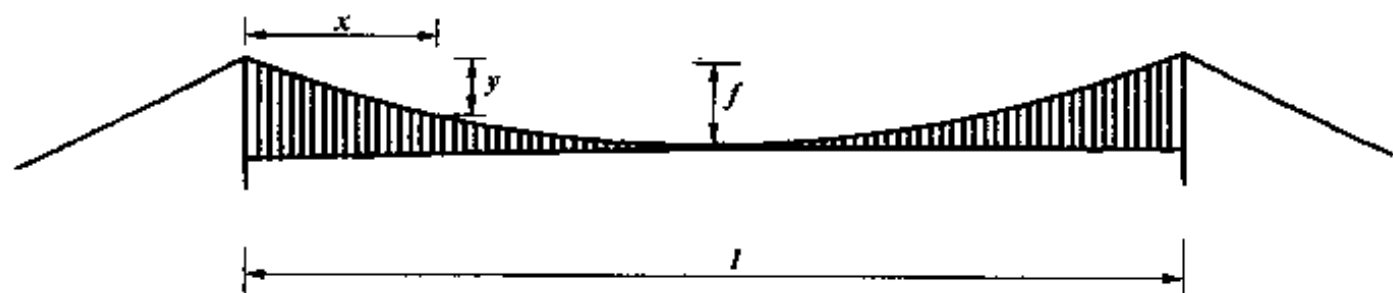


图 3-3 膜理论计算简图

主缆上每点的水平力为:

$$H = gl^2/(8f)$$

主缆的几何形状呈二次抛物线,得:

$$y = 4fx(l-x)/l^2$$

由于桥面都有竖曲线,近塔处的吊索较长,主缆的斜度较大,全部恒载在跨度范围内并非均匀分布,特别是大跨度悬索桥,这种不均匀性将更明显。另外,根据施工过程,一期恒载作用下加劲梁不承受弯矩,而桥面铺装等二期恒载是在加劲梁段刚接以后施工的,二期恒载由主缆和加劲梁共同承担,此时两吊索间的加劲梁段并非处于简支梁的应力状态,主缆线形并非呈抛物线。

根据膜理论假设,容易求得悬索桥各点的坐标及各构件的内力。对主缆和吊索的无应力长度、加劲梁的无应力三维尺寸及鞍座、索夹等预偏量的计算,基于膜理论的方法一般分为两步骤计算。

第一步,把主缆按索夹(分有吊索索夹、无吊索索夹)位置、鞍座理论交点位置、锚碇理论位置离散,把每个索夹的重量作为集中力作用在相应的索夹位置上,假设加劲梁的一、二期恒载重量在跨径方向上均布,转化到相应的吊索上去,然后再加上相应吊索的重量,作为集中力作用在相应的索夹位

置上。通过假设中跨主缆的无应力长度,作用上述荷载,得到主缆此时的线形和内力,中跨线形控制点与成桥状态主缆线形各控制点进行比较,然后修正中跨主缆的无应力长度、索夹的位置。重复上面过程,可得到成桥状态时中跨的主缆线形、无应力长度。利用边跨主缆水平分力与中跨主缆水平分力相等的条件,通过上面中跨用到的方法可得到成桥状态时边跨主缆线形及无应力长度。然后去掉这些荷载,利用空缆状态时边跨主缆的水平分力与中跨主缆的水平分力相等的条件,移动鞍座位置,即可得到空缆状态索夹、鞍座的预偏量、主缆各跨的垂度。累加各跨主缆的无应力长度即可得到全桥主缆无应力长度。有了成桥状态各索夹的位置、桥面各点标高及吊索力,容易求得各吊索的无应力长度。

第二步,考虑鞍座圆弧影响对主缆无应力长度进行修正。由于膜理论建立在许多假设的基础上,因而是一种近似的方法,在下列4个方面存在误差:

(1)没有考虑到加劲梁的二期恒载是由主缆和加劲梁共同承担的实际受力情况。因而,对成桥状态时主缆的线形计算将产生一定误差,从而导致吊索的无应力长度也会有一定误差。如江阴长江大桥的中跨,靠近主塔附近的吊索长度误差达6~7cm。

(2)没有考虑鞍座的圆弧对主缆的无应力长度的影响,以及在空缆状态与成桥状态时,鞍座与主缆相切点的位置改变。

(3)没有考虑鞍座圆弧的影响,计算得到的鞍座预偏量存在误差。如江阴长江大桥主塔鞍座的预偏量偏大2~3cm。

(4)不同的施工加劲梁段划分,成桥后吊索力并非均布。用前述方法,假设吊索力大小相等,计算得到的吊索无应力长度也将有误差。

3.3 恒载结构几何形状和内力的迭代算法

成桥状态的几何形状指的是在成桥状态下,某个基准温度时,桥面的竖曲线(桥面高程)、吊索位置、主缆的跨中垂度和鞍座的位置。从主缆架设完毕到成桥状态,结构体系经历了一系列的变化。一期恒载作用下,架设加劲梁时,加劲梁段之间是临时铰接的,整个体系非常柔性;当加劲梁段之间的铰接变为刚接以后,在二期恒载作用下,整个结构又变成了超静定结构,一直到成桥状态,塔顶鞍座才与塔顶永久性地相互约束,限制塔顶鞍座中心在塔顶水平方向的移动。在成桥状态下基准温度时,设计者往往希望塔不承

受弯矩。但由于施工过程中,结构体系的变化、鞍座的移动、几何非线性的影响、单元的进入或退出工作,使得基于非线性有限元的悬索桥恒载下几何形状和内力的计算^[29-33]变得非常复杂。

在二期恒载作用下,恒载全由主缆承担,结构计算的简化如图 3-4 所示。为了避免计算机计算有时会碰到困难(困难指的是“一次落架方法”有时迭代会不收敛,或者得到的结果加劲梁的弯矩分布没有呈简支梁的分布状态),本文提出了“部分结构法”,即切除吊索、加劲梁,在主缆索夹位置上代以集中力。

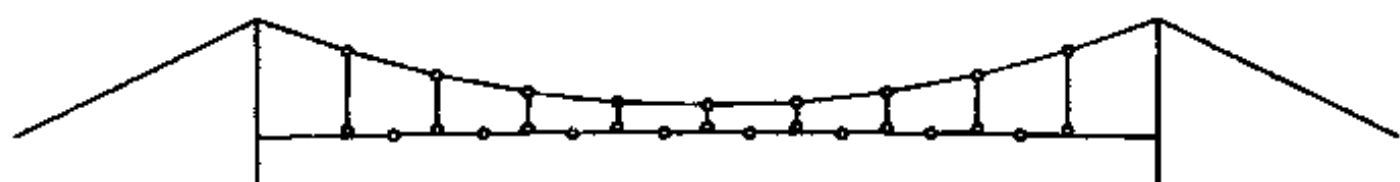


图 3-4 二期恒载作用下的结构计算简图

切出的吊索和加劲梁组成一个部分结构,如图 3-5 所示。在吊索、加劲梁的自重作用下,易求得图 3-5 中所有的支承反力,把所有的支承反力反作用到主缆及塔的相应位置上,如图 3-6 所示。图中索塔结构是几何不变的,因为以主缆架设完毕时的索塔结构为初始态,此时主缆受自重作用,非线性计算程序 GNFEA 中采用的小应变弹性悬链线单元已自动计入了索自重产生的几何刚度的影响。

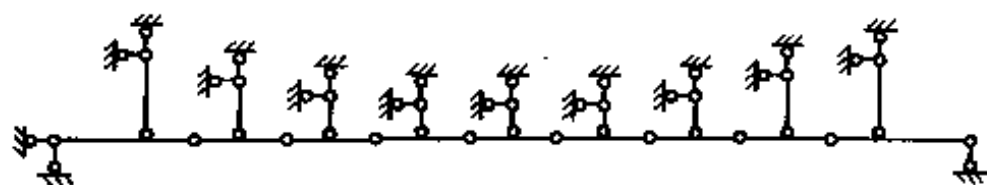


图 3-5 切出的吊索和加劲梁组成的部分结构



图 3-6 索塔结构示意图

因为事先只知道成桥状态时结构的几何形状控制参数,即桥面竖曲线、吊索位置(索夹位置)、鞍座中心位置,但是主缆的线形以及结构内力都是未知的,无法用拆除二期恒载、调整鞍座与塔顶的相对位置的倒退分析来确定二期恒载下结构的几何形状和内力,更无法用拆除吊索、加劲梁,调整塔顶鞍座与塔顶的相对位置的倒退分析来确定主缆架设完毕时的结构几何形状

和内力。如何在施工中设置各鞍座预偏量、空缆状态时主缆垂度、索夹位置预偏量、主缆中心索无应力长度及吊索无应力长度,使得成桥状态时结构的几何形状满足设计要求,无须用倒退分析来计算,就成了研究人员所关注的问题。

根据施工过程,采用前进分析进行计算。前进分析分为两个阶段,由机器自动连续进行。第一阶段是在一期恒载作用下的计算;第二阶段是在一期恒载作用的基础上,加劲梁段之间全部刚接以后,但塔顶对鞍座仍没有水平约束,在这样的结构上作用二期恒载的计算。

怎样假设主缆架设完毕时结构的几何形状、内力,即各鞍座预偏量、索夹预偏量、主缆跨中垂度,才会使得一、二期恒载作用下结构几何形状满足成桥状态的要求呢?先说明以下几个概念:

第一阶段计算:

初始态一 ——主缆架设完毕时索塔结构的几何形状,此时主缆呈悬链线。

荷载态一 ——在初始态一上,作用一期恒载,得到的结构几何形状和内力。

目标态一 ——为了在二期恒载作用下基准温度时,结构的几何形状满足成桥状态的要求,需要一期恒载作用下的结构几何形状和内力,此时加劲梁段之间仍未刚接。

第二阶段计算:

初始态二 ——以目标态一的几何形状和内力为二期恒载作用下结构计算的初始态,此时加劲梁段之间已经刚接。

荷载态二 ——在初始态二上,作用二期恒载,得到的结构几何形状和内力。

目标态二 ——成桥状态时结构的几何形状。

以上6种状态,只有目标态二是已知的,但是目标态二的主缆线形仍是未知的。在第一次试算时,近似按成桥状态时主缆呈悬链线来计算吊索长度,第二次循环即用第一次计算结果的主缆线形精确计算吊索的长度,依次类推。

因为在这两个阶段计算中,结构体系不同,自由度也不同,特别是一期恒载作用下的计算,把吊索和加劲梁的重量作为外荷载作用在索塔结构上,涉及到有些单元、节点退出工作,边界约束条件的改变。又因为是几何非线性计算,所以每一次计算都需要有一个初始态,在第一次计算时,初始态一、

目标态一的几何形状都假设与目标态二一样,这样假设能较快得到结果。在二期恒载作用下的荷载态不会一次假设初始态通过计算即满足成桥状态几何形状的要求,为此在两阶段的计算中各自设立了目标态,荷载态与目标态比较,修正初始态,再一次前进分析,多次反复直到荷载态与相应的目标态的误差满足精度要求为止。

3.4 悬索桥结构有限元模型的自动生成方法

悬索桥结构分析,由于其特殊性,必须由专用的软件完成。国内几家单位相继研制的考虑侧重点不一的悬索桥结构计算程序,基本上满足了国内悬索桥建设的需要,但是这些程序都需通过键盘输入大量数据以形成有限元计算模型,特别是一旦悬索桥设计参数有所变动,计算模型又需重新输入,工作繁琐易错。为此,作者通过对悬索桥结构的描述进行分类,找出悬索桥结构组成的规律性,试图形成只要输入少量数据即可自动生成悬索桥结构有限元计算模型的方法^[34]。用参数全面、简洁地描述成桥状态下悬索桥的结构,是实现该方法的基础,下面先介绍悬索桥结构描述的分类。

3.4.1 悬索桥结构描述分类及组成规律性

对已建成或正在建的悬索桥的结构形式进行分析表明,边跨结构形式的变化多样是全面、简洁描述成桥状态下悬索桥结构的困难所在。按照边跨上加劲梁、副鞍座、展索鞍座、展索套、主缆限位装置的有无及不同布置,可把边跨结构的描述分为6种,下面以左边跨为例,结构描述分类如表3-1、图3-7所示。同样,右边跨也有上述6种分类,再加上加劲梁与塔之间的不同约束、加劲梁与两岸桥台的不同约束,就会有多种结构形式的组合。

左边跨结构描述分类

表 3-1

描述控制参数	加劲梁	副鞍座	展索鞍座	展索套	主缆限位装置	桥 例
1	√	√	√			福斯(Forth)桥
2	√	√		√		
3	√		√			明石海峡大桥
4	√		√		√	汕头海湾大桥
5			√			江阴长江大桥
6				√		博斯普鲁斯 I 桥

注:表中打“√”表示有该项。

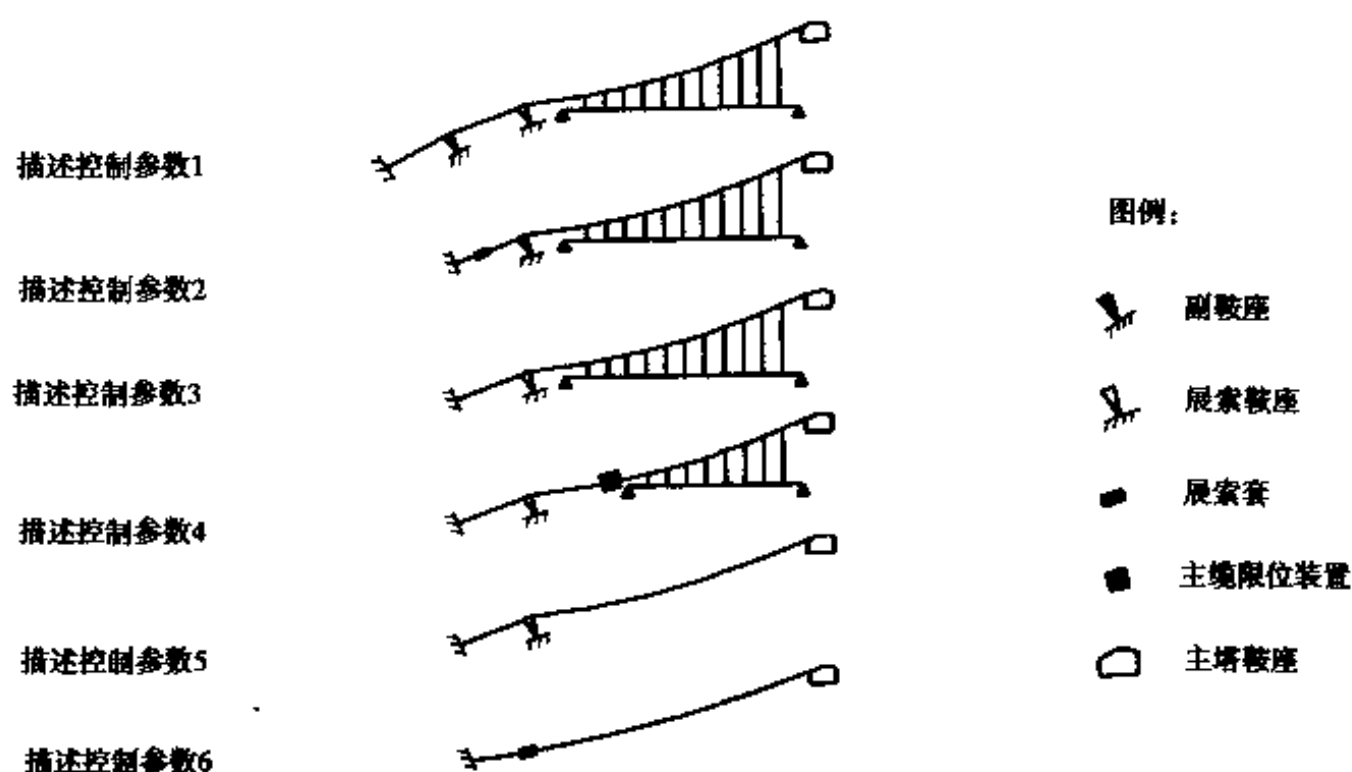


图 3-7 悬索桥左边跨结构描述分类

一般的悬索桥成桥状态结构,在同一跨范围之内,主缆、吊索、加劲梁的几何、材料特性都是不变的,吊索竖直且等间距布置,加劲梁施工段的划分有一定的规律,主缆的线形可通过迭代得到,利用这些规律,只要输入少量的结构描述数据,即可形成计算模型,如中跨吊索,输入第一根吊索的纵向坐标、吊索数、吊索间距、截面积、弹性模量、单位长度重量这6个数据即可。悬索桥空间结构在横向是对称的,有了平面结构计算模型,增输塔、主缆的空间布置数据,就可按一定的约定扩展到对应的空间结构计算模型。

下面对计算模型中要用到的单元及如何用单元对鞍座、加劲梁进行离散加以说明。

3.4.2 模型用到的单元及鞍座加劲梁离散

(1) 小应变弹性悬链线单元

对给定两端点位置的单一索单元,假定索是完全柔性的,材料符合胡克(Hook)定律,那么在自重作用下索单元的几何形状呈悬链线。采用柔性迭代法对超越的悬链线方程进行求解。对给定两端点位置、无应力长度、自重分布的索单元,可以快速求出索单元两端点处的索张力、切线斜率、索单元的有应力长度及索单元上每点的位置。用多个悬链线单元模拟主缆后,主缆的有无应力长度、鞍座与主缆相切点的位置等的精确计算,将变得较为容易。

(2) CR 列式法梁单元

悬索桥架设过程结构产生了较大位移,但是大部分是构件的刚体运动,

材料仍处在线弹性工作阶段。为了能更好地模拟鞍座的顶推、加劲梁段的吊拼,选用 CR 列式法梁单元来模拟鞍座、主塔及加劲梁段。与其它列式法不同之处 CR 列式法通过随转坐标系精确扣除了单元的刚体转动,几何刚度矩阵仅考虑轴向力对弯曲刚度的影响,计算就可得到精度很高的解答,而且不受荷载增量大小的限制,均可迅速收敛。

(3) 鞍座的离散

在悬索桥架设过程分析中,需要对鞍座顶推、主缆与鞍座相切点的位置改变等进行有限元模拟。下面以左展索鞍座、左副鞍座及左主塔鞍座为例来说明。

左展索鞍座、左副鞍座的有限元离散如图 3-8 所示,由 0-1、1-2、2-3、3-0 四个单元组成鞍体,0 点为鞍座圆心点,2 点为鞍座的施工监控点,1、3 为主缆在鞍座上的切点。左塔鞍座的有限元离散如图 3-9 所示,由杆单元 1~5 组成鞍体,节点 1、2 为主缆在鞍座上的切点,刚体梁单元⑥、⑦为塔顶。在吊拼加劲梁段时,鞍座与塔顶相互约束即节点 3 与 5、节点 4 与 6 相互约束。平移节点 1、2、3、4 的 x 坐标,修正节点 5、6 的 x 坐标来完成鞍座与塔顶相对位置调整的有限元模拟。

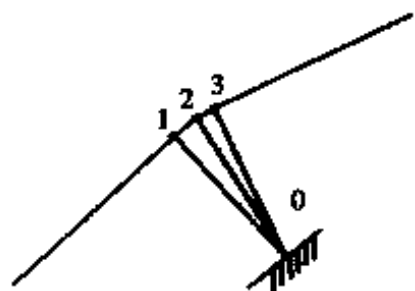


图 3-8 左展索鞍座和左副鞍座的有限元离散

0-鞍座圆心点;1、3-主缆在鞍座上的切点;2-鞍座上的监控点

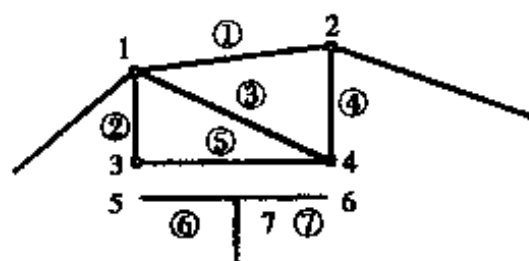


图 3-9 左主塔鞍座的有限元离散

①、②、③、④、⑤-鞍体;⑥、⑦-塔顶

(4) 加劲梁段离散

为了精确模拟施工过程中加劲梁段的拼装情况,即上翼缘先临时铰接,下翼缘张开,到全部拼装完毕,下翼缘全部闭合,然后加劲梁段与段之间刚接;加上考虑到实际施工中加劲梁段之间的铰接点与吊索的吊点并不重合,一段加劲梁中可能会布置几对吊索,对加劲梁段的有限元离散分为下面 4 种,如图 3-10 所示。在 a) 图中,节点 1、6 为加劲梁段的上翼缘节点,2、3、4、5、7 为加劲梁段横截面形心轴上的节点,节点 3、4、5 为吊点,1-2、6-7 为刚臂单元。在 b) 图中,节点 1、5 为加劲梁段的上翼缘节点,2、3、4、6 为加劲梁段

横截面形心轴上的节点,节点 3、4 为吊点,1-2、5-6 为刚臂单元。在 c)图中,节点 1、4 为加劲梁段的上翼缘节点,2、3、5 为加劲梁段横截面形心轴上的节点,节点 3 为吊点,1-2、4-5 为刚臂单元。在 d)图中,节点 1、3 为加劲梁段的上翼缘节点,节点 2、4 为加劲梁段横截面形心轴上的节点,1-2、3-4 为刚臂单元。

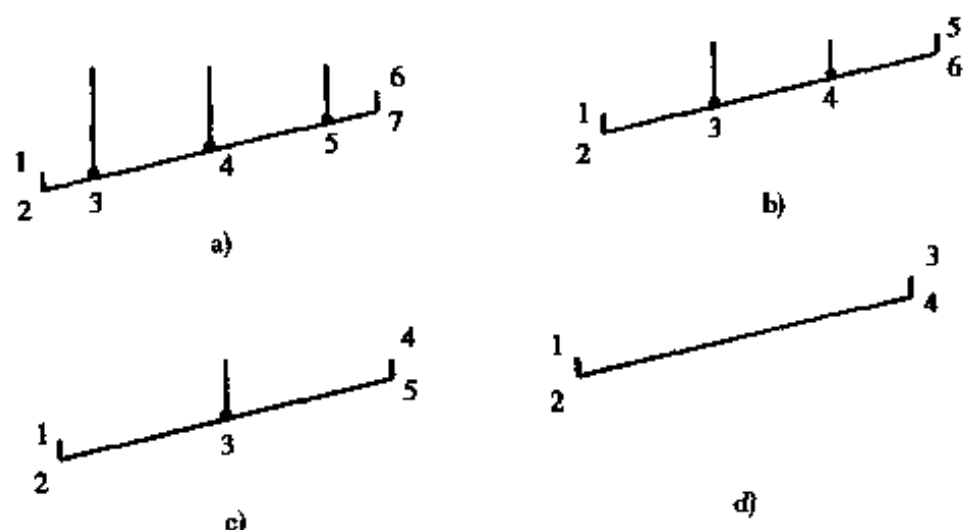


图 3-10 加劲梁段的有限元离散

上面所有的节点坐标都可以根据实际施工加劲梁段的划分、吊索布置、桥面线形、加劲梁横截面形心离上翼缘的距离等信息通过计算得到。

3.4.3 形成计算模型的方法

(1) 平面结构描述数据

需要输入的描述悬索桥平面结构的数据,可分为下面 12 部分:

1) 主塔及结构描述控制参数

①每个主塔分十个单元,主塔的节点、单元信息。

②悬索桥结构描述控制参数,控制后续输入。

2) 左边跨主缆、鞍座、索夹、吊索

①左锚碇位置坐标。

②左边跨主缆的几何、材料特性。

③左边跨副鞍座、展索鞍座的圆心及施工监控点的坐标。

④左边跨展索套、主缆限位装置的纵向坐标。

⑤左边跨第一个有吊索索夹的纵向坐标、索夹数、索夹间距。

⑥左边跨第一个无吊索索夹的纵向坐标、索夹数、索夹间距。

⑦吊索的几何、材料特性。

⑧左边跨主缆施工监控点的纵向坐标。

3) 中跨主缆、鞍座、索夹、吊索

①左、右主塔鞍座的圆心及施工监控点的坐标。

②中跨主缆的几何、材料特性。

③中跨第一个索夹的纵向坐标、索夹数、索夹间距。

④吊索的几何、材料特性。

⑤中跨主缆施工监控点的竖、纵向坐标。

4) 右边跨主缆、鞍座、索夹、吊索

同左边跨主缆、鞍座、索夹、吊索。

5) 左边跨加劲梁

①左边跨加劲梁的几何、材料特性。

②左边跨加劲梁的横截面形心离上翼缘的距离。

③左边跨加劲梁施工分段数,各分段处的纵向坐标(等间距的可自动生成)。

6) 中跨加劲梁

同左边跨加劲梁。

7) 右边跨加劲梁

同左边跨加劲梁。

8) 桥面线形

①桥面圆弧段数(直线可令半径取大值得到)。

②圆弧半径。

③圆弧起讫点的竖、纵向坐标。

9) 加劲梁支座

各跨加劲梁之间及各跨加劲梁与主塔、桥台的约束信息。

10) 桥面二期恒载

11) 索夹重量

从左到右次序输入(相同的可自动生成)。

12) 猫道重量

(2) 平面计算有限元离散数据

从结构描述数据可分别产生主塔、鞍座、主缆、加劲梁的节点及单元。主缆上各节点及主缆与鞍座相切点坐标的精确值,可由悬索桥恒载结构几何形状和内力的迭代算法(见 3.3)得到;然后按主塔→鞍座→主缆→加劲梁的次序组装单元号、节点号,之间的约束可用主从关系处理,连接主缆与加劲梁上的对应吊点就产生了吊索单元,最后对节点重新优化编号,根据软

件输入格式的需要形成有限元用的离散数据。以中跨主缆的节点、单元形成为例,由左、右主塔鞍座施工监控点的坐标,中跨主缆施工监控点的坐标,中跨主缆的几何、材料特性,就可先近似把主缆线形假设为悬链线,主缆与左右鞍座的相切点可通过斜率相等多次迭代得到,利用已知的索夹布置规律,初步形成中跨主缆的节点、单元,总节点数为索夹数+2,总单元数为索夹数+1,如图 3-11 所示,中跨主缆的精确几何形状要等到全部结构形成,由悬索桥恒载结构几何形状和内力的迭代算法得到。根据上面思路编制了悬索桥结构平面计算有限元模型生成程序 PREFEM。



图 3-11 中跨主缆的节点和单元

(3) 空间计算有限元离散数据

悬索桥在横向是对称结构,平面计算模型转化到空间计算模型,除了平面信息的传输,还需增输空间塔节点的节点、单元信息及两主缆的横向间距。有了这些数据,就可根据施工次序,先构造塔单元;再从平面计算模型中提取鞍座、主缆及吊索的信息,分别构造空间模型中的鞍座、主缆及吊索单元,单元的几何特性、恒载内力减半,节点坐标由平面改为空间,其它保持不变;提取加劲梁的平面信息,按鱼骨梁的模型转化成空间,加劲梁段的划分信息按空间模型进行修改,至此,形成悬索桥空间计算模型的几何形状部分工作已经完成。第二部分工作是形成塔单元的恒载内力及塔单元无应力长度,首先给塔单元的 E 值充大数,计算得到塔单元的内力及塔单元的有应力长度,根据塔单元的内力及有应力长度换算得到塔单元的无应力长度,以新的塔单元无应力长度代入,重新计算即可得到成桥状态下悬索桥空间结构的内力和几何形状。上面两次计算,结构应该不发生位移(1cm 之内),这也是检验平面计算模型转化为空间计算模型是否正确的一种方法。根据上面的思路,编制了悬索桥平面计算模型到空间计算模型的转化程序 CHANGE。

3.5 鞍座切点位置运动及主缆有无应力长度的计算方法

3.5.1 鞍座切点位置运动的计算

这里的切点指的是鞍座弧槽内在桥梁纵向的圆弧曲线上与主缆相切的

点,每个鞍座(除展索套外)均有左、右两个切点,如图 3-12 所示,图中带斜线的为鞍体。施工中随着加劲梁段的吊拼,主塔鞍座靠近中跨的切点在不断沿着鞍座圆弧曲线往下移动,而靠边跨侧的切点一般都是沿着鞍座圆弧曲线往上移动。

设鞍座圆弧的半径为 R (已包括了主缆的半径), t 时刻鞍座与主缆相切的点 P_1^0 的位置及最靠近鞍座的悬链线单元 $P_1^0-n_1^0$ 两端点 P_1^0 、 n_1^0 的位置,如图 3-13 所示。在 t 至 $t+\Delta t$ 时段中,结构发生位移,悬链线单元 $P_1^0-n_1^0$ 已移动到 $P_1^0-n_1^1$ (图中虚线位置), $P_1^0-n_1^1$ 与鞍座已不再相切。为了找到新的切点位置,可在鞍座圆弧上寻找一个新的点 P_1^1 ,使得鞍座圆弧上点 P_1^1 处的切线斜率与单元 $P_1^0-n_1^1$ 在端点 P_1^0 处的斜率相等,并且根据斜率的变化修改 $P_1^1-n_1^1$ 单元的无应力长度,继续上面过程,直至找到一个 P_1^m ,使鞍座圆弧上的点 P_1^m 处的切线斜率与单元 $P_1^m-n_1^{m+1}$ 在端点 P_1^m 处的斜率的差值小于规定的容许值(如 10^{-4})为止, P_1^m 即为新的切点。计算表明^[33],一般为 $m=2$ 时,即已找到了新的切点位置。初次试算时,假设切点位于鞍座圆弧最高点,因为这个点的位置在成桥状态时设计是已知的,所以就不需要把无法精确指定的理论交点(如图 3-12)作为计算的已知条件给出。

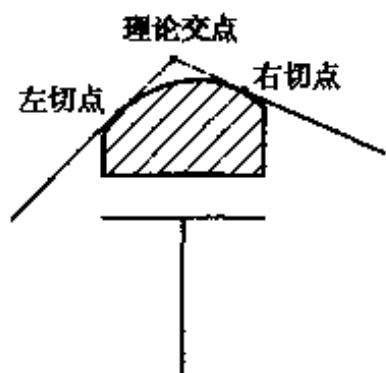


图 3-12 主塔鞍座上切点位置

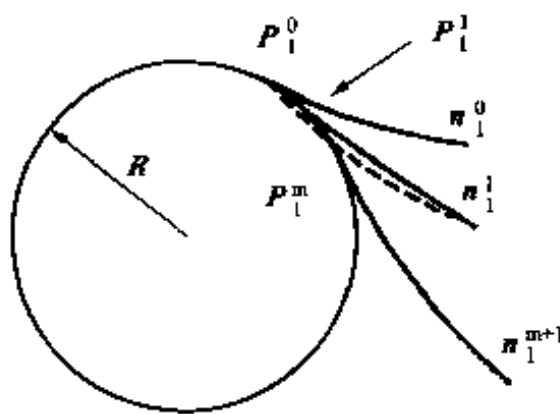


图 3-13 切点运动的计算示意图

3.5.2 主缆有无应力长度的计算

在这里,主缆有无应力长度的计算指的是主缆中心索的有无应力长度的计算。前面已提到,在调用程序 GNFEA 中的小应变弹性悬链线单元计算时,需要输入单元的无应力长度,计算结束时程序能输出单元的有应力长度。有了主缆在各鞍座上的切点位置、鞍座左右主缆的索力,就可以得到鞍座圆弧上主缆中心索的有、无应力长度,再累加各跨中各个小应变弹性悬链线单元的有、无应力长度即可得到整个主缆中心索的有、无应力长度。

3.6 程序算法及流程

根据 3.3 中的方法,编制了一、二期恒载作用下悬索桥结构几何形状和内力迭代计算的程序 D12。框图 3-14 简单地说明了下面的计算过程:

(1)假设用目标态二的结构几何形状参数即主缆跨中垂度、鞍座位置及吊索位置为目标态一的初次计算用参数;目标态一时,加劲梁段之间仍未刚接。

(2)假设用目标态一时与结构有关的几何参数作为初始态一的计算参数。

(3)以目标态一时的吊索、加劲梁几何形状参数,采用“部分结构法”,切除吊索、加劲梁,在主缆和塔的相应位置上代以集中力。

(4)由初始态一可得到索塔结构的几何形状、内力精确值,并得到主缆在鞍座上的切点位置和主缆中心索的有、无应力长度。

(5)调用程序 GNFEA,求得荷载态一时的几何形状,此时保证了一期恒载全由主缆承担。

(6)荷载态一时主缆跨中垂度、鞍座位置及索夹位置与目标态一比较,如果误差大于 $ctolen$ (根据精度要求假设,这里取 $ctolen = 0.01m$),修正初始态一的几何参数,得到鞍座、索夹预偏值、主缆架设完毕时主缆跨中垂度的预短值,并从(4)步骤再次运行。如果误差小于 $ctolen$,重复(2),(3),(4),(5)一次,此时以荷载态一的几何形状参数作为目标态一的几何形状参数,运行(7)步骤。

(7)假设取用目标态一的几何形状和内力作为初始态二的几何形状和内力,此时加劲梁段之间已为刚接。

(8)在桥面上作用二期恒载,调用程序 GNFEA 得到荷载态二的几何形状和内力。

(9)取用成桥状态时结构的几何形状控制参数为目标态二的几何形状控制参数。

(10)荷载态二的几何形状与目标态二的比较,假设误差大于 $ctolen$,则修正初始态二的有关几何参数,即修正目标态一的有关几何参数,运行(2)步骤;假设误差小于 $ctolen$,运行(11)步骤。

(11)输出:

1)输出空缆状态、一期恒载作用状态、成桥状态结构几何形状和内力的

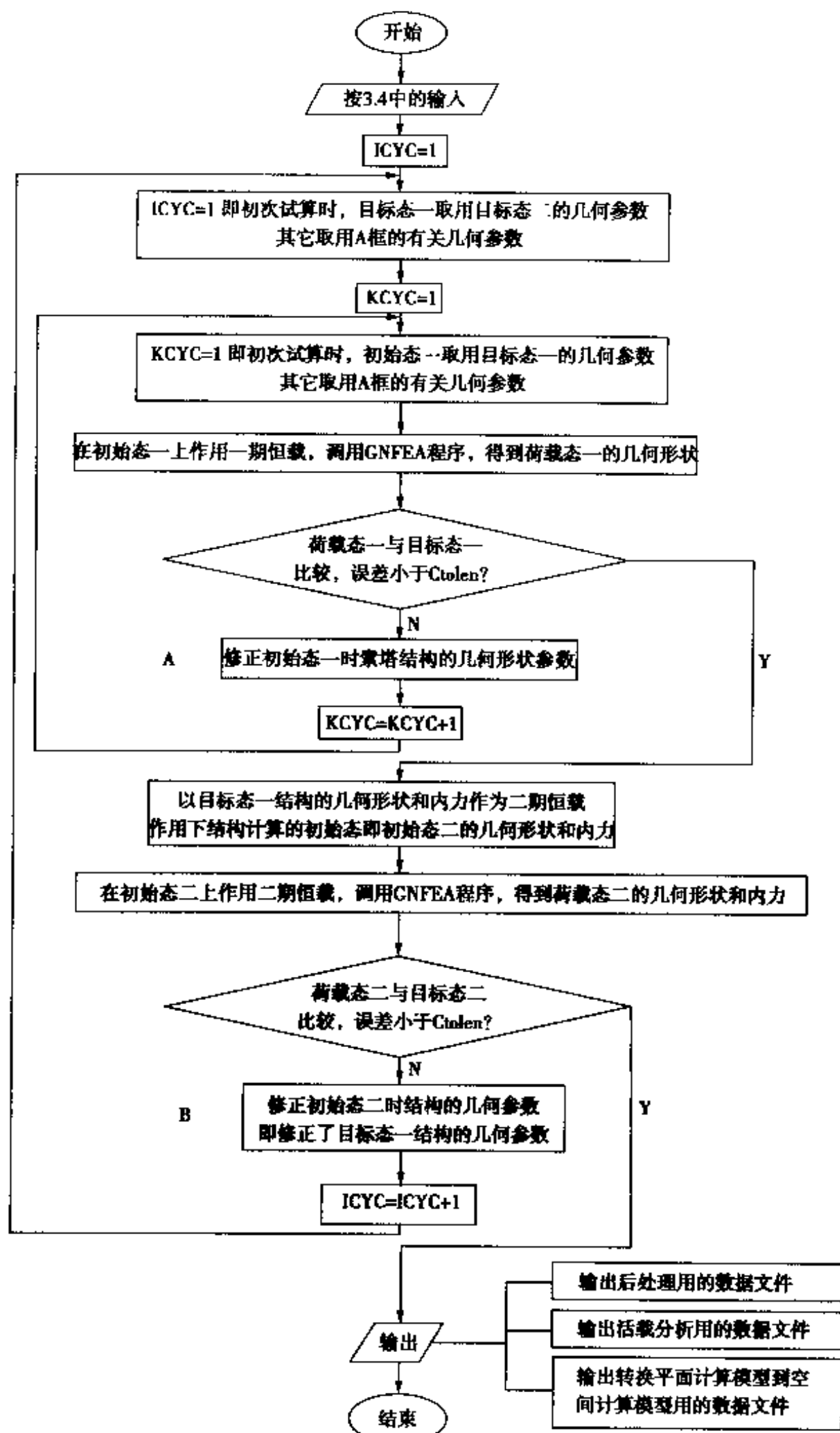


图 3-14 悬索桥恒载结构几何形状和内力迭代计算程序流程图

数据,供后处理程序 POSTPREF 用;

2)输出成桥状态时与结构有关的数据,供车辆荷载、温度荷载作用下的结构分析用;

3)输出成桥状态时与结构有关的数据,供平面计算模型转化到空间计算模型的程序 CHANGE 用。

另外对后处理程序 POSTPREF 的功能作一说明:

后处理程序 POSTPREF 在读入 D12 的输出数据文件后,能分别输出空缆状态、一期恒载作用状态、成桥状态时的下列数据:

- (1)各鞍座预偏量;
- (2)结构各构件有无应力长度;
- (3)结构坐标及 AUTOCAD 用的图形输出文件 * .DXF;
- (4)结构内力及 GRAFTOOL 用的图形输出文件 * .DAT。

3.7 算 例

3.7.1 江阴长江大桥的算例及比较

(1)算例

以主跨为 1385 m 的江阴长江大桥为例,其结构的主要数据^[35]如表 3-2 所示,表中主缆及吊索是两索面合并后的值。设计要求的成桥状态结构几何形状控制数据(桥面线形、吊索间距、塔顶坐标、主缆跨中点坐标等)这里不一一列出。考虑鞍座半径、鞍座与主缆相切点的运动及加劲梁的二期恒载由主缆和加劲梁共同承担的影响因素,对恒载作用下的结构几何形状和内力进行了计算,模型中取加劲梁跨中点为坐标原点。结构计算模型及恒载作用下的内力如图 3-15 和图 3-16 所示。主要构件内力最值、鞍座预偏量、主缆线形施工监控点坐标及主缆的有无应力长度分别如表 3-3 ~ 表 3-6 所示。

结 构 数 据

表 3-2

	$E(10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^2)$	$A(\text{m}^2)$	$I(\text{m}^4)$	$W(10^4\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$
主缆	2.0	0.965	0	7.575
吊索	1.4	0.016	0	0.124
加劲梁	2.1	1.045	1.724	13.929 ^① , 4.115 ^②

注:①为加劲梁的重量。

②为桥面铺装重量。

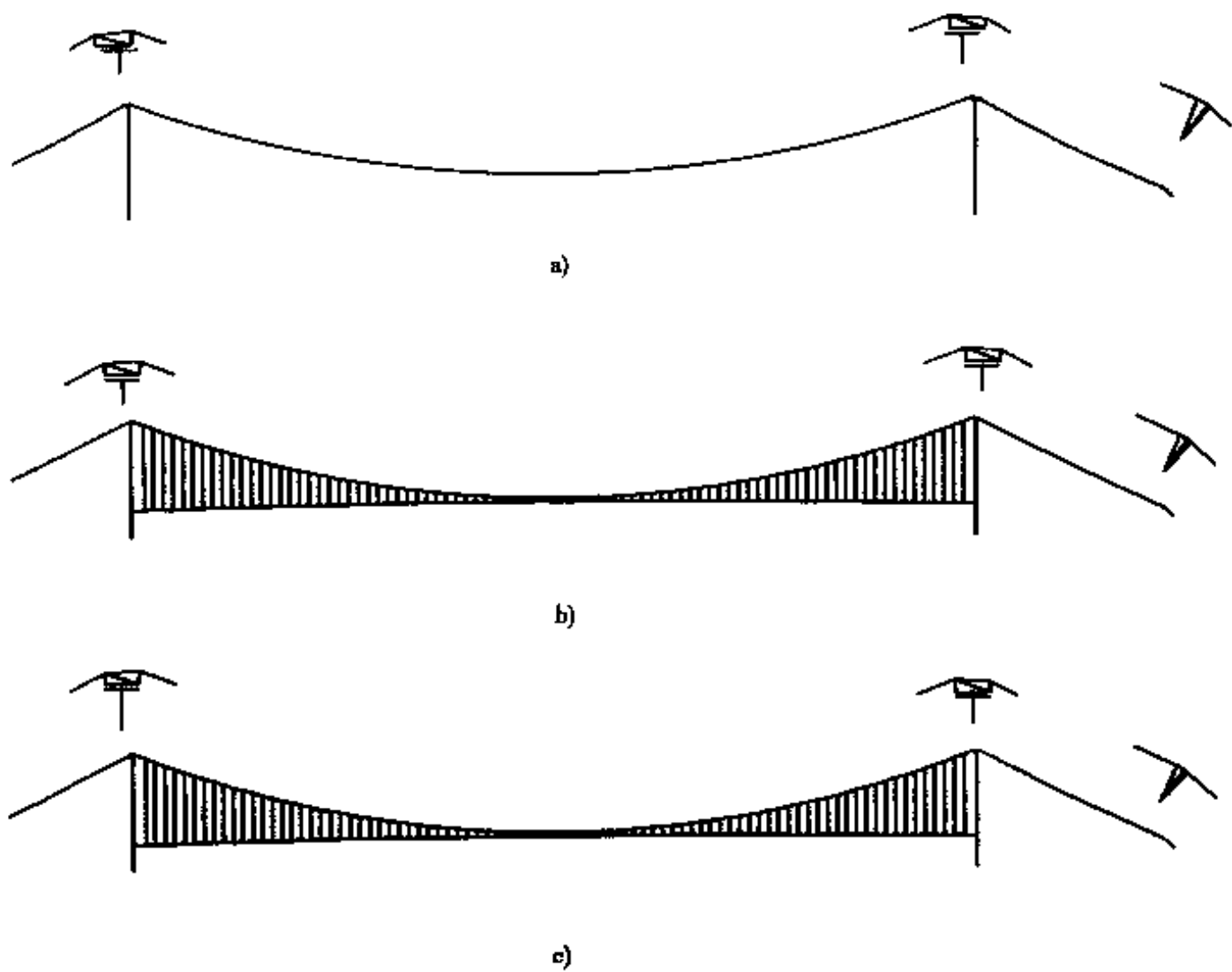


图 3-15 结构计算模型及鞍座离散的放大图

a)空缆状态结构计算模型及主塔鞍座、散索鞍座放大;b)一期恒载状态结构计算模型及主塔鞍座、散索鞍座放大;c)二期恒载状态结构计算模型及主塔鞍座、散索鞍座放大

主要构件的内力最大值 表 3-3

计算状态	主缆索力 (10^8N)	主缆索力的水平分力 (10^8N)	吊索拉力 (10^6N)	加劲梁弯矩 ($10^6\text{N}\cdot\text{m}$)
空缆状态	1.742	1.51		
一期恒载作用	4.584	4.07	2.250	+4.537
二期恒载作用	5.348	4.76	2.926	-10.380

注：“+”为加劲梁上侧受拉；“-”为加劲梁下侧受拉。

鞍座预偏量 表 3-4

计算状态	左展索鞍 (rad)	左主塔鞍座 (m)	右主塔鞍座 (m)	右展索鞍 (rad)
空缆状态	-0.00918	-1.148	+1.007	+0.00927
一期恒载作用	-0.00192	-0.178	+0.162	+0.00194
二期恒载作用	0	0	0	0

注：“+”为向右预偏；“-”为向左预偏。

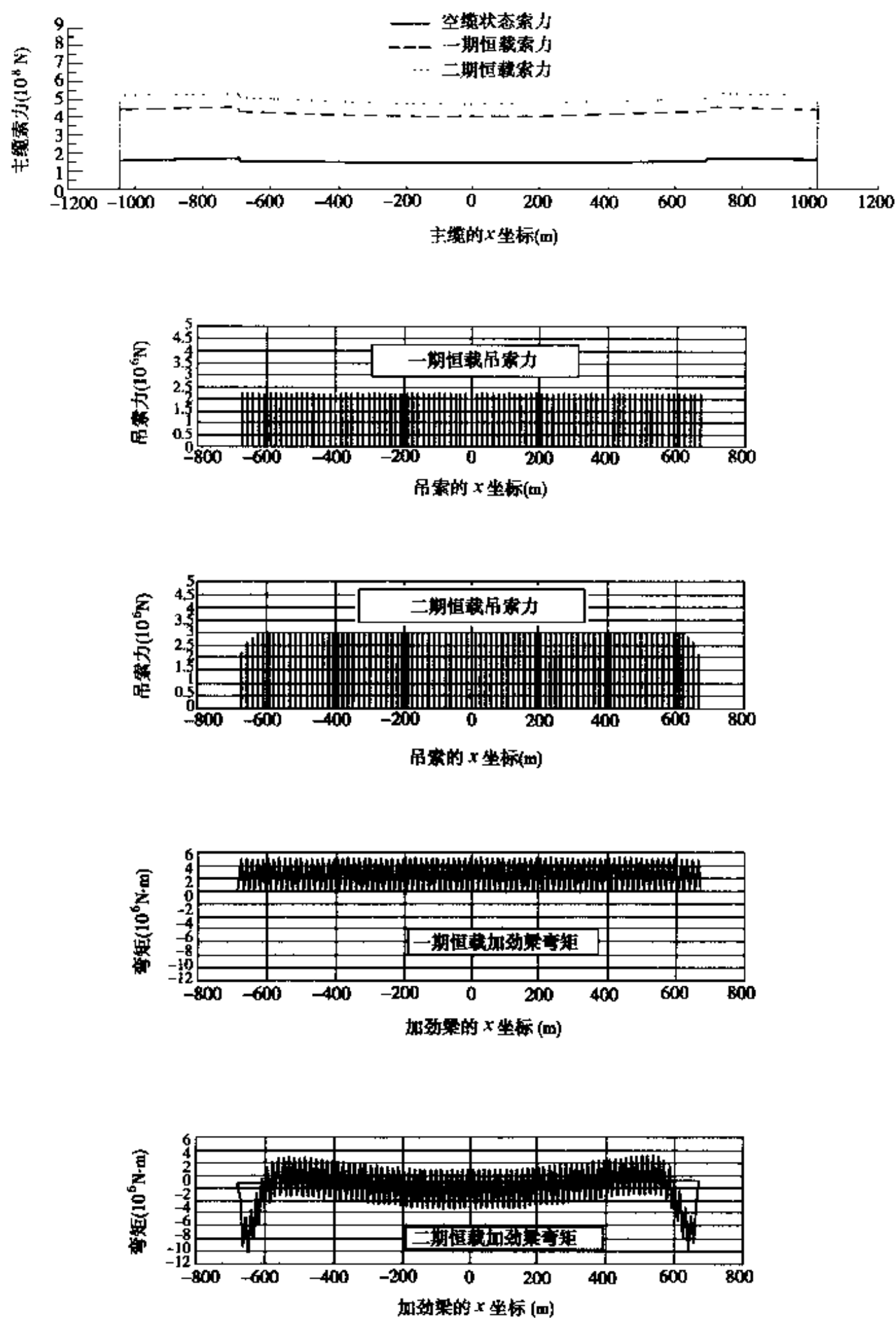


图 3-16 恒载作用下结构的内力图

主缆线形监控点坐标(m) 表 3-5

计算状态	左边跨监控点		中跨监控点		右边跨监控点	
	x	y	x	y	x	y
空缆状态	-859.225	46.468	-0.066	12.129	845.896	53.699
一期恒载作用	-860.688	50.548	-0.008	4.310	847.124	57.142
二期恒载作用	-860.750	50.870	0.0	2.495	847.170	57.414

主缆有无应力长度(m) 表 3-6

计算状态	无应力长度	有应力长度	累计伸长量
空缆状态	2173.434	2175.188	1.754
一期恒载作用		2178.161	4.752
二期恒载作用		2178.960	5.558

(2)与膜理论法的比较

恒载作用下主缆的线形比较点的位置如图 3-17 所示。线形比较如表 3-7 所示,膜理论法使离主塔 1/4 跨附近的主缆各点标高偏大,相应的吊索长度也偏大,最值多达 40 cm。按照日本本四公司的标准^[10](我国尚未有相应的标准),对 60~120m 长的吊索,制造允许的长度误差仅为 5.0mm。相对这样高的制造要求,设计时提高恒载结构几何形状和内力的计算精度就显得十分必要了。

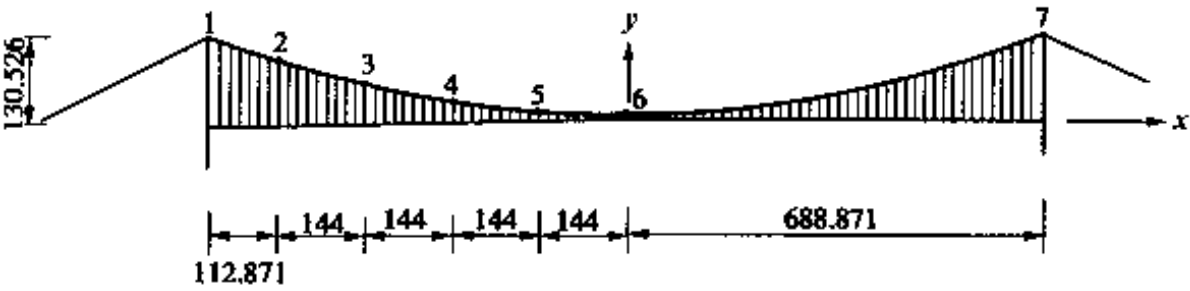


图 3-17 比较点位置(尺寸单位:m)

成桥状态中跨主缆线形比较(m) 表 3-7

计算方法	比较点的 y 值			
	2	3	4	5
(1)	93.745	53.829	25.311	8.201
(2)	93.431	53.441	25.069	8.125
(1) - (2)	0.323	0.388	0.242	0.076

注:(1)为膜理论法。
(2)为本文方法。

恒载作用下的吊索内力及车辆活载引起的吊索内力包络值如图 3-18 所示,除靠近塔柱附近的 3 根吊索内力较小外,其余吊索内力都比较均匀。恒载作用下的加劲梁弯矩及车辆活载引起的加劲梁弯矩如图 3-19 所示,恒载引起的加劲梁弯矩占车辆活载引起的 15% 以上,设计时不可忽略。随着悬索桥跨度的增加,用膜理论法确定恒载结构的几何形状及内力,误差将变得更大。作为用于初步设计的简化计算,膜理论法仍有其重要的价值。

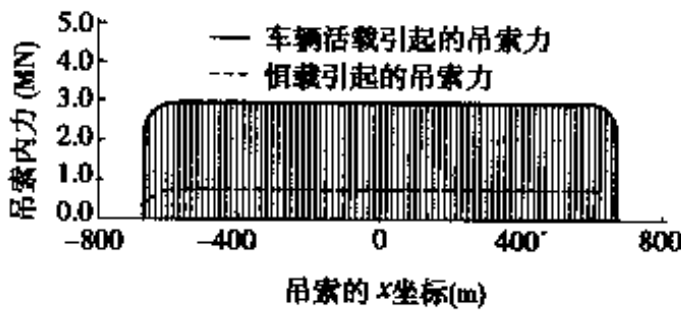


图 3-18 吊索恒载内力及活载内力包络值

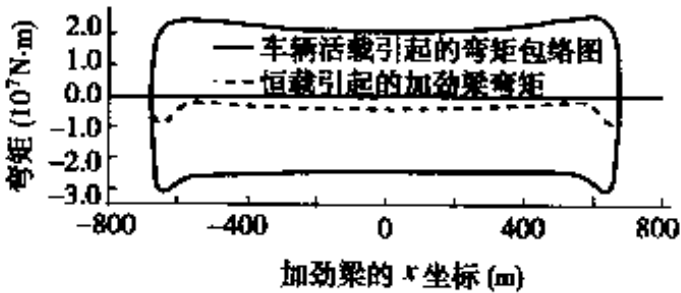


图 3-19 加劲梁恒载弯矩及活载弯矩包络值

(3)鞍座对计算结果的影响分析

鞍座对计算结果的影响如表 3-8 所示,未计入鞍座影响,引起主塔鞍座预偏量结果偏大 2~3cm,引起主缆各跨跨中垂度误差,最值可达 23cm。

鞍座对计算结果影响的比较 表 3-8

鞍座影响	空缆状态鞍座预偏量(m)		空缆状态主缆跨中垂度(m)		
	左主塔鞍座	右主塔鞍座	左边跨	中跨	右边跨
未计	- 1.173	+ 1.028	8.221	122.182	6.944
计入	- 1.148	+ 1.004	7.990	122.271	6.750

注：“+”表示向右预偏；“-”表示向左预偏。

3.7.2 虎门大桥的算例

以主跨为 888m 的虎门大桥为例,结构的主要数据^[36]如表 3-9 所示,表中主缆及吊索是两索面合并后的值。设计要求的成桥状态结构几何形状控制数据(桥面线形、吊索间距、塔顶坐标、主缆跨中点坐标等)这里不一一列出。考虑鞍座半径、鞍座与主缆相切点的运动及加劲梁的二期恒载由主缆和加劲梁共同承担的影响因素,按实际施工中加劲梁段的划分,对恒载下结构的几何形状和内力进行了计算。模型中取左塔塔根为坐标原点。结构计算模型及恒载作用下的内力如图 3-20 和图 3-21 所示。主要构件内力最值、鞍座预偏量、主缆线形施工监控点坐标及主缆的有无应力长度分别如表

3-10 ~ 表 3-13 所示。

结 构 数 据 表 3-9

	$E(10^{11} \text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$A(\text{m}^2)$	$I(\text{m}^4)$	$W(10^4 \text{N} \cdot \text{m}^{-1})$
主缆	2.0	0.593	0	5.428
吊索	1.6	0.047	0	0.371
加劲梁	2.0	1.260	2.020	$12.160^{①}, 5.820^{②}$

注：①为加劲梁的重量。
②为桥面铺装的重量。

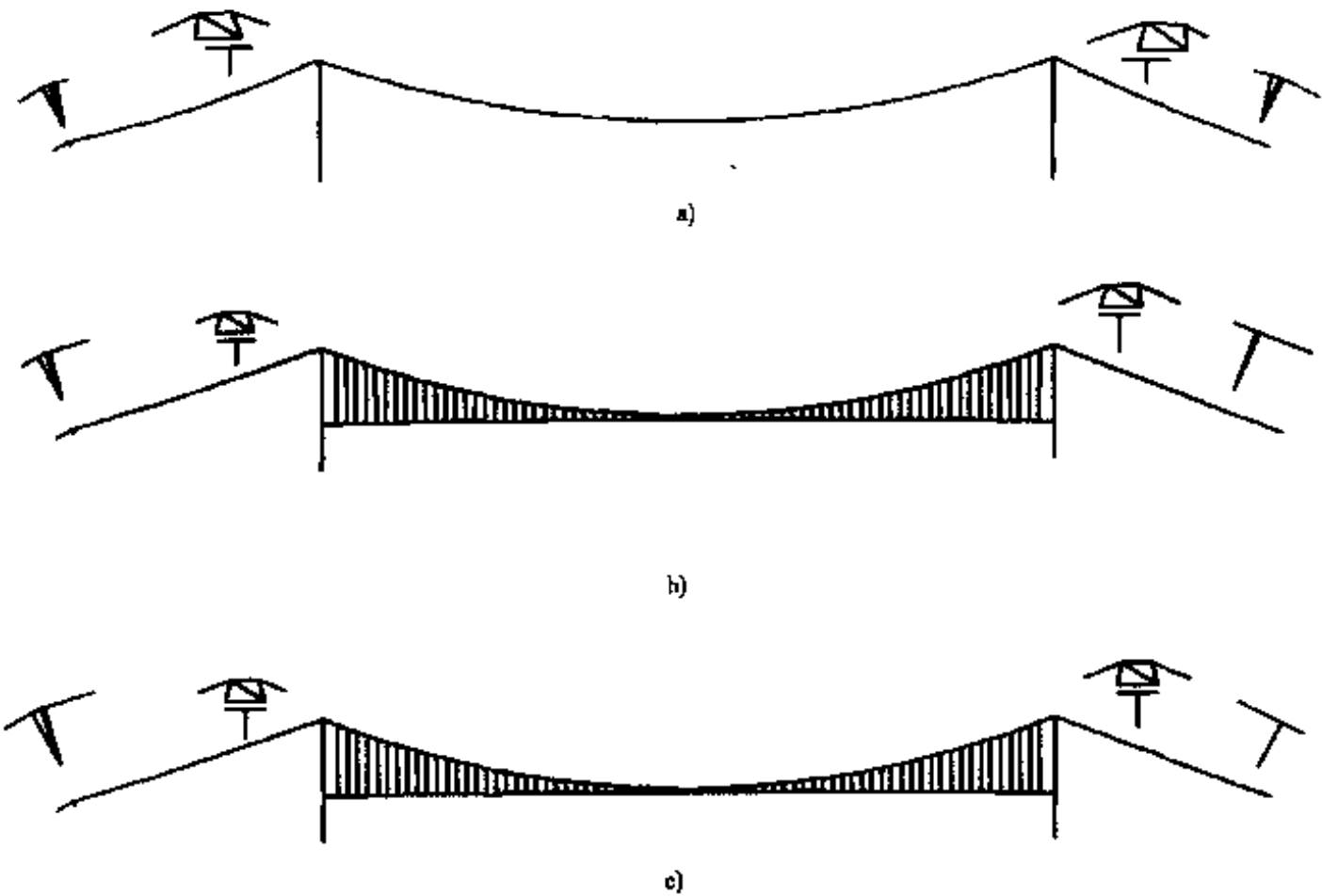


图 3-20 结构计算模型及鞍座离散的放大图

a)空缆状态结构计算模型及主塔鞍座、散索鞍座放大;b)一期恒载状态结构计算模型及主塔鞍座、散索鞍座放大;c)二期恒载状态结构计算模型及主塔鞍座、散索鞍座放大

主要构件的内力最值 表 3-10

计算状态	主缆索力 (10^8N)	主缆索力的水平分力 (10^8N)	吊索拉力 (10^8N)	加劲梁弯矩 ($10^6 \text{N} \cdot \text{m}$)
空缆状态	0.798	0.724		
一期恒载作用	2.357	2.180	2.005	+1.911
二期恒载作用	3.015	2.800	2.716	-11.660

注：“+”为加劲梁上侧受拉；“-”为加劲梁下侧受拉。

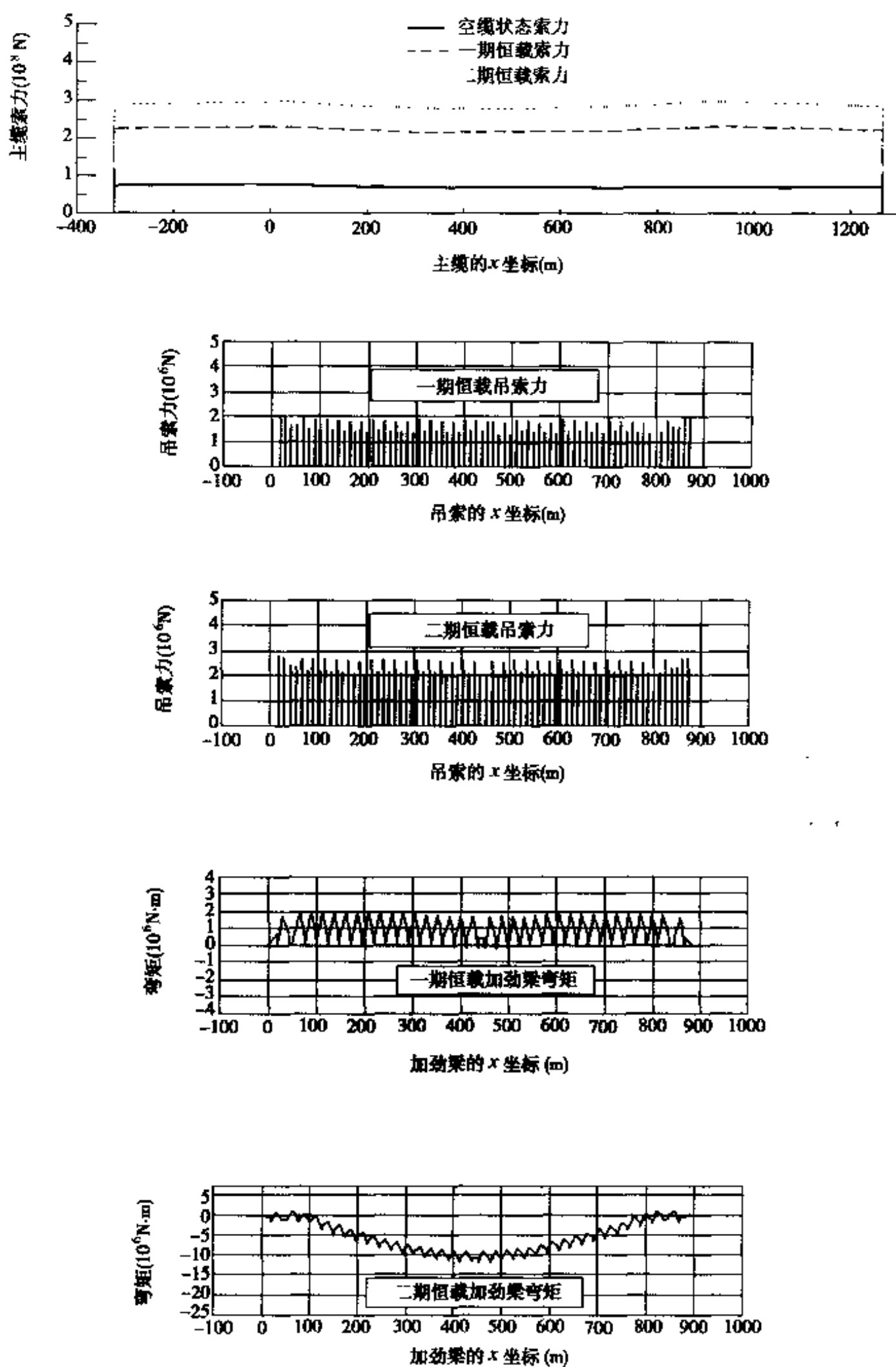


图 3-21 恒载作用下结构的内力图

鞍座预偏量 表 3-11

计算状态	左展索鞍 (rad)	左主塔鞍座 (m)	右主塔鞍座 (m)	右展索鞍 (rad)
空缆状态	-0.0066	-1.229	+1.684	+0.0098
一期恒载作用	-0.0019	-0.220	+0.277	+0.0029
二期恒载作用	0	0	0	0

注：“+”表示向右预偏；“-”表示向左预偏。

主缆线形监控点坐标(m) 表 3-12

计算状态	左边跨监控点		中跨监控点		右边跨监控点	
	x	y	x	y	x	y
空缆状态	-138.788	101.299	444.227	78.969	998.638	104.420
一期恒载作用	-139.936	106.487	444.029	71.580	999.947	110.371
二期恒载作用	-140.000	107.070	444.000	69.479	1000.000	111.038

主缆有无应力长度(m) 表 3-13

计算状态	无应力长度	有应力长度	累计伸长量
空缆状态	1646.523	1647.564	1.041
一期恒载作用		1649.659	3.147
二期恒载作用		1650.550	4.042

由图 3-20、图 3-21 和表 3-9 ~ 表 3-13 可以看出,由于施工加劲梁段划分的不同,在一期恒载作用下或在二期恒载作用下,吊索力大小分布不均匀,而且加劲梁的弯矩分布图形状与江阴长江大桥的也不一样,即悬索桥在恒载下结构的内力与施工方法有关。同样地,当恒载产生的加劲梁的弯矩已占车辆荷载产生的 15% 强时,则恒载产生的加劲梁的弯矩不容忽略。

3.7.3 汕头海湾大桥的算例

以主跨为 452m 的汕头海湾大桥为例,结构的主要数据^[37]如表 3-14 所示,表中主缆及吊索是两索面合并后的值。设计要求的成桥状态结构几何形状控制数据(桥面线形、吊索间距、塔顶坐标、主缆跨中点坐标等)这里不

一一列出。考虑鞍座半径、鞍座与主缆相切点的运动及加劲梁的二期恒载由主缆和加劲梁共同承担的影响因素,对恒载下结构的几何形状和内力进行了计算。结构计算模型及恒载作用下的内力如图 3-22 和图 3-23 所示。主要构件内力最值、鞍座预偏量、主缆线形施工监控点坐标及主缆的有无应力长度分别如表 3-15 ~ 表 3-18 所示。

结构数据

表 3-14

	$E(10^{11} \text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$A(\text{m}^2)$	$I(\text{m}^4)$	$W(10^4 \text{N} \cdot \text{m}^{-1})$
主缆	2.0	0.389	0	3.900
吊索	1.9	0.007	0	0.051
加劲梁	0.35	8.652	5.582	$18.281^{①}, 3.569^{②}$

注:①为加劲梁的重量。

②为桥面铺装的重量。

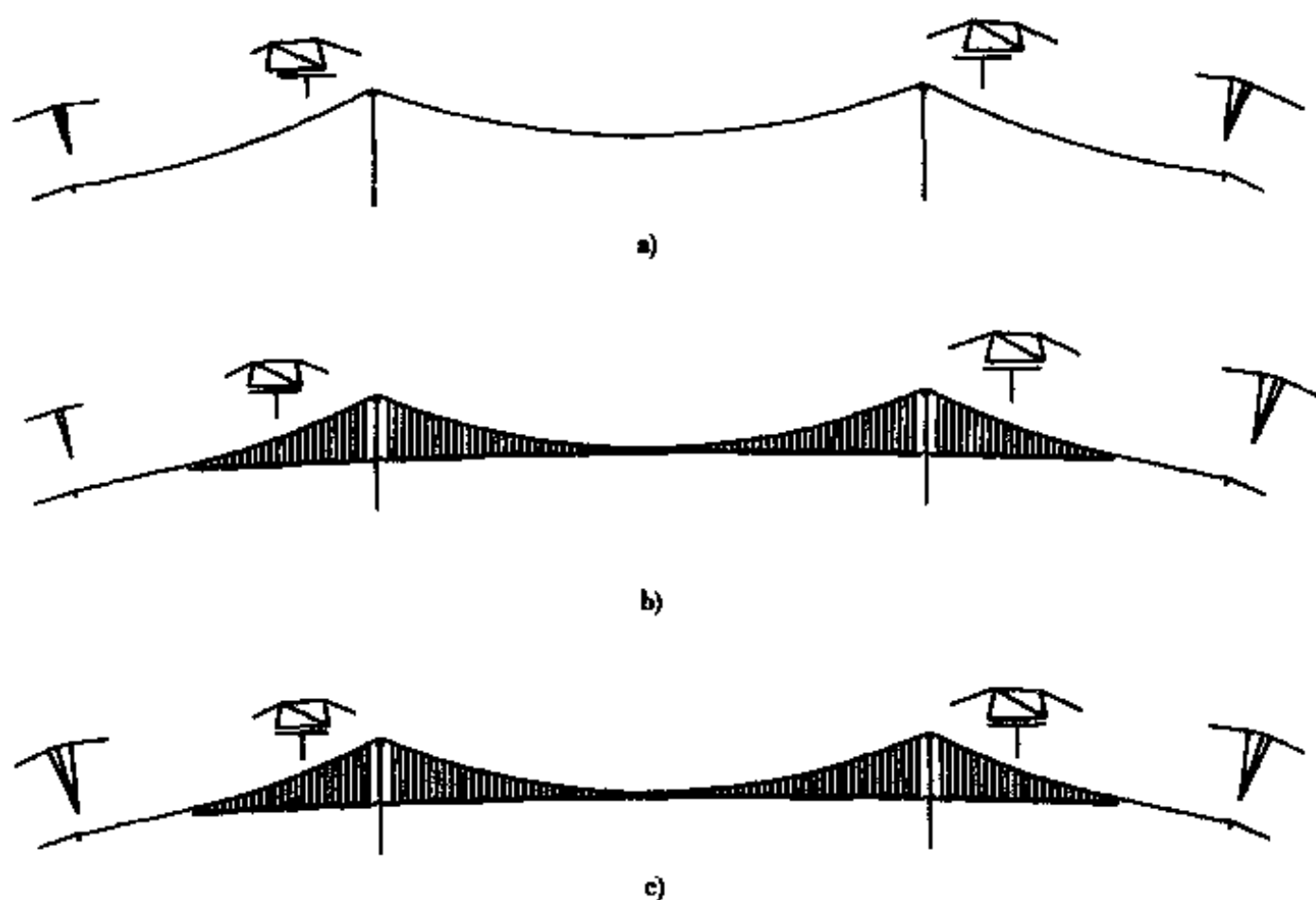


图 3-22 结构计算模型及鞍座离散的放大图

a)空缆状态结构计算模型及主塔鞍座、散索鞍座放大;b)一期恒载状态结构计算模型及主塔鞍座、散索鞍座放大;c)二期恒载状态结构计算模型及主塔鞍座、散索鞍座放大

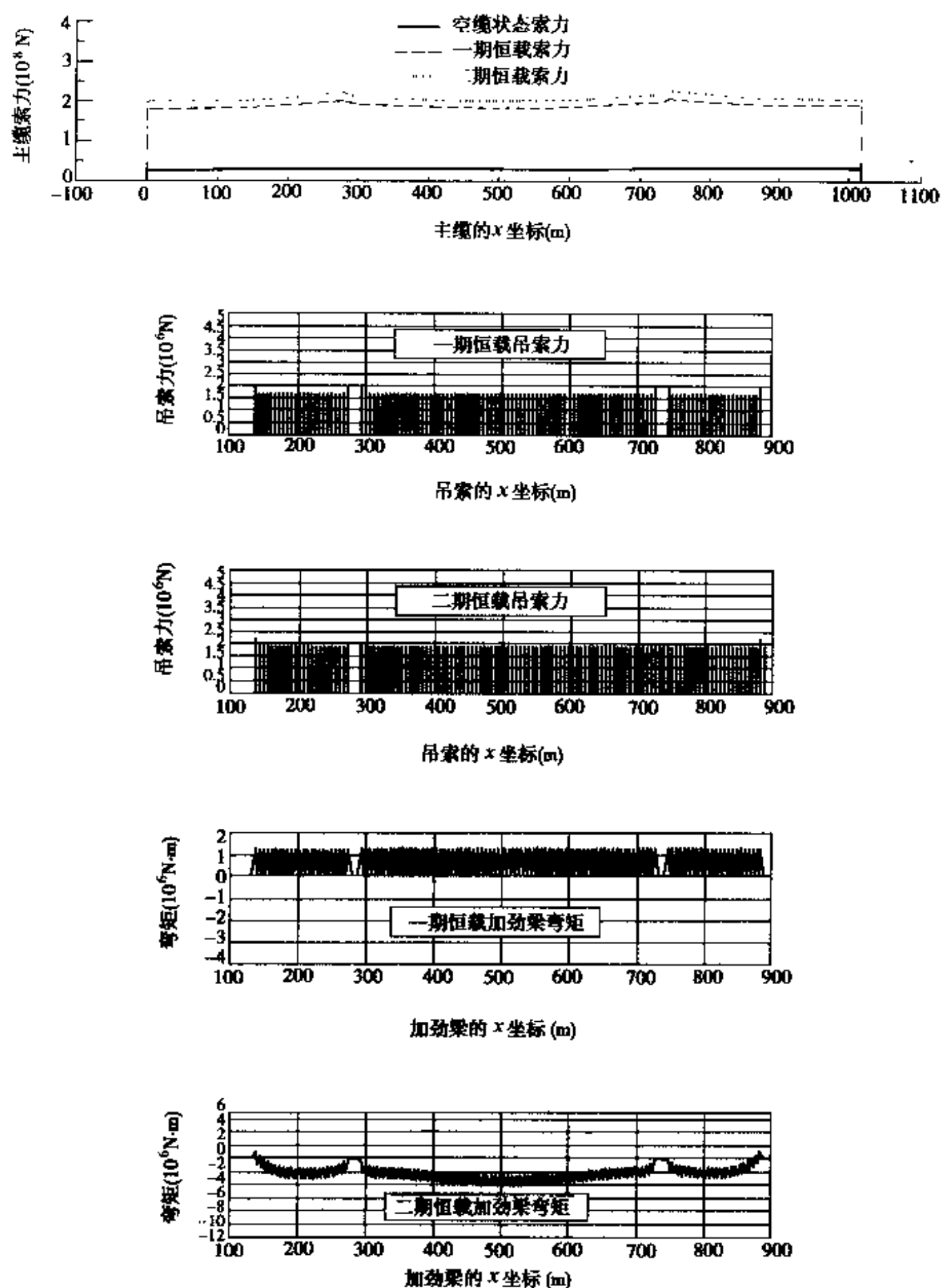


图 3-23 恒载作用下结构的内力图

主要构件的内力最值 表 3-15

计算状态	主缆索力 (10 ⁸ N)	主缆索力水平分力 (10 ⁸ N)	吊索拉力 (10 ⁶ N)	加劲梁弯矩 (10 ⁶ N·m)
空缆状态	0.287	0.256		
一期恒载作用	1.995	1.790	1.916	+1.271
二期恒载作用	2.190	1.970	2.153	-4.128

注：“+”为加劲梁上侧受拉；“-”为加劲梁下侧受拉。

鞍座预偏量 表 3-16

计算状态	左展索鞍 (rad)	左主塔鞍座 (m)	右主塔鞍座 (m)	右展索鞍 (rad)
空缆状态	-0.0158	-1.140	+1.128	+0.0127
一期恒载作用	-0.0015	-0.066	+0.066	+0.0012
二期恒载作用	0	0	0	0

注：“+”表示向右预偏；“-”表示向左预偏。

主缆线形监控点坐标(m) 表 3-17

计算状态	左边跨监控点		中跨监控点		右边跨监控点	
	x	y	x	y	x	y
空缆状态	199.433	62.845	509.994	59.388	820.564	62.863
一期恒载作用	199.942	63.719	510.000	53.055	820.057	63.715
二期恒载作用	200.000	63.864	510.000	52.600	820.000	63.680

主缆有无应力长度(m) 表 3-18

计算状态	无应力长度	有应力长度	累计伸长量
空缆状态	1053.397	1053.755	1.041
一期恒载作用		1055.890	2.518
二期恒载作用		1056.134	2.764

3.7.4 平面计算模型自动转化空间模型的算例

下面给出由程序 CHANGE 计算得到的江阴长江大桥、虎门大桥、汕头海湾大桥的空间计算模型。三桥的计算模型分别如图 3-24、图 3-25 和图 3-26 所示。

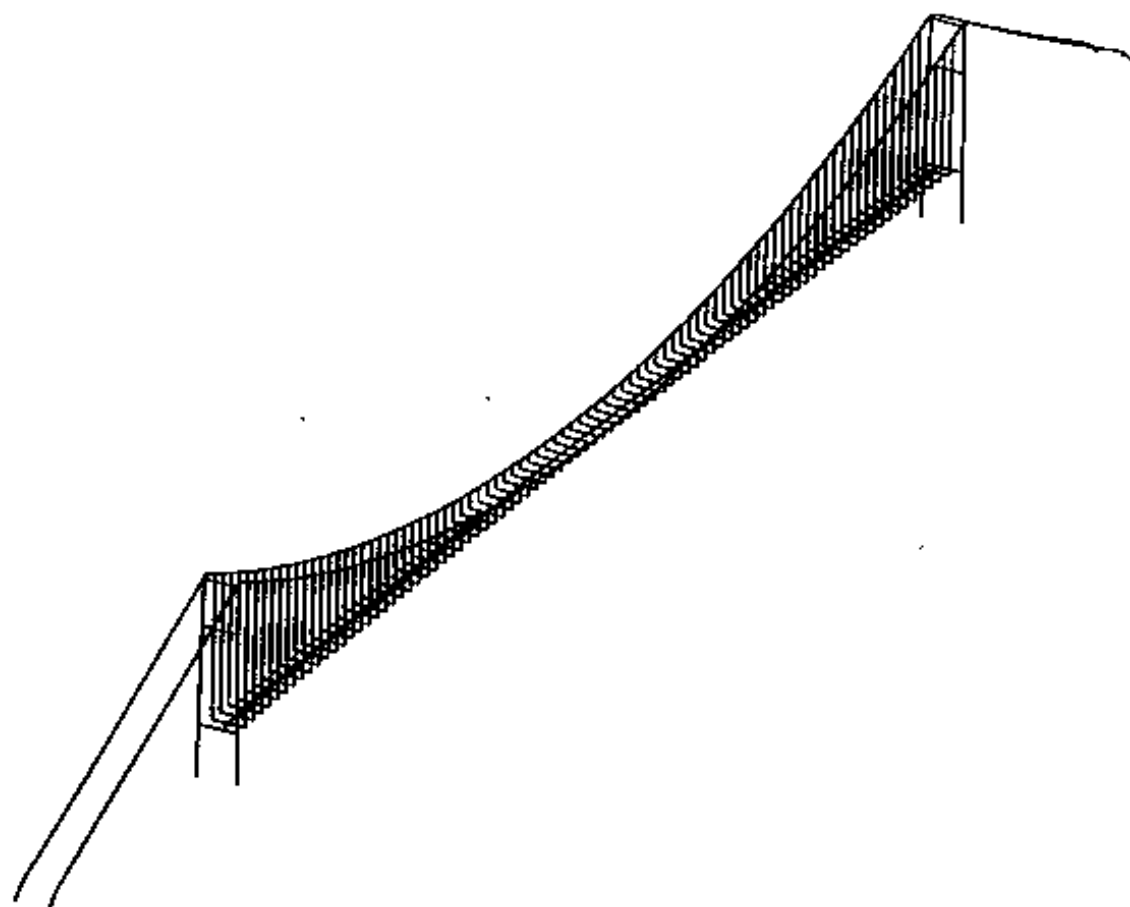


图 3-24 江阴长江大桥的空间结构计算模型

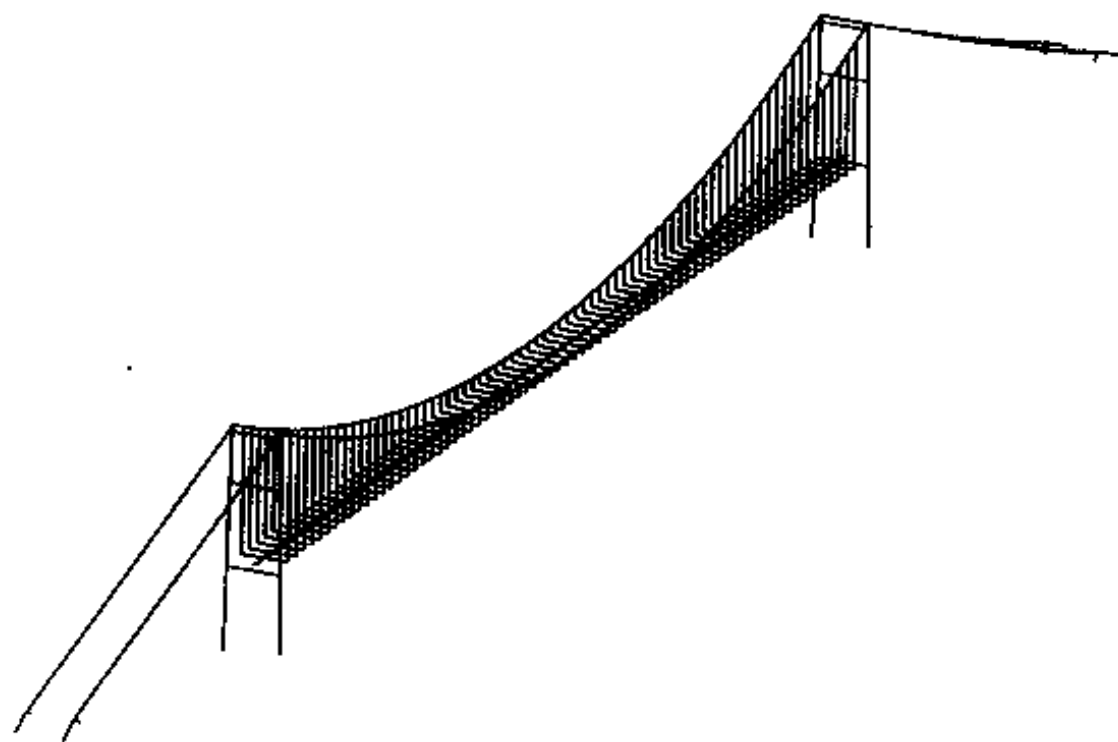


图 3-25 虎门大桥的空间结构计算模型

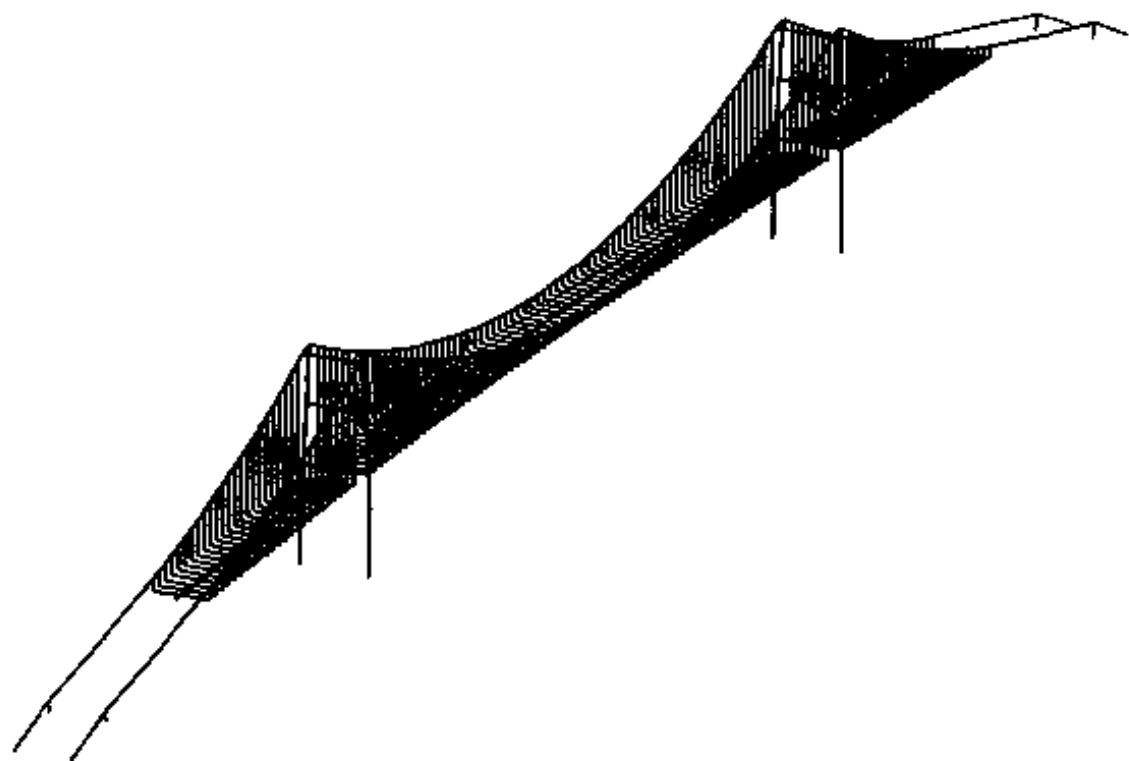


图 3-26 汕头海湾大桥的空间结构计算模型

3.8 小 结

本章提出了基于非线性有限元的悬索桥恒载下结构几何形状和内力的迭代计算方法,并编制了程序 D12。为了快速、简洁地输入悬索桥的结构数据,对悬索桥结构的描述进行了分类,并结合程序 D12 的输入,编制了输入前处理程序 PREFEM。通过对三座大跨度悬索桥恒载下结构几何形状和内力的计算分析,可得出如下结论:

(1)没有考虑鞍座半径的影响,鞍座预偏量计算结果偏大,得到的主缆无应力长度在应用到实桥设计之前需要进行修正;

(2)没有考虑加劲梁的二期恒载是由主缆和加劲梁共同承担的因素,计算得到的成桥状态时主缆的线形将有一定的误差;

(3)恒载产生的加劲梁的弯矩,视二期恒载与总恒载的比例而定,其大小有时不可忽略;

(4)吊索力并不一定均匀分布,这与施工过程、施工加劲梁段的实际划分有关。

第四章 悬索桥结构在外荷载作用下的分析

作用在悬索桥结构上的外荷载,由车辆荷载、温度荷载、风荷载及地震荷载等组成。在这些荷载作用下的悬索桥结构分析,不仅对悬索桥的设计计算,而且对检查悬索桥在施工阶段、成桥运营阶段的安全性都是十分必要的。下面以前一章计算得到的成桥状态下悬索桥结构的几何形状和内力为初始态,对车辆荷载、温度荷载、横向平均风荷载等静荷载作用下的结构进行分析,分别编制了相应的计算程序。

位移、内力正负号规定如下:

- (1)主塔的水平位移:向右为正,反之为负;
- (2)主塔的弯矩:塔的右侧受拉为正,反之为负;
- (3)加劲梁的竖向位移:向上为正,反之为负;
- (4)加劲梁的弯矩:梁的上侧受拉为正,反之为负;
- (5)吊索力:受拉为正,反之为负;
- (6)支座的水平位移:向右为正,反之为负;
- (7)支座的转角:逆时针方向为正,反之为负。

4.1 在车辆荷载作用下的分析

4.1.1 线性二阶和非线性加载

悬索桥结构的几何非线性使得叠加原理失效,不能用影响线加载法进行结构内力、位移的包络图计算。在大跨度悬索桥中,活载与恒载的比例通常都在10%~20%之间,假如仅计入恒载产生的非线性影响,用单位荷载沿桥纵向移动,就可得到各量值的影响线,引入动态规划加载,可求得最不利的车列位置,运用叠加原理,即可求得车辆荷载产生的位移、内力包络图,本文称为线性二阶加载。

考虑到影响线在加载区域边缘的数值较小,利用线性二阶加载计算中已经求得的最不利车列位置,再用非线性分析求得位移、内力包络图是可行

的^[12,38],本文称为非线性加载。

根据上面的思路,分别编制了线性二阶影响线计算程序 LIVELINE、动态规划加载程序 LOAD 和非线性加载程序 ENVE。计算框图如 4-1 所示。

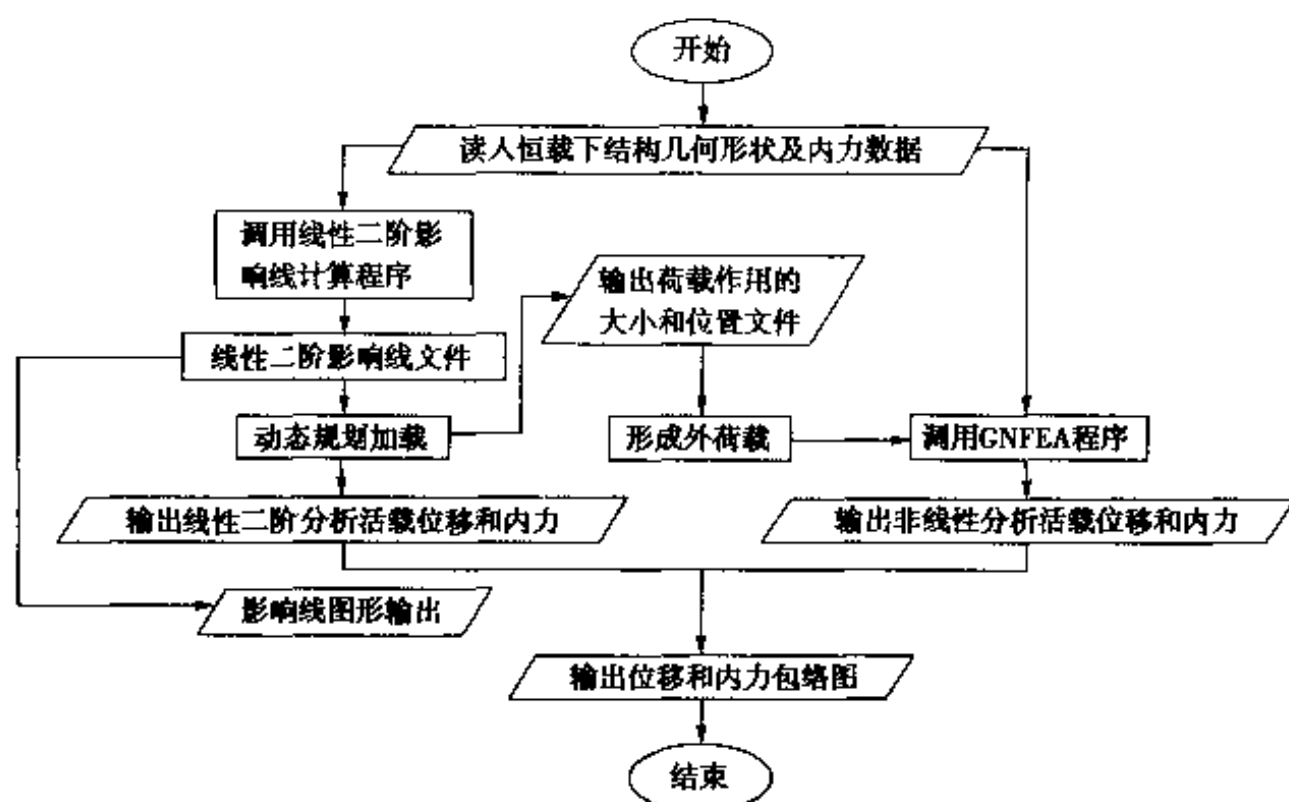


图 4-1 车辆荷载加载计算框图

目前,我国还没有统一的悬索桥车辆荷载加载标准。为了使加载程序能适用于各种不同的车辆荷载标准,在程序中设置了选择项:

(1) $ml = 1$

取用我国交通部规范《公路桥涵设计通用规范》(JTJ 021—89)中规定的汽车—超 20 级车列荷载,如图 4-2 所示。

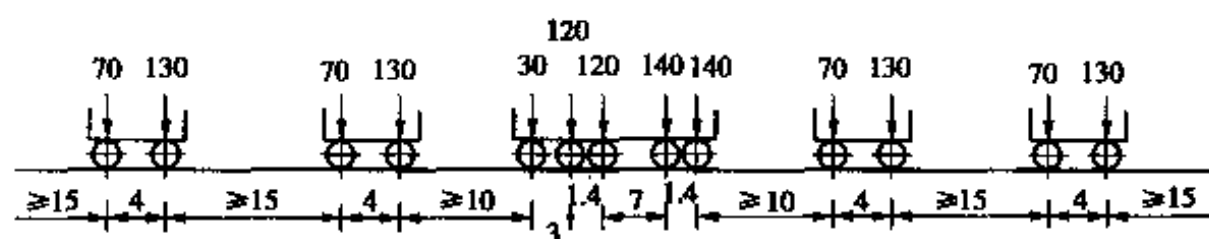


图 4-2 汽车—超 20 级车列荷载力(单位:kN,尺寸单位:m)

当 $L < L_1$ 时, $\beta = \beta_1$;

当 $L \geq L_1$ 时, $\beta = \beta_2$;

L 为加载影响区长度, β 为综合减折系数, L 、 β_1 、 β_2 为人为规定的输入值。

(2) $ml = 2$

取用两个均布荷载 q_1 、 q_2 的组合,如图 4-3 所示。

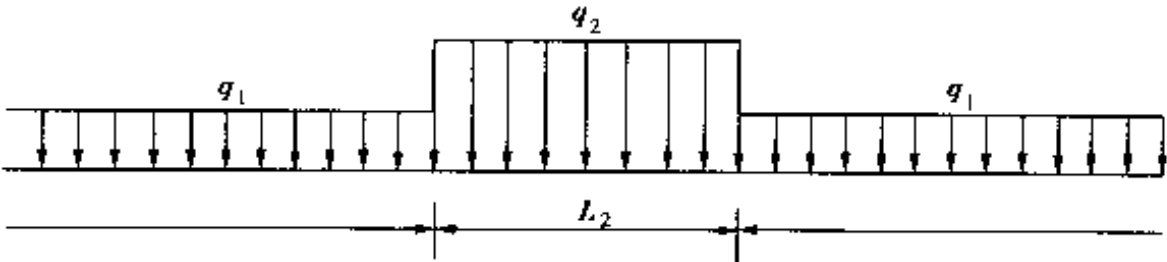


图 4-3 两个均布荷载组合的加载标准

(3) $ml = 3$

取用均布荷载 q_1 和一个集中荷载 q_2 的组合,如图 4-4 所示。

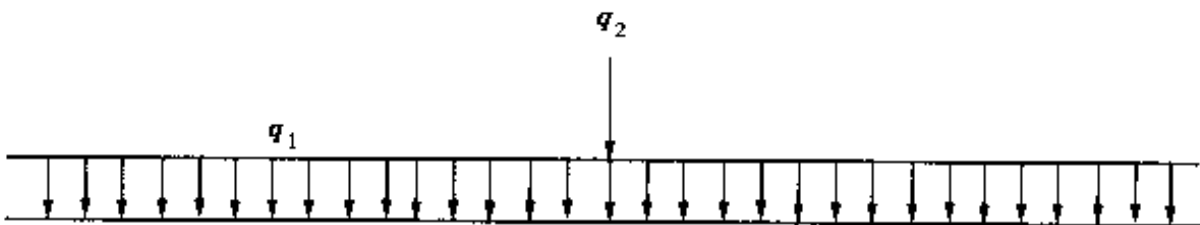


图 4-4 均布荷载和集中荷载组合的加载标准

4.1.2 算例

(1) 江阴长江大桥算例

江阴长江大桥的结构数据^[35]如表 4-1 所示,表中主缆是左、右两根合并后的数值,吊索是左、右一对吊索合并后的数值,塔是两根塔柱合并在一起的数值。荷载等级:设计荷载为汽车—超 20 级,验算荷载为挂车—120。考虑多车道折减、加载长度折减和偏载增大等因素,单车道活载集度按 $10.5 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-1}$,六车道活载集度按 $40\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ 考虑,即 $q_1 = 40\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$, $q_2 = 0$,如图 4-4 所示,加载计算程序中取 $ml = 3$ 。平面计算模型如图 4-5 所示,主要构件的内力及位移包络值见图 4-6 ~ 图 4-10。

江阴长江大桥算例用的结构数据 表 4-1

位置	$E(10^{11}\text{N}\cdot\text{m}^{-2})$	$A(\text{m}^2)$	$I(\text{m}^4)$	$W(10^4\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$
主缆	2.0	0.965	0	7.575
吊索	1.4	0.016	0	0.124
加劲梁	2.1	1.045	1.724	13.929 ^① , 4.115 ^②
塔上部	0.33	78.252	423.016	191.717
塔下部	0.33	121.558	2512.511	297.817

注:①为加劲梁的重量。
②为桥面铺装的重量。



图 4-5 江阴长江大桥的平面计算模型

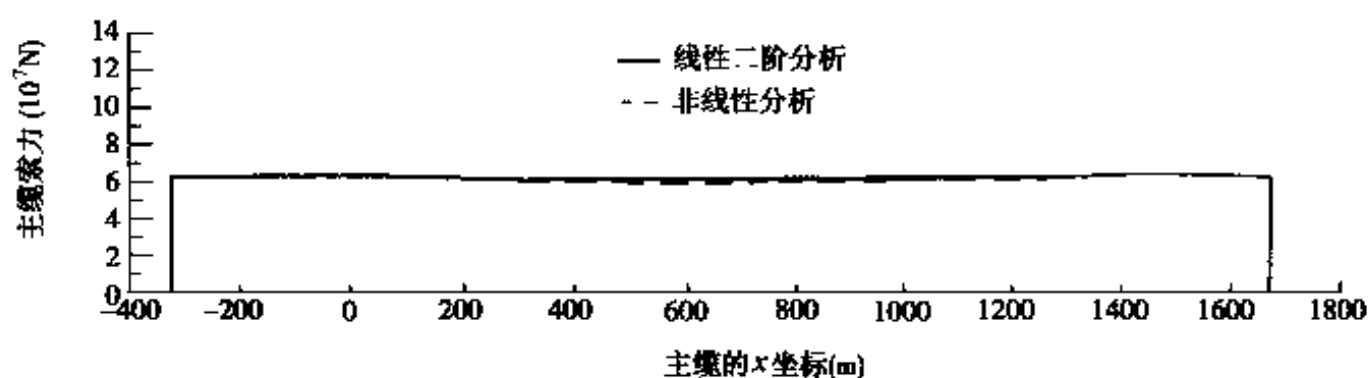


图 4-6 主缆索力包络图

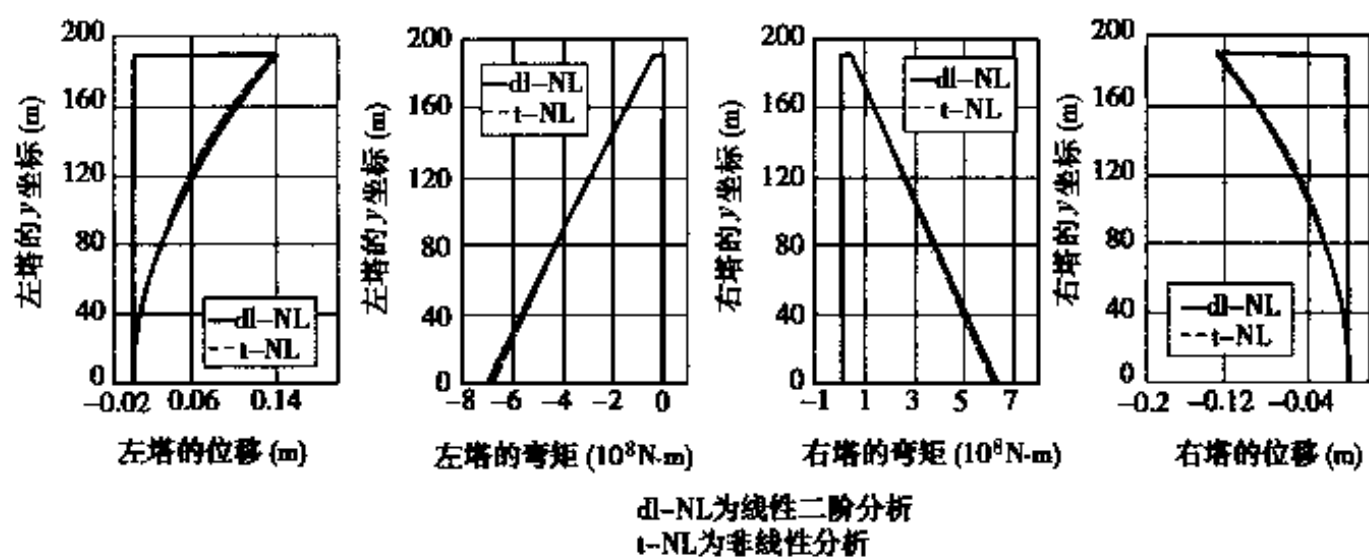


图 4-7 主塔位移及弯矩包络图

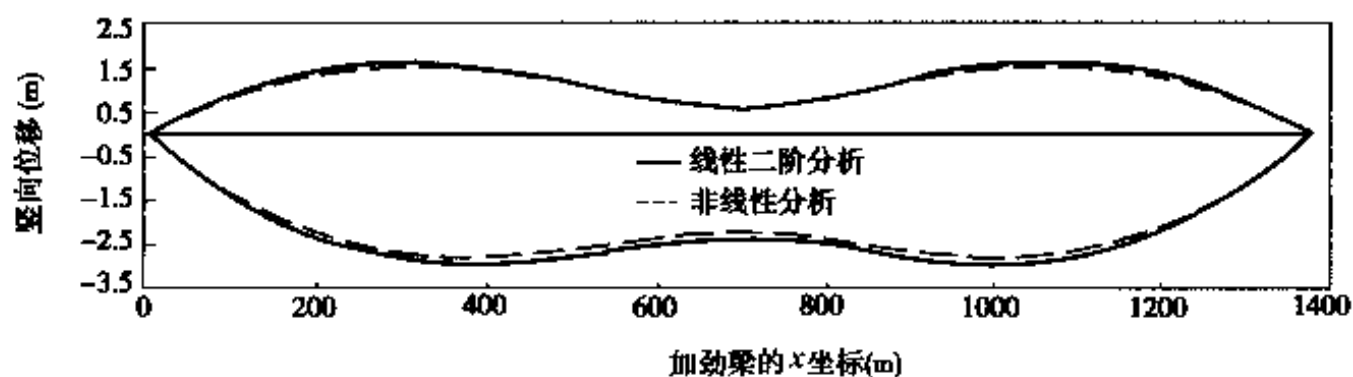


图 4-8 加劲梁竖向位移包络图

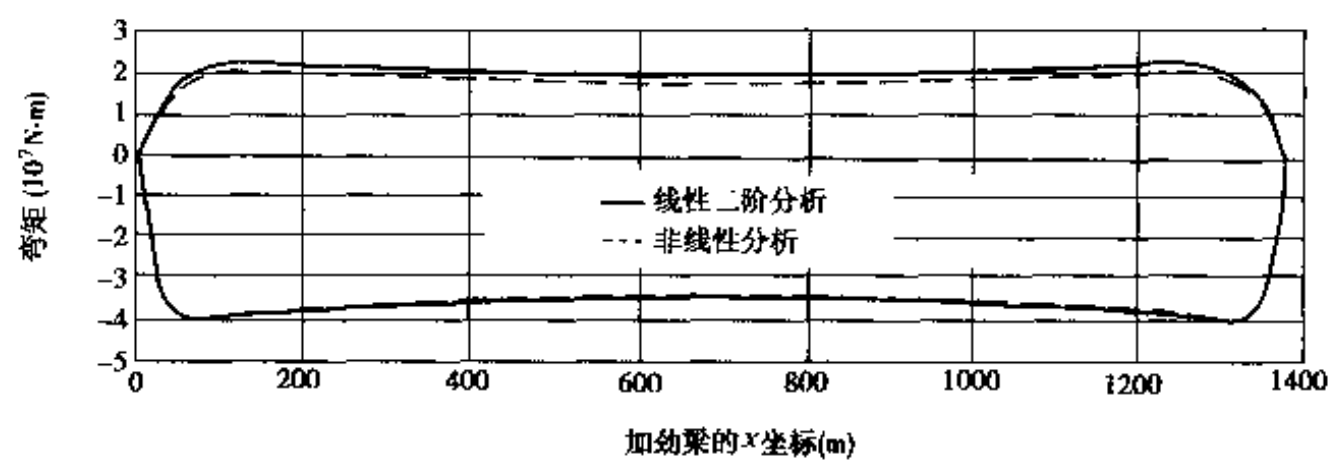


图 4-9 加劲梁弯矩包络图

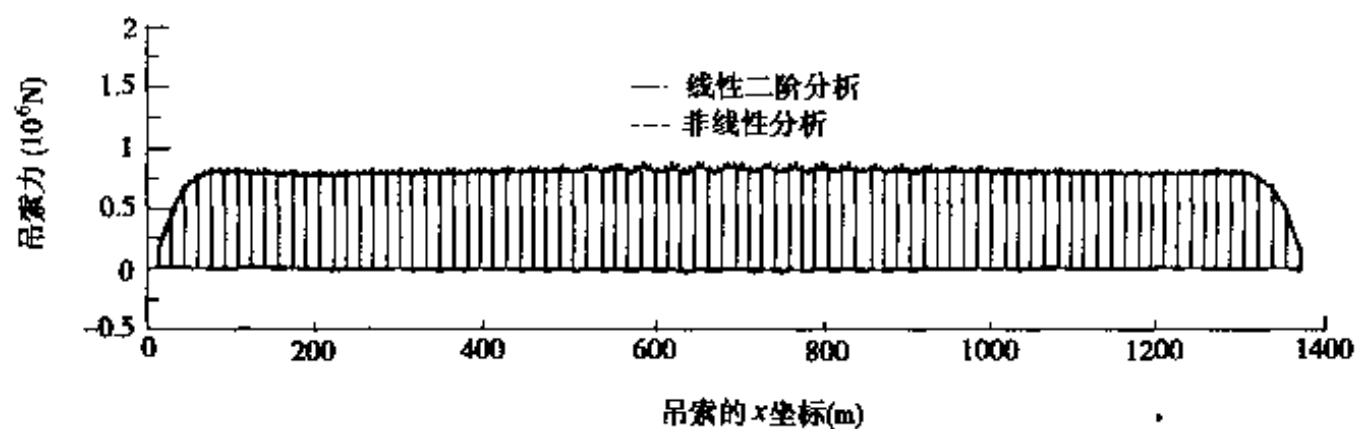


图 4-10 吊索力包络图

车辆荷载引起的主要构件的内力最值、位移最值及加劲梁支座位移最值分别如表 4-2、表 4-3 和表 4-4 所示。

主要构件内力最值 表 4-2

计算方法	主缆索力 (10^7N)		吊索力 (10^5N)		加劲梁弯矩 ($10^7\text{N}\cdot\text{m}$)		左塔塔根弯矩 ($10^8\text{N}\cdot\text{m}$)		右塔塔根弯矩 ($10^8\text{N}\cdot\text{m}$)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	6.432	0	8.614	-0.275	2.274	-4.035	0	-7.092	6.426	0
非线性	6.390	0	8.964	-0.270	2.078	-4.035	0	-6.955	6.310	0

主要构件位移最值 表 4-3

计算方法	加劲梁竖向位移(m)		左塔塔顶位移(m)		右塔塔顶位移(m)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	1.635	-2.938	0.140	0	0	-0.128
非线性	1.550	-2.776	0.139	0	0	-0.127

加劲梁支座位移最值

表 4-4

计算方法	左边支座				右边支座			
	水平位移(m)		转角(rad)		水平位移(m)		转角(rad)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	0.624	-0.645	0.0101	-0.0165	0.647	-0.621	0.0165	-0.0101
非线性	0.609	-0.595	0.0094	-0.0160	0.598	-0.607	0.0160	-0.0094

经比较表明,除吊索力外的其它最值,用线性二阶计算的结果均要偏大。对加劲梁的最值而言,负弯矩基本上没有差别,而正弯矩偏大 9.43%。主要是因为主梁弯矩影响线负区段较正区段短得多,按负弯矩最不利情况布载时,上桥的车辆数较求正弯矩最值布载时的车辆数少得多,因此求负弯矩最值时不考虑活载产生的 H_p 的二阶影响不致导致太大的误差。而求正弯矩最值时,由于活载产生的 H_p 较大,应考虑采用非线性加载的计算方法。另外,加劲梁的竖向位移最值,采用非线性加载的计算方法,也将有 5%左右的折减。

计算结果与文^[39]的比较如表 4-5 所示。

加劲梁位移及弯矩最值比较

表 4-5

计算方法		竖向位移(m)		弯矩($10^7\text{N}\cdot\text{m}$)	
		最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	本文	1.635	-2.935	2.274	-4.035
	文 ^[39]	1.620	-2.900	2.248	-3.954
非线性	本文	1.550	-2.773	2.078	-4.035
	文 ^[39]	1.530	-2.700	2.039	-3.918

(2) 虎门大桥算例

虎门大桥的结构数据^[36]如表 4-6 所示,表中主缆是左、右两根合并后的数值,吊索是左、右一对吊索合并后的数值,塔是两根塔柱合并在一起的数值。荷载等级:设计荷载为汽车—超 20 级,验算荷载为挂车—120。考虑了多车道折减和加载长度折减及偏载增大的影响,重车范围内的换算均布荷载集度为 $111.45\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$,主车范围内的换算均布荷载集度为 $48.51\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$,即 $q_1 = 48.51\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$, $q_2 = 111.45\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$, $L_2 = 22.8\text{m}$,如图 4-3 所示,

虎门大桥算例用的结构数据 表 4-6

位置	$E(10^{11} \text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$A(\text{m}^2)$	$I(\text{m}^4)$	$W(10^4 \text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$\alpha_1(10^{-5})$
主缆	2.0	0.593	0	5.428	1.0
吊索	1.6	0.047	0	0.371	1.0
加劲梁	2.0	1.260	2.020	$12.160^{①}, 5.820^{②}$	1.0
塔上部	0.33	24.318	103.608	269.381	1.0
塔下部	0.33	45.210	353.196	918.310	1.0

注:①为加劲梁的重量。
②为桥面铺装的重量。

加载计算程序中取 $m_1=2$ 。平面计算模型如图 4-11 所示,主要构件的内力及位移包络值如图 4-12~图 4-16 所示。

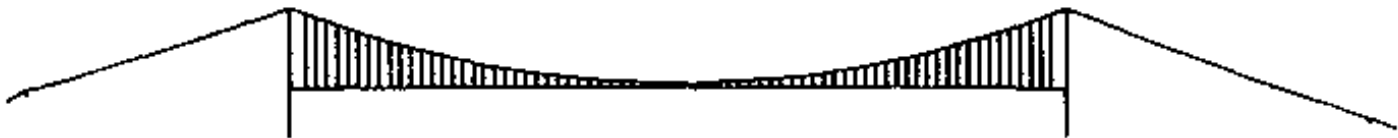


图 4-11 虎门大桥的平面计算模型

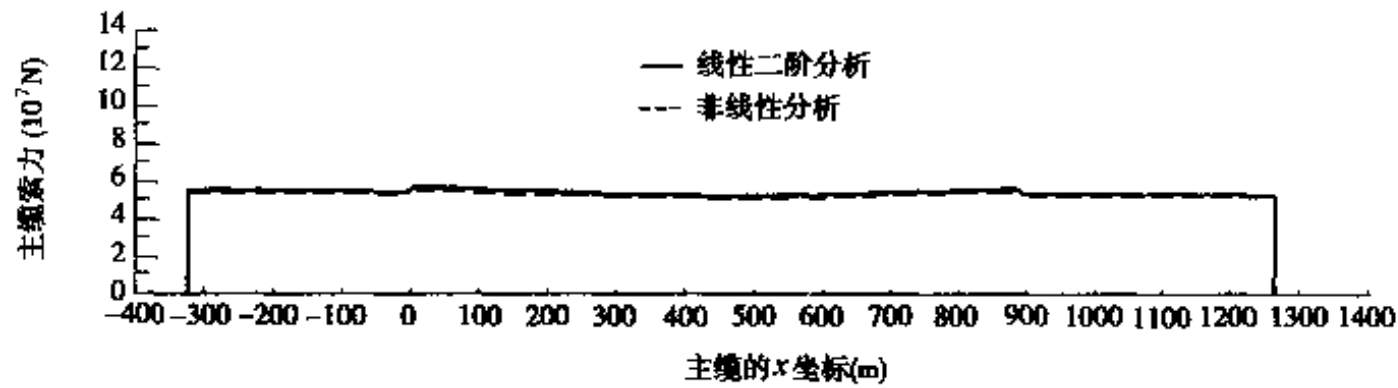


图 4-12 主缆索力包络图

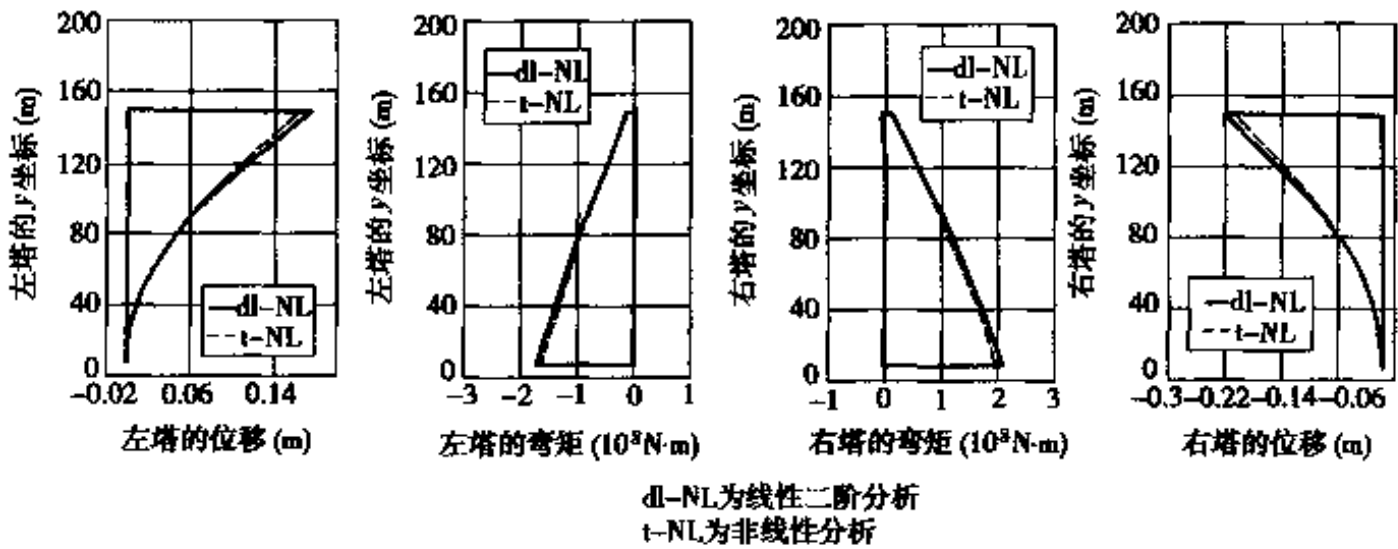


图 4-13 主塔位移及弯矩包络图

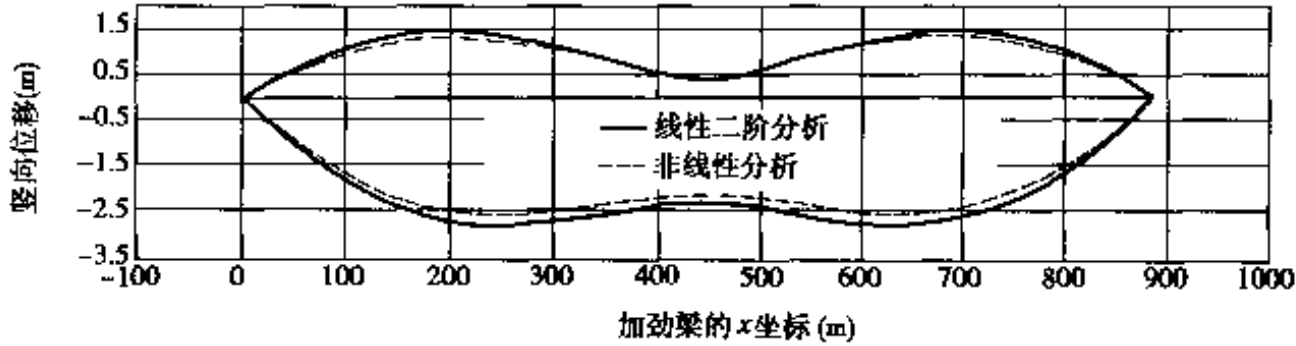


图 4-14 加劲梁竖向位移包络图

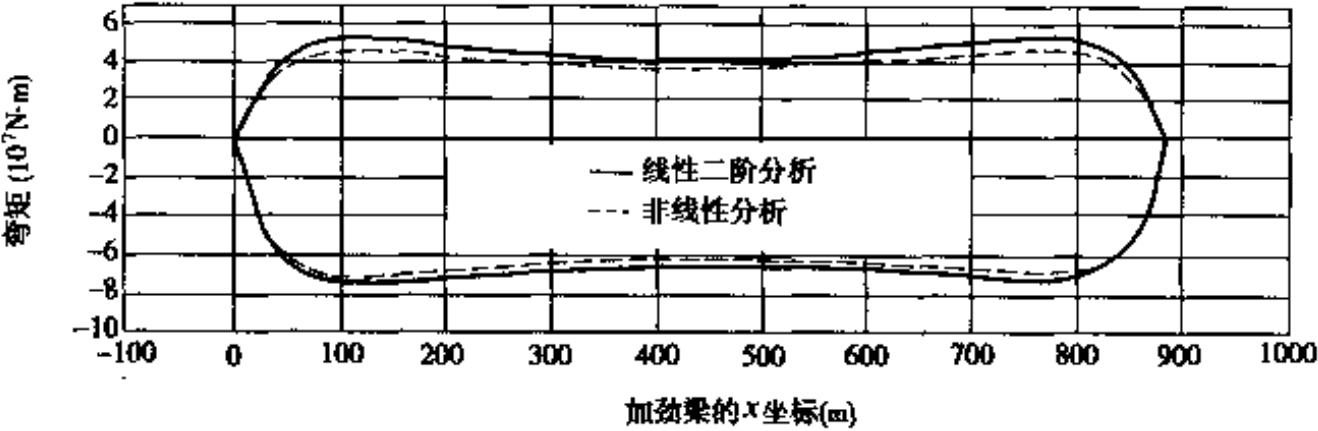


图 4-15 加劲梁弯矩包络图

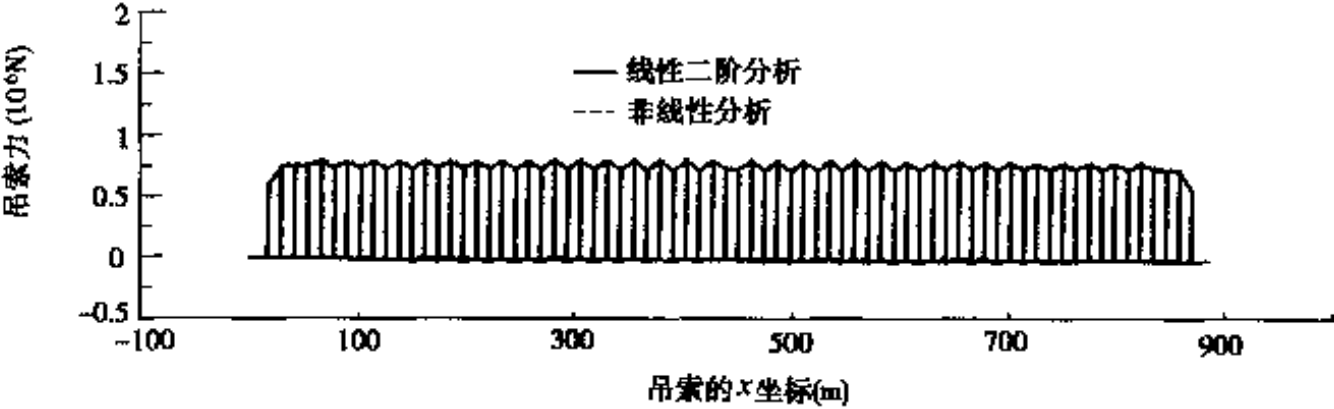


图 4-16 吊索力包络图

车辆荷载引起的主要构件的内力最值、位移最值及加劲梁支座位移最值分别如表 4-7、表 4-8 和表 4-9 所示。

主要构件内力最值 表 4-7

计算方法	主缆索力 (10 ⁷ N)		吊索力 (10 ⁵ N)		加劲梁弯矩 (10 ⁷ N·m)		左塔塔根弯矩 (10 ⁸ N·m)		右塔塔根弯矩 (10 ⁸ N·m)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	5.771	0	8.104	-0.171	5.258	-7.414	0	-1.714	2.128	0
非线性	5.638	0	8.248	-0.174	4.587	-7.147	0	-1.636	2.024	0

主要构件位移最值

表 4-8

计算方法	加劲梁竖向位移(m)		左塔塔顶位移(m)		右塔塔顶位移(m)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	1.461	-2.812	0.174	0	0	-0.217
非线性	1.347	-2.565	0.168	0	0	-0.209

加劲梁支座位移最值

表 4-9

计算方法	左边支座				右边支座			
	水平位移(m)		转角(rad)		水平位移(m)		转角(rad)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	0.559	-0.590	0.0134	-0.0210	0.567	-0.582	0.0210	-0.0134
非线性	0.536	-0.524	0.0121	-0.0197	0.502	-0.558	0.0197	-0.0120

从包络图、最值表中可以看出,除吊索力以外,其它最值,用线性二阶加载计算得到的结果都要偏大,这一结论与从江阴长江大桥的算例中得到的结论是一样的。所有的最值中以加劲梁的正弯矩偏大最多,达 14.63%。

计算结果与文^① 的比较如表 4-10 所示。

加劲梁位移及弯矩最值比较

表 4-10

计算方法	竖向位移(m)		弯矩($10^7 \text{N} \cdot \text{m}$)	
	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	1.461	-2.812	5.258	-7.414
非线性	1.347	-2.565	4.587	-7.147
文 ^①	1.360	-2.640	4.460	-7.468

(3) 汕头海湾大桥算例

上面两个算例都是没有边跨加劲梁的悬索桥结构,下面对带有边跨加劲梁、边跨主缆限位装置的汕头海湾大桥进行车辆活载加载计算。汕头海湾大桥的结构数据^[37]如表 4-11 所示,表中主缆是左、右两根合并后的数值,吊索是左、右一对吊索合并后的数值,塔是两根塔柱合并在一起的数值。荷载等级:设计荷载为汽车—超 20 级,验算荷载为挂车—120。对六车道综合

① 虎门悬索桥检算报告,上海城建学院资料,1994。

汕头海湾大桥算例用的结构数据

表 4-11

位置	$E(10^{11} \text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$A(\text{m}^2)$	$I(\text{m}^4)$	$W(10^4 \text{N} \cdot \text{m}^{-1})$
主缆	2.0	0.389	0	3.900
吊索	1.9	0.007	0	0.051
加劲梁	0.35	8.652	5.582	$18.281^{①}, 3.569^{②}$
塔上部	0.35	20.500	70.672	51.250
塔下部	0.35	20.500	70.672	51.250

注:①为加劲梁的重量。

②为桥面铺装的重量。

折减系数 β 的大小按加载影响区段长度 L 进行规定, $L \geq 200\text{m}$, $\beta = 4.1228$; $L < 200\text{m}$, $\beta = 4.798$, 如图 4-2 所示, 加载计算程序中取 $ml = 1$ 。平面计算模型如图 4-17 所示, 主要构件的内力及位移包络值如图 4-18 ~ 图 4-22 所示。

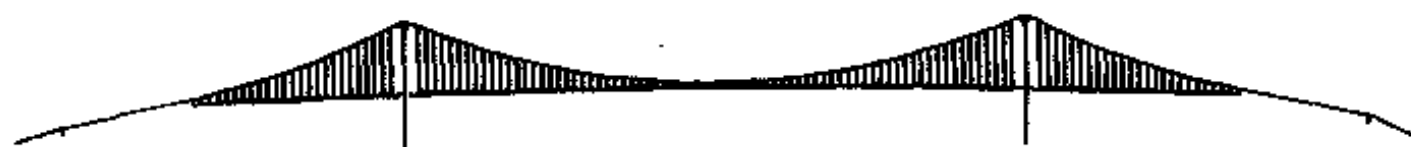


图 4-17 汕头海湾大桥的平面计算模型

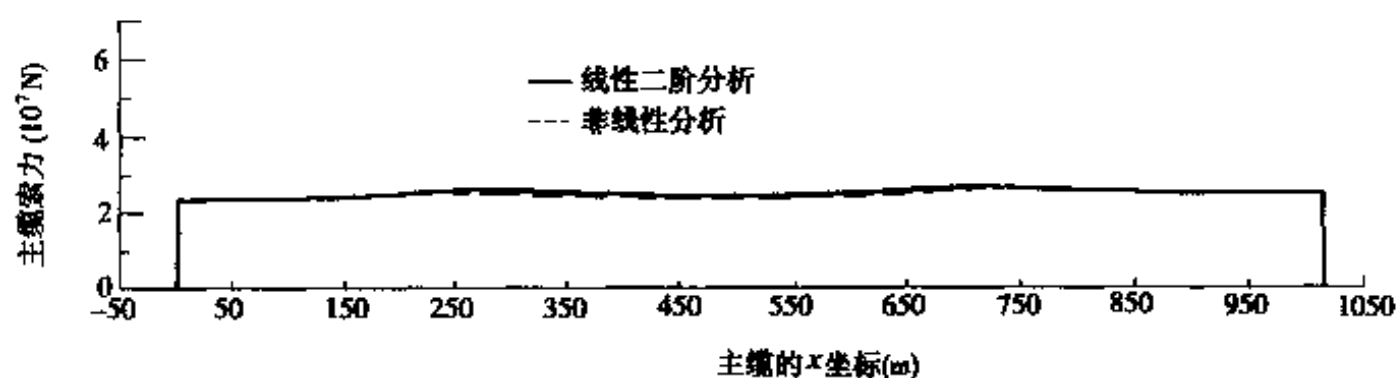


图 4-18 主缆索力包络图

车辆荷载引起的主要构件的内力最值、位移最值如表 4-12 和表 4-13 所示, 加劲梁支座位移最值如表 4-14、表 4-15 和表 4-16 所示。

主要构件内力最值

表 4-12

计算方法	主缆索力 (10^7N)		吊索力 (10^5N)		加劲梁弯矩 ($10^7 \text{N} \cdot \text{m}$)		左塔塔根弯矩 ($10^8 \text{N} \cdot \text{m}$)		右塔塔根弯矩 ($10^8 \text{N} \cdot \text{m}$)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	2.562	0	15.992	-21.047	3.074	-5.938	0.859	-1.296	1.294	-0.859
非线性	2.555	0	16.313	-21.333	2.852	-6.028	0.918	-1.235	1.233	-0.918

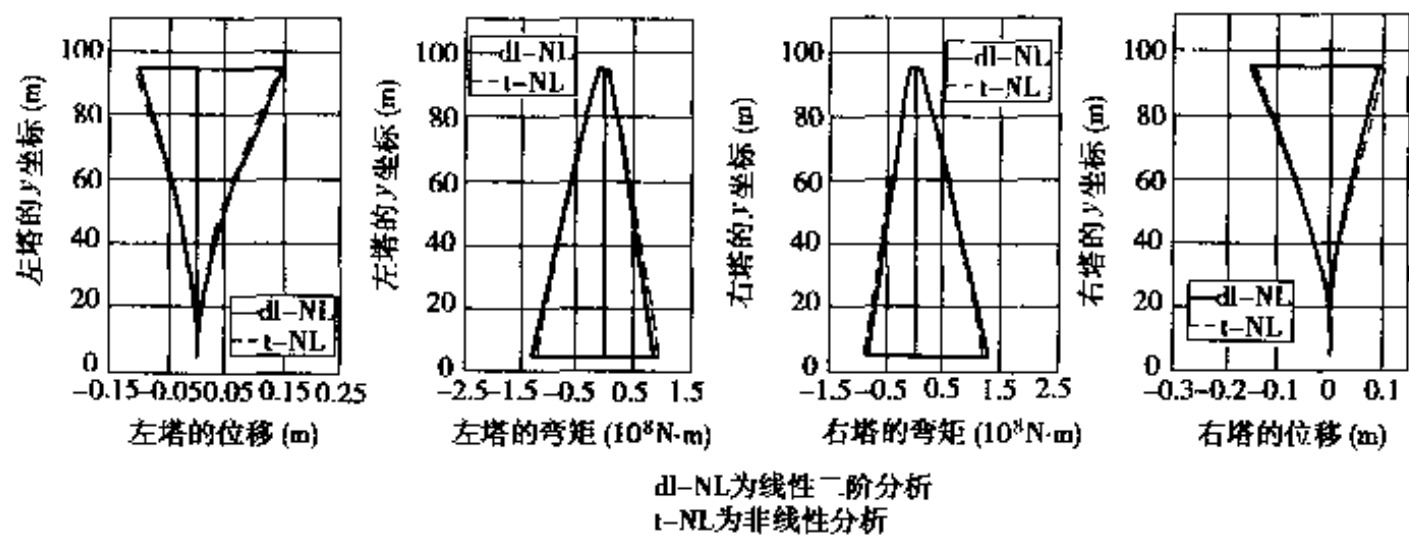


图 4-19 主塔位移及弯矩包络图

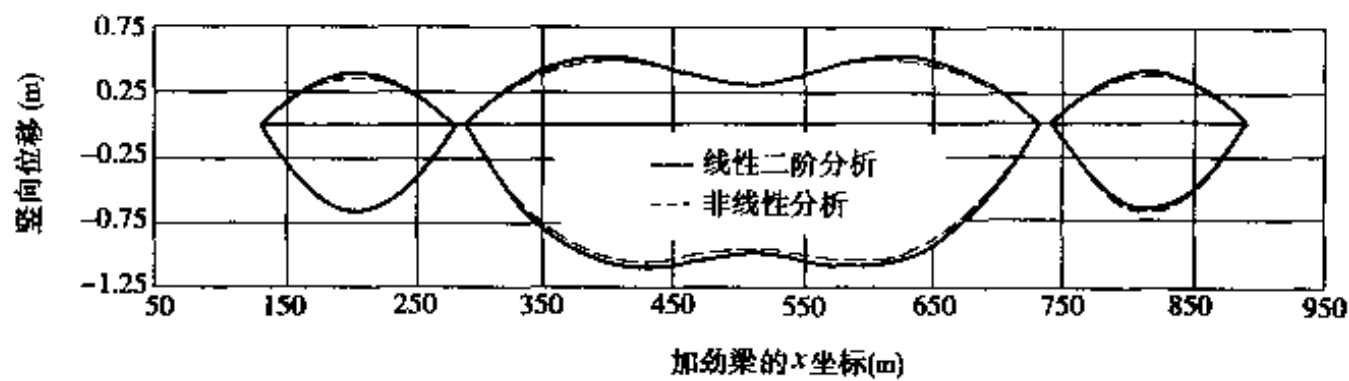


图 4-20 加劲梁竖向位移包络图

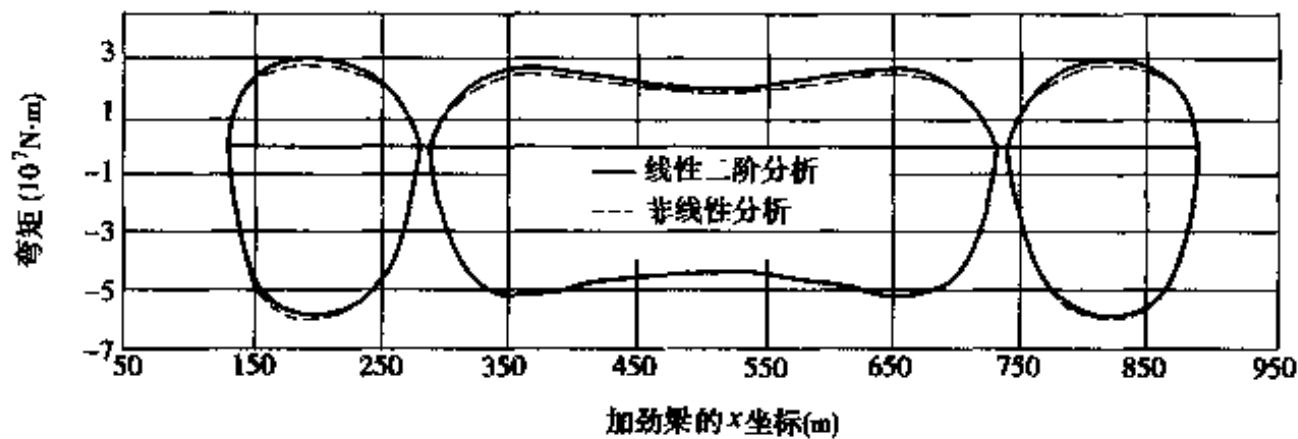


图 4-21 加劲梁弯矩包络图

主要构件位移最值 表 4-13

计算方法	加劲梁竖向位移(m)		左塔塔顶位移(m)		右塔塔顶位移(m)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	0.520	-1.100	0.153	-0.103	0.103	-0.152
非线性	0.505	-1.060	0.146	-0.110	0.110	-0.146

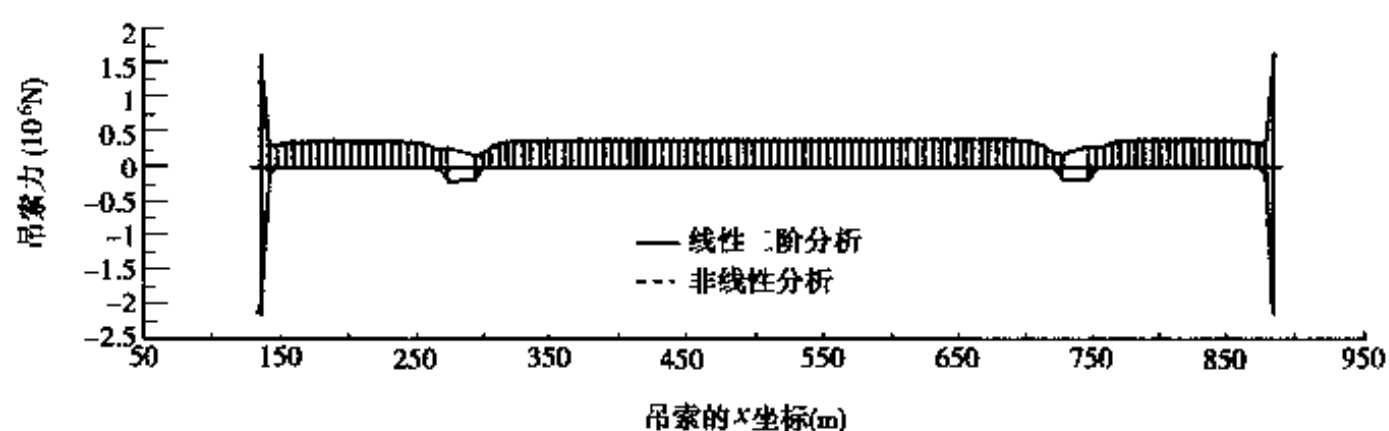


图 4-22 吊索力包络图

左边跨加劲梁支座位移最值

表 4-14

计算方法	左 边 支 座				右 边 支 座			
	水平位移(m)		转角(rad)		水平位移(m)		转角(rad)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	0.075	0	0.0095	-0.0157	0.077	0	0.0144	-0.0086
非线性	0.075	0	0.0090	-0.0160	0.077	0	0.0146	-0.0081

中跨加劲梁支座位移最值

表 4-15

计算方法	左 边 支 座				右 边 支 座			
	水平位移(m)		转角(rad)		水平位移(m)		转角(rad)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	0.237	-0.247	0.0084	-0.0153	0.248	-0.237	0.0153	-0.0084
非线性	0.234	-0.234	0.0080	-0.0150	0.235	-0.234	0.0150	-0.0080

右边跨加劲梁支座位移最值

表 4-16

计算方法	左 边 支 座				右 边 支 座			
	水平位移(m)		转角(rad)		水平位移(m)		转角(rad)	
	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值
线性二阶	0	-0.077	0.0086	-0.0144	0	-0.075	0.0157	-0.0095
非线性	0	-0.077	0.0081	-0.0146	0	-0.075	0.0160	-0.0089

汕头海湾大桥加劲梁的竖向位移最值发生在中跨，而弯矩的最值发生

在边跨。特别要指出的是,在汕头海湾大桥吊索力的包络图中,边上两根吊索的吊索力特别大,与二期恒载下吊索力大小的分布比较,这两根吊索的吊索力出现了压力,可以推断这两根吊索就存在着疲劳的问题。

从汕头海湾大桥的包络图、最值表中可以看出,用线性二阶加载的计算结果并不一定都偏大,如主塔的位移、弯矩最值中,左塔塔顶的最大负水平位移,塔根的最大正弯矩,右塔塔顶的最大正水平位移,塔根的最大负弯矩都要比非线性加载的计算结果略小。

4.1.3 不同加载荷载标准对计算结果的影响

虎门大桥的加载是把交通部规范中汽车—超 20 级的车列荷载按普通车和重车分别换算为对应的均布荷载来进行加载的,而规范中规定的是单个的集中荷载。这种把集中荷载换算为均布荷载的处理,对各量值的包络图有何影响?前而算例中的三座悬索桥设计荷载等级都是汽车—超 20 级、验算荷载为挂车—120,但在各量值的包络图计算中,各自都规定了多车道折减、加载长度折减和偏载增大的系数,实际采用的车辆加载荷载的大小和组成都不一样。下面用这三种荷载对虎门大桥进行加载计算,探究对各量值包络图的影响^[40]。

(1) 车列荷载换算为均布荷载的处理对各量值包络图计算的影响

采用如下两种荷载对虎门大桥进行线性二阶加载计算:

1) 汽车—超 20 级车列荷载,车道折减系数为 0.7、偏载增大系数为 1.1,即六车道综合折减系数为 4.62。

2) 与上面同样的荷载等级及六车道综合折减系数,但具体计算时,把普通车范围内的车列荷载换算为均布荷载,荷载集度为 $48.7\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$;把重车范围内的车列荷载也换算为均布荷载,荷载集度为 $111.43\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ 。

两种荷载下加劲梁的位移和弯矩包络图的比较如图 4-23 和图 4-24 所示,加劲梁的位移和弯矩最值比较如表 4-17 所示。可以看出,把规范中的车列荷载换算为两个均布荷载进行加载计算,结果偏小,其中加劲梁的负弯矩偏小达 6.35%。偏小的原因是:重车范围内换算的均布荷载相对于原来的车列集中荷载在影响线峰值处所引起的“削峰效应”,即加载计算时,在车列荷载中,组成重车的几个集中力的位置是在影响线的峰值附近;而在均布荷载中,这些集中力是以换算均布荷载代替。

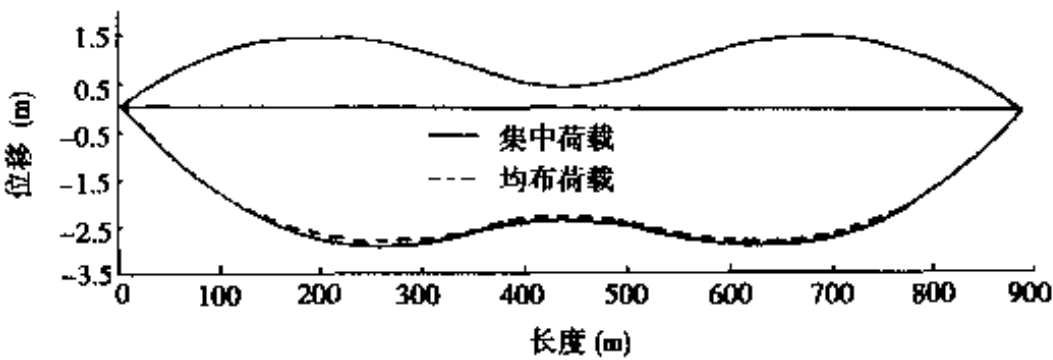


图 4-23 两种荷载下虎门大桥加劲梁竖向位移包络图的比较

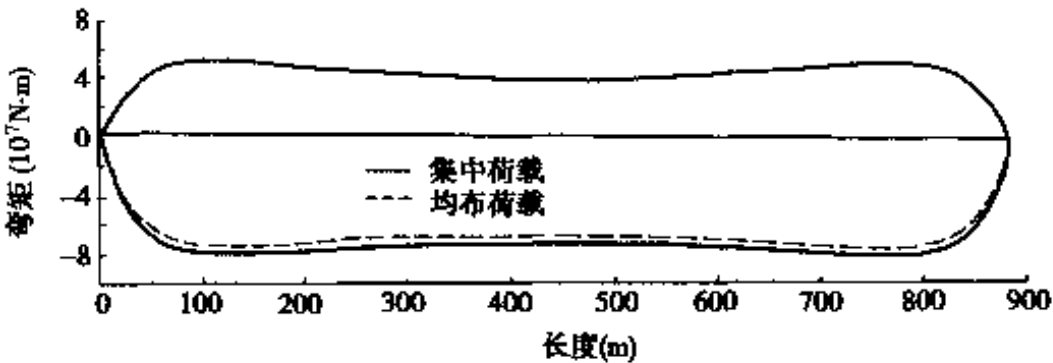


图 4-24 两种荷载下虎门大桥加劲梁弯矩包络图的比较

两种荷载下加劲梁位移及弯矩最值比较 表 4-17

采用的荷载	竖向位移(m)		弯矩($10^7\text{N}\cdot\text{m}$)	
	最大值	最小值	最大值	最小值
车列荷载	1.483	-2.863	5.307	-7.917
换算的均布荷载	1.461	-2.812	5.258	-7.414

(2)不同的车辆加载荷载大小和组成对各量值包络图计算的影响

以前面提到的三种车辆加载荷载对虎门大桥进行线性二阶加载计算，三种荷载下加劲梁的位移和弯矩包络图的比较如图 4-25 和图 4-26 所示，加劲梁的位移和弯矩最值比较如表 4-18 所示。

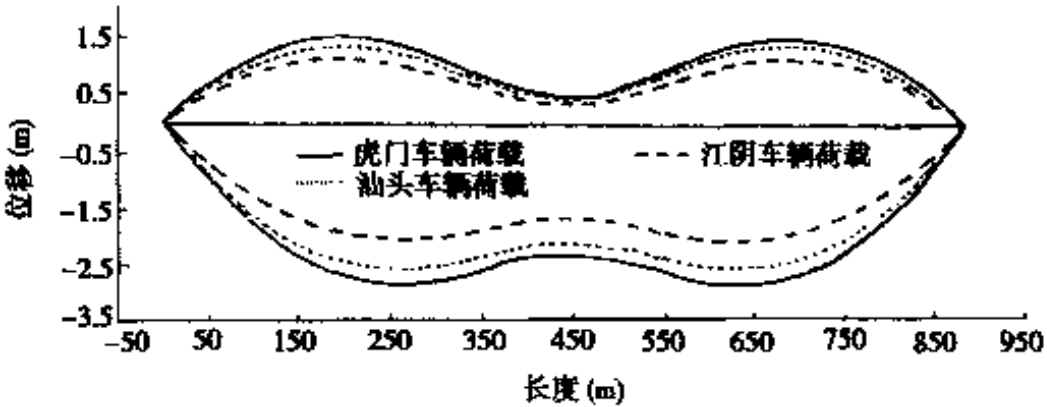


图 4-25 三种荷载下虎门大桥加劲梁竖向位移包络图的比较

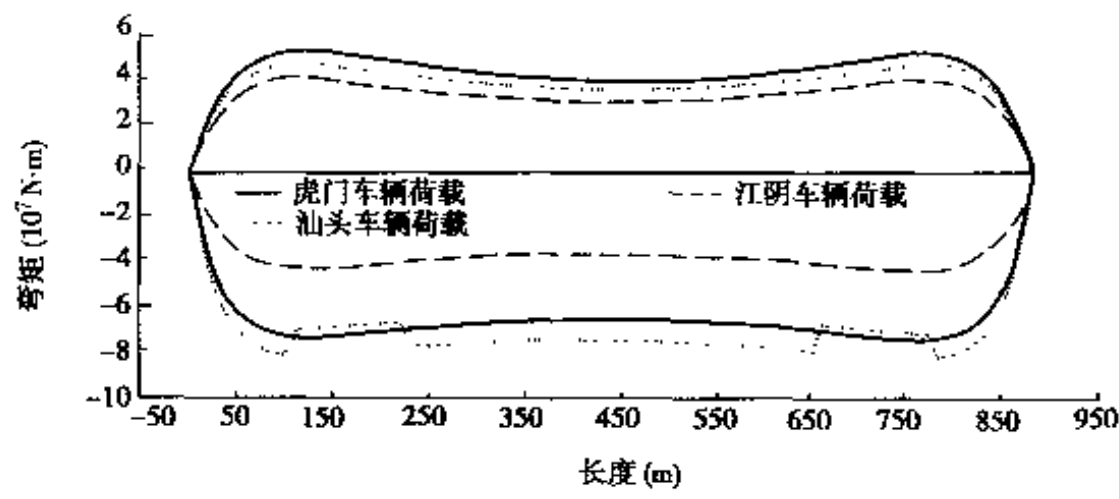


图 4-26 三种荷载下虎门大桥加劲梁弯矩包络图的比较

三种荷载下加劲梁位移及弯矩最值比较 表 4-18

采用的荷载	竖向位移(m)		弯矩(10 ⁷ N·m)	
	最大值	最小值	最大值	最小值
(1)	1.323	- 2.555	4.736	- 8.154
(2)	1.461	- 2.812	5.258	- 7.414
(3)	1.094	- 2.058	4.070	- 4.353

注:(1)汕头海湾大桥采用的车辆加载荷载。
(2)虎门大桥采用的车辆加载荷载。
(3)江阴长江大桥采用的车辆加载荷载。

从上面包络图、最值比较中可以看出,三种加载荷载中,以虎门大桥采用的加载荷载为最大,但对加劲梁的负弯矩来说,则是汕头海湾大桥采用的加载荷载最大,因为当加载影响区长度 $L < 200\text{m}$ 时,综合折减系数采用 $\beta = 4.798$,大于虎门大桥的综合折减系数 4.62,而虎门大桥的加劲梁正弯矩的影响线加载长度有小于 200m 的。三种荷载中,以江阴长江大桥采用的加载荷载为最小,它只考虑了一个均布荷载,且均布荷载的数值也比虎门大桥普通车范围内换算的均布荷载要小。

从加劲梁弯矩的包络图中可以看到,采用汕头海湾大桥的车辆加载荷载对虎门大桥进行加载计算时,弯矩包络图中负弯矩的部分在 1/4 跨附近的区域出现了突然上凸的现象。这主要是因为在虎门大桥的加劲梁 1/4 跨附近的区域,负弯矩的影响线的影响区长度 $L \geq 200\text{m}$,此时综合折减系数为 $\beta = 4.1228$,而其它区域的负弯矩的影响线的影响区长度 $L < 200\text{m}$,此时综合折减系数为 $\beta = 4.798$,综合折减系数的突然变小,导致负弯矩包络图的突然上凸。

4.2 在温度荷载作用下的分析

温度荷载是作用在悬索桥结构上的主要荷载之一。这里只考虑均匀的或线性的温度变化。一般温度升高后,原来恒载状态下不受轴力的加劲梁会出现较小的轴压力,而主缆伸长的几何变形,使索力有微小下降。由于吊索伸长,主缆向下位移,加劲梁向下挠曲,这将明显地增加主梁内的负弯矩。当温度下降时,情况正好与上述相反。

以虎门大桥为例,对温度升高 25℃ 和下降 20℃ 的两种工况进行计算,限于篇幅,仅列出部分结果。内力和位移见图 4-27 ~ 图 4-32,内力和位移的最值见表 4-19 和表 4-20。

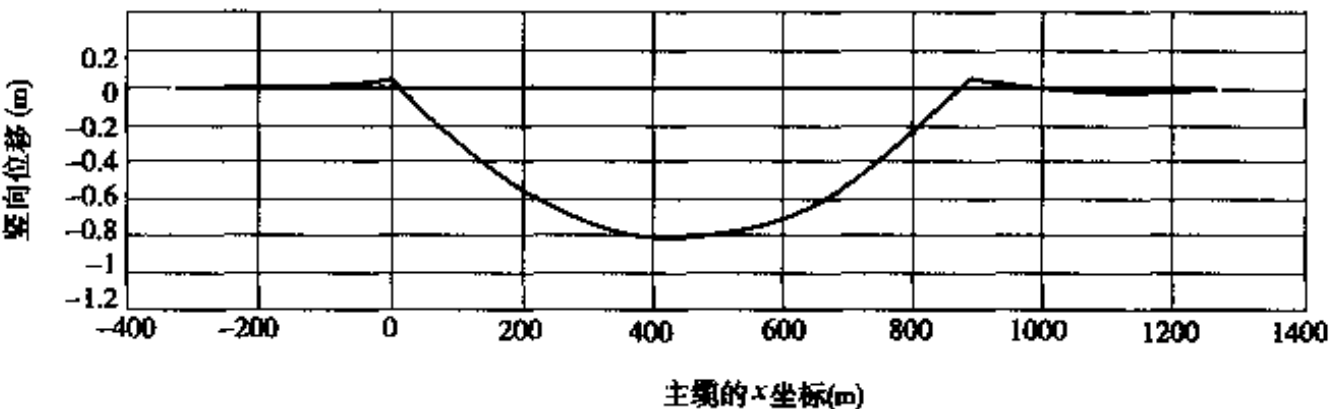


图 4-27 虎门大桥温度升高 25℃引起的主缆竖向位移

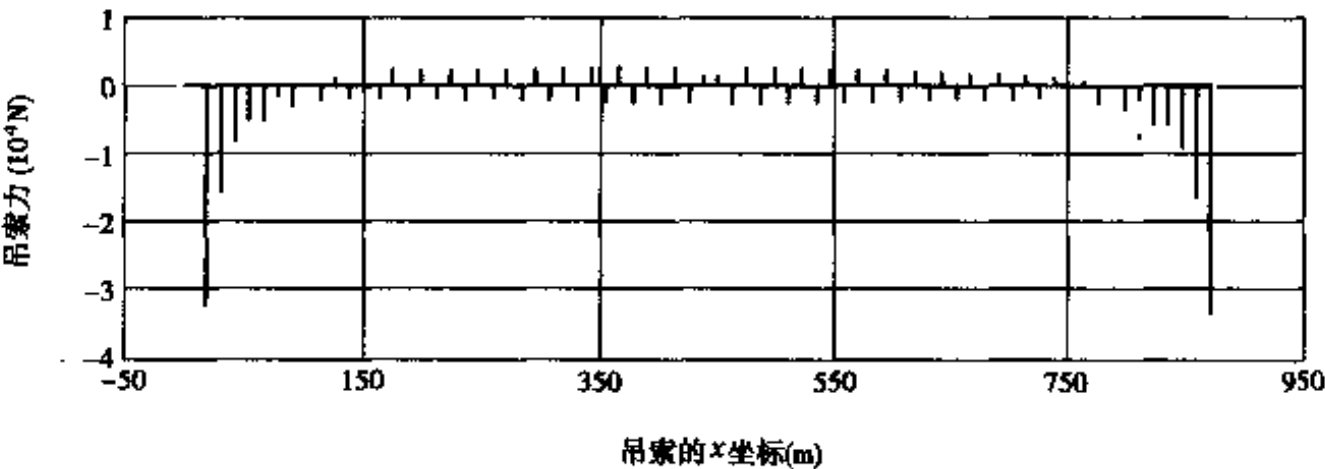


图 4-28 虎门大桥温度升高 25℃引起的吊索力的变化

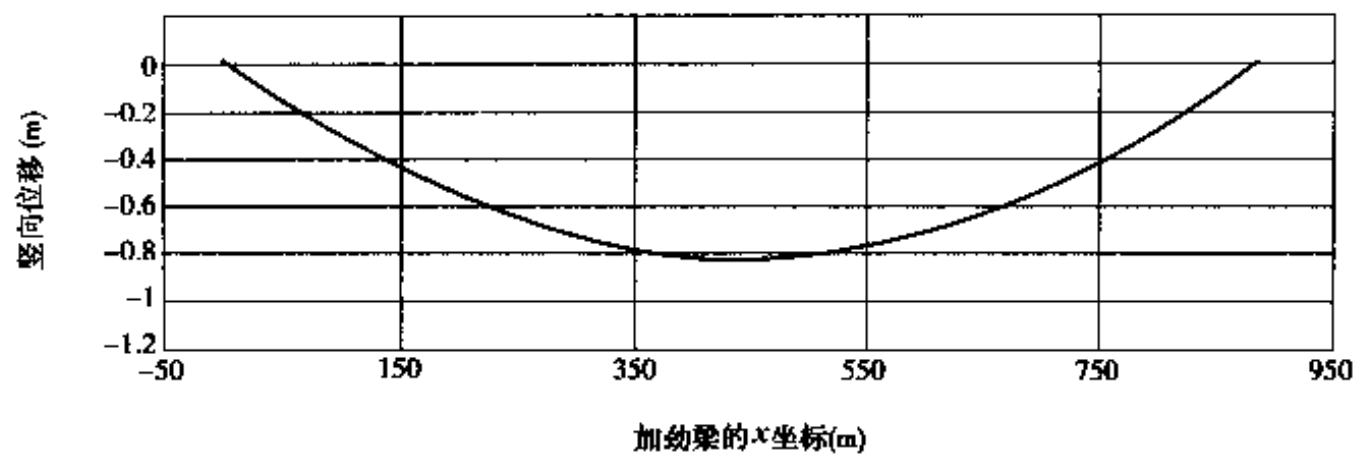


图 4-29 虎门大桥温度升高 25℃引起的加劲梁的竖向位移

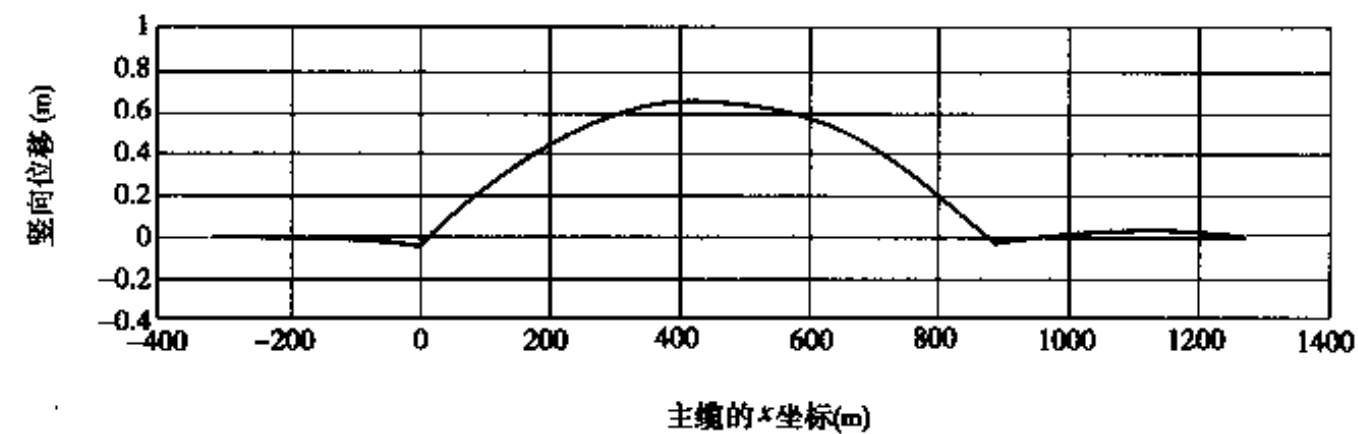


图 4-30 虎门大桥温度降低 20℃引起的主缆竖向位移

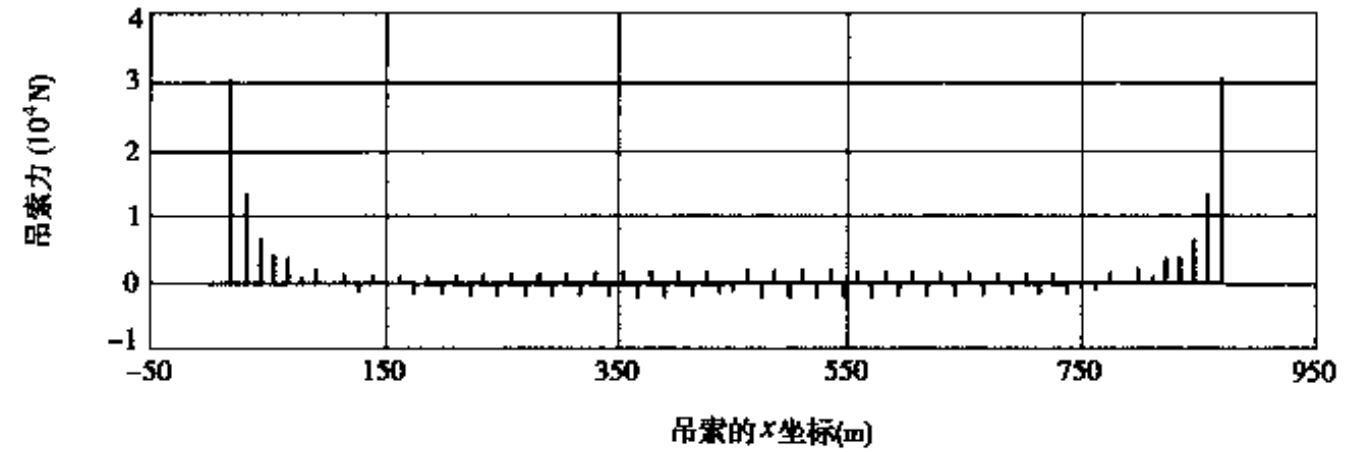


图 4-31 虎门大桥温度降低 20℃引起的吊索力的变化

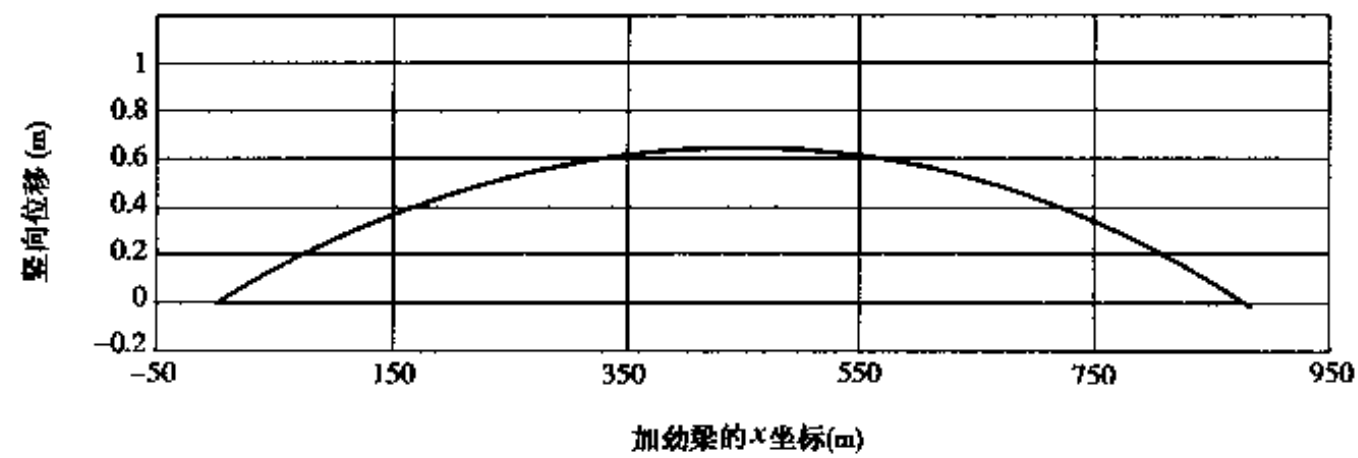


图 4-32 虎门大桥温度降低 20℃引起的加劲梁的竖向位移

温度变化引起的主缆、加劲梁位移及内力的最值

表 4-19

温度变化	主缆		加劲梁	
	竖向位移(m)	索力(10^6N)	竖向位移(m)	弯矩($10^6\text{N}\cdot\text{m}$)
+25℃	-0.814	-3.649	-0.815	-3.762
-20℃	+0.655	+3.004	+0.657	+3.026

温度变化引起的主塔位移与弯矩最值

表 4-20

温度变化	左塔		右塔	
	塔顶水平位移(m)	塔根弯矩($10^7\text{N}\cdot\text{m}$)	塔顶水平位移(m)	塔根弯矩($10^7\text{N}\cdot\text{m}$)
+25℃	+0.077	-7.682	-0.093	+9.234
-20℃	-0.062	+6.127	+0.074	-7.364

温度变化计算程序 TEMPER 是以设计基准温度时悬索桥的恒载内力和几何形状为初始态,输入温度的变化值,通过调用 GNFEA 程序来完成计算的。文^①中也对虎门大桥在整体温度升高 25℃和降温 20℃两种工况进行了计算,比较如表 4-21 所示,从比较结果可看出,TEMPER 程序计算是可靠的。

温度变化引起的加劲梁位移及弯矩最值比较

表 4-21

	温度升高 25℃		温度降低 20℃	
	最大位移(m)	最大弯矩($10^6\text{N}\cdot\text{m}$)	最大位移(m)	最大弯矩($10^6\text{N}\cdot\text{m}$)
本文	-0.815	-3.762	0.657	3.026
文 ^①	-0.801	-3.690	0.666	3.120

从上面计算分析可以得出一些结论:

(1)温度变化时,对主梁的弯矩值有较大的影响。温度升高时,桥面下挠,主梁承受一定的负弯矩;温度降低时情况正好相反。

(2)温度变化时,各吊索力变化不一样,但变化值都很小。

(3)温度变化影响主缆的几何形状,从而改变主缆索力。升温时主缆索力变小,反之变大,但变化值都不大。

(4)温度变化产生塔顶位移,从而产生一定的塔根弯矩。

注:①虎门悬索桥检算报告,上海城建学院资料,1994。

4.3 在风荷载作用下的分析

横向静风荷载是悬索桥的一种主要荷载,横向静风荷载效应的准确计算直接关系到加劲梁,特别是梁端结构如水平支座、伸缩缝的设计。

悬索桥在横向静风荷载作用下的受力计算有几种实用的计算方法,均等分配法假定从加劲梁传至主缆的荷载在全跨范围内一致,根据平衡方程及相容方程求解,它只适用于对跨度中点左右对称且横向均布满载的情况。弹性分配法是通过假定一分配荷载进行试算来求满足主缆及加劲梁水平挠度的弹性方程以及两挠度之间相容方程的解,这种方法的计算结果是否收敛以及精度如何,主要依赖于开始假定的横向荷载分布,而这在计算之前是未知的,所以这种方法并不实用。小松西村理论在考虑了横向联系剪切刚度,加劲梁除了发生水平弯曲还发生扭转及剪切的情况下,推导出结构的基础微分方程,在解方程时,假设的未知数用三角级数展开,用平衡方程及相容方程来求三角级数的系数,计算的精度可由三角级数项数的增多来加以改善,是一种比较完善的实用计算理论。以上三种方法均基于膜理论假设,不能全面计入影响悬索桥结构的非线性因素。

用几何非线性有限元方法对悬索桥在横向静风荷载作用下的分析,是先输入作用在主缆、吊索、加劲梁、塔结构上的风荷载集度,用程序自动转化为对应单元上的节点力,以前面已经求得的恒载下悬索桥空间结构的几何形状和内力为初始态,调用 GNFEA 程序,即可计算得到对应风荷载作用下结构的反应状态。根据这个思路,编制了悬索桥结构在风荷载作用下的分析程序 WIND。

以虎门大桥为例,设桥面风速为 $50\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,风荷载集度的大小取自“虎门大桥关键技术研究”专题报告^①,数值如下:

加劲梁:横向力 $P_z = 3745\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$

竖向力 $P_y = 218\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$

力矩 $M_x = 2719\text{N}\cdot\text{m}$

主缆: 阻力 $P_z = 710\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$

注:①交通部重点科技项目专题报告:虎门大桥关键技术研究,同济大学,交通部公路科学研究所,1994。

桥塔：上风侧阻力 $P_z = 26210\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$

下风侧阻力 $P_z = 26210\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$

虎门大桥在侧风作用下主缆的横向位移、加劲梁的横向位移、加劲梁的横向弯矩如图 4-33、图 4-34 和图 4-35 所示，在弯矩图中与对应的抛物线图进行了比较。

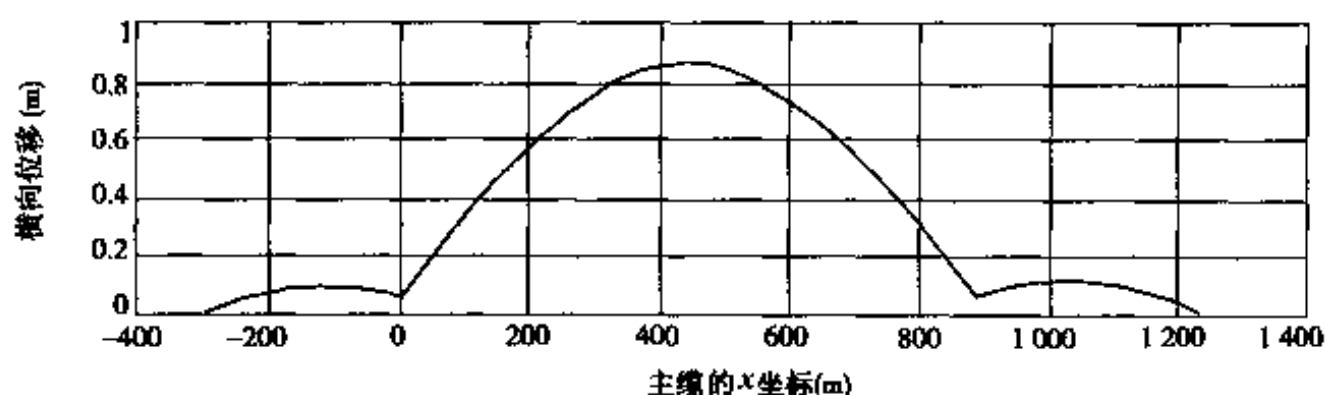


图 4-33 虎门大桥在侧风作用下主缆的横向位移图

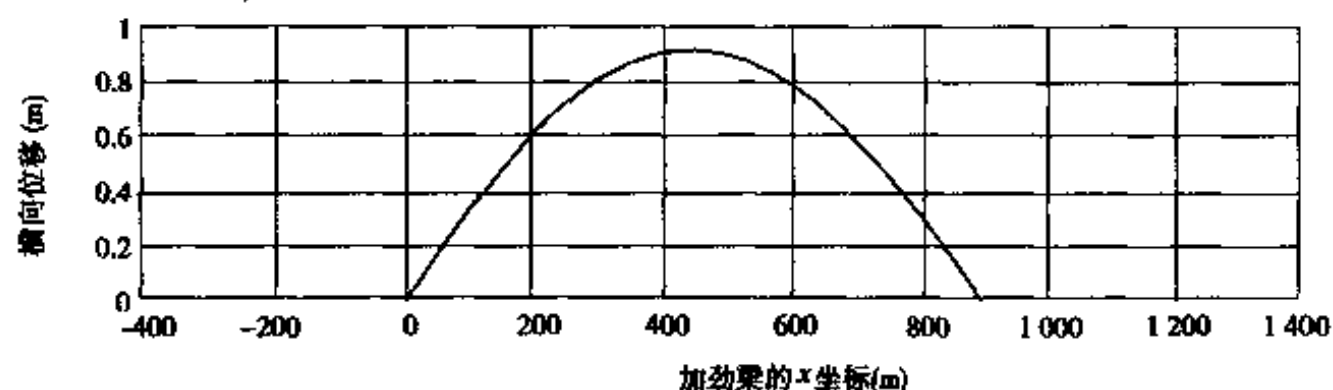


图 4-34 虎门大桥在侧风作用下加劲梁的横向位移图

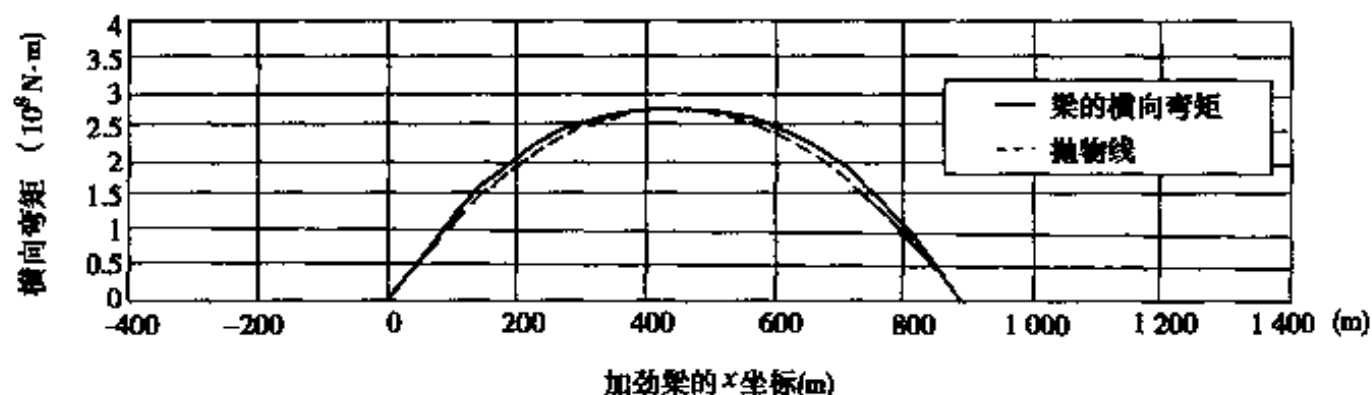


图 4-35 虎门大桥在侧风作用下加劲梁的横向弯矩图

可以看出，主缆位移比加劲梁的位移要小，通过吊索的传递，主缆承担了一部分作用在加劲梁上的风力，使作用在加劲梁上的荷载变为非均布荷载，因此，加劲梁的弯矩图并非呈抛物线。与仅计入恒载产生的几何刚度，用程序 SAP5 计算的结果比较如表 4-22 所示。

横桥向平均风作用下加劲梁横向响应的比较 表 4-22

计 算 方 法	横向位移(m)		横向弯矩($10^8\text{N}\cdot\text{m}$)	
	$L/4$ 处	$L/2$ 处	$L/4$ 处	$L/2$ 处
(1)	0.665	0.920	2.21	2.78
(2)	0.620	0.860	2.10	2.55

注:(1)非线性分析,风荷载与恒载一起参与结构的平衡计算。
(2)仅计入恒载产生的几何刚度,用 SAP5 计算的结果。

4.4 小 结

编制的车辆活载作用下的悬索桥结构分析程序 ENVE、温度荷载作用下的悬索桥结构分析程序 TEMPER,横向风载作用下的悬索桥结构分析程序 WIND,具有输入数据方便、结果可靠的特点,可用于悬索桥的实桥设计计算分析。悬索桥结构各车辆活载包络图的计算,采用线性二阶加载计算得到的结果偏大,最值偏大可达 10%之多,故在技术设计阶段可采用非线性加载来计算车辆活载包络图。把规范中的车列荷载换算为两个均布荷载来进行加载计算,由于这种换算处理引起的“削峰效应”,所得的结果偏小。在汕头海湾大桥、虎门大桥、江阴长江大桥三座悬索桥的车辆加载荷载中,虎门大桥最大,江阴长江大桥最小。汕头海湾大桥的六车道综合折减系数由加载影响区长度来决定的规定,将引起弯矩包络图中负弯矩部分出现突然上凸的现象。悬索桥在横向风荷载作用下的非线性行为并不明显,其荷载分配主要受加劲梁刚度和主缆的重力刚度的影响。由于横向风荷载相对于恒载和竖向荷载都较小,不会引起结构刚度的明显变化。

第五章 悬索桥结构架设过程分析

主缆的施工,由索股的架设、横移就位、垂度调整,以及紧缆成形4部分组成。由于各种因素的影响,主缆施工不可避免地存在着误差。对每座悬索桥,主缆的施工误差限值都有详细的规定,如日本的因岛大桥^[10],规定主缆垂度的施工误差不能超过 $\pm 50\text{mm}$,前后两索面的相对误差不得超过 $\pm 30\text{mm}$ 。在架设加劲梁之前,总是先对空缆状态时主缆的垂度、主塔塔顶的标高进行多次量测,然后换算到基准温度时主缆的垂度和塔顶的标高,由此确定实际施工的主缆在基准温度时的几何形状。悬索桥结构几何形状对温度非常敏感(以虎门大桥架设过程为例,温度升高或降低 20°C ,主缆跨中垂度变化超过 60cm),因此,测量垂度时主缆横截面平均温度推定的误差,也会给精确确定实测主缆在基准温度时的几何形状造成困难。当主缆的直径较小时,可以直接采用主缆表面测点温度的平均值;当主缆直径大于 600mm 时,可通过计算整个主缆横截面的温度场分布,取横截面的平均值^[31]。为了消除主缆、主塔的施工误差对加劲梁段拼装、合龙的影响,一般都是以实测的主缆几何形状和塔顶标高为基准,来对吊索长度进行修正。

悬索桥的加劲梁段吊装与鞍座顶推不是同时进行的。在加劲梁段吊装时,塔顶鞍座与塔顶在水平方向临时约束,塔顶与鞍座一起发生位移,塔根承受一定的弯矩,加劲梁段吊装到一定程度,就用千斤顶调整塔顶鞍座与塔顶之间的相互位置,以释放塔根弯矩。为了增加施工过程中结构的抗风稳定性,常先把几个加劲梁段焊成一刚性相连段,如果刚性相连段长度太大,则有最外侧的吊索产生超载及加劲梁的弯曲应力产生超限的危险。为此,需对施工各阶段的结构几何形状和内力进行计算,对塔顶鞍座顶推时机和加劲梁段吊装刚接次序的合理性进行理论检算。

5.1 主缆横截面平均温度的计算方法

对于由钢丝(一般都在一万丝以上)和空隙(空隙率一般是 $17\% \sim 21\%$)组成的主缆横截面,由于主缆钢丝间空隙的影响,其热扩散系数远远

比构成主缆的钢丝的热扩散系数要小,主缆横截面温度场分布非常不均匀。下面介绍主缆横截面平均温度的计算方法^[41]。

5.1.1 主缆横截面平均温度的非稳态解法

(1) 非稳态热传导方程式

主缆横截面内的热量是通过相邻钢丝的接触面、钢丝间空隙中的空气来传导的。从宏观上看,主缆横截面内的热量传导,可以认为是平面热传导问题。

平面非稳态热传导方程可由式(5-1)给出,即:

$$\frac{\partial \theta(x, y, t)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (5-1)$$

式中: θ —— t 时刻点 (x, y) 处的温度;

D ——热扩散系数,可由比热 c 、密度 ρ 及热传导系数 k , 通过

$$D = k / (c\rho) \text{ 计算得到。}$$

式(5-1)的初始条件为:

$$\theta(x, y, t)|_{t=0} = \theta_0(x, y) \quad (5-2)$$

式(5-2)的边界条件有以下两种:

1) [Neumann 型问题]——边界 S_1 上的热流密度 q 为已知,即:

$$q(x, y, t) = k \frac{\partial \theta}{\partial n} = \alpha_b(t) [\theta_b(t) - \theta(x, y, t)] + q_b(x, y, t) \quad (5-3)$$

式中: k ——主缆材料热传导系数;

α_b ——主缆与周围空气的对流换热系数;

θ_b ——主缆周围空气的温度;

q_b ——日照等辐射换热的热流密度;

n ——边界线的法线方向。

2) [Dirichlet 型问题]——边界 S_2 上的温度分布为已知,即:

$$\theta(x, y, t)|_{S_2} = \hat{\theta}(x, y, t) \quad (5-4)$$

(2) 有限元解

应用 Galerkin 法,热传导方程(5-1)两边同乘以假设温度 $\delta\theta$, 对 x, y 连续积分,得到:

$$\iint \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta\theta dx dy = \iint D \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \delta\theta dx dy \quad (5-5)$$

为了取得边界条件,利用格林公式,式(5-5)右边的部分可以写成:

$$\iint D \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \delta \theta dx dy = - \iint \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial x} D \frac{\partial (\delta \theta)}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial y} D \frac{\partial (\delta \theta)}{\partial y} \right\} dx dy + \int D \frac{\partial \theta}{\partial n} \delta \theta ds \quad (5-6)$$

代入到式(5-5), 得到:

$$\iint \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta \theta dx dy + \iint \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial x} D \frac{\partial (\delta \theta)}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial y} D \frac{\partial (\delta \theta)}{\partial y} \right\} dx dy = \frac{1}{c\rho} \delta q \quad (5-7)$$

其中 δq 为对应[Neumann 型问题]的边界条件, 可通过沿边界线 S_1 积分得到:

$$\delta q = \int k \frac{\partial \theta}{\partial n} \delta \theta ds = \int_{s_1} [\alpha_b(t) \{ \theta_b(t) - \theta(x, y, t) \} + q_b(x, y, t)] \delta \theta ds \quad (5-8)$$

对三角形单元 ijm , 如图 5-1 所示, 假设温度插值函数为:

$$\theta(x, y, t) = [N] \{ \theta(t) \} = [L_i, L_j, L_m] \begin{Bmatrix} \theta_i(t) \\ \theta_j(t) \\ \theta_m(t) \end{Bmatrix} \quad (5-9)$$

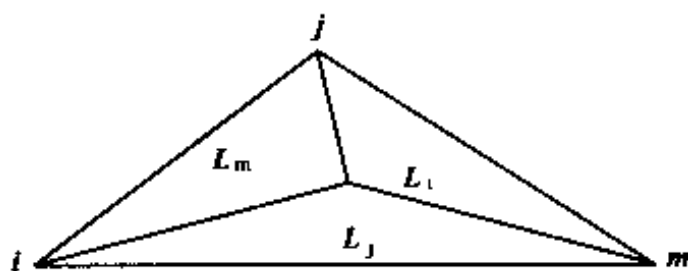


图 5-1 三角形单元 ijm

其中 $\theta_i, \theta_j, \theta_m$ 为节点的温度, L_i, L_j, L_m 为面积坐标, 由下式计算得到:

$$\begin{Bmatrix} L_i \\ L_j \\ L_m \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} x_j y_m - x_m y_j & y_j - y_m & x_m - x_j \\ x_m y_i - x_i y_m & y_m - y_i & x_i - x_m \\ x_i y_j - x_j y_i & y_i - y_j & x_j - x_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{Bmatrix} \quad (5-10)$$

其中 Δ 为三角形 ijm 的面积, 即:

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} \quad (5-11)$$

将式(5-9)代入式(5-7), 用矩阵表示得到:

$$[h] \{ \dot{\theta}(t) \} + \left[r + \frac{1}{c\rho} p_{s1} \right] \{ \theta(t) \} = \frac{1}{c\rho} \{ q_{s1}(t) \} \quad (5-12)$$

其中各矩阵分别为:

$$\left. \begin{aligned} [h] &= \iint [N]^T [N] dx dy \\ [r] &= \iint \{ [N_{,x}]^T D [N_{,x}] + [N_{,y}]^T D [N_{,y}] \} dx dy \\ [P_{s1}] &= \int_{s1} \alpha_b [N]^T [N] ds \\ \{q_{s1}(t)\} &= \int_{s1} \{ \alpha_b \theta_b(t) + q_b(x, y, t) \} [N]^T ds \end{aligned} \right\} \quad (5-13)$$

而且,

$$\left. \begin{aligned} [N_{,x}] &= \left[\frac{\partial L_i}{\partial x}, \frac{\partial L_j}{\partial x}, \frac{\partial L_m}{\partial x} \right] \\ [N_{,y}] &= \left[\frac{\partial L_i}{\partial y}, \frac{\partial L_j}{\partial y}, \frac{\partial L_m}{\partial y} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5-14)$$

组集所有的三角形单元,式(5-12)变为:

$$[H] \{ \dot{\theta}(t) \} + \left[R + \frac{1}{c\rho} P_{s1} \right] \{ \theta(t) \} = \frac{1}{c\rho} \{ Q_{s1}(t) \} \quad (5-15)$$

为了得到瞬态温度场的解,除了在平面域内用有限元网格划分外,还必须在时间域内用有限差分网格划分;另外,必须满足初始条件式(5-2)及[Dirichlet 型问题]的边界条件式(5-4)。采用向后差分,可得到:

$$\{ \theta(0) \} = \{ \theta_0 \} \quad (5-16)$$

$$\left[\frac{1}{\Delta t} H + R + \frac{1}{c\rho} P_{s1} \right] \{ \theta(t) \} = \left[\frac{1}{\Delta t} H \right] \{ \theta(t - \Delta t) \} + \frac{1}{c\rho} \{ Q_{s1}(t) \} \quad (5-17)$$

$$\{ \theta_{s2}(t) \} = \{ \hat{\theta}(t) \} \quad (5-18)$$

式(5-16)是各节点的起始温度,式(5-18)是边界线 S2 上的节点在时刻 t 的温度,式(5-17)即为用有限元法计算瞬态温度场的基本方程。

(3) 处理实际问题遇到的困难及解决方法

直接用前面的有限元解对悬索桥主缆横截面的温度场进行计算,会碰到很多实际困难。要得到式(5-17)的有限元解,必须有 $t=0$ 时的起始温度条件 $\{ \theta_0 \}$ 的假定值,因此为使假定值的误差降低至实际应用的范围内,必须进行一定程度的计算。

式(5-17)中不易计算 P_{s1} 、 Q_{s1} 。这是因为,热扩散系数 D ,对流换热系数 α_b 受架设现场的空气、风速等的影响。另外,由日照等产生的辐射热流密度 q_b 是通过在架设现场测定的主缆对太阳光的吸收率等计算而来的,但是目前对这些系数的测定还不够准确。合理处理实际问题的方法是将边界条件看成是[Dirichlet 型问题],那么式(5-17)中就消去了 P_{s1} 、 Q_{s1} 项,而且

式(5-18)中边界线 S2 上的节点在 t 时刻的温度值 $|\hat{\theta}(t)|$ 可以通过在架设现场测定主缆表面的温度而得到。有了 t 时刻主缆横截面内各点的温度后,就容易求得整个横截面的平均温度。

5.1.2 程序流程及算法

Super-SAP 等通用程序,可以对瞬态温度场问题进行分析,但是它提供的边界条件无法处理边界点的温度随时间而变化的情况,因此直接应用 Super-SAP 等通用程序对主缆横截面瞬态温度场进行计算,存在很多困难。文^[42,43]中提供了边界条件不变情况下的瞬、稳态温度场计算程序,本文对其进行修改,使其适合于主缆横截面瞬态温度场的计算。用时刻 t 求得的温度场分布作为 $t \rightarrow t + \Delta t$ 时段计算的初始条件, $t + \Delta t$ 时刻的边界温度(实测、内插)作为 $t \rightarrow t + \Delta t$ 时段计算的不变边界条件,依次类推直到各时刻各个节点的温度均求出为止。在计算中 0 时刻的初始条件可以采用 0 时刻稳态温度场的计算结果。步长 Δt 取值较小时,精度完全可以满足要求。根据前面的理论,编制了主缆横截面瞬、稳态温度场计算程序 TFIELD,程序框图如图 5-2 所示,程序除了设置单元自动划分的功能外,还对主缆表面温度测量测点的不同布置设置了 3 种选择,如图 5-3 所示。

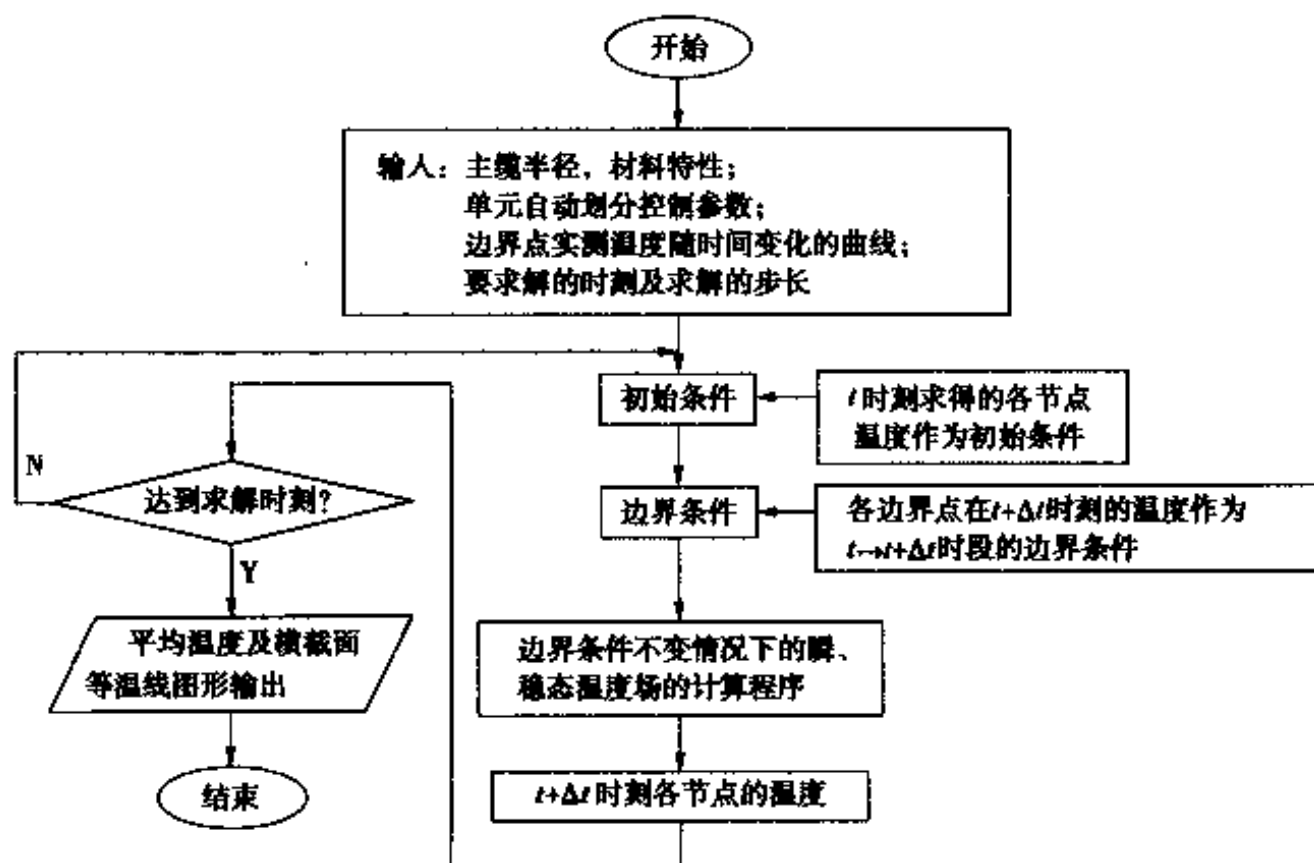


图 5-2 TFIELD 程序计算框图

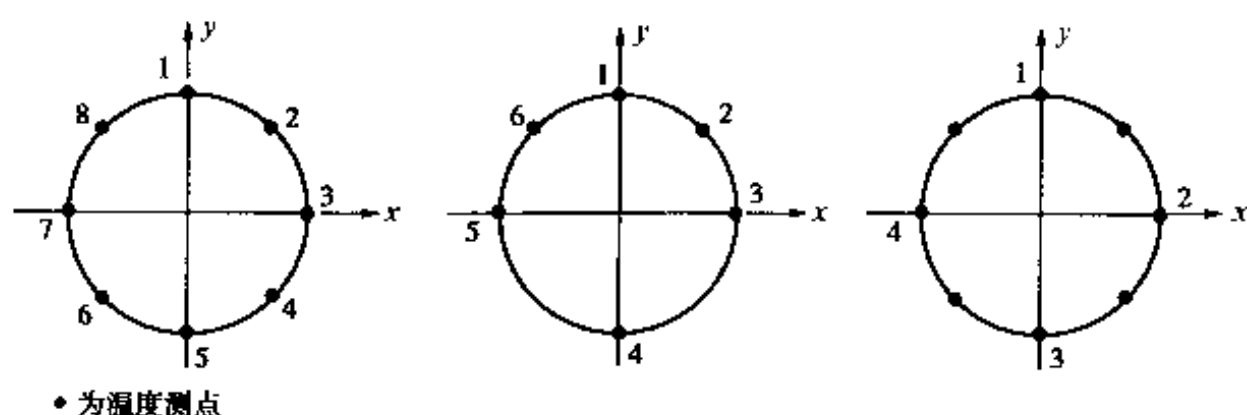


图 5-3 主缆表面温度量测点的不同布置

5.1.3 主缆模型温度试验及在架设现场主缆表面温度的量测

(1) 主缆模型的温度试验

用有限元方法在架设现场对 t 时刻主缆横截面的平均温度进行计算, 需要知道主缆横截面内与热传导有关的热物性参数——热扩散系数及对流换热系数, 由于主缆钢丝间空隙(空隙率一般为 17% ~ 21%)的影响, 主缆的热扩散系数远比构成主缆的钢丝要小, 故主缆的热物性参数只能通过模型试验得到。

长谷川^[44]基于下面三个目的: ①主缆横截面内与热传导有关的热物性参数的测定; ②外界气温任意变动时主缆温度的测定及理论计算正确性的验证; ③主缆温度随日照变化的测定, 对悬索桥的多个主缆模型进行了试验。

模型是由多根直径为 5mm 的镀铅钢丝捆扎面成, 各个参数如图 5-4、表 5-1 所示。在每个模型的两端都覆盖两层隔热壁, 以限制主缆纵向的热传导。其中直径 600mm 的模型 M41、M42、M50 可做随外界气温任意变化的试验。用模型 M41 和 M42、M42 和 M50 分别测试直射日光和抛光油漆的影响。模型 M10、M20、M30 可以进行外界气温等级变化的试验, 用模型 M10、M20 的试验结果对比研究模型长度对热物性参数的影响, 并与其它模型一起探究直径大小对热物性参数的影响。下面给出试验的结果。

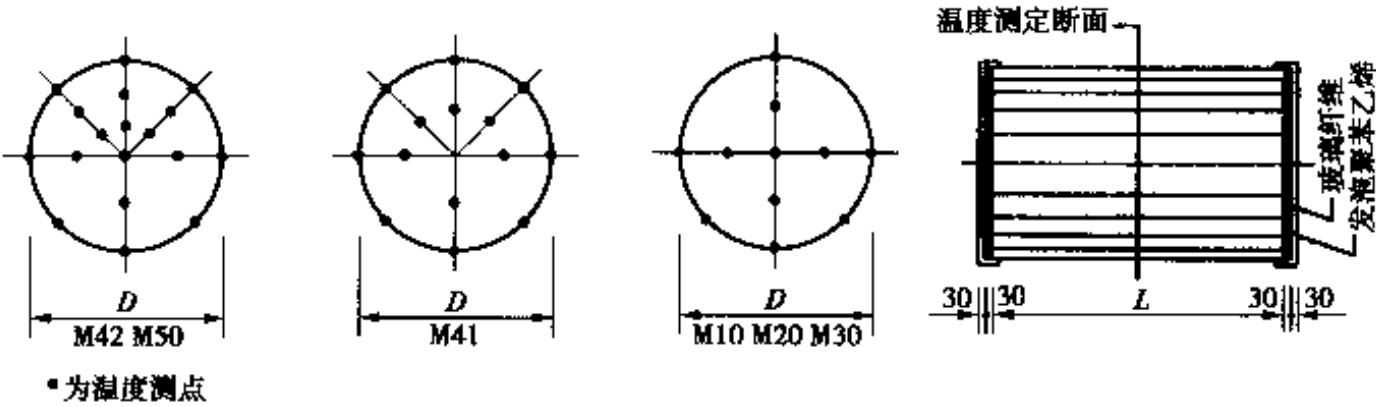


图 5-4 模型尺寸及测点布置(单位:mm)

模型数据表 表 5-1

模型名称	尺寸($D \times L$)(mm)	空隙率(%)	试 验 内 容
M10	100 × 300	19.5	温度等级变化
M20	100 × 500	19.5	温度等级变化
M30	300 × 800	17.2	温度等级变化
M41	600 × 800	20.5	温度等级变化、外界气温变化
M42	600 × 800	20.5	温度等级变化、外界气温变化、日射变化
M50	600 × 800	20.5	温度等级变化、外界气温变化、日射变化(钢丝表面抛光、油漆)

1)热扩散系数及热辐射系数

对各模型施加等级变动的外界气温,将测定的结果与理论计算结果对比,求得热扩散系数及其热辐射系数,如表 5-2 所示。从表中可以看出,热扩散系数(除 M42 以外)一般是 $10\text{cm}^2/\text{h}$ 左右,远远低于钢丝的 $197\text{cm}^2/\text{h}$ ^[45]。模型 M42 因为需要外界气温、日射等试验,大约有四、五个月的时间放在户外。与此相同条件的 M50,其热扩散系数 $D = 10.62\text{cm}^2/\text{h}$,M42 则增大达到 $D = 15.36\text{cm}^2/\text{h}$,这可能与 M42 上没有抛光、油漆,长时间置于户外,主缆内部生锈,钢丝间的热传导增加有关。主缆直径差异产生的影响可忽略不计。从表中还可得到热辐射系数 $h = 0.1 \sim 0.3\text{cm}^{-1}$,长谷川^[44]认为 h 值波动较大的原因是由试验时恒温室内使用风机引起的。

温度等级变化试验的结果

表 5-2

名称	尺寸(mm)	初期温度(℃)	温度等级(℃)	热扩散系数 ($\text{cm}^2 \cdot \text{h}^{-1}$)	热辐射系数 (cm^{-1})
M10	$100\phi \times 300$	4.5	22.0	8.30	0.179
		9.0	16.5	7.80	0.198
				8.05	0.189
M20	$100\phi \times 500$	4.0	22.5	11.47	0.139
		9.0	16.5	9.89	0.180
				10.68	0.160
M30	$300\phi \times 800$	5.0	21.5	9.62	0.163
		10.0	15.5	10.11	0.143
				9.87	0.153
M41 ^①	$600\phi \times 800$	10.0	15.2	9.05	0.300
		10.0	15.2	9.34	0.218
				9.20	0.259
M42 ^②	$600\phi \times 800$	6.5	19.0	15.99	0.125
		6.0	20.5	14.72	0.120
				15.36	0.123
M50 ^③	$600\phi \times 800$	9.0	17.0	10.56	0.136
		6.0	20.0	10.68	0.159
				10.62	0.148

注:每个模型都做了两次试验,表中还给出了两次试验的平均值。

①外界气温响应(钢丝表面没有抛光)。

②外界气温、日射响应(钢丝表面没有抛光)。

③外界气温、日射响应(钢丝表面抛光、油漆)。

2) 随外界气温变化的响应

温度响应的一般模式是:主缆表面温度的相位相对于外界气温要落后 1~2h;主缆轴线处的温度相位相对于外界气温要落后 12h,而且轴线处温度幅值波动较小。下面给出外界气温变动时主缆的温度响应的结果(模型 M41),如图 5-5 所示。试验值与计算值除了测点③外都是一致的。测点③

的误差大约在前一天晚上 18 点到第二天 8、9 点钟产生,常常高于计算值,这是由于在白天地表温度升高,晚间地表向外辐射热量,被主缆下侧吸收,阻止了主缆下侧(靠地面)表面温度的下降。但值得指出的是,在实际悬索桥的主缆中,由于主缆离地面很高,因此不存在这个问题。

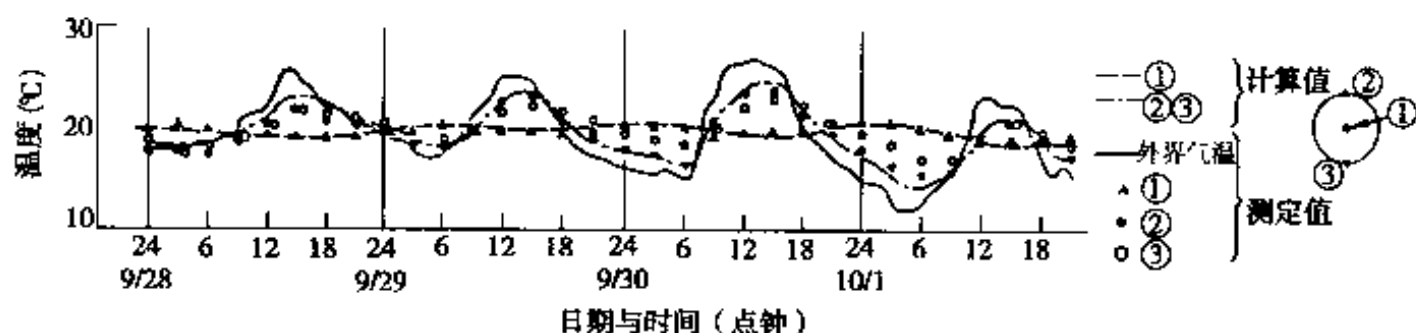


图 5-5 外界气温变化与主缆的温度响应(模型 M41)

3) 由日射变化引起的主缆温度改变

随日射的变化,主缆表面温度的最大值随时间推移,由东侧向西侧移动,日落后其影响急剧减小。从截面的温度分布来看,接收日射的表面附近,温度分布变化较大,其它部分影响较小。另外,对钢丝表面进行抛光、油漆后,因为钢丝表面的热辐射吸收率油漆以后要降低,主缆的表面温度最大值可降低 40% 左右。

(2) 架设现场主缆表面温度的量测

在 5.1.2 中已经说明,要得到 t 时刻主缆横截面的平均温度,需要在 t 时刻对主缆表面的温度进行量测,测得的结果作为有限元计算的边界条件输入,加上前面已经测得的主缆的热扩散系数 D ,即可求得主缆在 t 时刻的温度场分布及主缆横截面的平均温度。

5.1.4 算例

限于国内目前缺乏主缆横截面温度场实测数据,为了对程序的可靠性进行考核,取用文^[44]的数据用程序 TFIELD 进行计算,即主缆直径 $d = 600\text{mm}$,热扩散系数 $D = 15.36\text{cm}^2/\text{h}$,主缆表面 6 个测点的实测温度随时间变化的曲线如图 5-6 所示。计算得到如下结果:图 5-7 为主缆横截面的单元划分;图 5-8 为主缆横截面在上午 10 时的温度场分布;图 5-9 为主缆横截面在上午 10 时的等温线图;图 5-10 为主缆横截面中午 13 时的温度分布;图 5-11 为主缆横截面在中午 13 时的等温线图。为了进行比较,图 5-12 给出了主缆横截面中午 13 时的温度分布实测值,由实测值算得的截面平均值为 4.73°C ,与用程序 TFIELD 计算的结果 4.55°C 吻合良好。表 5-3 列出了用不

同方法计算得到的主缆横截面平均温度的比较。

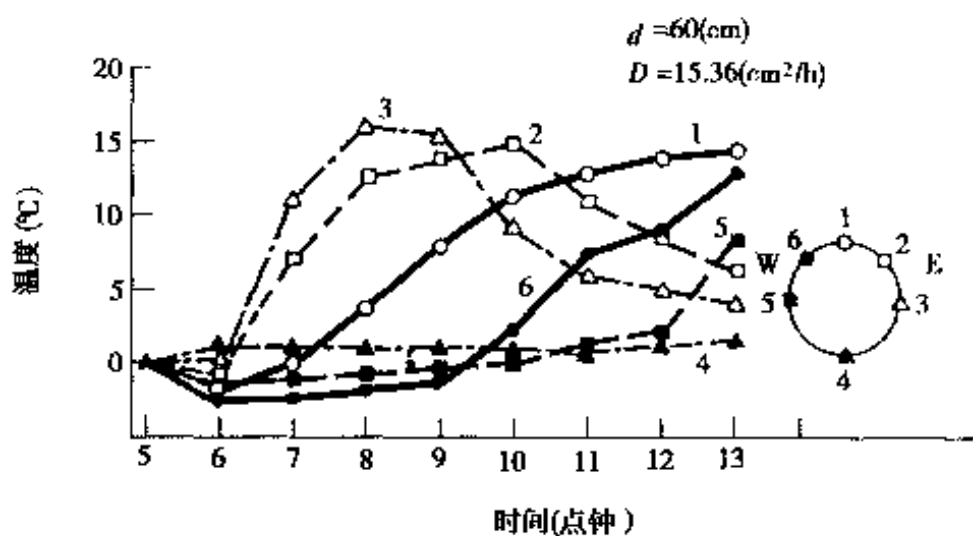


图 5-6 主缆表面 6 个测点的实测温度随时间变化的曲线

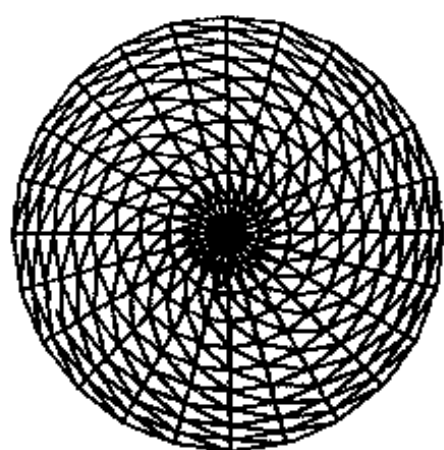


图 5-7 主缆横截面的单元划分

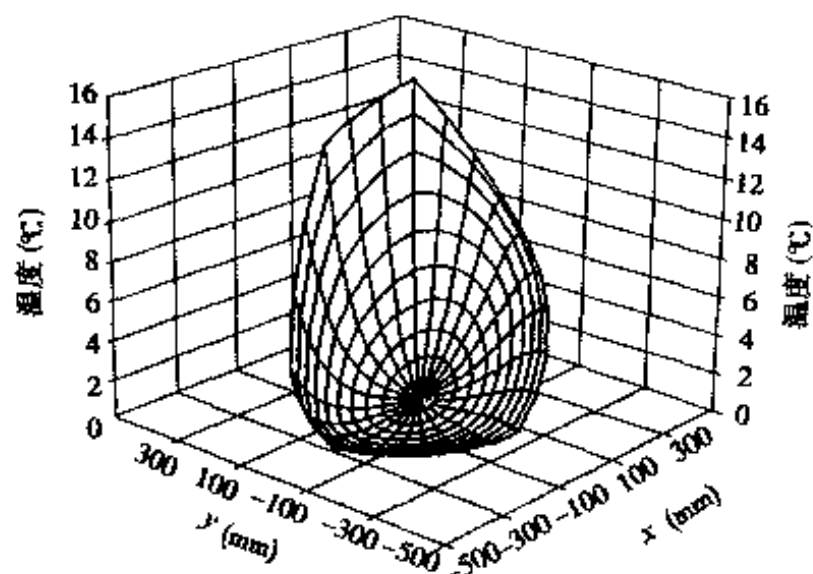


图 5-8 主缆横截面上午 10 时的温度场分布

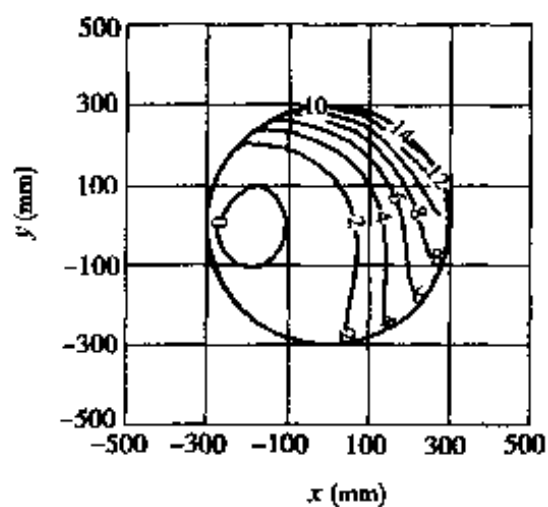


图 5-9 主缆横截面上午 10 时的等温线图

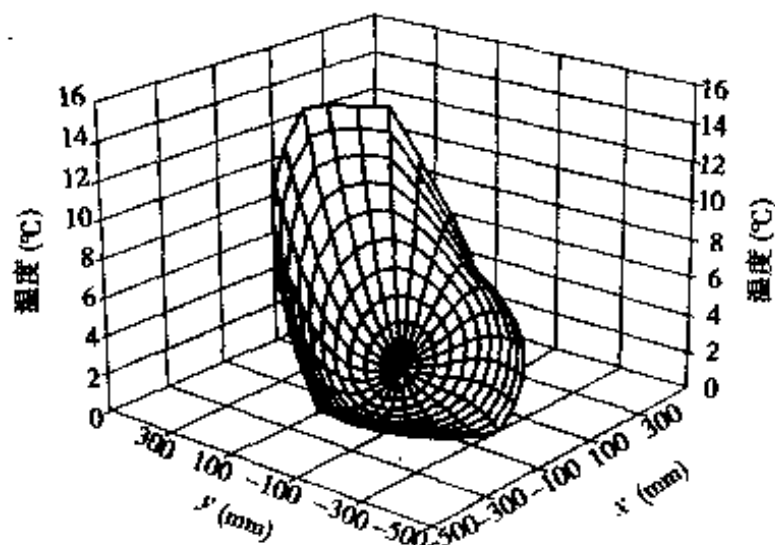


图 5-10 主缆横截面中午 13 时的温度场分布

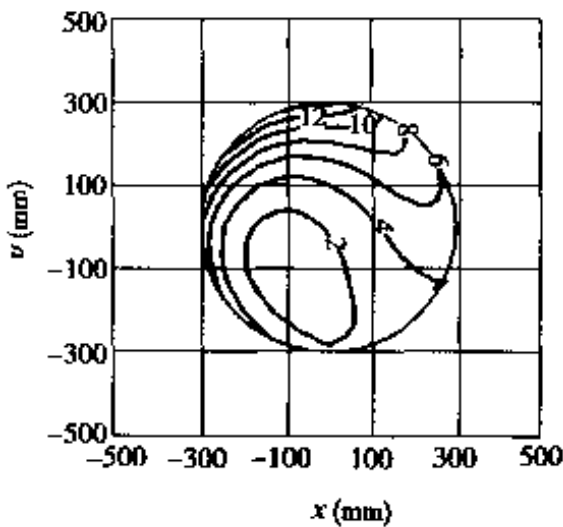


图 5-11 主缆横截面中午 13 时的等温线图

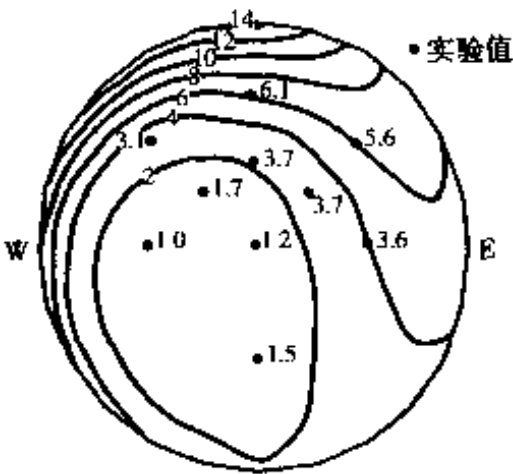


图 5-12 主缆横截面中午 13 时的温度分布实测值

用不同方法计算得到的主缆横截面平均温度的比较 表 5-3

计算方法	测定时刻(时)			
	10	11	12	13
	主缆横截面的平均温度(℃)			
(1)	3.20	3.41	3.84	4.55
(2)	6.75	6.33	7.27	8.21

注:(1)用程序 TFIELD 计算主缆横截面的温度场,取整个横截面的平均值。
(2)取主缆表面 6 个测点温度的平均值。

从表 5-3 可知,对直径为 600mm 的主缆,采用方法(2)计算主缆横截面的平均温度,误差已变得不可忽略,由于主缆横截面的温度场分布非常不均匀,随着主缆直径的增大,误差将越来越大,为此建议对直径大于 600mm 的主缆,应采用基于现场量测的用有限元方法计算主缆横截面的温度场分布,取整个横截面的平均值。

5.2 主塔主缆施工误差与吊索长度修正

在悬索桥架设过程中,由于诸多因素的影响(如主缆钢丝材料特性的离散性,主缆基准索股的架设误差,混凝土的收缩、徐变等),使得在主缆挂完以后,主缆跨中点坐标、塔顶坐标换算到设计基准温度时的值会偏离设计要求,这就是主塔、主缆的施工误差。前已提到,对每座悬索桥,主缆的施工误

差限值都有详细的规定,如日本的因岛大桥^[10],规定主缆垂度的施工误差不能超过 $\pm 50\text{mm}$,前后两索面的相对误差不得超过 $\pm 30\text{mm}$ 。在实际施工中,当这些误差超过限值时,虽然主塔、主缆已无法改变,但可通过修正吊索长度的补救办法,以消除这些误差对加劲梁段吊拼、合龙的影响,保证成桥后桥面线形符合设计要求。

5.2.1 吊索长度计算方法

吊索长度的传统计算方法都是基于成桥状态恒载全由主缆承担、主缆线形为抛物线、加劲梁不承受弯矩的膜理论假设,并由吊索力反推得到。一方面由于在靠近塔柱处吊索的长度增大和主缆的倾斜度较大,恒载在水平方向并非均布,主缆实际线形既非抛物线又非悬链线;另一方面由于桥面铺装是在整个加劲梁段刚接成整体以后施工的,加劲梁承受着不可忽略的竖向弯矩,桥面铺装荷载引起的各吊索力的增加值并不相等,因此这个方法不够精确。对此国内外已有学者^[46]提出一些方法考虑主缆的实际线形,但是都没有考虑加劲梁参与承担桥面铺装荷载这个因素。本文是基于施工过程,用几何非线性有限元方法通过多次迭代得到,具体方法已在3.2中说明。

5.2.2 吊索长度修正算法

在架设加劲梁之前,先对空缆状态时主缆跨中点、塔顶的坐标进行测量,然后换算为设计基准温度时相应点的坐标,通过与设计要求值比较,得到设计基准温度时空缆状态主缆跨中点、塔顶坐标的误差。主缆跨中点坐标测量时,需要准确知道当时主缆横截面的平均温度。平均温度的计算方法已在5.1中说明。

有了设计基准温度时空缆状态主缆跨中点、塔顶坐标的误差,就可以根据空缆状态与成桥状态这些点的误差换算关系内插得到成桥状态相应点的误差。内插用到的误差换算关系可以通过调用程序D12,假设多个成桥状态主缆跨中点和塔顶坐标的变化量,分别计算空缆状态对应点的变化量而得到。

有了设计基准温度时成桥状态主缆跨中点、塔顶坐标的误差,就可修改D12程序迭代目标中主塔和主缆的输入数据,其它数据保持不变,调用程序D12重新计算,即可得到修正后的成桥状态结构几何形状和内力,同时也得到了调整后的吊索长度^[47]。修正计算的流程如图5-13所示。

5.2.3 算例

以主跨为 1385 m 的江阴长江大桥为例,结构的主要数据^[35]如表 5-4 所示,表中主缆及吊索是两索面合并后的值。设计要求的成桥状态结构几何形状控制数据(桥面线形、吊索间距、塔顶坐标、主缆跨中点坐标等)这里不一一列出。结构计算模型及吊索的比较位置如图 5-14 所示。

为了探究桥面铺装荷载假设全由主缆承担所引起的吊索长度误差,这里分别对桥面铺装荷载由主缆全部承担和由主缆、加劲梁共同承担的两种情况进行计算。对桥面铺装荷载由主缆全部承担的计算,只要在程序 D12 的输入数据中令加劲梁的重量为 $(13.929 + 4.115) \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$,桥面铺装的重量为 0 即可,计算结果比较如表 5-5 所示。桥面铺装荷载假设为全由主缆承担,引起在靠近塔柱处吊索长度偏小,最大差值为 2cm;膜理论方法引起计算结果偏大,最大差值多达 40cm。按照日本本四公司的标准^[10](我国尚未有相应的标准),对 60 ~ 120m 长的吊索,制造允许的长度误差仅为 5.0mm,相对这样高的制造要求,设计时提高吊索长度的计算精度就显得十分必要。

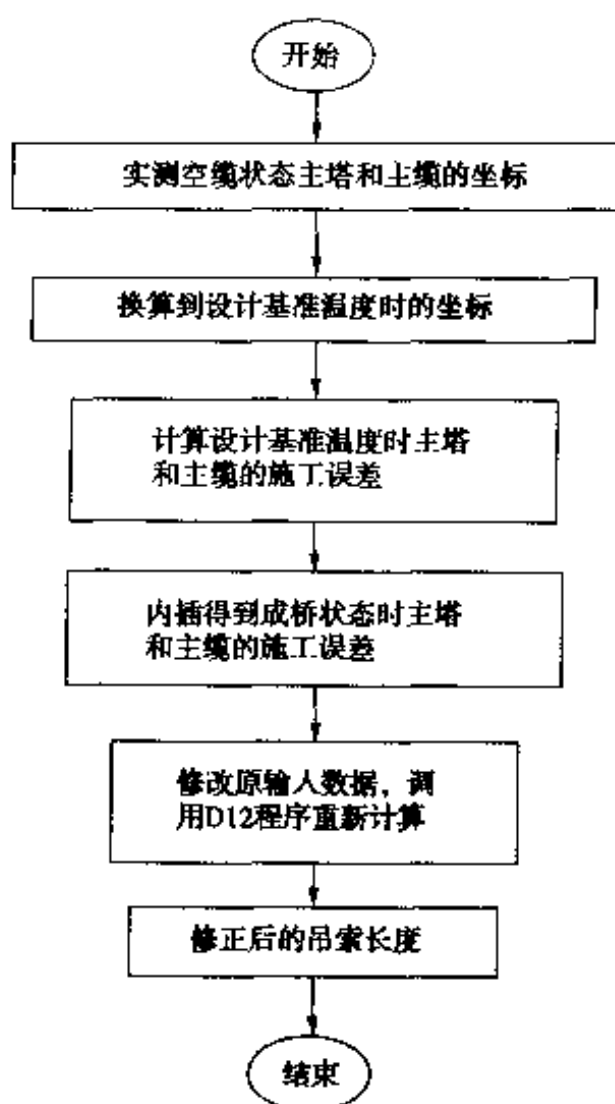


图 5-13 吊索长度修正计算流程

结 构 数 据

表 5-4

位置	$E(10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2})$	$A(\text{m}^2)$	$I(\text{m}^4)$	$W(10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1})$
主缆	2.0	0.965	0	7.575
吊索	1.4	0.016	0	0.124
加劲梁	2.1	1.045	1.724	13.929 ^① , 4.115 ^②

注:①为加劲梁的重量。

②为桥面铺装的重量。

设实测空缆状态主塔和主缆的施工误差如图 5-15 所示,给定多个成桥状态主缆跨中点坐标的变化量,通过程序 D12 计算得到了空缆状态对应点

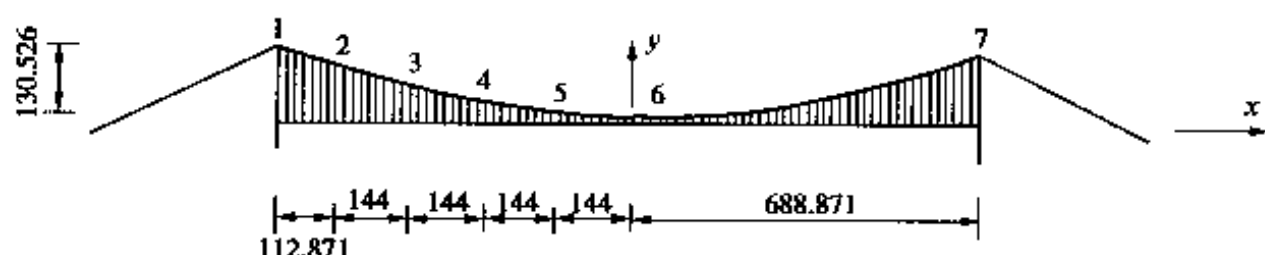


图 5-14 结构计算模型及吊索的比较位置(尺寸单位:m)

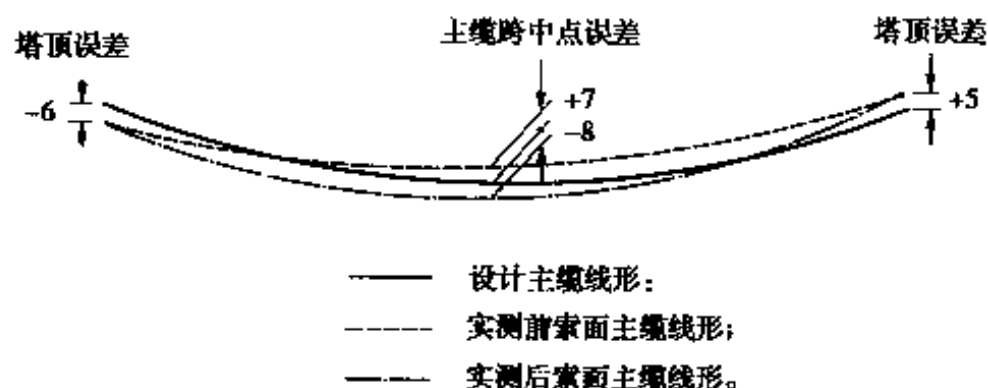


图 5-15 空缆状态前后索面的施工误差(单位:cm)

的坐标变化量,从而建立起空缆状态与成桥状态误差的换算关系,如图 5-16 所示。内插得到成桥状态主缆前、后索而跨中点竖向坐标的误差分别为 +7.2cm、-8.2cm。空缆状态到成桥状态,主塔塔顶坐标的变化主要是加劲梁的一、二期恒载引起的压缩,其压缩量非常小。空缆状态主塔的施工误差可近似地认为是成桥状态时主塔的施工误差,即成桥状态左、右塔塔顶竖向坐标的误差分别为 -6cm、+5cm。表 5-6 给出了吊索长度修正计算的部分结果。

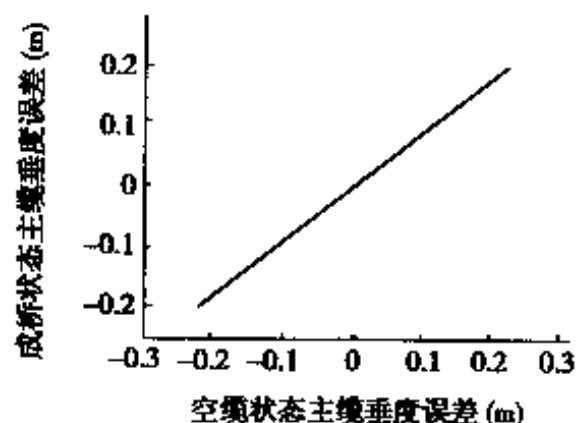


图 5-16 主缆垂度误差的换算关系(单位:m)

不同计算方法所得的吊索长度比较

表 5-5

计算方法	吊索位置				
	2	3	4	5	6
	吊索长度(m)				
(1)	104.528	61.635	30.984	12.385	5.726
(2)	104.544	61.647	30.991	12.388	5.726
(3)	104.867	62.035	31.233	12.464	5.726

注:(1)桥面铺装荷载假设全由主缆承担。

(2)桥面铺装荷载由主缆、加劲梁共同承担。

(3)膜理论方法。

吊索长度修正计算结果

表 5-6

吊索位置		2	3	4	5	6
		吊索长度(m)				
原设计值		104.544	61.647	30.991	12.388	5.726
调整后值	前索面	104.512	61.651	31.025	12.444	5.798
	后索面	104.465	61.557	30.897	12.297	5.644

5.3 悬索桥架设过程的倒拆分析

悬索桥的施工可分为：主塔和锚碇的施工、架设猫道、架设主缆、安装吊索、吊装加劲梁段、刚接加劲梁段、桥面铺装等过程。在整个施工过程中，随着主缆拉应力的增加，位于锚碇和塔顶之间的缆垂度变小，迫使主塔鞍座及塔顶向河中移动。为了使主塔鞍座及塔顶在成桥状态位于其设计位置，需在架设主缆之前，让主塔鞍座相对于塔顶有一向岸的预偏量，随后在吊装加劲梁过程中用千斤顶有控制地调整塔顶鞍座与塔顶的相对位置，在总的预偏量较大时，应分次顶推，保证塔底所受的压弯应力不超过容许值。主缆的几何形状随着加劲梁段的逐段架设而不断改变，当只有数目不多的梁段架设到位时，这些梁段在上翼缘板处互相挤压，而在下翼缘板处互相分离，如用强制力使下翼缘板过早地闭合，结构或连接有可能因强度不够而破坏。通常的做法是在吊梁的开始阶段，只是让各梁段在上翼缘板由“铰”状连接，对于下翼缘板则让它们张开，等到绝大部分的加劲梁段已架设到位，梁段之间下面的张口就会闭合，然后对梁段间接缝进行永久性刚接。对加劲梁的架设过程进行计算，按施工方案用计算机模拟整个施工过程，对方案中加劲梁段的吊装次序、鞍座顶推时机、顶推量值进行检查，计算出各个施工阶段的主缆及加劲梁挠度曲线，供施工监控参考。文^[5,48]也计算了各个施工阶段的主缆及加劲梁挠度曲线，但都是用多个直杆单元模拟主缆，不考虑施工过程中主缆与鞍座相切点位置的变化，计算模型中没有考虑主塔的作用，对鞍座的顶推也没有模拟，也即无法算出每个施工阶段主塔的受力情况。

5.3.1 鞍座位置调整及加劲梁段吊拼模拟

施工过程中,需要用千斤顶对鞍座与塔顶的相对位置进行调整,如图 5-17 所示,鞍座的有限元离散、鞍座位置调整模拟和加劲梁段吊拼的模拟可见本书 3.4.2。主缆与鞍座相切点的位置可通过鞍座圆弧和主缆在该点处斜率相等的关系求得。

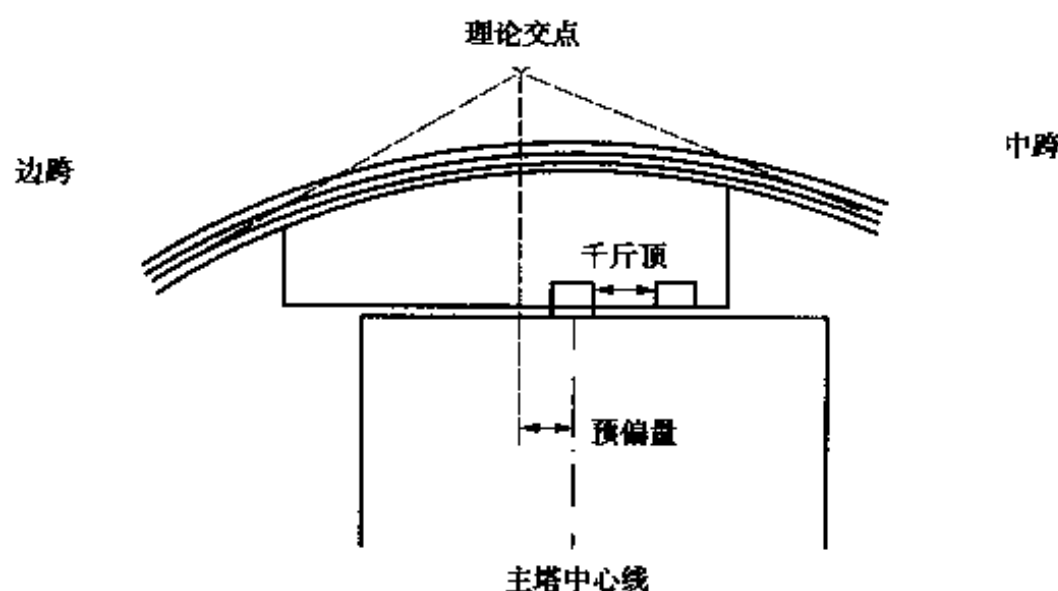


图 5-17 鞍座顶推图

5.3.2 加劲梁段倒拆的有限元模拟方法

成桥状态时自重作用下结构处于平衡状态,选择这个平衡状态为倒拆分析的计算初始态,按施工过程的反方向,首先卸去桥面铺装,而后变加劲梁段间的刚接为上翼缘板间铰接和下翼缘板间分开,然后逐一拆去加劲梁段,最后只剩下主缆、鞍座、塔所组成的结构,倒拆过程中也包含多次对鞍座与塔顶间位置的调整。卸去桥面铺装,只要把原来作用在结构上的二期恒载变为 0 即可。拆去加劲梁段用相应单元退出工作的方式模拟,即在形成结构总刚度时,约束退出工作的节点,不组装退出工作单元的刚度;在形成节点等效荷载时,不计算退出工作单元的自重的等效荷载。对自由悬挂的吊索,两端的水平向位移改为主从约束,即保证吊索竖直,且结构为几何不变。

倒拆分析用到的成桥状态结构几何形状和内力,已经考虑到主塔、主缆的施工误差并按 5.2 中所述的方法进行过修正。

5.3.3 倒拆分析程序

以成桥状态为初始态,编制了没有考虑温度、吊机等影响的空间理想倒

拆分析程序 CONTROL1 及考虑温度、吊机等影响的倒拆分析程序 CONTROL2。首先用 CONTROL1 计算得到理想倒拆每一施工阶段结构的几何形状和内力,然后由 CONTROL2 读入 CONTROL1 的计算结果,考虑温度、吊机的重量再计算出每个施工阶段的结构几何形状和内力^[49]。

5.3.4 算例

虎门大桥是主跨为 888m 的钢悬索桥,构件几何、材料特性的部分数据见表 3-9,在介绍倒拆分析之前,以左塔塔顶鞍座为例,对鞍座顶推进行说明,虎门大桥的左塔塔顶鞍座在空缆状态时向左预偏 $dx_l = 1.299\text{m}$ 。吊梁时,鞍座与塔顶相互约束,塔顶随鞍座向右移动。吊梁到一定阶段,塔顶向右水平位移超过规定的限值(如虎门大桥为 0.300m)时,需要用千斤顶顶推鞍座相对于塔顶向右移动 dx_{lf} (或 dx_{lb})。实际上,相对于塔根,顶推引起的鞍座位移非常小,主要是塔顶相对于塔根向左移动,这是因为鞍座与主缆形成的结构的水平刚度远远大于主塔塔顶处的水平刚度。 dx_{lf} 、 dx_{lb} 分别为左塔上两根主缆下的鞍座的顶推量值; dx_{rf} 、 dx_{rb} 分别是右塔上两根主缆下的鞍座的顶推量值;正负号的规定相对于塔顶而言,向左为正,向右为负。

虎门大桥实际施工采用的钢箱梁的吊装布置如图 5-18 所示。

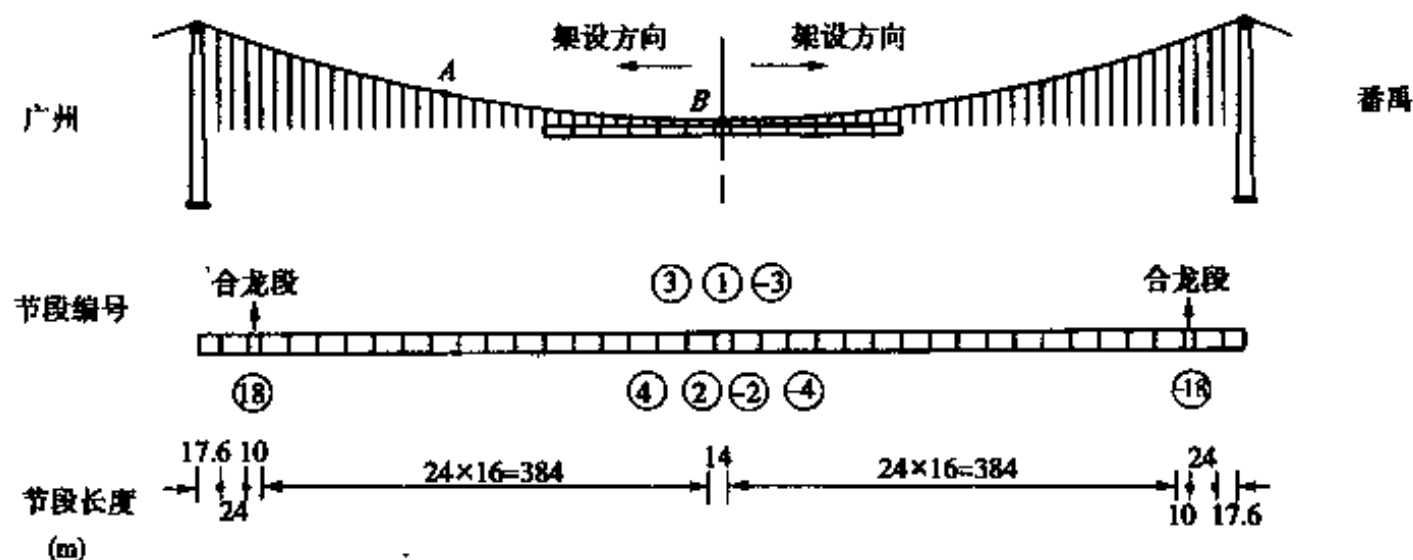


图 5-18 虎门大桥钢箱梁的吊装布置

整个施工步骤如下:

- (1) 塔、鞍座施工。
- (2) 主缆架设。
- (3) 安装索夹。

(4)安装吊索。

(5)猫道挂到主缆上。

(6)吊装 1 号梁段。

(7)鞍座顶推。

$$dxlf = +0.162\text{m}, dxrf = -0.255\text{m}$$

$$dxlb = +0.162\text{m}, dxrb = -0.255\text{m}$$

(8)吊装 2、-2 号梁段。

(9)鞍座顶推。

$$dxlf = +0.135\text{m}, dxrf = -0.203\text{m}$$

$$dxlb = +0.135\text{m}, dxrb = -0.203\text{m}$$

(10)吊装 3、-3 号梁段。

(11)吊装 4、-4 号梁段。

(12)鞍座顶推。

$$dxlf = +0.197\text{m}, dxrf = -0.284\text{m}$$

$$dxlb = +0.197\text{m}, dxrb = -0.284\text{m}$$

(13)吊装 5、-5 号梁段。

(14)吊装 6、-6,7、-7 号梁段。

(15)鞍座顶推。

$$dxlf = +0.195\text{m}, dxrf = -0.265\text{m}$$

$$dxlb = +0.195\text{m}, dxrb = -0.265\text{m}$$

(16)吊装 8、-8,9、-9 号梁段。

(17)吊装 10、-10,11、-11 号梁段。

(18)吊装 12、-12,13、-13 号梁段。

(19)鞍座顶推。

$$dxlf = +0.225\text{m}, dxrf = -0.286\text{m}$$

$$dxlb = +0.225\text{m}, dxrb = -0.286\text{m}$$

(20)吊装 14、-14,15、-15 号梁段。

(21)吊装 16、-16,17、-17 号梁段。

(22)吊装 19、-19,20、-20 号梁段。

(23)吊装 18、-18 号梁段。

(24)鞍座顶推。

$$dxlf = +0.115\text{m}, dxrf = -0.093\text{m}$$

$$dxlb = +0.115\text{m}, dxrb = -0.093\text{m}$$

(25)加劲梁段之间的铰接全部变刚接。

(26)桥面铺装等(主缆、加劲梁的二期恒载)。

(27)鞍座顶推。

$$dxlf = +0.200m, dxrf = -0.298m$$

$$dxlh = +0.200m, dxrb = -0.298m$$

(28)猫道拆除。

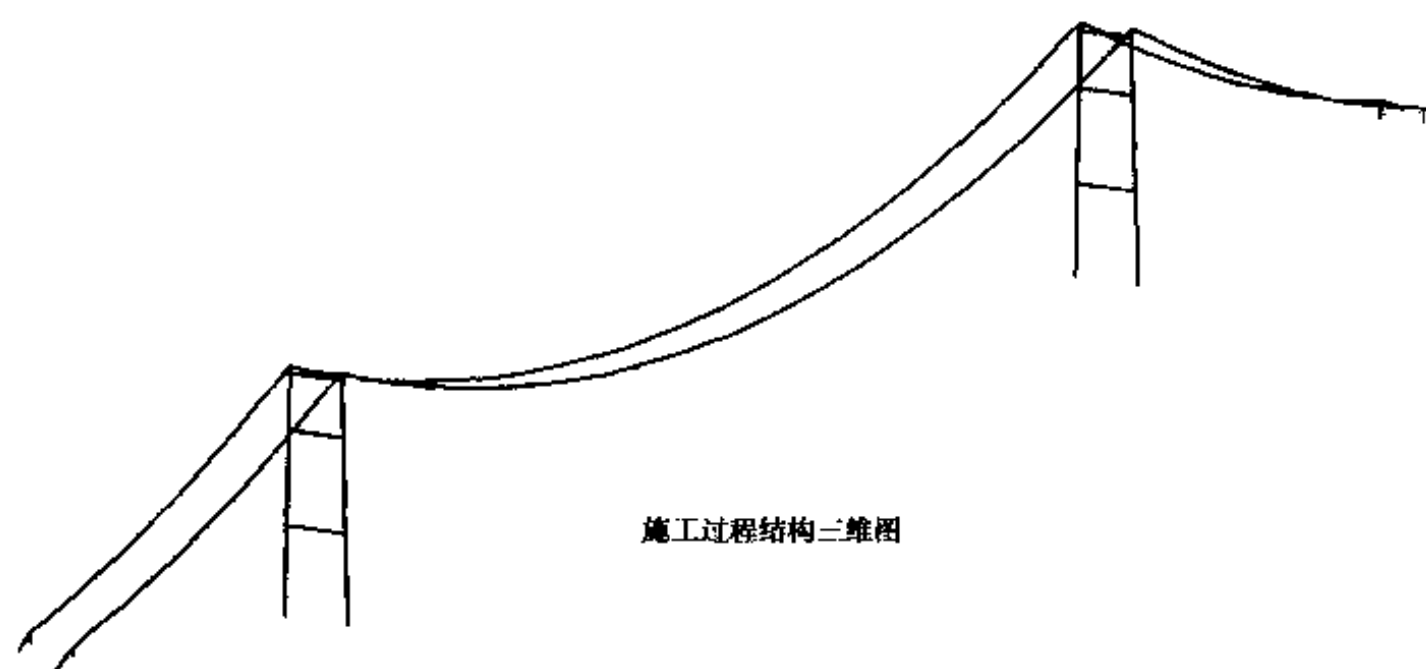
用 CONTROL1、CONTROL2 程序先对虎门大桥进行倒拆分析计算(基准温度时,共 28 个施工步骤),然后对相对于基准温度升高 25℃和下降 20℃的两种最不利工况进行计算。限于篇幅,下面给出基准温度时倒拆分析的部分计算结果,施工步骤(2)、(5)、(8)、(11)、(17)、(19)、(26)、(28)时的结构几何形状、位移及内力如图 5-19 ~ 图 5-26 所示。

对应施工步骤(2)、(5)、(8)、(11)、(17)、(19)、(26)、(28),温度降低 20℃和升高 25℃时塔顶鞍座的偏位、塔顶的水平位移如表 5-7 所示,主缆跨中点坐标及塔根弯矩如表 5-8 所示。

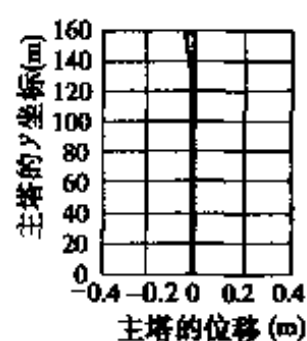
塔顶鞍座偏位与塔顶水平位移

表 5-7

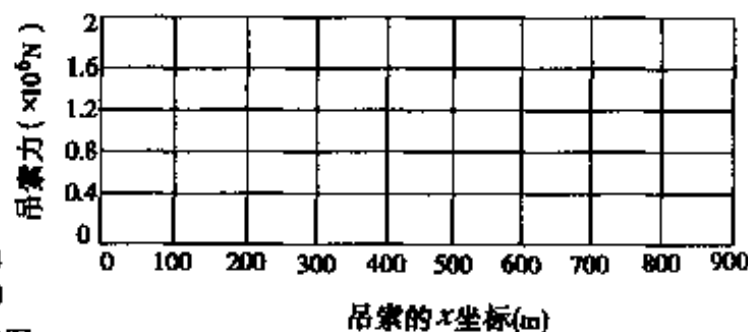
施工 步骤	鞍座相对于塔顶 的偏位(m)		塔顶相对于塔根的水平位移(m)					
			(左 塔)			(右 塔)		
	左塔	右塔	-20℃	0℃	+25℃	-20℃	0℃	+25℃
(2)	-1.229	+1.684	-0.068	-0.017	+0.045	+0.087	+0.033	-0.033
(5)	-1.229	+1.684	+0.051	+0.104	+0.170	-0.081	-0.139	-0.210
(8)	-1.067	+1.429	+0.084	+0.142	+0.213	-0.117	-0.183	-0.263
(11)	-0.932	+1.226	+0.148	+0.209	+0.286	-0.200	-0.271	-0.360
(17)	-0.540	+0.677	+0.112	+0.175	+0.255	-0.136	-0.212	-0.307
(19)	-0.315	+0.391	-0.048	+0.016	+0.096	+0.064	-0.012	-0.108
(26)	-0.200	+0.298	+0.123	+0.187	+0.266	-0.200	-0.276	-0.371
(28)	0	0	-0.065	0	+0.078	+0.078	0	-0.093



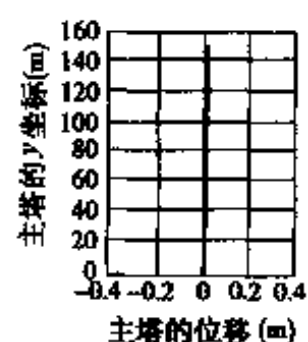
施工过程结构三维图



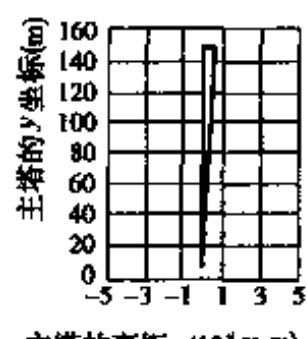
左塔单柱水平位移图



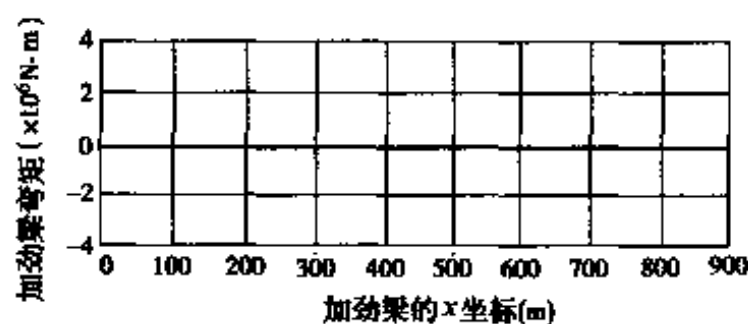
吊杆力图



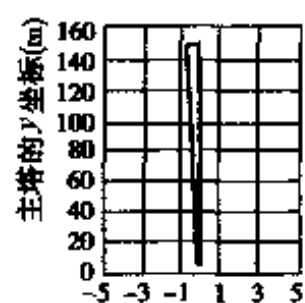
右塔单柱水平位移图



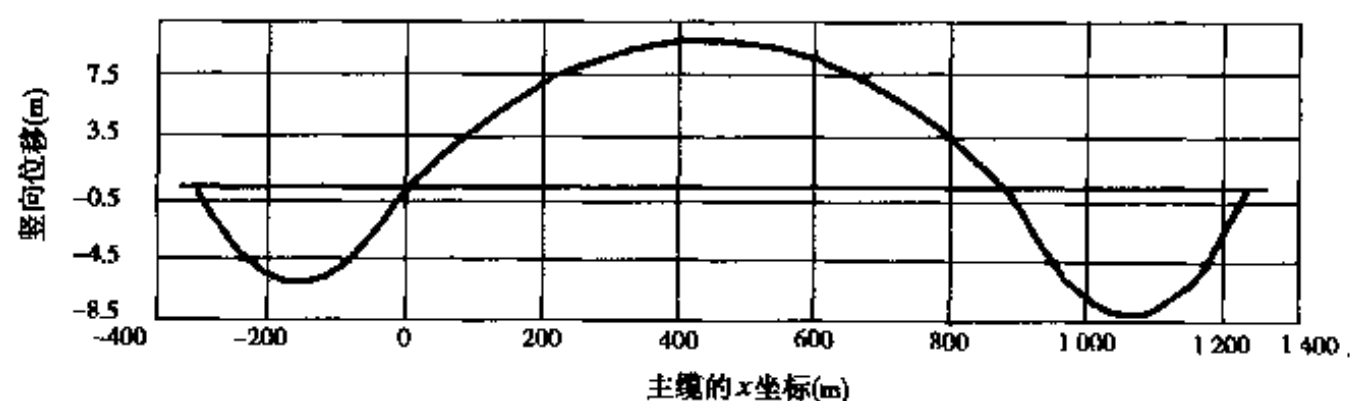
主塔单柱弯矩图



加劲梁弯矩图



右塔单柱弯矩图



主缆相对于全新完成时的竖向位移图

图 5-19 施工步骤(2)时的结构几何形状、位移及内力

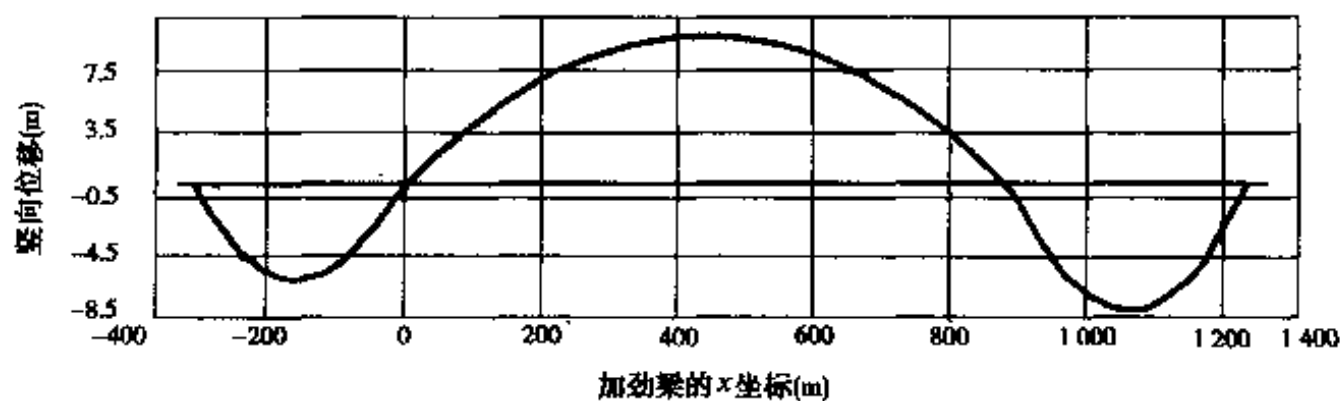
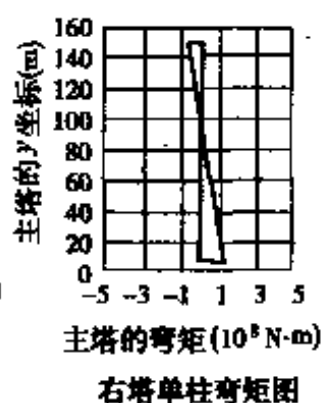
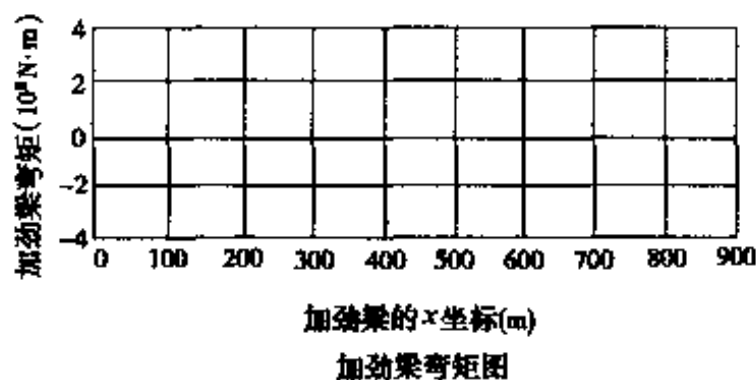
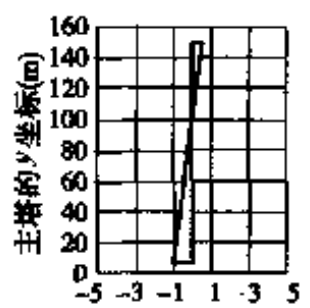
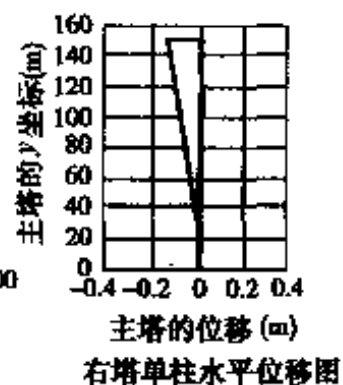
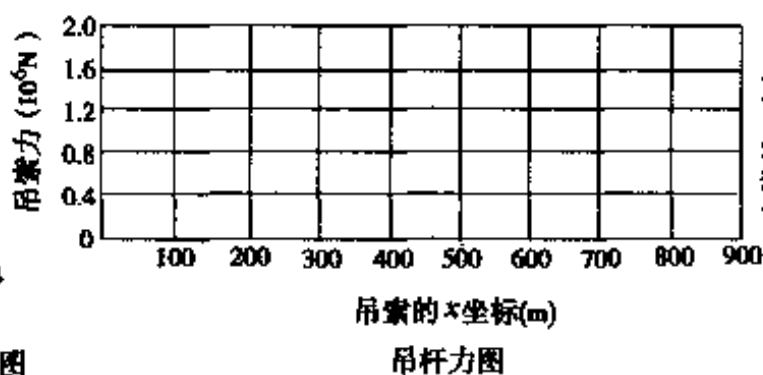
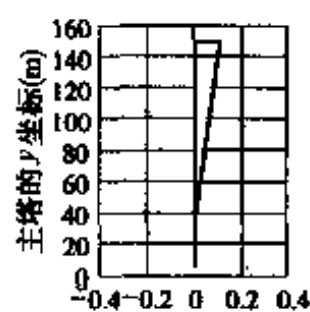
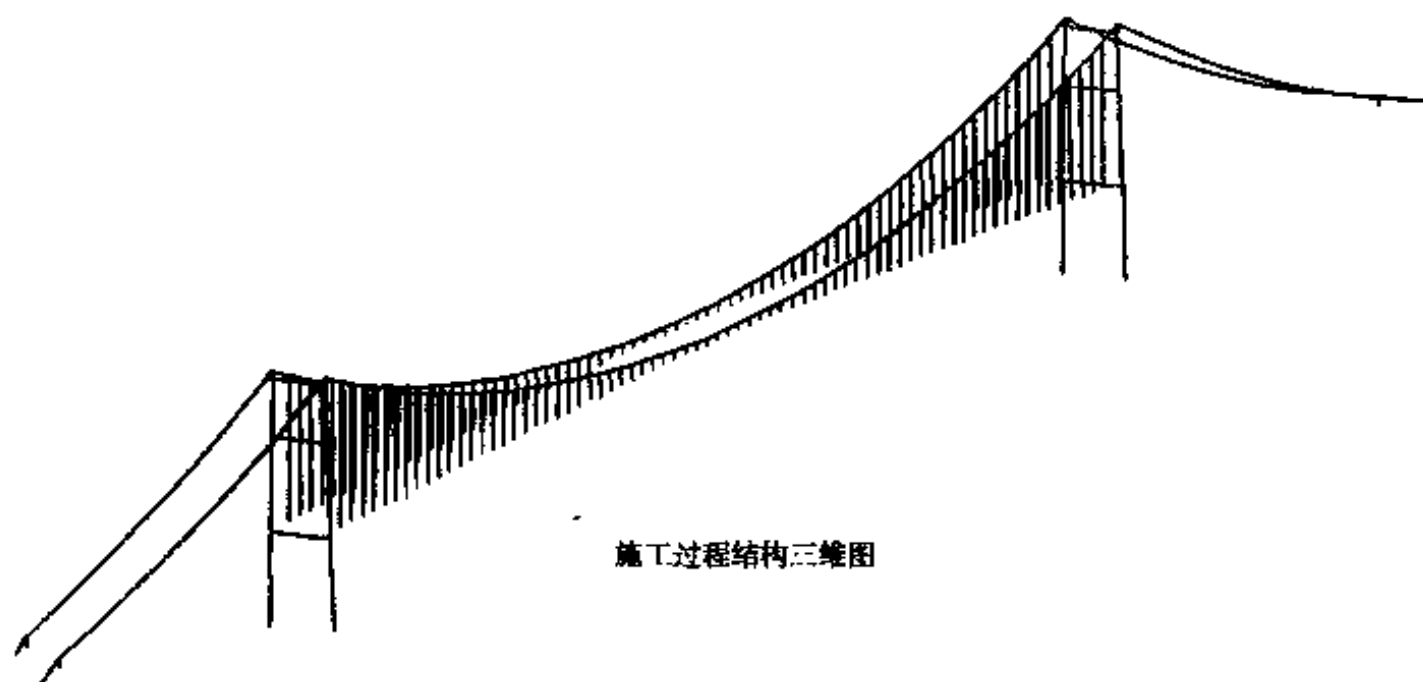


图 5-20 施工步骤(5)时的结构几何形状、位移及内力

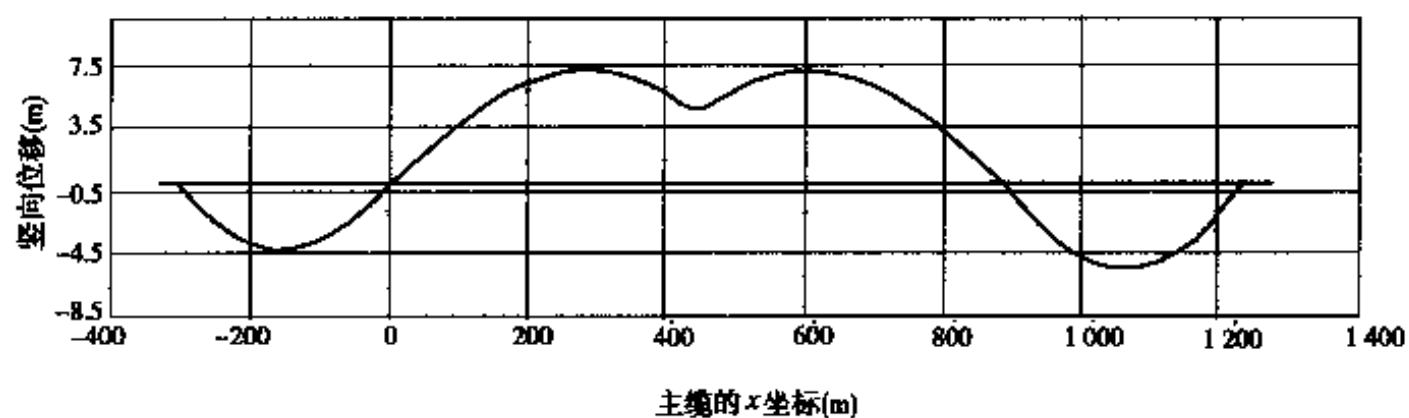
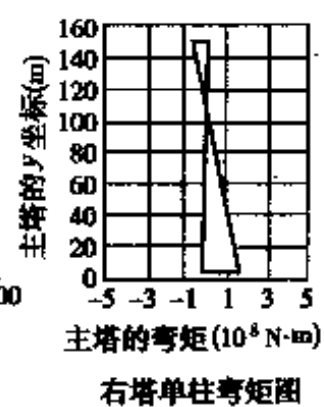
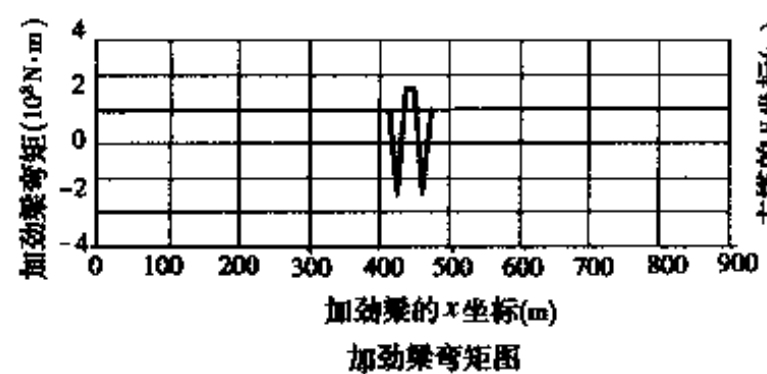
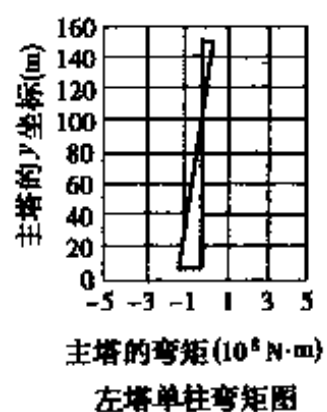
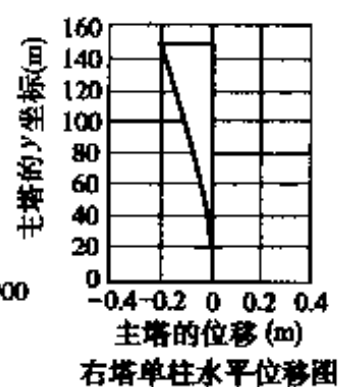
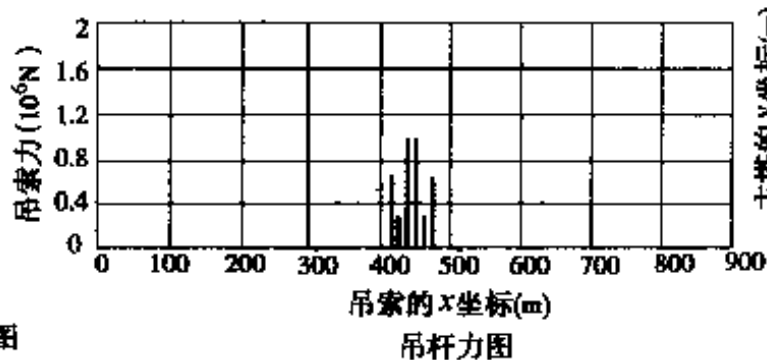
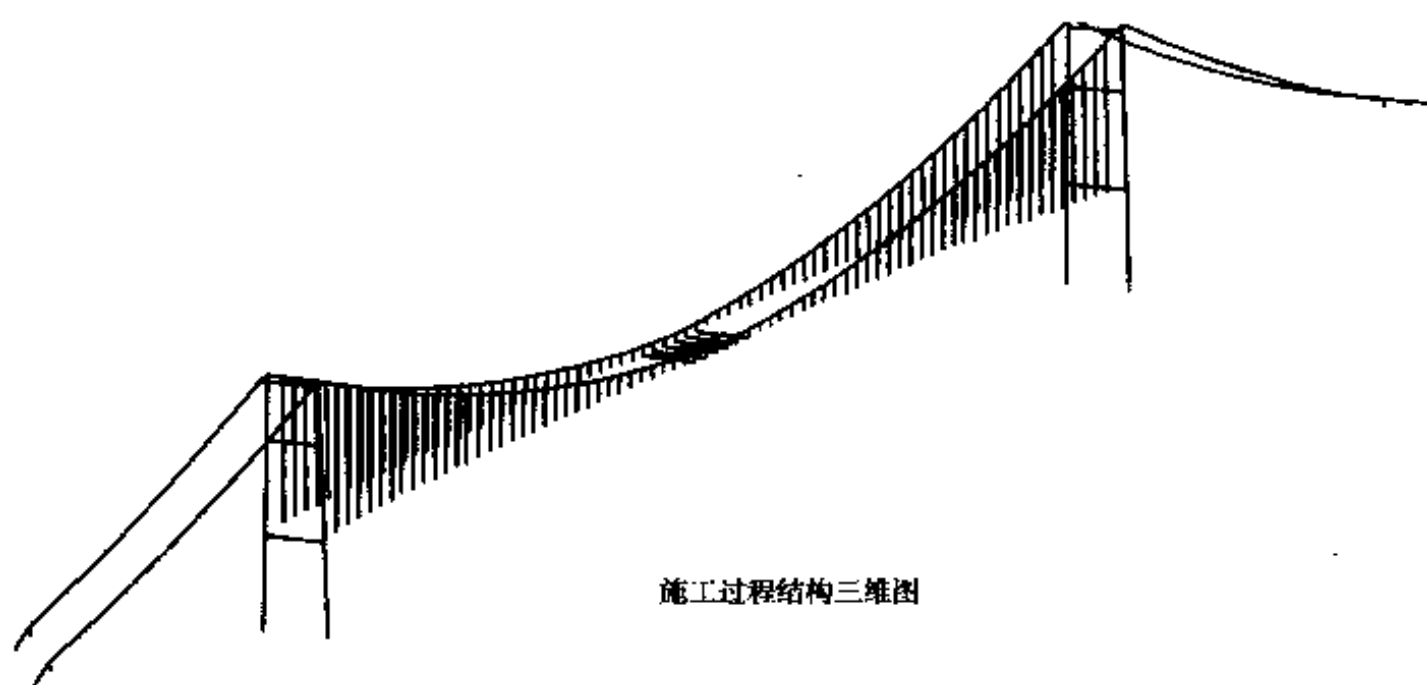
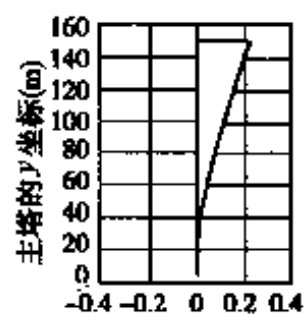
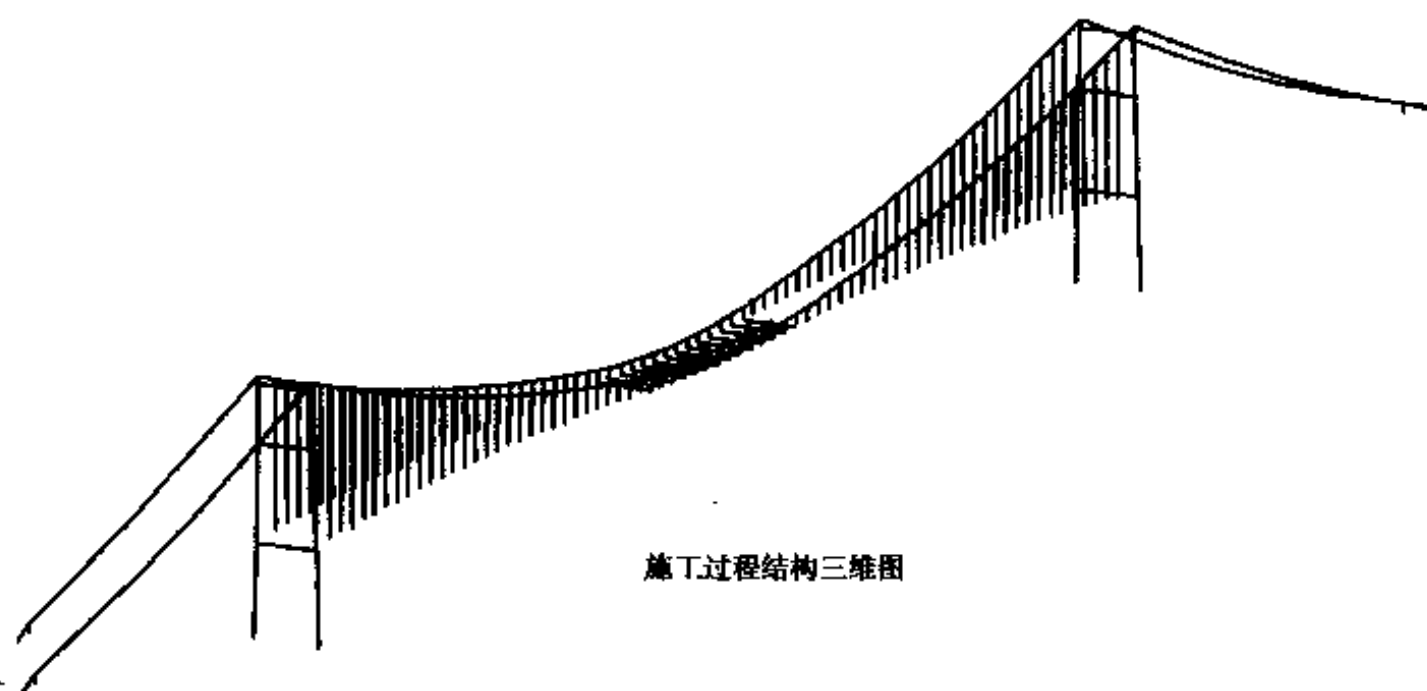
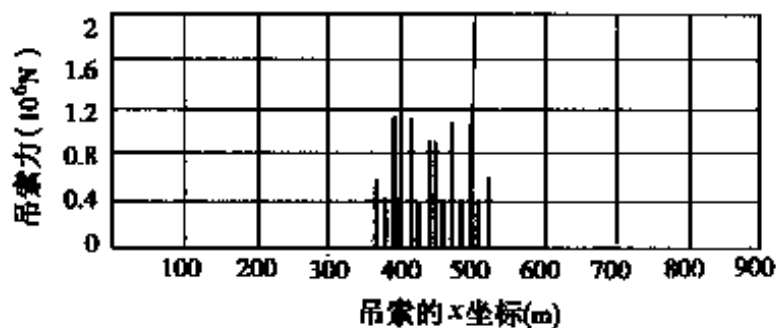


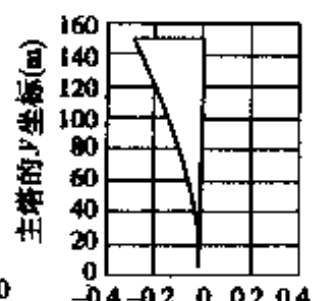
图 5-21 施工步骤(8)时的结构几何形状、位移及内力



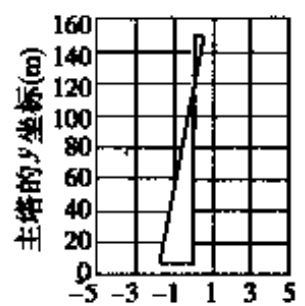
左塔单柱水平位移图



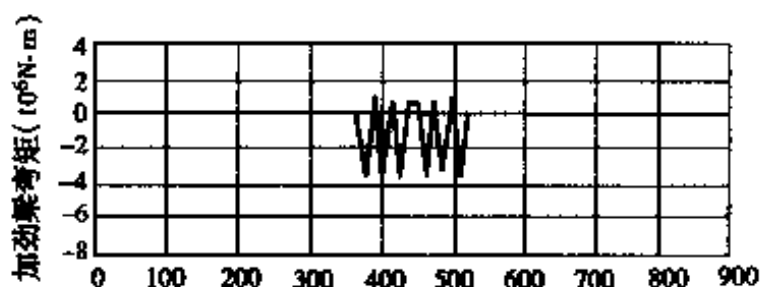
吊杆力图



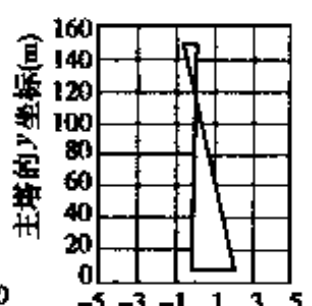
右塔单柱水平位移图



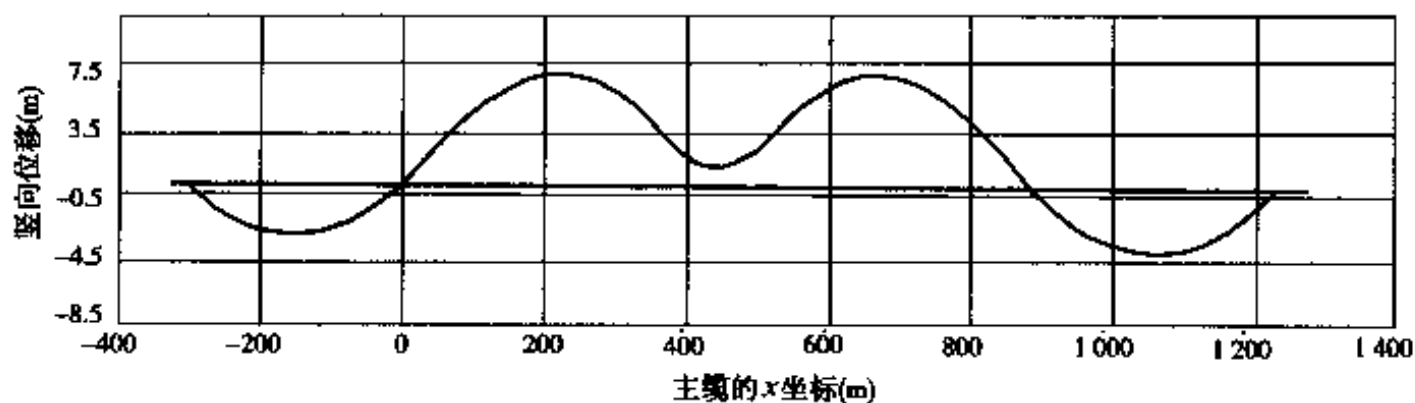
左塔单柱弯矩图



加劲梁弯矩图

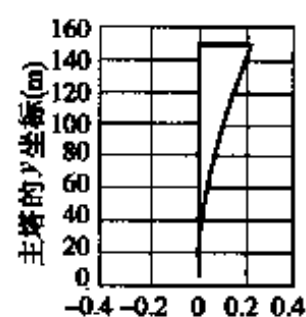
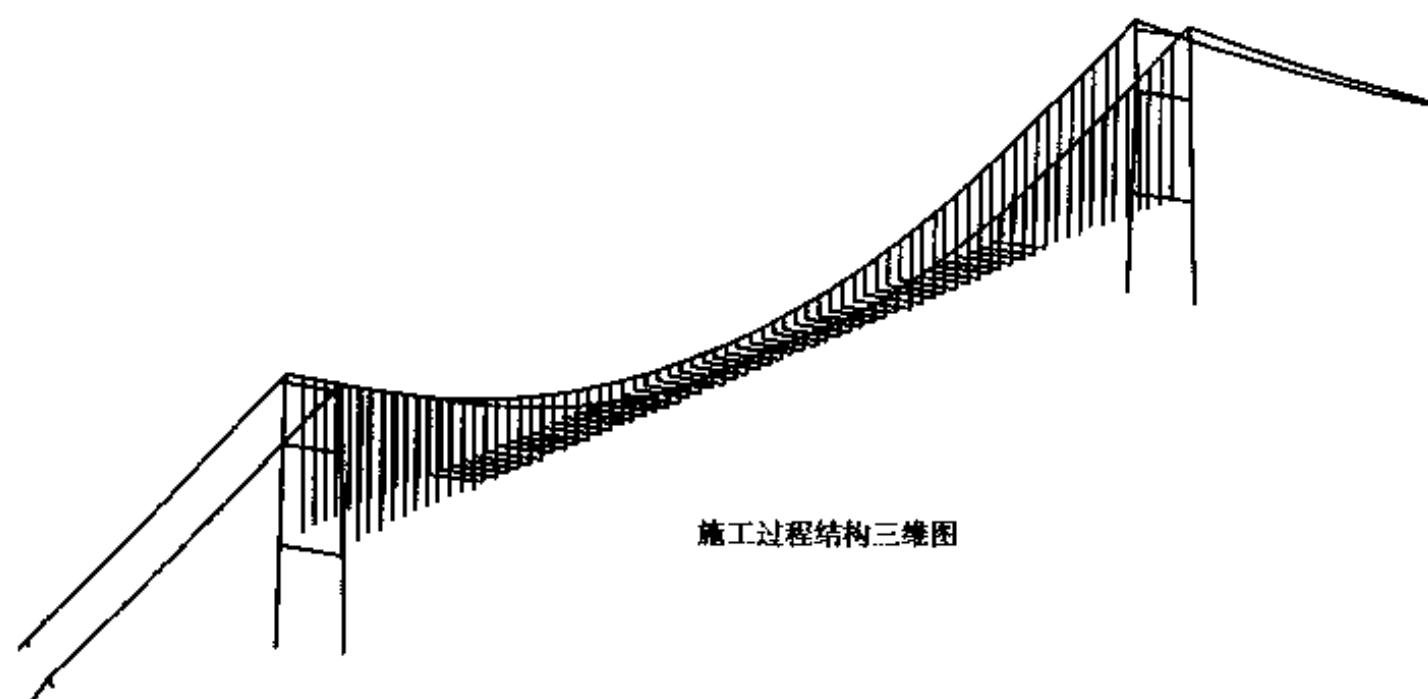


右塔单柱弯矩图

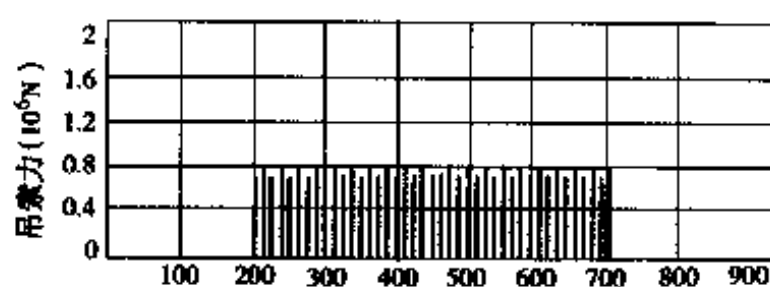


主缆相对于全桥完成时的竖向位移图

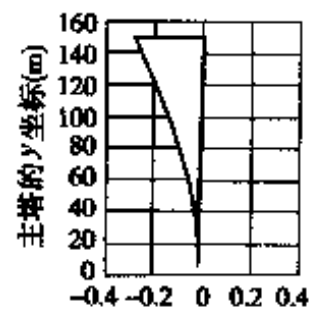
图 5-22 施工步骤(11)时的结构几何形状、位移及内力



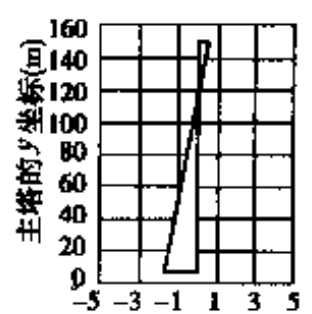
左塔单柱水平位移图



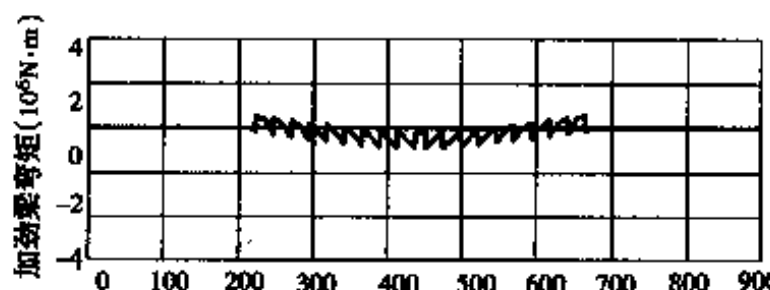
吊索的x坐标(m)
吊杆力图



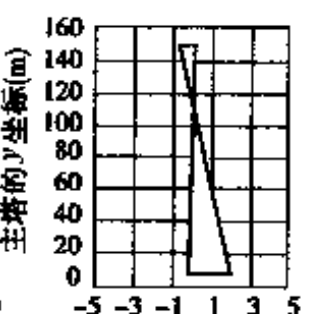
右塔单柱水平位移图



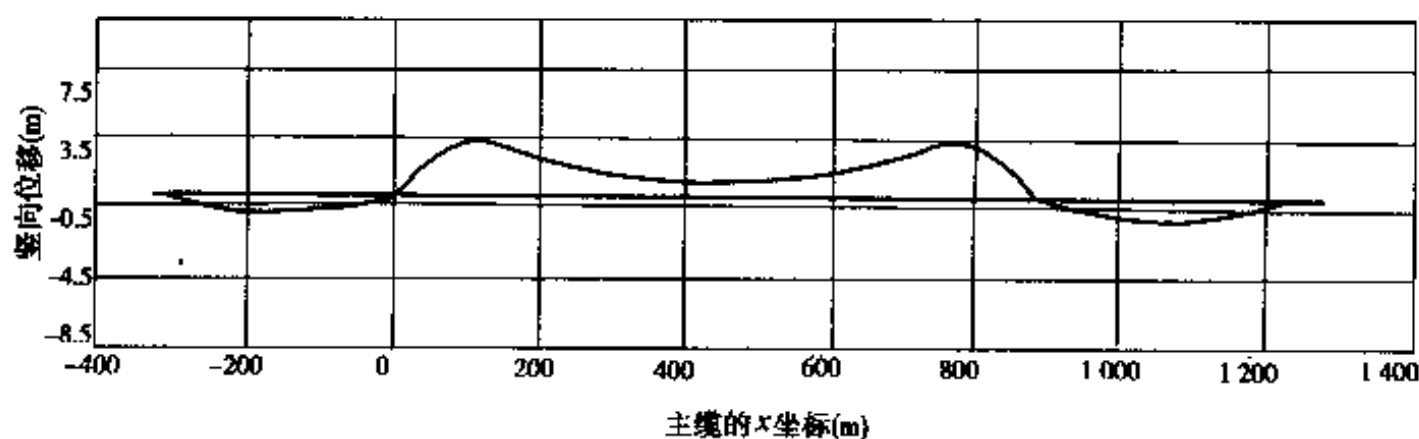
左塔单柱弯矩图



加劲梁的x坐标(m)
加劲梁弯矩图



右塔单柱弯矩图



主缆相对于全桥完成时的竖向位移图

图 5-23 施工步骤(17)时的结构几何形状、位移及内力

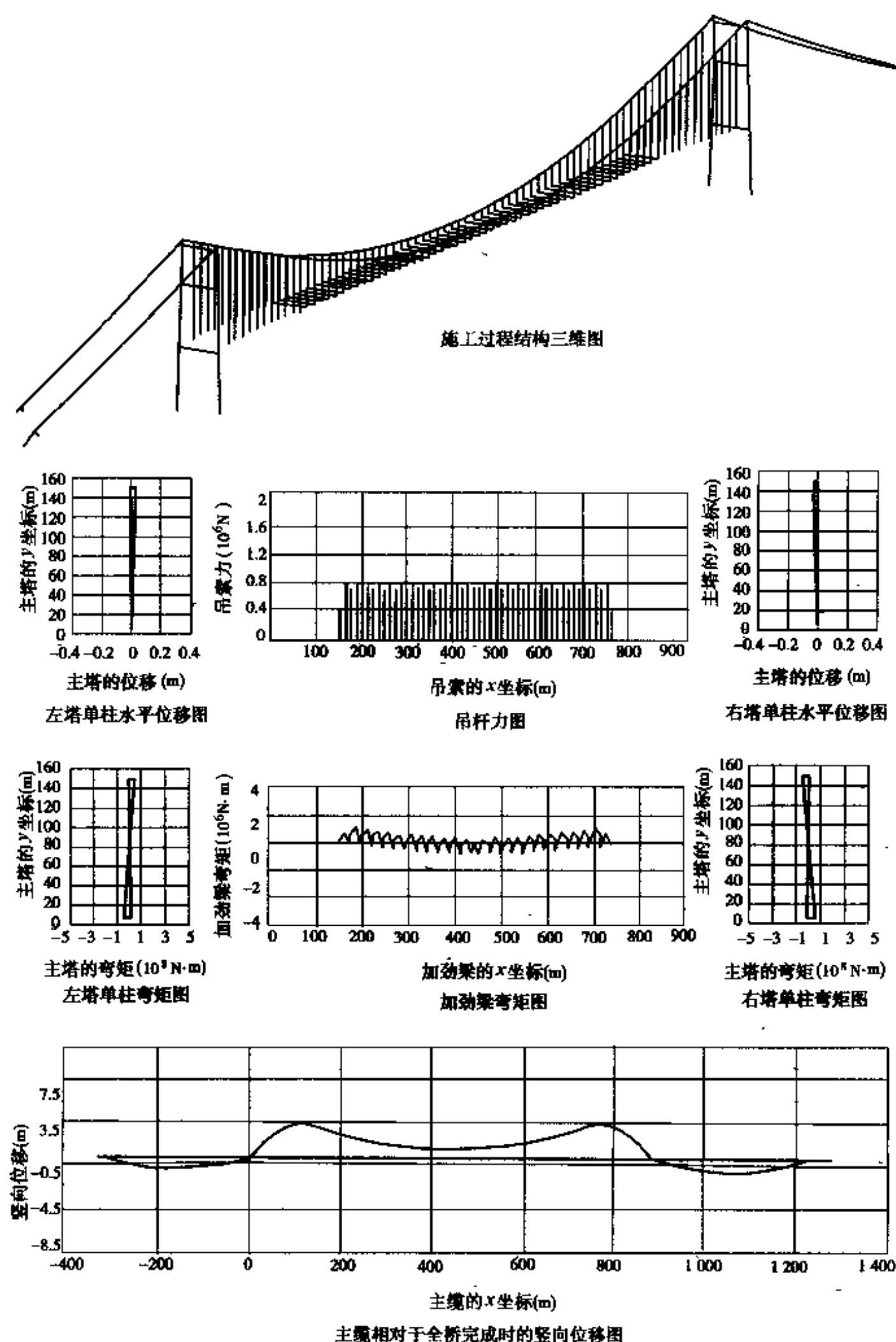
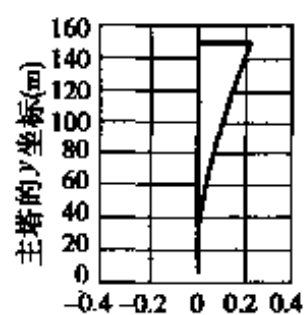
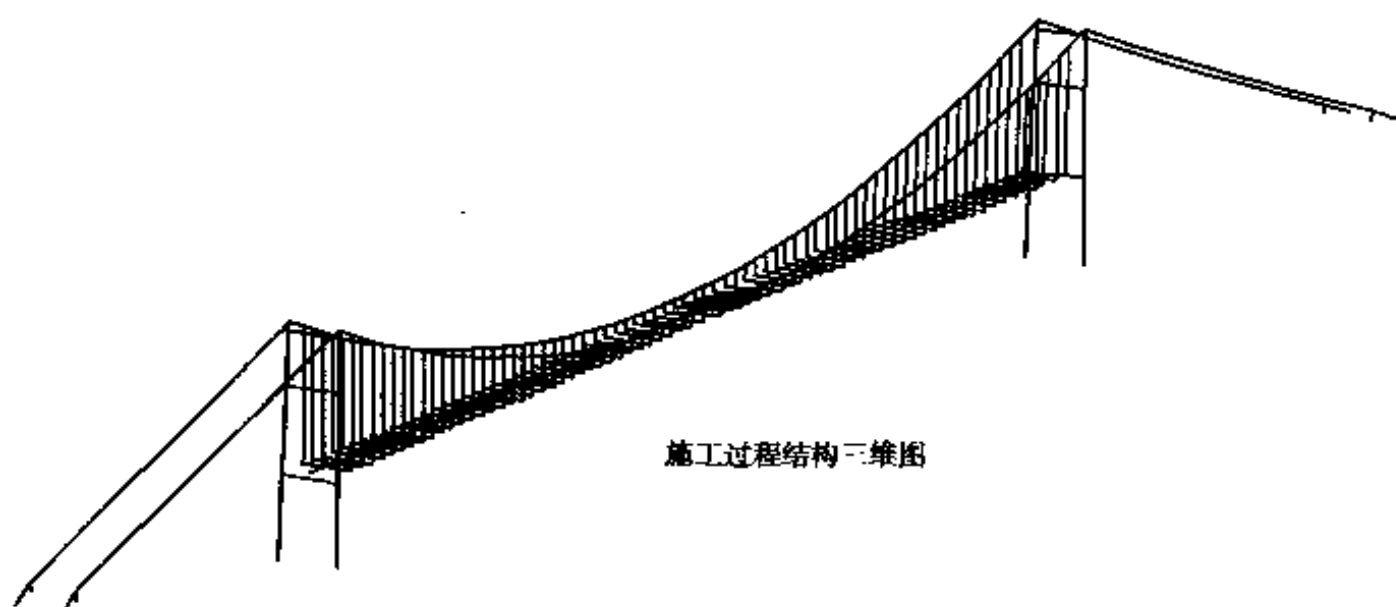
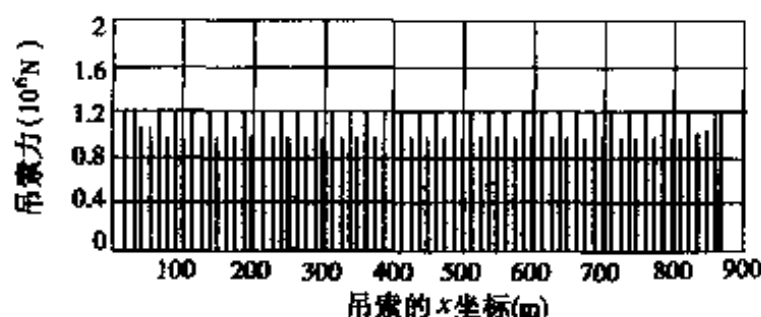


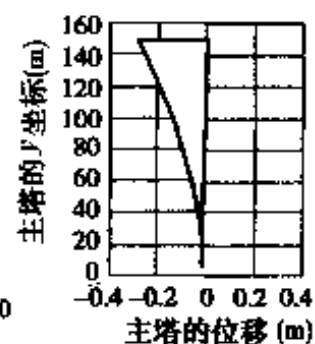
图 5-24 施工步骤(19)时的结构几何形状、位移及内力



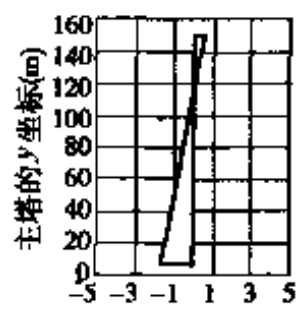
左塔单柱水平位移图



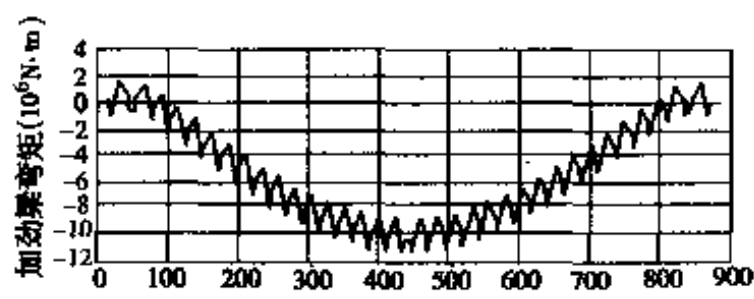
吊杆力图



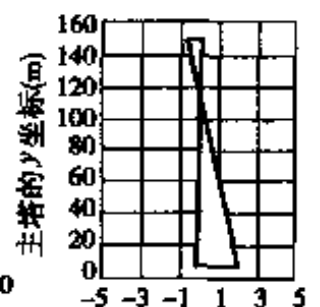
右塔单柱水平位移图



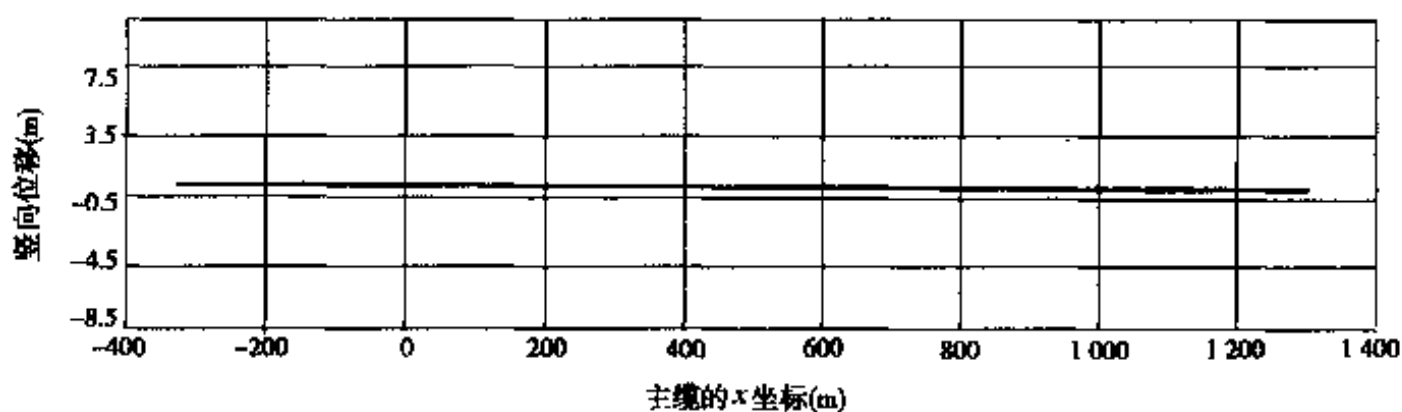
左塔单柱弯矩图



加劲梁弯矩图



右塔单柱弯矩图



主缆相对于全桥完成时的竖向位移图

图 5-25 施工步骤(26)时的结构几何形状、位移及内力

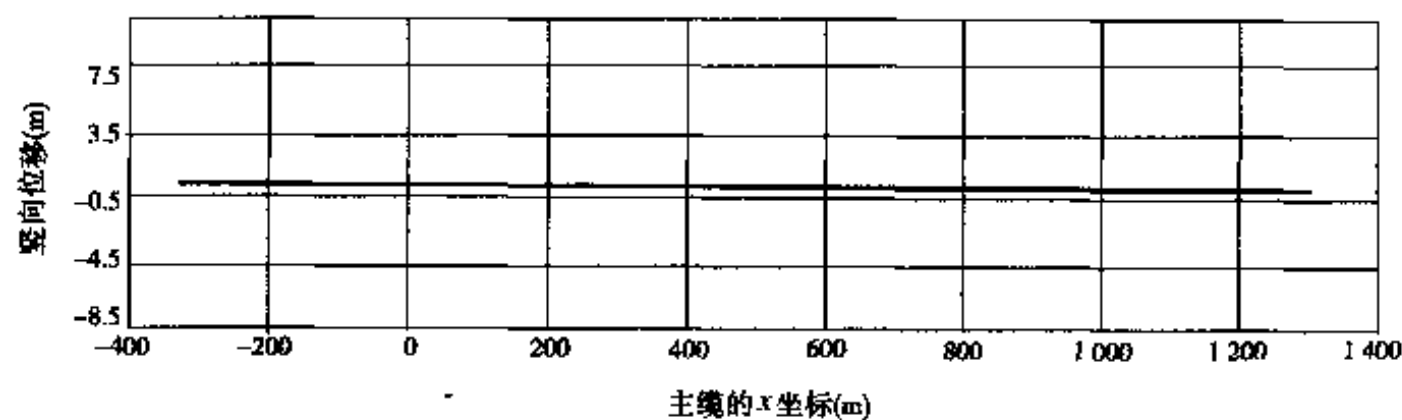
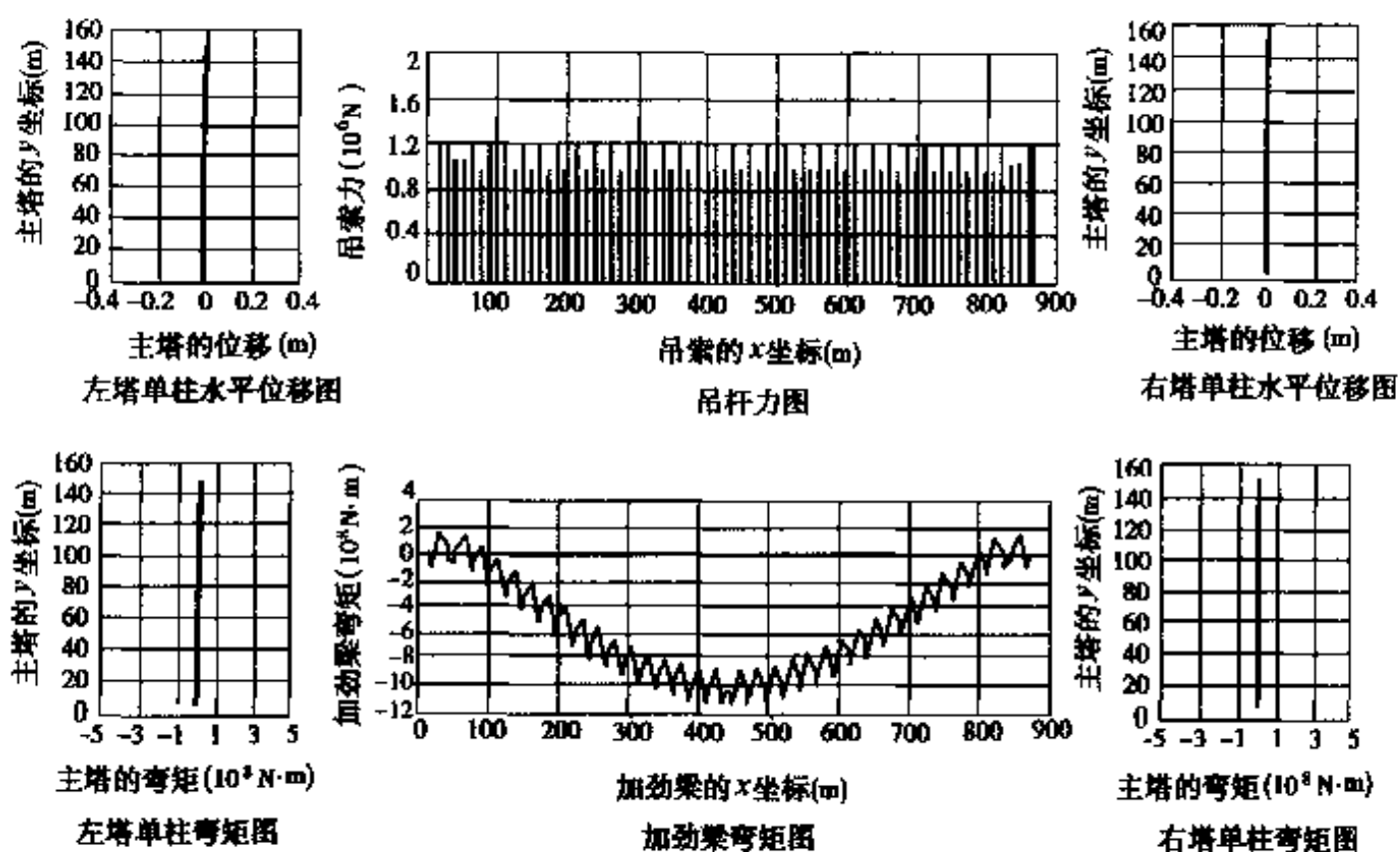
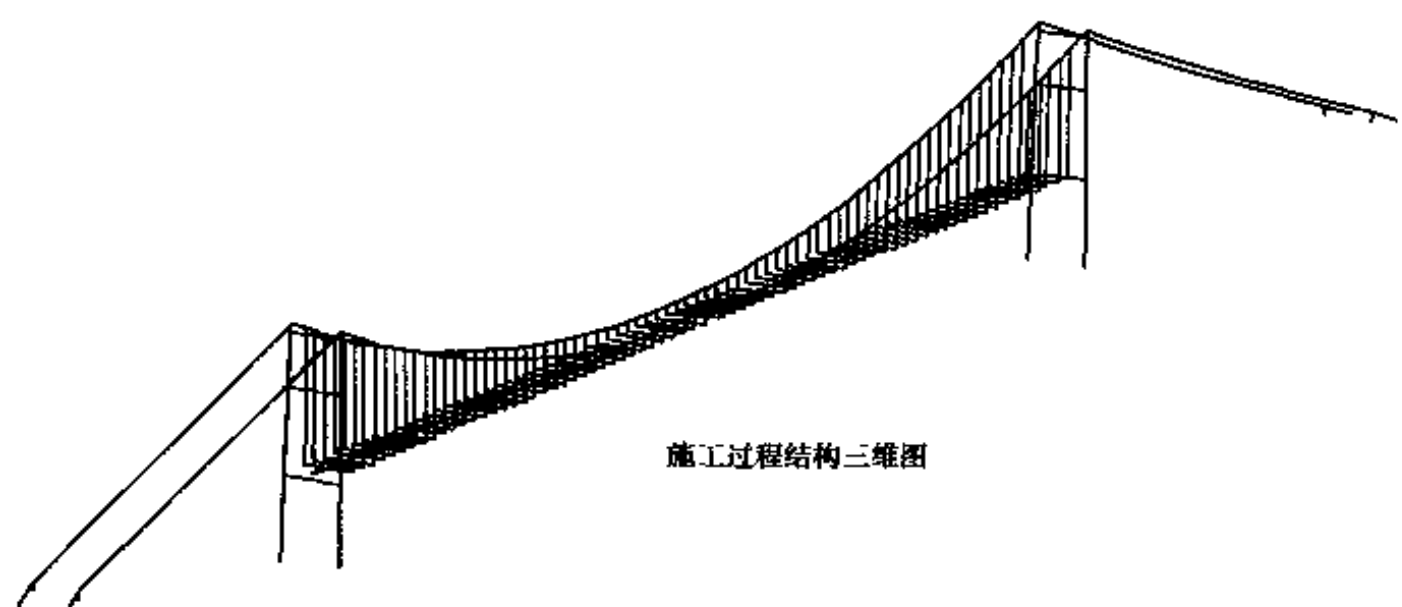


图 5-26 施工步骤(28)时的结构几何形状、位移及内力

主缆跨中点坐标与塔根弯矩

表 5-8

施工步骤	主缆跨中点坐标			塔根弯矩($10^8\text{N}\cdot\text{m}$)					
				左塔			右塔		
	-20℃	0℃	+25℃	-20℃	0℃	+25℃	-20℃	0℃	+25℃
(2)	444.238 79.829	444.236 79.126	444.234 78.260	0.100	-0.203	-0.580	-0.09	0.236	0.640
(5)	444.212 80.082	444.210 79.382	444.207 78.519	-0.64	-0.959	-1.36	0.96	1.31	1.74
(8)	444.165 74.967	444.161 74.219	444.156 73.294	-0.85	-1.19	-1.62	1.17	1.56	2.05
(11)	444.121 71.600	444.116 70.831	444.109 69.880	-1.25	-1.62	-2.07	1.69	2.11	2.64
(17)	444.057 70.684	444.050 69.957	444.042 69.055	-1.00	-1.38	-1.85	1.24	1.69	2.25
(19)	444.047 71.149	444.040 70.436	444.032 69.552	0.04	-0.33	-0.80	-0.08	0.36	0.93
(26)	444.009 70.192	444.003 69.525	443.994 68.696	-0.87	-1.24	-1.70	1.40	1.84	2.38
(28)	444.007 70.162	444.000 69.495	443.992 68.666	0.38	0	-0.45	-0.46	0	0.53

注:主缆跨中点坐标一项,上面是 x 坐标、下面是 y 坐标。

5.4 加劲梁段刚接次序的比较

用编制的悬索桥施工过程倒拆分析程序,可以对悬索桥的各种施工方案进行计算,以检查施工方法的安全性和合理性。以虎门大桥为例,加劲梁段的吊装次序同图 5-18,设加劲梁段的刚接次序有下面三种方法:

(1) 加劲梁吊装一片刚接一片

对这种刚接次序(简称刚接次序 1)进行倒拆分析,从计算结果可以知道,内力最大发生在施工步骤(13),此时加劲梁的弯矩(下侧受拉)已达到

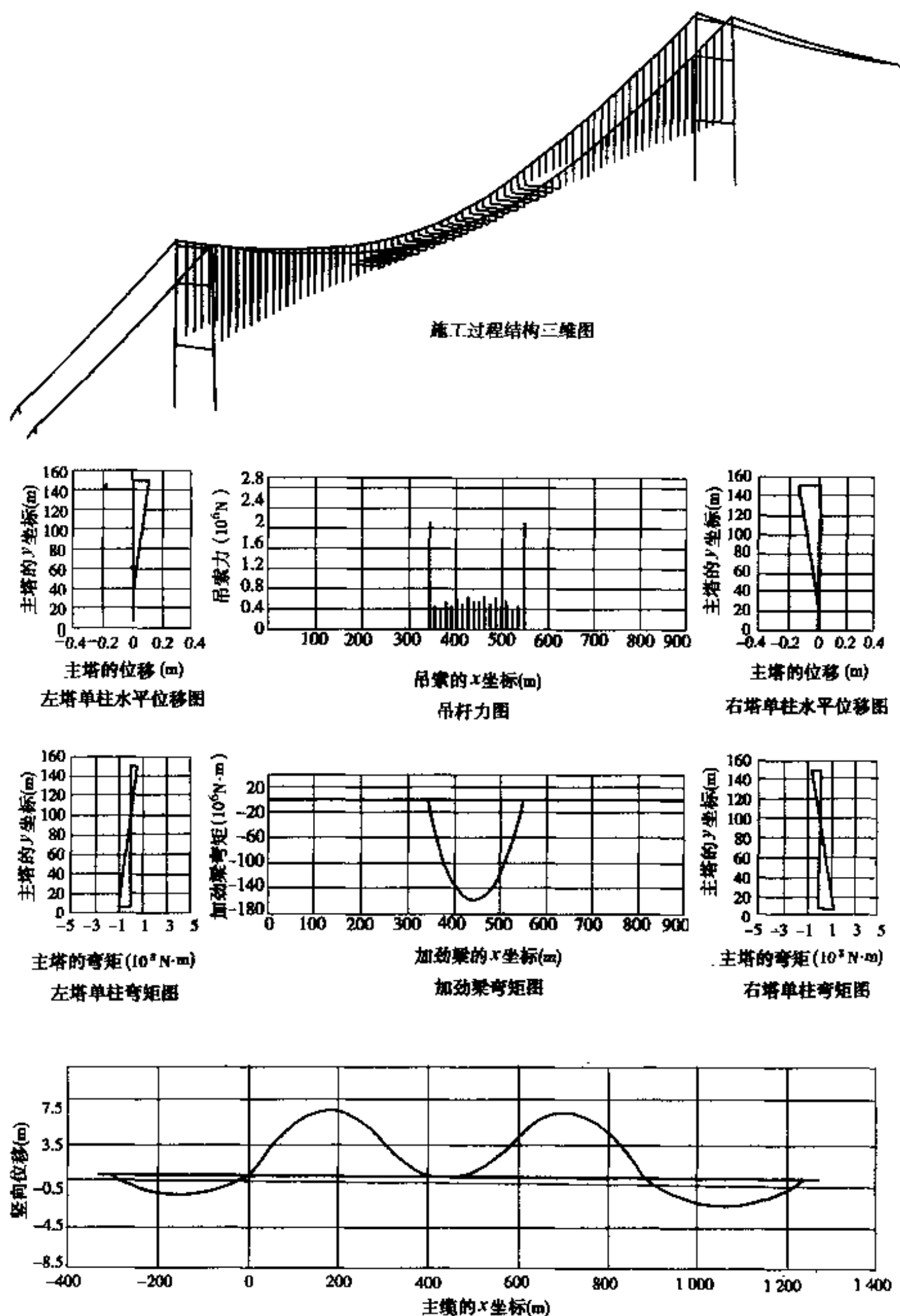


图 5-27 刚接次序 1 施工步骤 13 时的结构几何形状、位移及内力

$-1.58 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}$, 吊索(一根)的拉力已达到 $2.11 \times 10^6 \text{ N}$, 如图 5-27 所示, 都已超过了设计限值, 所以像虎门大桥这样单跨的悬索桥, 若采用从跨中向两岸方向吊拼加劲梁段, 采用一边吊装一边刚接的方法, 施工各阶段的应力验算是无法通过的。这是因为悬索桥在施工过程中, 主缆几何形状变化较大, 虎门大桥从空缆状态到成桥状态主缆跨中点的竖向位移是 9.631 m 。

(2) 整个加劲梁中设置少量临时铰

几片加劲梁段刚接在一起形成一较长的刚性相连段, 然后设置一临时铰, 再吊装加劲梁段形成另一刚性相连段, 再设置一临时铰, 直到加劲梁段吊装完毕, 这种加劲梁段刚接次序称为刚接次序 2, 这样施工的优点是不仅能释放刚接次序 1 施工过程中加劲梁的弯矩, 而且整个加劲梁中的临时铰的数量较少, 对抗风有利。

下面把虎门大桥的整个加劲梁在施工过程中分为 9 个刚性相连段, 即加劲梁中共设置八个临时铰, 临时铰的位置如表 5-9 所示。从倒拆计算的结果可以知道, 内力最大发生在施工步骤(15), 此时加劲梁的弯矩(下侧受拉)是 $-4.44 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}$, 吊索(一根)的拉力是 $1.85 \times 10^6 \text{ N}$, 如图 5-28 所示, 但没有超过设计限值。日本建造钢桁架悬索桥, 施工大都采用刚接次序 2 的拼装方法。钢箱梁悬索桥的施工, 也可以考虑采用这种方法。

临时铰的位置

表 5-9

临时铰编号	铰左边的加劲梁段编号	铰右边的加劲梁段编号	临时铰编号	铰左边的加劲梁段编号	铰右边的加劲梁段编号
1	2	1	5	9	8
2	1	-2	6	-8	-9
3	4	3	7	15	14
4	-3	-4	8	-14	15

(3) 加劲梁段全部吊装完毕后一次性刚接

用该方法施工, 加劲梁、吊索的内力不会超限, 但加劲梁的整体性较差, 相对来说对抗风不利。

上面提到的悬索桥施工方法的选择, 仅仅是从施工过程中结构构件内力是否会超限的角度出发来讨论, 实际选择上, 还要考虑施工过程中结构的风稳定性等安全因素。

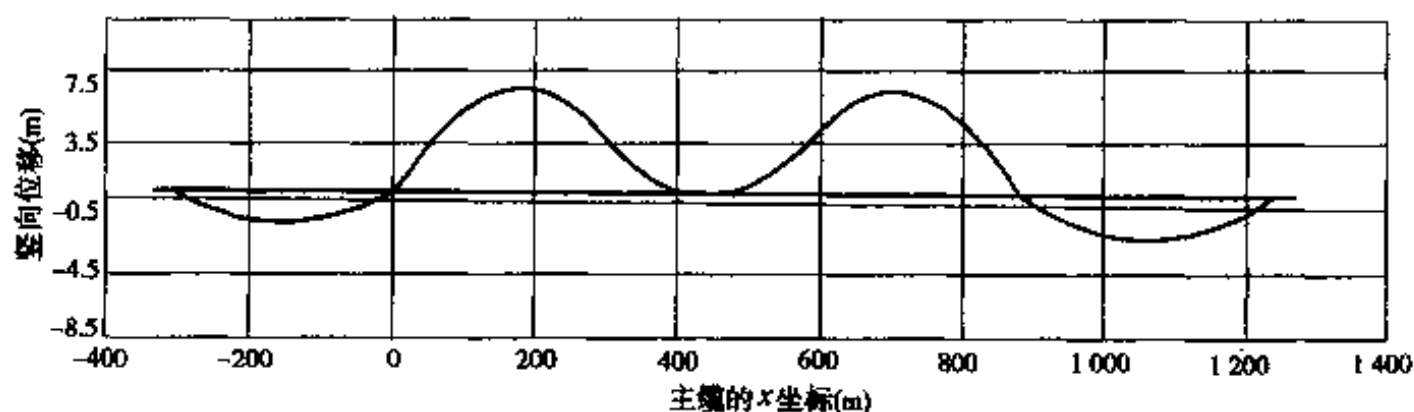
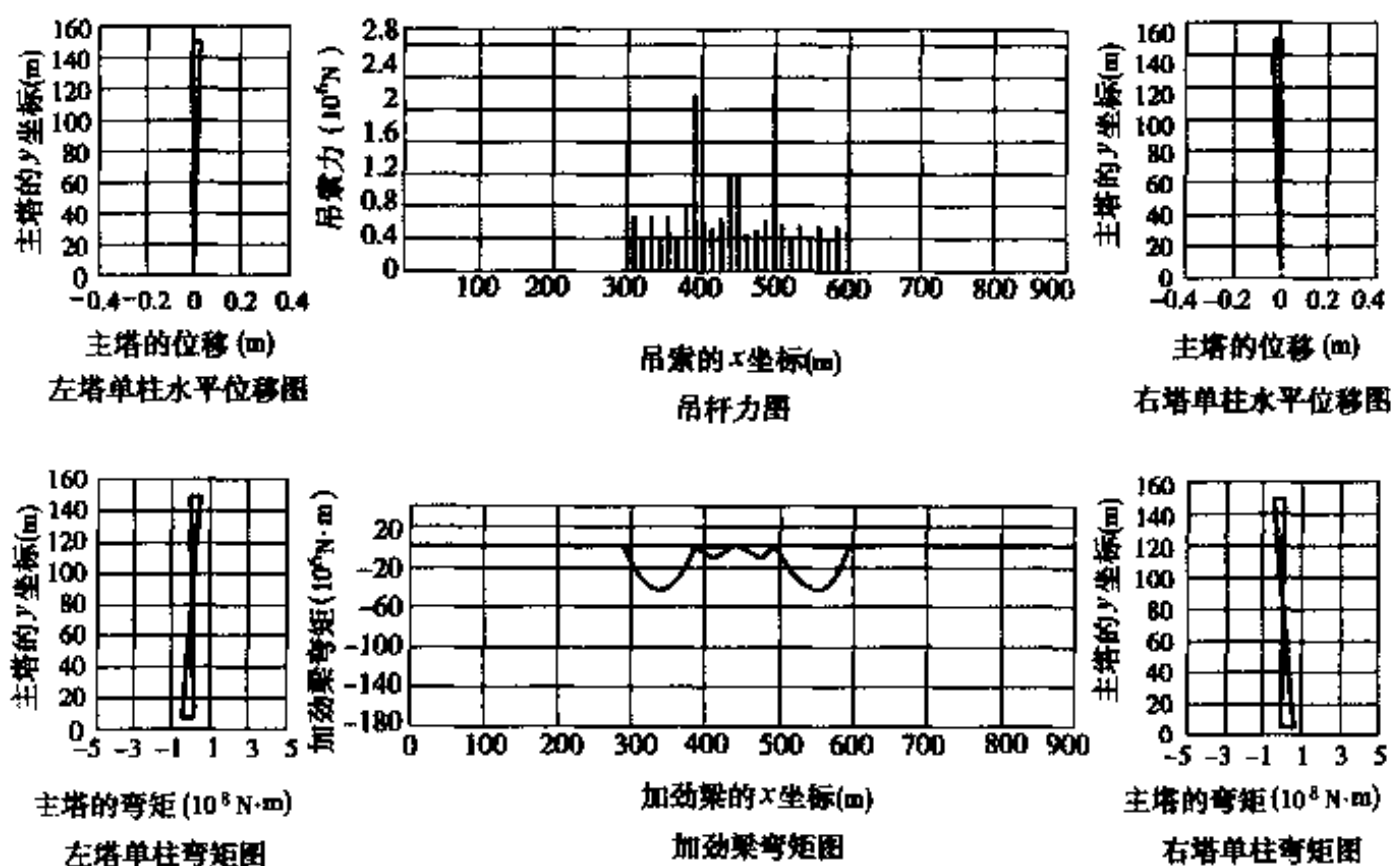
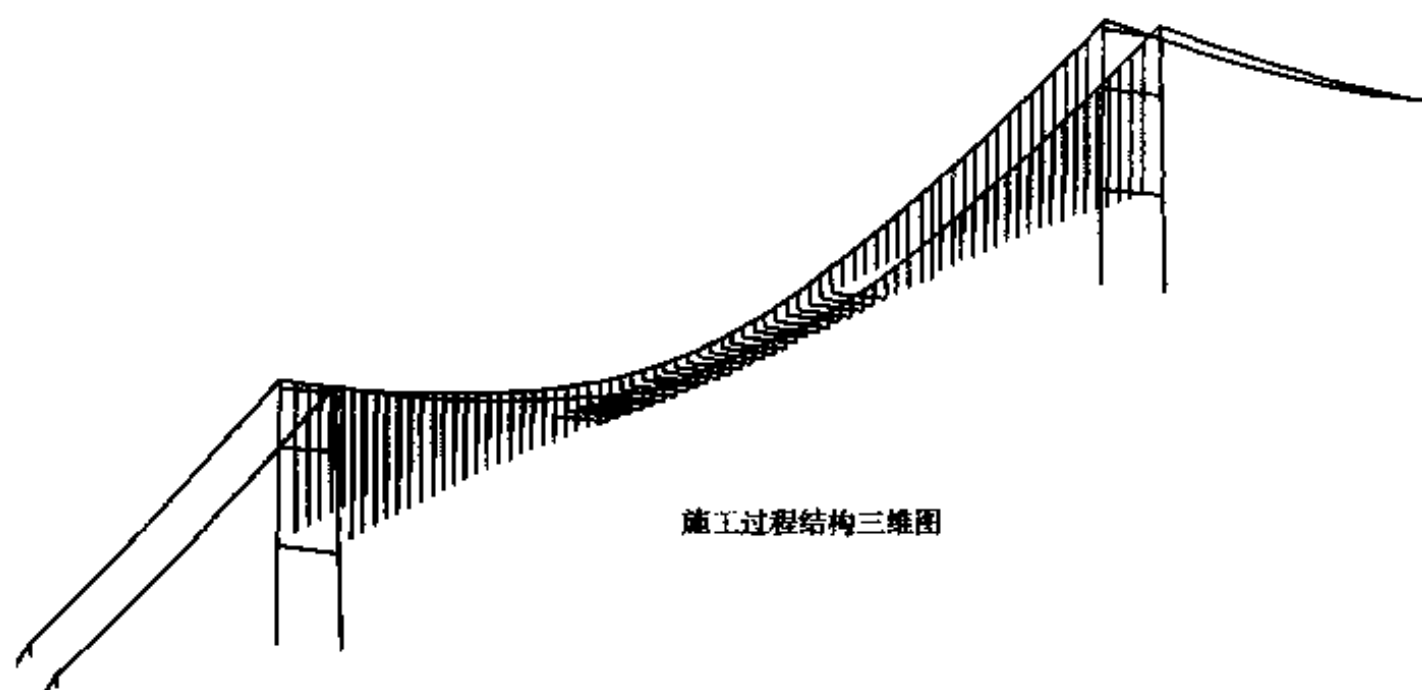


图 5-28 刚接次序 2 施工步骤 (15) 时的结构几何形状、位移及内力

5.5 鞍座切点运动和猫道重量对架设过程的影响

5.5.1 鞍座切点位置运动的影响

在第三章中已经介绍过,悬索桥的施工过程、成桥状态下的荷载作用,主缆与鞍座弧面相切的点的位置都是要发生变化的。用倒拆分析程序,分别对考虑切点位置运动 and 没有考虑切点位置运动的两种工况进行了计算,结果比较表明,对架设过程分析,是否考虑切点运动对结构几何形状、内力所引起的差别可以忽略不计。但切点位置的确定对主缆无应力长度的计算、鞍体尺寸的设计都是不可缺少的。

5.5.2 猫道重量的影响

悬索桥在施工过程中,主缆的线形变化很大。一开始,猫道两端是锚固在主塔和两侧锚碇上的。随着吊拼加劲梁段的进行,中跨主缆的下垂会使主缆碰到猫道,边跨主缆的上升会使主缆离开猫道太高,这样不仅影响到吊拼加劲梁段的进行,而且使施工人员无法对主缆进行操作。解决这一问题的方法是把猫道挂到主缆上,这样猫道会随着主缆的变形而变形,使主缆与猫道在竖向始终保持适当的净空,直到悬索桥施工完毕时,才把猫道拆除。这说明,加劲梁段合龙时,主缆上还有猫道的重力作用,在猫道拆除后,设计基准温度时,加劲梁线形才达到设计要求,塔根不承受弯矩、吊索全部竖直。

猫道荷载对架设过程的计算、加劲梁的合龙有多大影响呢?这里以虎门大桥为例,假设每索面的猫道重量为 $7500\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$,在基准温度时进行倒拆分析计算。表 5-10 给出施工步骤(24)(加劲梁合龙时的状态)猫道重量对主缆几何形状的影响。从表中可知,猫道重量引起的中跨主缆的位移最大值可达 40cm 左右,这说明猫道重量对架设过程的计算、加劲梁的合龙有较大影响,应引起重视。

猫道重量对主缆几何形状的影响(加劲梁合龙时)

表 5-10

考虑因素	比较点位置及坐标(m)					
	12		24		36	
	x	y	x	y	x	y
计入猫道重量	150.008	106.984	294.067	80.421	438.032	71.206
未计猫道重量	150.158	107.171	294.284	80.769	438.033	71.621

注:比较点位置指的是从左到右编号的有吊索的索夹位置。

5.6 小 结

分析了影响悬索桥施工精度的各种因素,认为主塔、主缆的施工误差对加劲梁拼装、合龙的影响最大,这种影响可以通过在空缆状态时现场量测主塔塔顶的坐标、主缆的几何形状,修正吊索长度来消除。在测量主缆的几何形状时,需要精确知道主缆横截面的平均温度。对直径较小的主缆,平均温度可以取主缆表面测点温度的平均值;但对直径大于 600mm 的主缆,可采用基于现场量测的用有限元计算主缆横截面的温度场分布,取整个横截面的平均值。换算出设计基准温度时成桥状态下主塔、主缆的施工误差,以修改后的成桥状态结构几何形状、内力为初始态,根据架设过程的逆过程,首先对悬索桥进行理想倒拆三维分析,再计入施工时温度的变化、吊机重量,计算出每一施工阶段的结构几何形状和内力。用本文编制的倒拆分析程序,可以对各种施工方案进行计算机模拟,依据选出合理的施工方案。为了提高加劲梁在施工过程中风的稳定性,施工时可以采用在加劲梁中只设置少量临时铰的方法。鞍座弧面与主缆相切点的运动对倒拆分析影响不大,可以忽略不计。猫道的重量对悬索桥架设过程分析、加劲梁的合龙影响较大,值得引起重视。

附录

悬索桥结构非线性分析程序系统

程 序 名	功 能
CNFEA	索、杆、梁结构几何非线性三维分析程序
D12	悬索桥恒载结构几何形状和内力的计算程序
PREFEM	D12 的前处理程序
POSTPREF	D12 的后处理程序
LIVELINE	线性二阶影响线计算程序
ENVE	车辆荷载引起的位移和内力包络图计算程序
TEMPER	温度荷载作用下的结构分析程序
CHANGE	平面计算模型自动转化到空间计算模型的程序
WIND	风荷载作用下的结构分析程序
TFIELD	主缆横截面瞬、稳态温度场计算程序
CONTROL1	悬索桥架设过程理想倒拆三维分析程序
CONTROL2	悬索桥架设过程倒拆三维分析程序

参 考 文 献

- 1 铁道部大桥局桥梁科学研究所. 悬索桥. 北京: 科学技术文献出版社, 1996
- 2 项海帆. 沿海高等级公路上的跨海大桥工程. 同济大学学报, 1998(2): 114 ~ 118
- 3 李国豪. 桥梁结构理论和研究. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1983
- 4 周远棣, 徐君兰. 钢桥. 北京: 人民交通出版社, 1991
- 5 Brotton D M. A General Computer Program for the Solution of Suspension Bridge Problems. The Structural Engineer, 1966, 44(5): 161 ~ 167
- 6 Saafan S A. Theoretical Analysis of Suspension Bridges. Proc. ASCE, 1966, 92(4): 1 ~ 11
- 7 陈仁福. 大跨度悬索桥理论研究[学位论文]. 成都: 西南交通大学, 1993
- 8 Brotton D M. The Solution of Suspension Bridge Problems by Digital Computers-Part 1. The Structural Engineer, 1963, 41(4): 121 ~ 126
- 9 Brotton D M. The Solution of Suspension Bridge Problems by Digital Computers-Part 2. The Structural Engineer, 1963, 41(7): 213 ~ 222
- 10 川田忠树. 现代の吊桥. 东京: 理工图书株式会社, 1987
- 11 Jensen G, Petersen A. Erection of Suspension Bridges. Deauville Conference — Cable-stayed and Suspension Bridges. Deauville-France, Oct. 12-15, 1994, Proceedings, Vol. II, pp. 351 ~ 362
- 12 项海帆, 李映. 悬索桥按有限位移理论的空间分析. 见李国豪主编. 92 全国桥梁结构学术大会论文集. 上海: 同济大学出版社, 913 ~ 921
- 13 Narayanan G, Krishnamoorthy CS. An Investigation of Geometric Non-linear Formulation for 3-D Beam Element. Int. J. Non-linear Mechanics, 1990, 25(6): 643 ~ 662
- 14 Mason J. Variational, Incremental and Energy Method in Solid Mechanics and Shell Theory, Elsevier Scientific Publishing Company, 1980
- 15 杜国华, 毛昌时, 司徒妙龄. 桥梁结构分析. 上海: 同济大学出版社, 1994

- 16 Irvine H M. Cable Structures. The MIT Press, 1981
- 17 Peyrot A H, Goulois A M. Analysis of Cable Structures. Computer & Structures. 1979, 10(5): 805 ~ 813
- 18 Ozdemir H. A Finite Element Approach for Cable Problems, International Journal of Solids and Structures 1979, 15(5): 427 ~ 437
- 19 潘永仁, 范立础. 悬链线单元在悬索桥主缆下料长度计算中的应用. 结构工程师, 1998(3): 20 ~ 24
- 20 Kuo Mo Hsiao, Chang Ming Tsay. A Motion Process for Large Displacement Analysis of Spatial Frames. International Journal of Space Structures, 1991, 6(2): 133 ~ 139
- 21 戈德斯坦. 经典力学. 第2版. 北京: 科学出版社, 1986
- 22 Jayaraman H B, Knudson W C. A Curved Element for the Analysis of Cable Structures. Computer & Structures. 1981, 14(3-4): 325 ~ 333
- 23 张国政. 铁路悬索桥非线性分析及其极限承载能力的研究[学位论文]. 北京: 铁道科学研究院, 1994
- 24 Mattiasson K. Numerical Results from Large Deflection Beam and Frame Problems Analyzed by Means of Elliptic Integrals, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1981, 17(1): 145 ~ 153
- 25 Bathe K J. Bolourchi. Large Displacement Analysis of 3-D Beam Structures. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1979, 14(7): 961 ~ 986
- 26 CHEN Z Q. Geometric Nonlinear Analysis of Flexible Spatial Beam Structures. Computer & Structures. 1993, 49(6): 1083 ~ 1094
- 27 Spillers W R. Geometric Stiffness Matrix for Space Frames, Computer & Structures. 1990, 36(1): 29 ~ 37
- 28 Giming N J. Cable Supported Bridges. Chichester: John Wily, 1993
- 29 潘永仁. 大跨度悬索桥非线性有限元分析及工程控制初步[学位论文]. 上海: 上海铁道学院, 1992
- 30 潘永仁, 胡匡璋. 大跨度悬索桥结构几何非线性分析及施工控制初步. 见李国豪主编. 92 全国桥梁结构学术大会论文集. 上海: 同济大学出版社, 922 ~ 925
- 31 潘永仁. 悬索桥的几何非线性静力分析及工程控制[学位论文]. 上海: 同济大学, 1996

- 32 潘永仁,范立础.悬索桥结构恒载几何形状及内力的精细计算.中国公路学报,2000,13(4):33~36
- 33 范立础,潘永仁.大跨度悬索桥结构架设参数精细算法研究.土木工程学报,1999,32(6):20~25
- 34 潘永仁,王小同,范立础.快速形成悬索桥结构有限元计算模型的方法研究.同济大学学报 2000,28(2):162~167
- 35 风懋润,王建瑶.江阴长江公路大桥的设计.中国土木工程学会桥梁及结构工程学会第 11 届年会,广东汕头,1994
- 36 郑明珠.虎门大桥主航道悬索桥设计.中国土木工程学会桥梁及结构工程学会第 11 届年会,广东汕头,1994
- 37 杨进.汕头海湾大桥主孔悬索桥设计构思及新技术因素.中国土木工程学会桥梁及结构工程学会第 11 届年会,广东汕头,1994
- 38 潘家英,程庆国.大跨度悬索桥有限位移分析.土木工程学报,1994,27(1):1~10
- 39 方世乐.悬索桥静力分析[学位论文].上海:同济大学,1994
- 40 潘永仁,王小同,范立础.国内三座大跨度悬索桥用的车辆荷载的比较.上海:同济大学学报,1997,25(4):61~65
- 41 潘永仁,范立础.悬索桥施工过程中主缆横截面平均温度的实用计算方法.上海:同济大学学报,1998,26(2):114~118
- 42 孔祥谦.有限单元法在传热学中的应用.第 2 版.北京:科学出版社,1986
- 43 郭宽良,孔祥谦,陈善年.计算传热学.合肥:中国科学技术大学出版社,1988
- 44 长谷川,押尾,原田.吊桥ケーブルの温度測定实验,桥梁と基础,1975,9(10):42~47
- 45 章熙民,任泽霈,梅飞鸣.传热学.北京:中国建筑工业出版社,1985
- 46 沈锐利.悬索桥主缆系统设计及架设计算方法研究.土木工程学报,1996,29(2):3~9
- 47 潘永仁,范立础,杜国华.悬索桥架设过程中吊索长度调整的计算方法.上海:同济大学学报,1999,27(2):239~242
- 48 阿斯科悬索桥上部结构的安装.周一桥译.国外桥梁,1995(3):175~187
- 49 潘永仁,范立础.大跨度悬索桥加劲梁架设过程的倒拆分析方法.上海:同济大学学报,2001,29(5):510~514

[G e n e r a l I n f o r m a t i o n]

书名 = 悬索桥结构非线性分析理论与方法

作者 =

页数 = 1 2 6

S S 号 = 0

出版日期 =