

The Art of the Art

Nikolay Ulyanov

Medium Task

Heidi has mastered her skills since the last time and now the schemes of her paintings can be more complex, with connections between any possible pair of dots. There are N dots ($2 < N \leq 100000$) and M connections between them ($M \leq 200000$). The graph is connected. Heidi wants to start a new movement in the history of painting: literate art. In literate art, dots are colored with colors from 1 to N . Edges do not have a color. Each dot must have a different color.

But you wonder what is the definition of a literate painting? Literate means that the distance measured in the number of connections between colors i and $i + 1$ must be less than or equal to 3 (and the colors are cyclical, so we include the pair N and 1). Please, help Heidi to write a function

```
int* draw_literate_paining(int N, int M, int* a, int* b)
```

that would compute a array of colors and an array describing a tour in the painting (a and b are arrays of size M describing pairs of dots (connections), where the first dot is in array a, whereas the second is in array b; every pair is mentioned only once).

How the tour should look like: it is a sequence of dot numbers (not colors). You start from the dot with color 1. After that you produce all dots on the path from 1-colored dot to 2-colored dot. After that you repeat this procedure for the subsequent colors (from 2-colored to 3-colored, etc.), ending the tour with the 1-colored dot. We will call the path from i -th colored dot to $(i + 1)$ -th colored dot as a *little path*.

For example, in the figure below, valid vectors would be colors: 1 2 3 6 4 5 and tour: 1 2 3 4 5 6 3 4 3 2 1. This means the little paths are 1-2, 2-3, 3-4-5, 5-6, 6-3-4, 4-3-2-1, and no little path has more than three edges.

It is guaranteed that a solution exists.

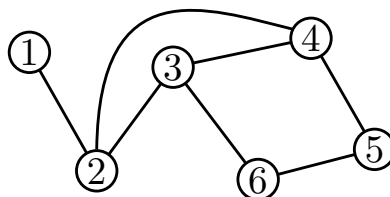


Figure 1: An example picture with six dots

Tâche Moyenne

Heidi a grandement gagné en habileté depuis la dernière fois et les schémas sous-jacents à ses peintures peuvent maintenant être plus complexes, avec des connexions possibles entre toutes les paires de points. Cependant, le schéma doit rester connecté. Heidi utilise N points ($2 < N \leq 100000$) et M connections ($M \leq 200000$). Elle veut commencer un nouveau mouvement artistique : l'art instruit. Maintenant les

couleurs des points vont de 1 à N , et les connections n'ont plus de couleur. Toutes les couleurs doivent être différentes.

Vous vous demandez certainement ce qu'est la définition de l'art instruit ? Instruit signifie que la distance mesurée comme le nombre de connexions entre les couleurs i et $i + 1$ ne doit pas dépasser 3 (et les couleurs sont maintenant cycliques, on inclut donc la paire N et 1). S'il vous plait, aidez Heidi à écrire la fonction

```
int* draw_literate_paining(int N, int M, int* a, int* b)
```

Cette fonction produit une table de couleurs et une table décrivant un tour dans le tableau (a et b sont des tables de taille M décrivant des paires de points(connexions), dont le premier point est dans a, tandis que le second est dans la table b. Chaque paire n'est mentionnée qu'une seule fois).

Voici à quoi le tour doit ressembler : C'est une séquence de numéros de points (pas de couleurs). Vous commencez par le point avec couleur 1. Ensuite, vous enchaînez tous les points sur le parcours qui permettent d'aller du point dont la couleur est 1 à celui dont la couleur est 2. Puis vous répétez, du point à couleur 2 au point à couleur 3, etc. Vous terminez enfin le tour en revenant au point de couleur 1. On appellera le chemin du point coloré de couleur i au point de couleur $i + 1$ le *petit chemin*.

Par exemple, dans l'image ci-dessus, une solution valide serait composée de couleurs: 1 2 3 6 4 5 et tour: 1 2 3 4 5 6 3 4 3 2 1. Ceci signifie que les petits chemins sont 1-2, 2-3, 3-4-5, 5-6, 6-3-4, 4-3-2-1. Aucun petit chemin n'a plus que trois connections.

Il est garanti qu'une solution existe.

Mittlere Aufgabe

Heidi macht grosse Fortschritte. Ihre Bilder sind schon wesentlich komplexer, mit Verbindungen zwischen beliebigen Punkten. Sie malt N Punkte ($2 < N \leq 100000$) und M Verbindungen dazwischen ($M \leq 200000$). Heidi gibt Acht, dass die Punktmenge verbunden ist. Sie möchte eine neue Kunstgattung einführen: gebildete Kunst. Ein sogenanntes gebildetes Bild enthält Punkte, welche mit Farben von 1 bis N eingefärbt sind. Verbindungen zwischen Punkten haben keine Farbe. Jeder Punkt ist einzigartig gefärbt.

Was genau macht ein gebildetes Bild gebildet? In einem gebildeten Bild sind die Punkte mit Farben i und $i + 1$ höchstens drei Verbindungen voneinander entfernt. Ausserdem sind Farben zyklisch, so dass auch die Distanz zwischen Farbe N und 1 höchstens 3 betragen darf. Bitte helfe Heidi und schreibe eine Funktion

```
int* draw_literate_paining(int N, int M, int* a, int* b)
```

Diese Funktion soll zwei Arrays zurückgeben: Die Farben der Punkte und eine Tour durchs Gemälde (a und b sind Arrays der Grösse M , welche benachbarte Punkte (Paare) beschreiben. Der erste Punkt eines Paares ist in Array a aufgelistet, während der zweite in Array b aufgelistet ist. Jedes Paar wird nur einmalig erwähnt). Die Tour ist eine Folge von Punktnummern (nicht Farben). Sie beginnt beim Punkt mit Farbe 1. Danach folgen alle Punkte auf dem Weg zum Punkt mit Farbe 2. Die Tour folgt diesem Schema (vom 2-farbenen Punkt zum 3-farbenen Punkt, und so weiter) bis sie wieder den 1-farbenen Punkt erreicht. Wir nennen den Pfad vom i -ten zum $(i + 1)$ -ten Punkt einen *kleinen Pfad*.

Ein Beispiel: In der obenstehenden Grafik bilden folgende Vektoren eine gültige Lösung: Farben: 1 2 3 6 4 5 und Tour: 1 2 3 4 5 6 3 4 3 2 1. Die kleinen Pfade sind 1-2, 2-3, 3-4-5, 5-6, 6-3-4, 4-3-2-1. Kein kleiner Pfad hat mehr als drei Verbindungen.