

--

**TENGA EN CUENTA LAS SIGUIENTES OBSERVACIONES:**

- Se permite el uso de calculadora convencional.
- El desarrollo de la prueba se debe hacer de forma **individual**.
- El tiempo de la prueba es de setenta y cinco minutos.
- Se pueden consultar textos, apuntes y ejercicios resueltos.
- **Los procedimientos que se siguen para dar las soluciones de los ejercicios deben aparecer en el documento que envía.**

**Como estudiante de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, me comprometo con mi Institución y conmigo misma(o) a presentar esta prueba a conciencia siguiendo los valores institucionales de honestidad e integridad.**

Para los ejercicios propuestos tome  $n$  como el último dígito de su carné,  $d = n + 1$  y  $k = n - 5$ .

Un paralelepípedo tiene como vértices los puntos:  $O = (0, 0, 0)$ ,  $A = (2d, 0, 0)$ ,  $B = (2d, 0, d)$ ,  $C = (2d, 3d, d)$ ,  $D = (2d, 3d, 0)$ ,  $E = (0, 0, d)$ ,  $F = (0, 3d, d)$ ,  $G = (0, 3d, 0)$ .

- [PA-2][6] Utilizando vectores, propiedades y operaciones entre ellos, obtenga el valor del ángulo (en radianes) que forma el segmento  $\overline{OC}$  con cada uno de los planos  $\pi_{xy}$ ,  $\pi_{yz}$  y  $\pi_{xz}$ .
- [PA-2][6] Halle ecuaciones simétricas de la recta que es intersección entre el plano que contiene a los puntos  $A$ ,  $C$  y  $F$  y el plano que contiene a los puntos  $B$ ,  $D$  y  $E$ , y la distancia entre esta recta y la que pasa por los puntos  $D$  y  $F$ .
- [RM-2][6] Establezca analíticamente si las rectas del punto II. se cortan, son paralelas o son alabeadas. Si se cortan, halle el punto de corte. Si son alabeadas o paralelas halle la distancia entre ellas.
- Si  $S_1$  es el cascarón esférico de centro en el origen y radio  $\sqrt{d}$  y  $S_2$  es la superficie descrita por la ecuación  $dx - y^2 - z^2 = 0$  haga lo siguiente:
  - [R-1][8] Utilizando una disposición conveniente de los ejes coordenados cartesianos para el espacio, trace las superficies  $S_1$  y  $S_2$  en el mismo diagrama. Destaque la intersección entre las dos superficies.
  - [C-2][8] Describa **en palabras y con precisión** la curva intersección entre las superficies  $S_1$  y  $S_2$ .
  - [PA-2][8] Halle una función vectorial para la curva intersección de las superficies  $S_1$  y  $S_2$ , indique un intervalo para el parámetro utilizado en la función vectorial para que sea recorrida sólo una vez. Destaque en la grafica trazada en A. el sentido en el que se recorre la curva en la medida en que se incrementa el parámetro.
- [RM-2][8] Una partícula se mueve en el espacio mediante una función vectorial  $\vec{r}(t)$ . Se sabe que  $\vec{a}(t) = k\mathbf{i} + 12t^2\mathbf{j}$ ,  $\vec{v}\left(\frac{1}{2}\right) = 2\mathbf{i} + \frac{1}{2}\mathbf{j} + \mathbf{k}$  y  $\vec{r}\left(\frac{1}{2}\right) = \mathbf{i} + \frac{1}{16}\mathbf{j} + \mathbf{k}$ . Determine la posición del objeto en  $t = d$ . Si no es posible determinar dicha función, explique por qué.