VERITAS
UNINASSAU
FAZENDO PARTE DA SUA HISTÓRIA

Demonstração por contraposição

formalismo, operações, demonstração, exemplos

Demonstração por contraposição

É uma das estratégias mais comuns na lógica e na matemática para provar proposições condicionais do tipo "Se P, então Q" ($P \to Q$). Em vez de provar diretamente a implicação, você prova sua **contrapositiva**: "Se não Q, então não P". Esta técnica é particularmente útil em situações onde a negação de Q implica a negação de P de forma mais natural ou simples.

Formalismo e Operações na Lógica

- Proposição Condicional e Contrapositiva

- A proposição $P \rightarrow Q$ afirma que, se P é verdadeiro, então Q também deve ser verdadeiro.
- A $\rightarrow$ de $P \rightarrow Q$ é $Q \rightarrow P$, que diz: "se Q for falso, então P também deve ser falso."

Formalismo e Operações na Lógica

As duas proposições são **logicamente equivalentes**: P → Q é verdadeira se, e somente se, neg Q → neg P for verdadeira. Isso é verificado através da **tabela verdade**:

P	Q	$P \to Q$	$\neg Q$	$\neg P$	$\neg Q \to \neg P$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Formalismo e Operações na Lógica

A tabela mostra que os valores lógicos das duas proposições são sempre iguais. Ou seja, ao provar a contrapositiva, você automaticamente prova a proposição original.

Exemplo 1 Linguagens Regulares

Proposição: "Se n^2 é par, então n é par."

Em vez de tentar provar diretamente que n^2 par implica que n é par, podemos usar a contraposição.

- Proposição original: n^2 é par -> n é par.
- **Contrapositiva**: n é ímpar -> n^2 é ímpar.

Demonstração por contraposição:

1. Suponha que n é ímpar. Isso significa que n pode ser escrito como $(n = 2k + 1)$, onde k é um número inteiro.
2. Agora, calculemos (n^2):

$$n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$$

Isso é claramente ímpar, pois a expressão é da forma $(2m + 1)$, onde (m) é um inteiro.

3. Portanto, se n é ímpar, n^2 é ímpar. Isso prova a **contrapositiva**, que é logicamente equivalente à proposição original. Assim, a proposição "Se n^2 é par, então n é par" está provada.

Aplicação

Agora, aplicando essa técnica ao **campo de linguagens formais e autômatos**, onde trabalhamos com linguagens reconhecidas por máquinas teóricas como autômatos finitos (DFA e NFA), autômatos de pilha (PDA) e máquinas de Turing

Aplicação

Agora, aplicando essa técnica ao **campo de linguagens formais e autômatos**, onde trabalhamos com linguagens reconhecidas por máquinas teóricas como autômatos finitos (DFA e NFA), autômatos de pilha (PDA) e máquinas de Turing

Linguagens Regulares

Proposição: "Se uma linguagem **L** é regular, então ela pode ser reconhecida por um autômato finito determinístico (DFA)."

Ao usar a contraposição, a proposição equivalente seria:

- **Contrapositiva**: "Se uma linguagem **L** não pode ser reconhecida por um DFA, então L não é regular."

Linguagens Regulares

Demonstração:

1. Suponha que a linguagem L não possa ser reconhecida por um autômato finito determinístico (DFA).
2. Sabemos que a definição de uma **linguagem regular** é que existe um DFA capaz de reconhecer essa linguagem.
3. Portanto, se nenhum DFA pode reconhecer L, isso implica que L não é regular.
4. Essa contrapositiva prova a proposição original, ou seja, que toda linguagem regular pode ser reconhecida por um DFA.

Exemplo 2: Linguagens e Máquinas de Turing

Proposição: "Se uma linguagem L é decidível, então ela pode ser reconhecida por uma Máquina de Turing que sempre pára."

Aqui, a contrapositiva seria:

- **Contrapositiva**: "Se uma Máquina de Turing que reconhece L não pára para todas as entradas, então L não é decidível."

Demonstração:

1. Suponha que a Máquina de Turing que reconhece L não pare para todas as entradas.
2. Isso significa que a máquina pode entrar em um loop infinito para certas entradas, o que viola a definição de uma **linguagem decidível.**
3. Portanto, se a Máquina de Turing não pára para todas as entradas, L não pode ser decidível.
4. Isso prova a contrapositiva, validando a proposição original.

Referencias

[NPTEL - Introduction to Automata Theory] (https://nptel.ac.in/courses/106/105/106105160/)

[Introduction to Automata Theory] (https://www.geeksforgeeks.org/introduction-of-automata-theory/)

[Theory of Automata] (https://www.tutorialspoint.com/automata_theory/index.htm)

[Contraposition] (http://mathworld.wolfram.com/Contraposition.html)

Dúvidas?

GRUPO

01090921 - Maria Clara Souza de Albuquerque
01568279 - José Vicente Tavares de Lima
01565923 - Raysa Gomes do Nascimento
01511648 - Igor Rafael Cavalcanti Souto Maior

VERITAS
UNINASSAU
FAZENDO PARTE DA SUA HISTÓRIA