

Aspectos Teóricos da Computação

Prof. Rodrigo Martins

rodrigo.martins@francomontoro.com.br

Cronograma da Aula

- Máquinas de Turing
- Exemplos
- Exercícios

Máquina de Turing

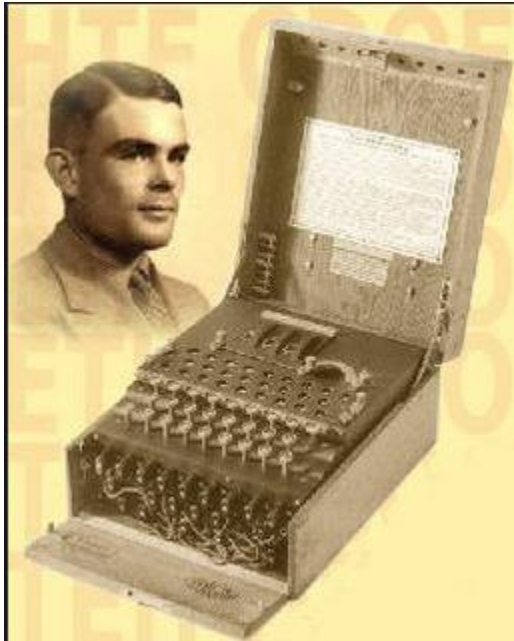
- É um dispositivo imaginário que formou a estrutura para fundamentar a ciência da computação moderna.
- Seu inventor, o matemático Alan Mathison Turing, mostrou que a computação das operações de leitura, escrita e exclusão de símbolos binários poderiam ser satisfeitas por uma máquina que continha uma fita de comprimento ilimitado, com quadrados de tamanho definido sobre ela e um dispositivo com um número finito de estados, que realizava as operações na fita.

Máquina de Turing

- Em 1936 foi formalizado o termo **algoritmo**: um conjunto finito de instruções simples e precisas, que são descritas com um número finito de símbolos.
- “Qualquer processo aceito por nós homens como um **algoritmo** é precisamente o que uma máquina de Turing pode fazer” (Alonzo Church, matemático).

Máquina de Turing

- A máquina de Turing é um dispositivo teórico conhecido como **máquina universal**, que foi concebido pelo matemático britânico Alan Turing (1912-1954), muitos anos antes de existirem os modernos computadores digitais.



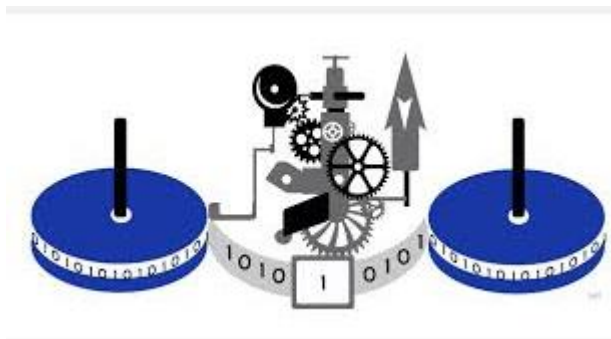
Máquina de Turing

Uma máquina de Turing consiste em:

1. Uma fita que é dividida em células, uma adjacente à outra. Cada célula contém um símbolo de algum alfabeto finito. O alfabeto contém um símbolo especial branco e um ou mais símbolos adicionais. Assume-se que a fita é arbitrariamente extensível para a esquerda e para a direita, isto é, a máquina de Turing possui tanta fita quanto é necessário para a computação. Assume-se também que células que ainda não foram escritas estão preenchidas com o símbolo branco.

Máquina de Turing

2. Um cabeçote, que pode ler e escrever símbolos na fita e mover-se para a esquerda e para a direita.
3. Um registrador de estados, que armazena o estado da máquina de Turing. O número de estados diferentes é sempre finito e há um estado especial denominado estado inicial com o qual o registrador de estado é inicializado.
4. Uma tabela de ação (ou função de transição) que diz à máquina que símbolo escrever, como mover o cabeçote (\leftarrow para esquerda e \rightarrow para direita) e qual será seu novo estado, dados o símbolo que ele acabou de ler na fita e o estado em que se encontra. Se não houver entrada alguma na tabela para a combinação atual de símbolo e estado então a máquina para.



[Vídeo 1](#)



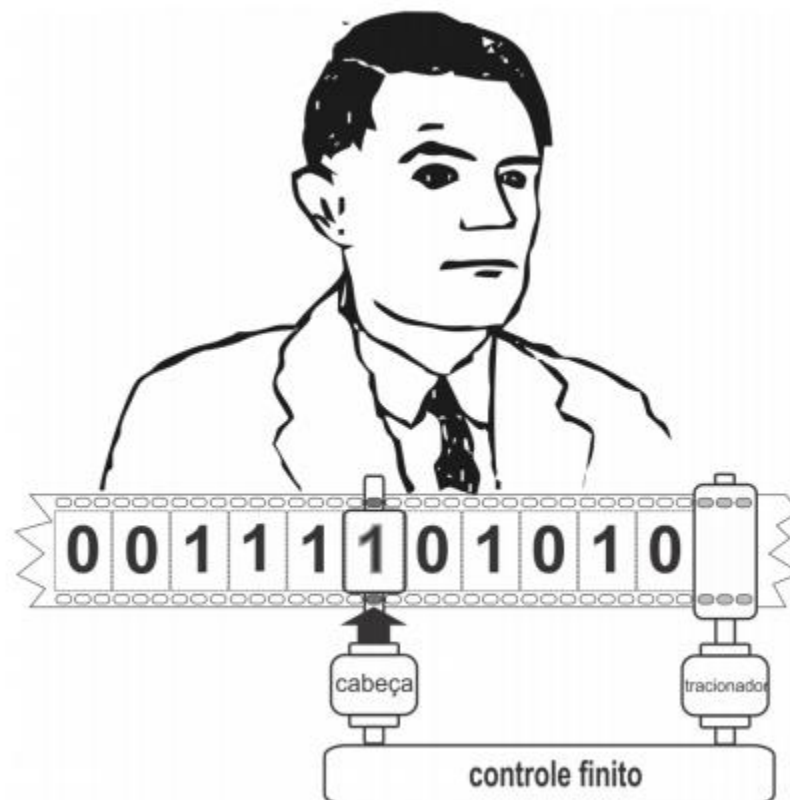
[Vídeo 2](#)

Máquina de Turing

- O conceito de máquina de Turing é semelhante ao de uma fórmula ou equação. Assim, há uma infinidade de possíveis máquinas de Turing, cada uma correspondendo a um método definido ou algoritmo. Turing propôs que cada algoritmo, formalizado como um conjunto finito de instruções bem definidas, pudesse ser interpretado e executado por um processo mecânico.

Máquina de Turing

- O que torna uma máquina de Turing capaz de executar uma tarefa é a tabela de regras de transição que compõem o programa da máquina e um determinado estado inicial. O conjunto de instruções conhecidas e processadas pelo módulo de controle finito.



Máquinas de Turing

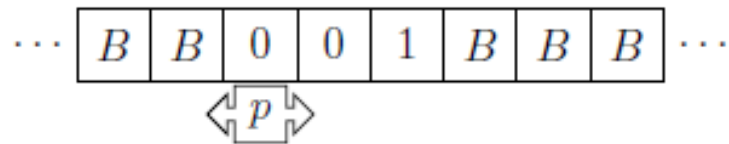
- Semelhante a um **autômato finito** mas com uma memória ilimitada e irrestrita, uma **máquina de Turing** é um modelo muito mais preciso de um computador de propósito geral.
- Uma **máquina de Turing** pode fazer tudo o que um computador real pode fazer. Entretanto, mesmo uma máquina de Turing não pode resolver certos problemas.
- Num sentido muito real, esses problemas estão além dos limites teóricos da computação.

Máquinas de Turing

- O modelo da máquina de Turing usa uma fita infinita como sua memória ilimitada. Ela tem uma cabeça que pode ler e escrever símbolos e mover sobre a fita. Inicialmente a fita contém somente a cadeia de entrada e está em branco em todo o restante.
- Se a máquina precisa de armazenar informação, ela pode escrever essa informação sobre a fita. Para ler a informação que ela escreveu, a máquina pode mover sua cabeça de volta sobre a posição onde a informação foi escrita.
- A máquina continua a computar até que ela decide produzir uma saída. As saídas aceita e rejeita são obtidas pela entrada em estados de aceitação e de rejeição.
- Se ela não entrar em estado de aceitação ou de rejeição, ela continuará para sempre, nunca parando.

Máquinas de Turing

- Podemos ver a máquina de Turing como uma fita infinita e um controlador (cabeçote) que está em uma determinada posição da fita e registrando um dos finitos estados possíveis.



- A string de entrada é escrita na fita e o restante das posições contêm o símbolo B. O cabeçote está inicialmente na posição mais à esquerda que contém um símbolo da string de entrada.
- O movimento da máquina de Turing consiste em:
 - ir para o próximo estado;
 - escrever um símbolo na posição atual da fita;
 - mover o cabeçote para a esquerda ou para a direita.

Máquinas de Turing

- Uma máquina de Turing é uma 7-tupla:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F), \text{ onde:}$$

- Q é um conjunto finito de estados;
- Σ é o alfabeto de entrada que não contém o símbolo especial branco B .
- Γ é o alfabeto da fita, onde Σ é um subconjunto.
- δ é uma função parcial $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$, chamada de função de transição.
- q_0 é o estado inicial;
- B é o símbolo que representa um branco.
- F é o subconjunto de estados finais.

Máquinas de Turing

- Uma máquina de Turing $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$, computa da seguinte forma. Inicialmente M recebe sua entrada $w = w_1w_2...w_n \in \Sigma^*$ nas células mais a esquerda da fita, e o restante da fita é branco (preenchido com símbolos em branco).
- A cabeça começa na célula mais a esquerda da fita. Note que Σ não contém o símbolo branco, portanto o símbolo branco aparecendo na fita marca o final da entrada. Uma vez que M começa, a computação prossegue conforme as regras descritas pela função de transição. Se M em algum momento tenta mover sua cabeça para a esquerda do final a esquerda da fita, a cabeça permanece no mesmo lugar para aquele movimento, muito embora a função de transição indique E .
- A computação continua até que ela entre nos estados de aceitação ou rejeição nos quais ela para. Se nenhum desses casos ocorre, M continua para sempre.

Máquinas de Turing

- A medida que uma máquina de Turing computa, mudanças ocorrem no estado atual, no conteúdo da fita, e na localização da cabeça. Uma combinação dessas três informações é chamada uma configuração da máquina de Turing.
- Configurações frequentemente são representadas de uma maneira especial. Para um estado q e duas u e v sobre o alfabeto da fita Γ escrevemos $u q v$ para a configuração onde o estado atual é q , o conteúdo da fita uv e a localização atual da cabeça é o primeiro símbolo de v . A fita contém apenas brancos a partir do último símbolo de v .
- Por exemplo, $1011q_701111$ representa a configuração, quando a fita é 101101111 , o estado atual é q_7 , e a cabeça está atualmente sobre o segundo 0.

Legado na Criptografia Moderna

1. Definição de: função unidirecional, função pseudoaleatória, indistinguibilidade.
2. Definição da noção de experimento, permitindo a definição matemática de:
sigilo computacional, resistência à colisão, inforjabilidade existencial.
3. Provas de segurança relativa (por redução)

Legado na Inteligência Artificial

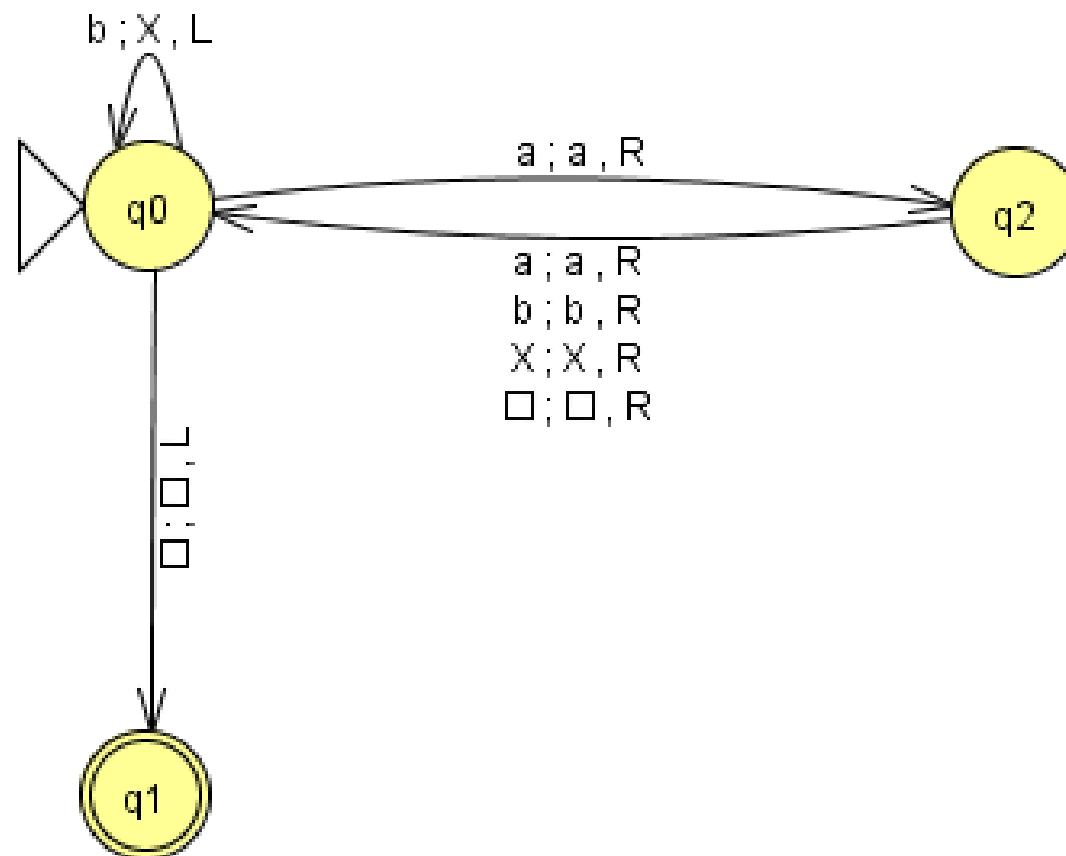
- Em 1950, Turing procura uma resposta científica à pergunta:
 - Máquinas podem pensar?
- Jogo da Imitação: humano conversando, por meio de terminal, com uma máquina e um humano, sem saber quem é a máquina, pretende distingui-los, podendo fazer qualquer tipo de pergunta a cada um deles, cuja resposta pode ou não ser verdadeira.

Teste de Turing Reverso



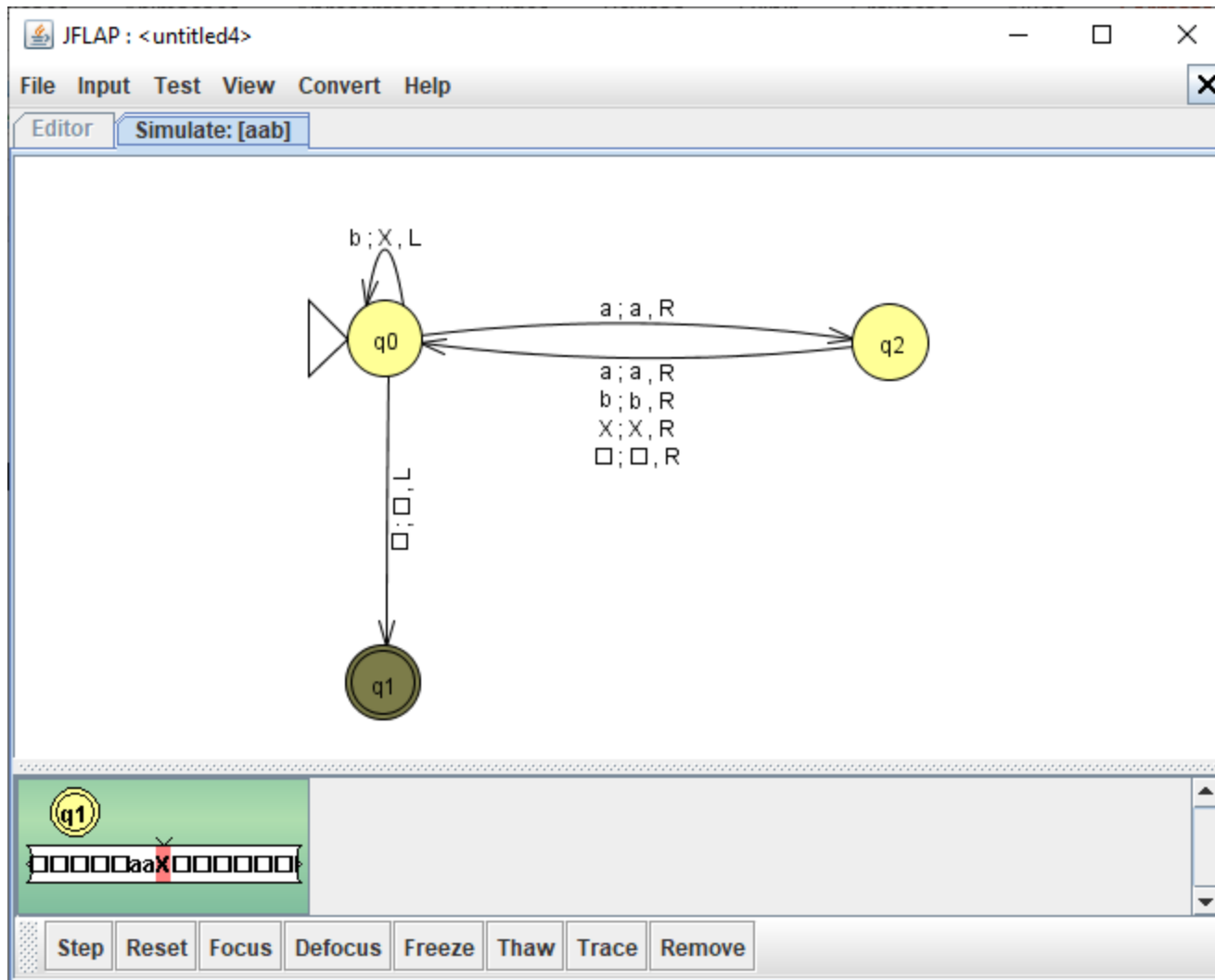
Máquinas de Turing

Exemplo 1: MT, que aceita palavras sobre o alfabeto $\{a,b\}$:



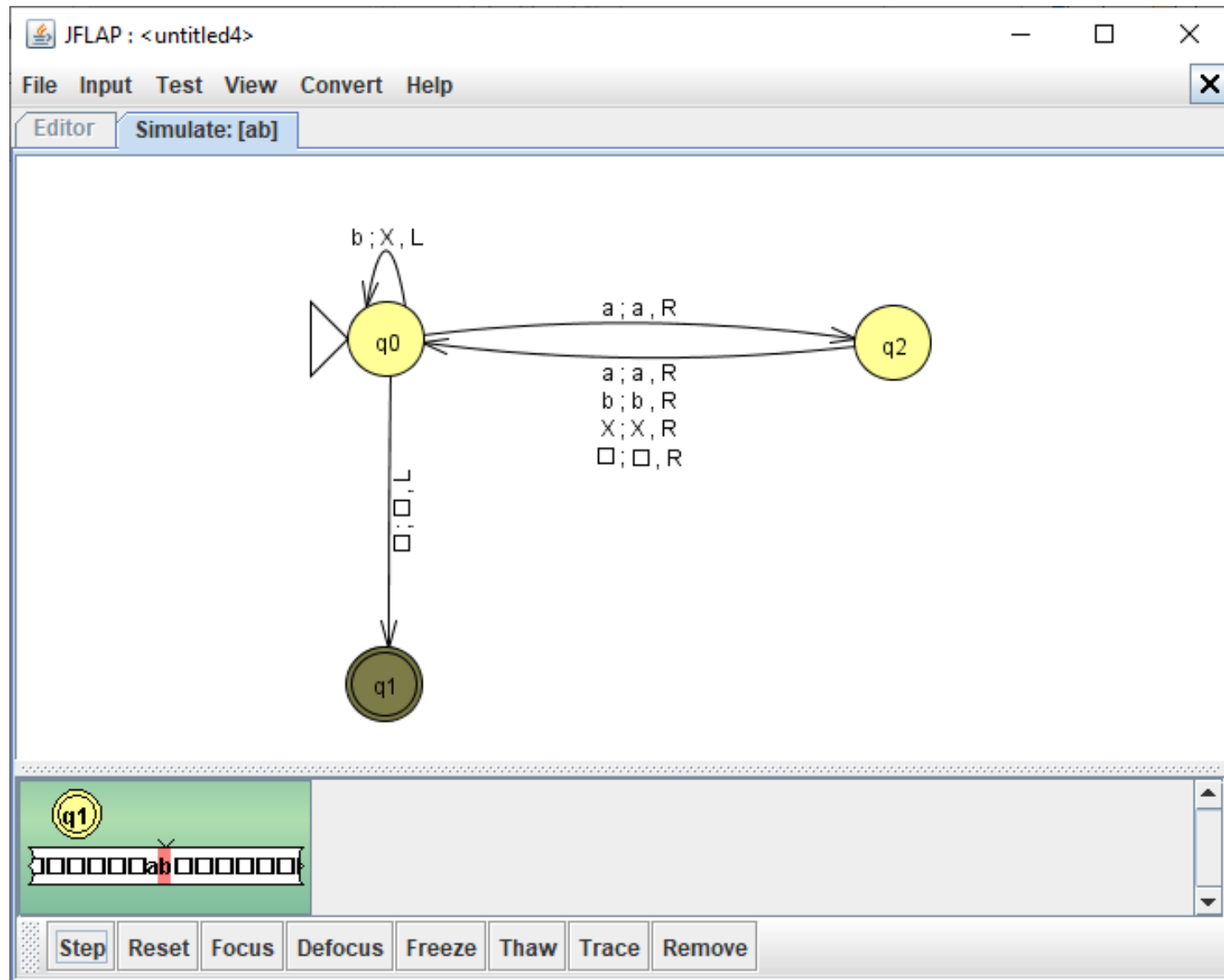
Máquinas de Turing

Exemplo 1: MT, que aceita palavras sobre o alfabeto $\{a,b\}$:



Máquinas de Turing

Exemplo 1: MT, que aceita palavras sobre o alfabeto {a,b}:



Máquinas de Turing

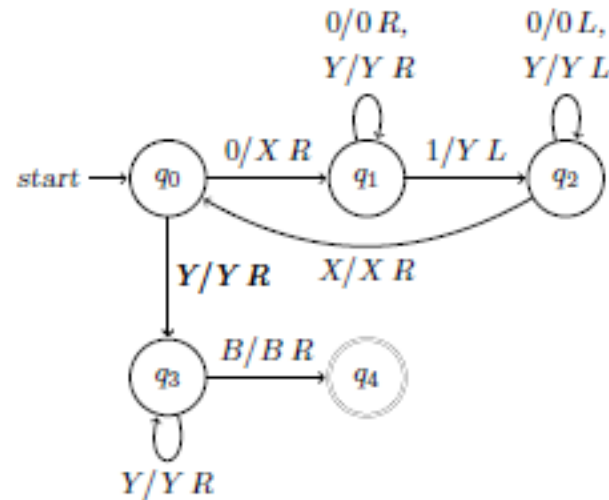
Exemplo 2:

Considere a máquina de Turing $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, \{0, 1, X, Y, B\}, \delta, q_0, B, \{q_4\})$ com a função de transição δ definida abaixo.

| δ | 0 | 1 | X | Y | B |
|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| q_0 | (q_1, X, R) | | | (q_3, Y, R) | |
| q_1 | $(q_1, 0, R)$ | (q_2, Y, L) | | (q_1, Y, R) | |
| q_2 | $(q_2, 0, L)$ | | (q_0, X, R) | (q_2, Y, L) | |
| q_3 | | | | (q_3, Y, R) | (q_4, B, R) |
| q_4 | | | | | |

Máquinas de Turing

Exemplo 2:



Dada a string 0011. A computação da máquina será

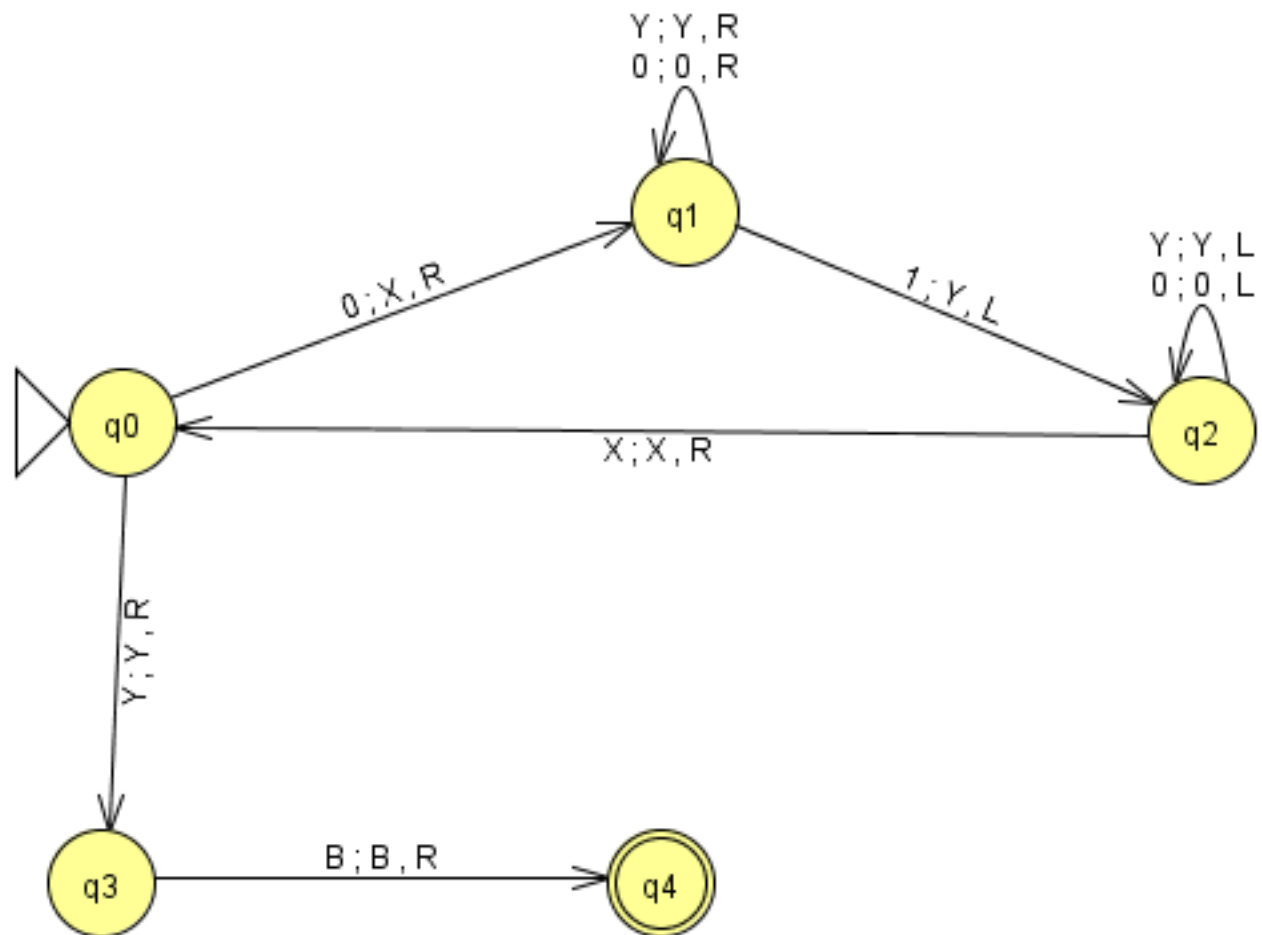
$$\begin{aligned}
 &Bq_00011B \vdash BXq_1011B \vdash BX0q_111B \vdash BXq_20Y1B \vdash Bq_2X0Y1B \\
 &\vdash BXq_00Y1B \vdash BXXq_1Y1B \vdash BXXYq_11B \vdash BXXq_2YYB \\
 &\vdash BXq_2XYYB \vdash BXXq_0YYB \vdash BXXYq_3YB \\
 &\vdash BXXYYq_3B \vdash BXXYYBq_4B
 \end{aligned}$$

Dada a string 0010. A computação da máquina será

$$\begin{aligned}
 &Bq_00010B \vdash BXq_1010B \vdash BX0q_110B \vdash BXq_20Y0B \vdash Bq_2X0Y0B \\
 &\vdash BXq_00Y0B \vdash BXXq_1Y0B \vdash BXXYq_10B \vdash BXXY0q_1B
 \end{aligned}$$

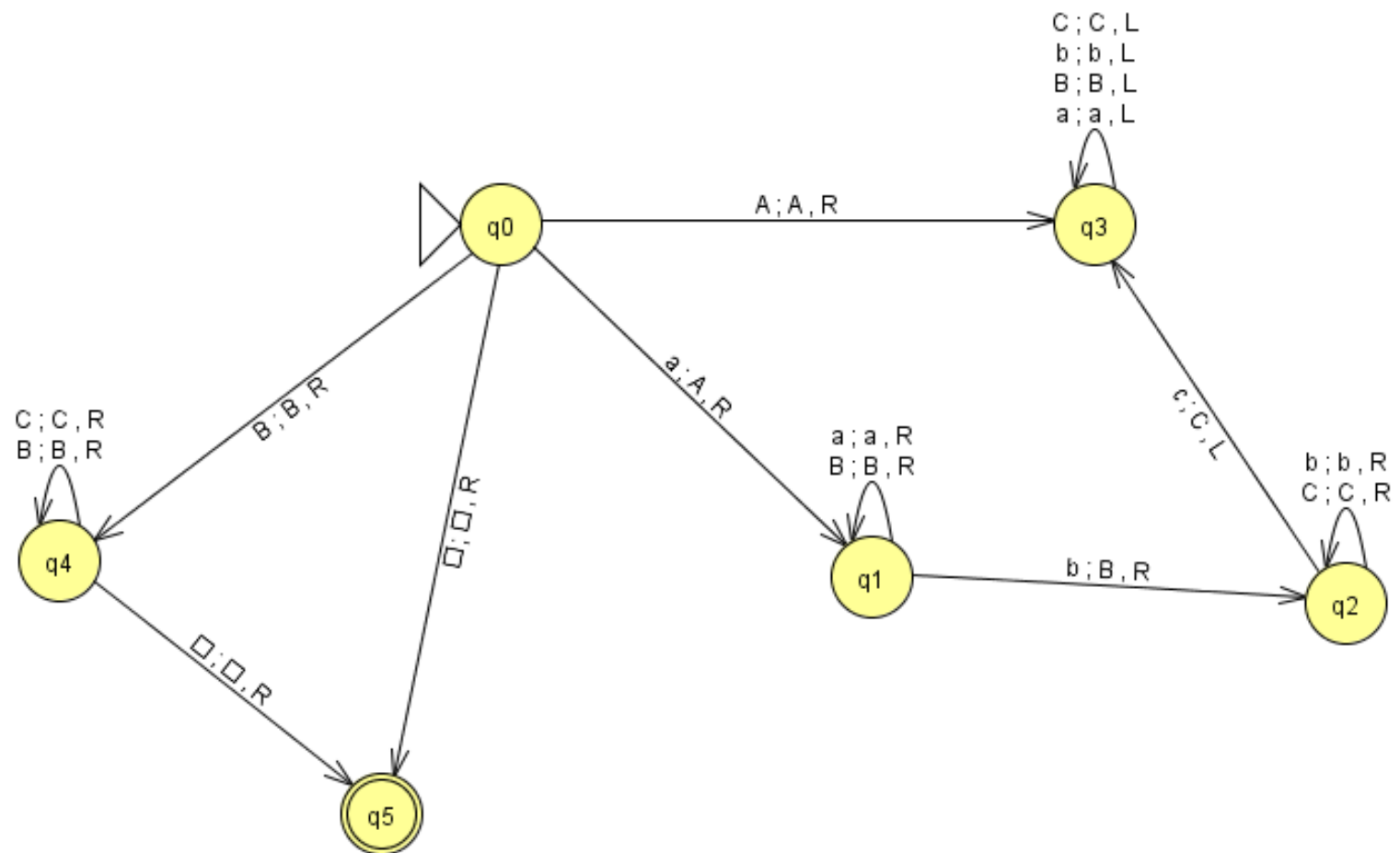
Máquinas de Turing

No JFlap



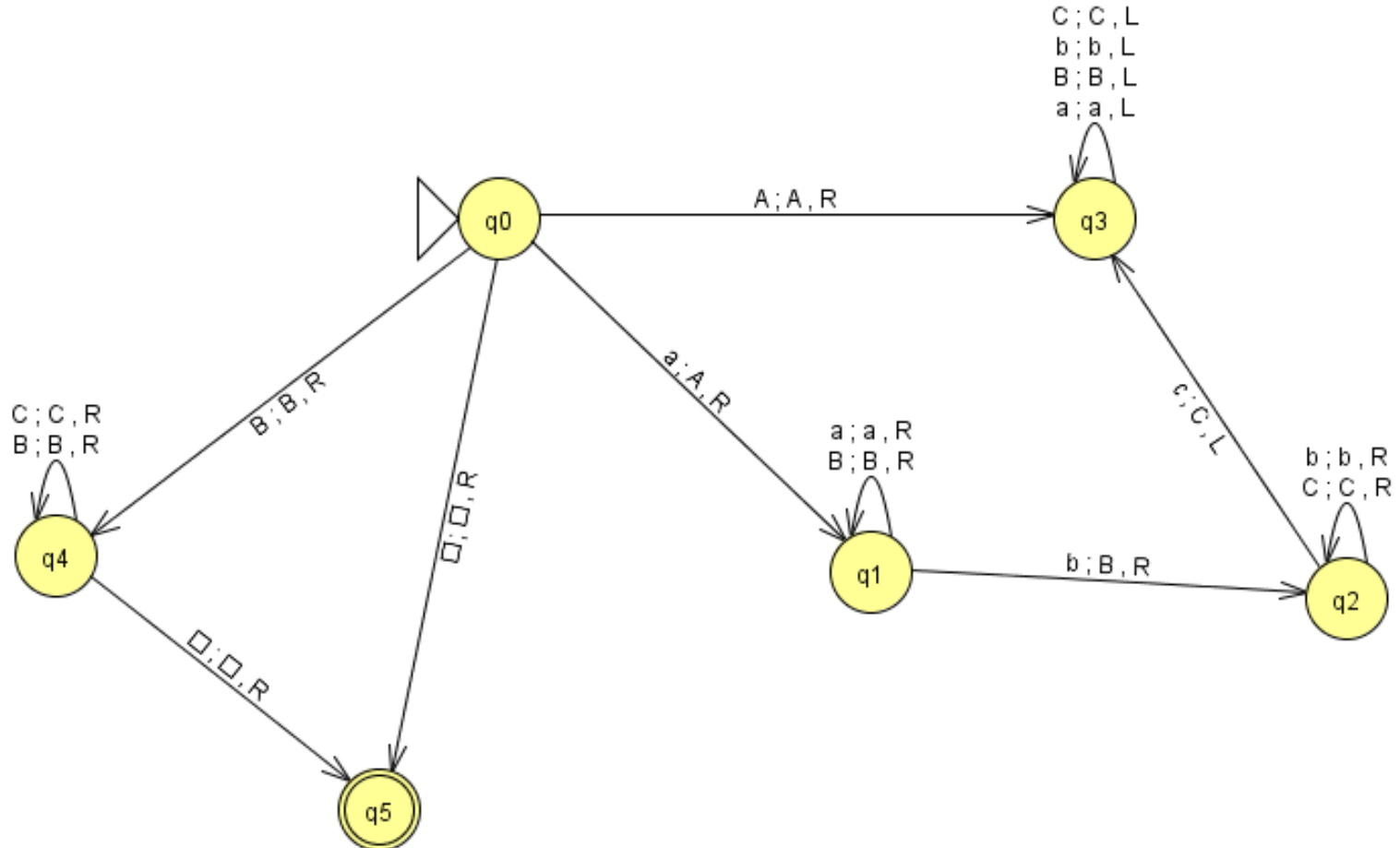
Máquinas de Turing

Exemplo 3:



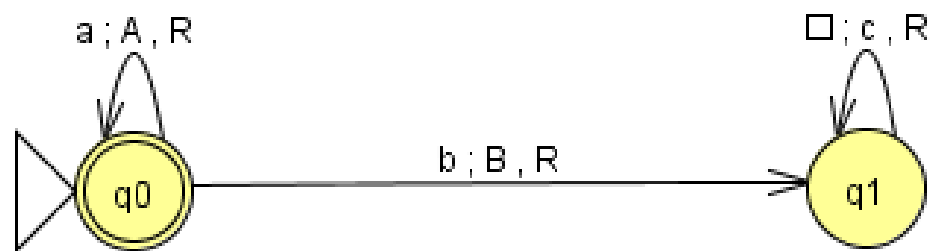
Exercício

1) Palavra abc é aceita? Palavra aabc é aceita? Palavra aabbc é aceita? Palavra BB é aceita?



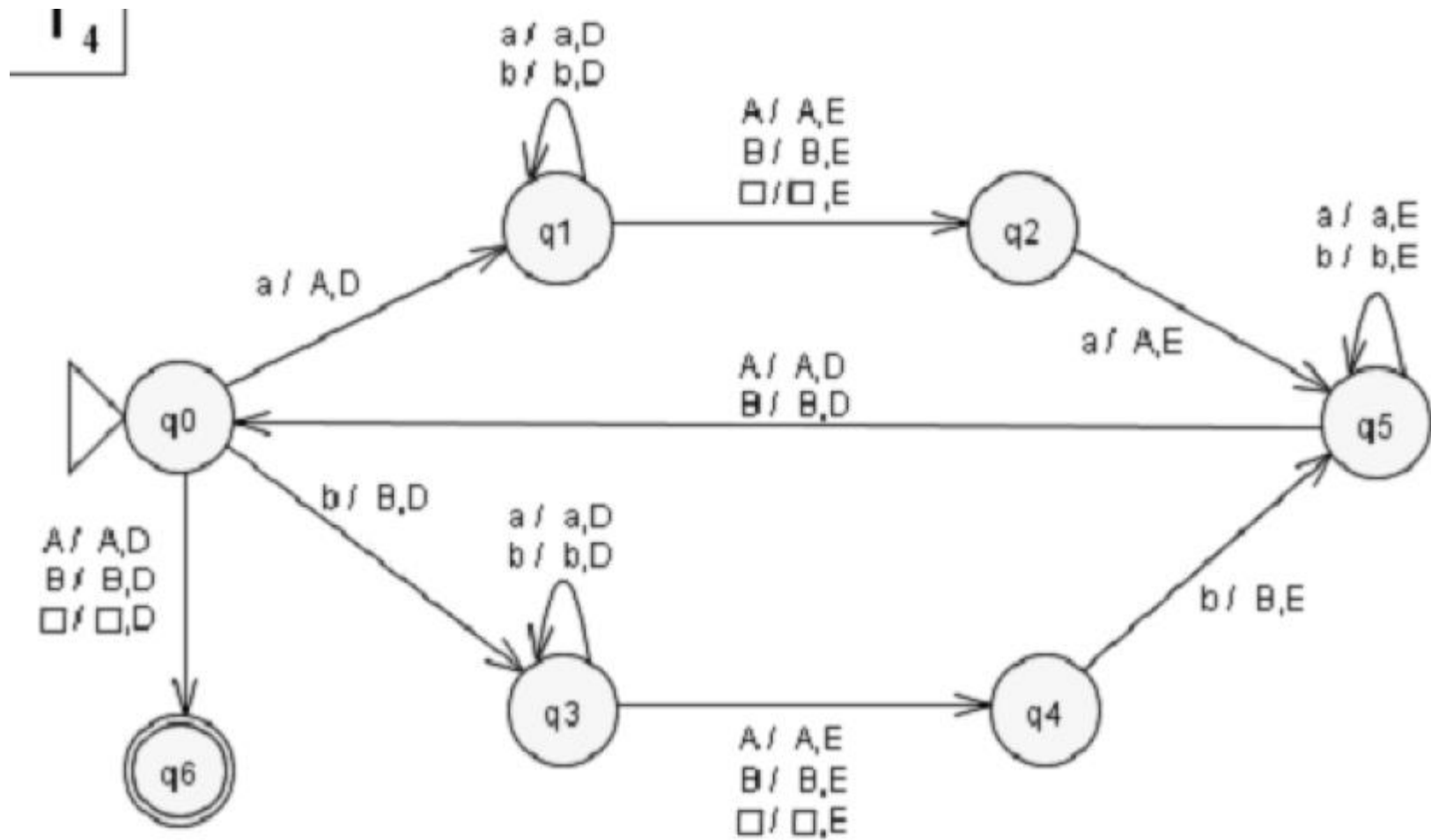
Exercício

2) Faça a tabela de transição da MT abaixo:



Exercício

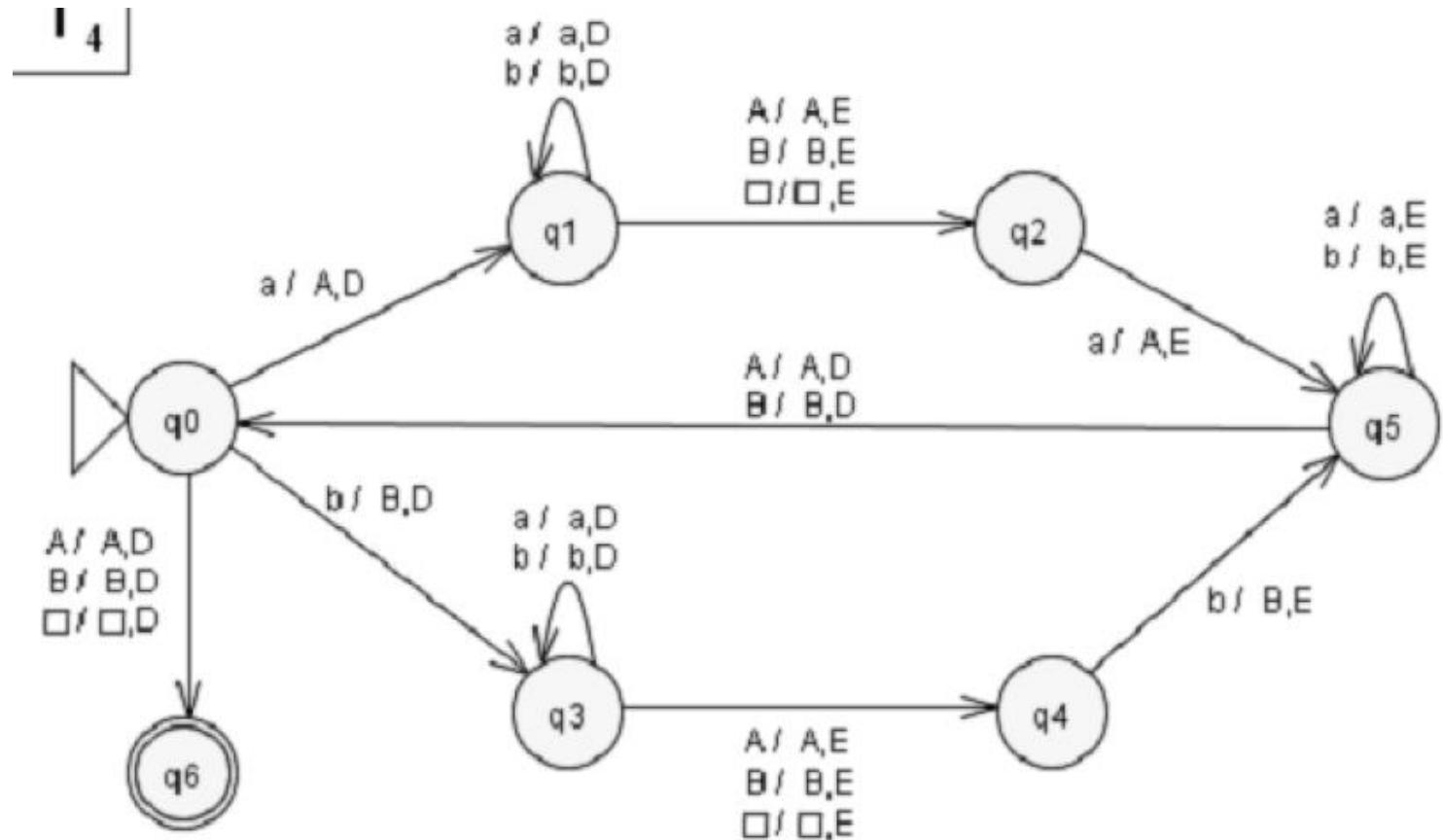
3) Faça a MT no JFlap:



Exercício

4) Mostre a computação de cada uma das seguintes cadeias e diga se cada cadeia é aceita:

- a) aa
- b) abba
- c) aab
- d) bb



Referências desta aula

- LEWIS, Harry R. & PAPADIMITRION, Christos H. - Elementos de Teoria da Computação. 2.ed. – Ed. Bookman, 2000.
- MENEZES, Paulo Blauth. - Linguagens formais e autômatos. 2.ed. – Ed. Sagra Luzzatto, 1998.

FIM

Obrigado

Rodrigo