

Pembahasan Soal **SNMPTN 2011**

SELEKSI NASIONAL MASUK PERGURUAN TINGGI NEGERI

Disertai TRIK SUPERKILAT dan LOGIKA PRAKTIS



Matematika IPA

Disusun Oleh :
Pak Anang

Kumpulan SMART SOLUTION dan TRIK SUPERKILAT

Pembahasan Soal SNMPTN 2011

Matematika IPA Kode Soal 599

By Pak Anang (<http://pak-anang.blogspot.com>)

1. Diketahui vektor $\bar{u} = (a, -2, -1)$ dan $\bar{v} = (a, a, -1)$. Jika vektor \bar{u} tegak lurus pada \bar{v} , maka nilai a adalah
- A. -1
 - B. 0
 - ~~C. 1~~
 - D. 2
 - E. 3

Penyelesaian:

Ingat:

Perkalian titik: $\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}| \cos \theta$

Jika vektor \bar{a} dan vektor \bar{b} saling tegak lurus maka $\theta = 90^\circ$, akibatnya $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0$

Perkalian titik dari vektor $\bar{a} = (x_a, y_a, z_a)$ dan vektor $\bar{b} = (x_b, y_b, z_b)$ juga bisa didefinisikan sebagai

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b$$

Jika \bar{a} tegak lurus dengan \bar{b} , maka $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0$.

$$\begin{aligned}\bar{a} \cdot \bar{b} &= 0 \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ a \\ -1 \end{pmatrix} &= 0 \\ \Rightarrow a^2 - 2a + 1 &= 0 \\ \Rightarrow (a - 1)^2 &= 0 \\ \Rightarrow a - 1 &= 0 \\ \Rightarrow a &= 1\end{aligned}$$

2. Pernyataan berikut yang benar adalah
- A. Jika $\sin x = \sin y$, maka $x = y$
 - B. Untuk setiap vektor \vec{u} , \vec{v} , dan \vec{w} berlaku $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$
 - C. Jika $\int_a^b f(x)dx = 0$, maka $f(x) = 0$
 - ~~D.~~ Ada fungsi f sehingga $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$ untuk suatu c
 - E. $1 - \cos 2x = 2 \cos^2 x$

Penyelesaian:

Penyelesaian untuk soal ini harus dianalisis setiap pilihan jawaban.

Analisis jawaban:

- A. Jika $\sin x = \sin y$, maka $x = y$.
Ini kurang tepat karena tidak selalu $x = y$, tetapi ada nilai lain selain y yang memenuhi persamaan tersebut. Ingat lagi konsep trigonometri antar kuadran.
 $\sin x = \sin y \Rightarrow x = y + k \cdot 360^\circ$
 $\Rightarrow x = (180^\circ - y) + k \cdot 360^\circ$
Jadi jawaban A salah.
- B. Untuk setiap vektor \vec{u} , \vec{v} , dan \vec{w} berlaku $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w}$
Lihat dengan seksama bahwa $(\vec{v} \cdot \vec{w}) = \text{skalar}$. Begitu juga dengan $(\vec{u} \cdot \vec{v}) = \text{skalar}$.
Misalkan $(\vec{v} \cdot \vec{w}) = \alpha$ dan $(\vec{u} \cdot \vec{v}) = \beta$ maka nilai $(\vec{u} \cdot \alpha)$ dan $(\beta \cdot \vec{w})$ tidak bisa didefinisikan.
Karena perkalian skalar hanya bisa dilakukan oleh vektor dengan vektor.
Jadi jawaban B juga salah.
- C. Jika $\int_a^b f(x)dx = 0$, maka $f(x) = 0$
Ambil sembarang $f(x) \neq 0$, misal $f(x) = x$ dimana $x \neq 0$ maka $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 x dx = 0$.
Ini membuktikan bahwa $\int_a^b f(x)dx = 0$ maka tidak selalu $f(x) = 0$.
Jadi jawaban C juga salah.
- D. Ada fungsi f sehingga $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$ untuk suatu c .
Untuk fungsi yang tidak kontinu, maka nilai limit pada titik dimana nilai fungsinya tidak terdefinisi bisa didefinisikan menggunakan metode pemfaktoran maupun metode L'hospital.
Jadi jawaban D benar.
- E. $1 - \cos 2x = 2 \cos^2 x$
Ingat identitas trigonometri $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$ dan $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
Sehingga: $1 - \cos 2x = (\sin^2 x + \cos^2 x) - (\cos^2 x - \sin^2 x)$
 $= \sin^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x - \cos^2 x$
 $= 2 \sin^2 x$
Jadi jawaban E juga salah.

3. Luas daerah di bawah $y = -x^2 + 8x$, di atas $y = 6x - 24$, dan terletak di kuadran I adalah

- A. $\int_0^4 (-x^2 + 8x)dx + \int_4^6 (x^2 - 2x - 24)dx$
~~B. $\int_0^4 (-x^2 + 8x)dx + \int_4^6 (-x^2 + 2x + 24)dx$~~
C. $\int_0^6 (-x^2 + 8x)dx + \int_6^8 (-x^2 + 2x + 24)dx$
D. $\int_4^6 (6x - 24)dx + \int_4^6 (-x^2 + 8x)dx$
E. $\int_0^4 (6x - 24)dx + \int_4^6 (-x^2 + 8x)dx$

Penyelesaian:

Menentukan titik potong kurva $y = -x^2 + 8x$ dengan garis $y = 6x - 24$:

$$\Rightarrow -x^2 + 8x = 6x - 24$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 8x - 6x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x + 24 = 0$$

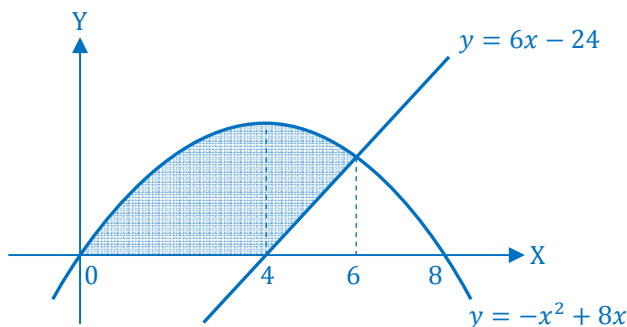
$$\Leftrightarrow (x + 4)(-x + 6) = 0$$

Pembuat nol:

$$x + 4 = 0 \text{ atau } -x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x = -4 \quad x = 6$$

Sekarang mari kita sketsa grafiknya.



Jadi luas daerah yang ditunjukkan oleh grafik di atas adalah:

$$\begin{aligned} L &= \int_0^4 ((-x^2 + 8x) - 0)dx + \int_4^6 ((-x^2 + 8x) - (6x - 24))dx \\ &= \int_0^4 (-x^2 + 8x)dx + \int_4^6 (-x^2 + 2x + 24)dx \end{aligned}$$

4. $\cos 35^\circ \cos 20^\circ - \sin 35^\circ \sin 20^\circ = \dots$

- ☒ A. $\sin 35^\circ$
- B. $\sin 55^\circ$
- C. $\cos 35^\circ$
- D. $\cos 15^\circ$
- E. $\sin 15^\circ$

Penyelesaian:

Ingat:

Sifat trigonometri penjumlahan dua sudut:

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

Sifat trigonometri pada berbagai kuadran

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\begin{aligned} \cos 35^\circ \cos 20^\circ - \sin 35^\circ \sin 20^\circ &= \cos(35^\circ + 20^\circ) \\ &= \cos 55^\circ \text{ (ternyata tidak ditemukan pada pilihan jawaban)} \\ &= \cos(90^\circ - 35^\circ) \text{ (ingat sifat trigonometri pada berbagai kuadran)} \\ &= \sin 35^\circ \end{aligned}$$

5. Kedua akar suku banyak $s(x) = x^2 - 63x + c$ merupakan bilangan prima. Banyak nilai c yang mungkin adalah

- A. 0
- B. 1
- ☒ C. 2
- D. 3
- E. Lebih dari 3

Penyelesaian:

Ingat: $ax^2 + bx + c = 0$ memiliki akar-akar persamaan kuadrat x_1 dan x_2

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$s(x) = x^2 - 63x + c \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{-63}{1} = 63$$

Analisis:

Jika dua bilangan prima dijumlahkan hasilnya 63.

Ingat bilangan prima itu seluruhnya bilangan ganjil, kecuali 2.

Nah, jika ganjil ditambah ganjil hasilnya genap!

Karena hasil penjumlahan ganjil maka salah satu diantara dua akarnya pasti genap.

Sehingga 2 pasti termasuk ke dalam penyelesaian.

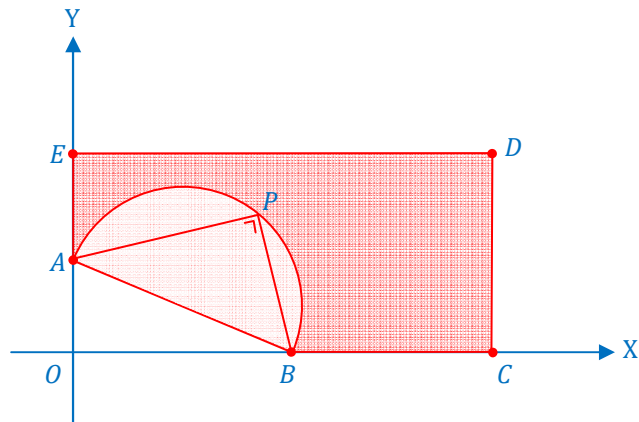
Penyelesaian yang lain adalah 61.

Jadi hanya ada dua nilai c yang mungkin, yaitu 2 dan 61 saja.

6. Diketahui segilima $ABCDE$, dengan $A(0, 2), B(4, 0), C(2\pi + 1, 0), D(2\pi + 1, 4)$, dan $E(0, 4)$. Titik P dipilih secara acak dari titik di dalam segilima tersebut. Peluang sudut APB berukuran tumpul adalah
- A. $\frac{3}{8}$
 - B. $\frac{1}{4}$
 - C. $\frac{1}{2}$
 - ~~D. $\frac{5}{16}$~~
 - E. $\frac{5}{8}$

Penyelesaian:

Mari kita sketsa dulu grafiknya:



Perhatikan gambar di atas. Sudut APB adalah sudut siku-siku.

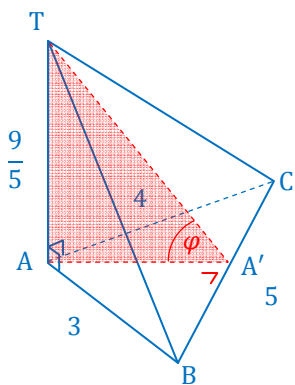
$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

Sudut APB akan tetap menjadi sudut siku-siku jika P berada pada keliling lingkaran yakni pada busur AB . Nah, sudut APB akan menjadi sudut tumpul saat P berada di daerah setengah lingkaran. Sehingga, peluang sudut APB berukuran tumpul sebenarnya hanyalah perbandingan luas antara luas setengah lingkaran dengan luas segilima $ABCDE$.

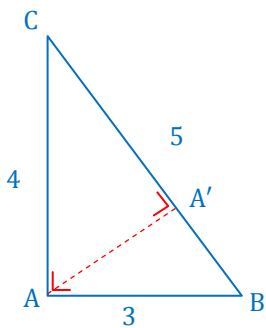
$$\begin{aligned} P(\angle APB \text{ tumpul}) &= \frac{L_{\text{setengah lingkaran } AB}}{L_{ABCDE}} \\ &= \frac{L_{\text{setengah lingkaran } AB}}{L_{OCDE} - L_{OBA}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}\pi\left(\frac{AB}{2}\right)^2}{(OC \times OE) - \left(\frac{1}{2} \times OB \times OA\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{2}\pi\left(\frac{\sqrt{20}}{2}\right)^2}{((2\pi + 1) \times 4) - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 2\right)} \\ &= \frac{\frac{20}{8}\pi}{(8\pi + 4) - 4} \\ &= \frac{5}{2}\frac{\pi}{8\pi} \\ &= \frac{5}{16} \end{aligned}$$

7. Diketahui limas T.ABCD dengan TA tegak lurus bidang ABC. Panjang rusuk AB, AC, BC, dan TA berturut-turut adalah 3 cm, 4 cm, 5 cm, dan $\frac{9}{5}$ cm. Jika φ sudut antara bidang BCT dengan bidang ABC, maka nilai $\cos \varphi$ adalah
- ~~A. $\frac{4}{5}$~~
 - B. $\frac{3}{5}$
 - C. $\frac{6}{25}$
 - D. $\frac{9}{25}$
 - E. $\frac{12}{25}$

Penyelesaian:



Perhatikan segitiga ABC. Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku karena sisi-sisinya memenuhi aturan Pythagoras.



Luas segitiga ABC bisa dihitung menggunakan dua cara:

$$\left. \begin{aligned} L_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \\ L_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} \cdot AA' \cdot BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot AA' \cdot BC$$

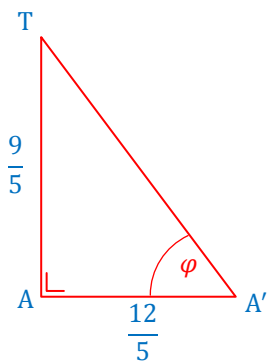
$$\Rightarrow AB \cdot AC = AA' \cdot BC$$

$$\Leftrightarrow AA' = \frac{AB \cdot AC}{BC}$$

$$\Leftrightarrow AA' = \frac{3 \cdot 4}{5}$$

$$\Leftrightarrow AA' = \frac{12}{5} \text{ cm}$$

Perhatikan segitiga TAA'.



$$AT = \sqrt{AT^2 + AA'^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{81}{25} + \frac{144}{25}} = \sqrt{\frac{225}{25}} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

$$\text{Jadi, } \cos \varphi = \frac{AA'}{AT} = \frac{\frac{12}{5}}{3} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

8. Parabola $y = ax^2 + bx + c$ puncaknya (p, q) , dicerminkan terhadap garis $y = q$ menghasilkan parabola $y = kx^2 + lx + m$. Nilai $a + b + c + k + l + m$ adalah
- A. q
 B. $2p$
 C. p
~~D. $2q$~~
 E. $p + q$

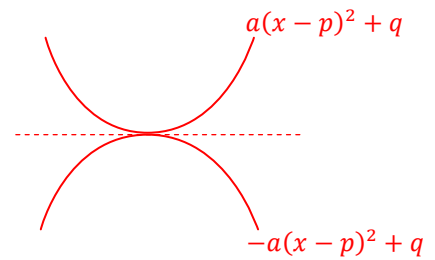
Penyelesaian:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{aligned} \text{Titik puncak } (p, q) &\Rightarrow y = A(x - p)^2 + q \\ &\Leftrightarrow ax^2 + bx + c = A(x^2 - 2px + p^2) + q \\ &\Leftrightarrow ax^2 + bx + c = Ax^2 - 2Ap x + Ap^2 + q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dari } y = Ax^2 - 2Ap x + Ap^2 + q &\Rightarrow a = A \\ &b = -2Ap \\ &c = Ap^2 + q \end{aligned}$$

TRIK SUPERKILAT:
 Bayangkan sketsa grafiknya.



Jadi jelas terlihat hasil penjumlahan
 $a + b + c + k + l + m = 2q$

Pencerminan terhadap $y = q$:

$$\left. \begin{aligned} x' &= x \\ y' &= 2q - y \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = 2q - y' \end{cases}$$

Jadi bayangan $y = ax^2 - 2apx + ap^2 + q$ terhadap pencerminan $y = q$ adalah:

$$\begin{aligned} y = Ax^2 - 2Ap x + Ap^2 + q &\xrightarrow[y=2q-y']{x=x'} 2q - y' = Ax'^2 - 2Ap x' + Ap^2 + q \text{ (dikali } -1) \\ &\Rightarrow -2q + y' = -Ax'^2 + 2Ap x' - Ap^2 - q \\ &\Rightarrow y' = -Ax'^2 + 2Ap x' - Ap^2 - q + 2q \\ &\Rightarrow y' = -Ax'^2 + 2Ap x' - Ap^2 + q \\ &\therefore kx^2 + lx + m = -Ax'^2 + 2Ap x' - Ap^2 + q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dari } y = -Ax^2 + 2Ap x - Ap^2 + q &\Rightarrow k = -A \\ &l = 2Ap \\ &m = -Ap^2 + q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka } a + b + c + k + l + m &= \cancel{A} - \cancel{2Ap} + \cancel{Ap^2} + q - \cancel{A} + \cancel{2Ap} - \cancel{Ap^2} + q \\ &= 2q \end{aligned}$$

9. Diberikan $f(x) = a + bx$ dan $F(x)$ adalah antiturunan $f(x)$. Jika $F(1) - F(0) = 3$, maka $2a + b$ adalah
- A. 10
~~B. 6~~
 C. 5
 D. 4
 E. 3

Penyelesaian:

Ingat:

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\begin{aligned} F(1) - F(0) = 3 &\Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = 3 \\ &\Leftrightarrow \int_0^1 (a + bx)dx = 3 \\ &\Leftrightarrow \left[ax + \frac{1}{2}bx^2 \right]_0^1 = 3 \\ &\Leftrightarrow \left(a(1) + \frac{1}{2}b(1)^2 \right) - \left(a(0) + \frac{1}{2}b(0)^2 \right) = 3 \\ &\Leftrightarrow \left(a + \frac{1}{2}b \right) - 0 = 3 \\ &\Leftrightarrow a + \frac{1}{2}b = 3 \text{ (dikali 2)} \\ &\therefore 2a + b = 6 \end{aligned}$$

10. Jika $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = \frac{1}{2}$, maka nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{\sqrt{1-x}-1}$ adalah
- A. -4
 B. -2
~~C. -1~~
 D. 2
 E. 4

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{\sqrt{1-x}-1} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{\sqrt{1-x}-1} \cdot \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) \cdot (\sqrt{1-x}+1)}{(1-x)-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) \cdot (\sqrt{1-x}+1)}{-x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{-x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1-x}+1) \quad \left(\text{ingat } \lim_{x \rightarrow a} -f(x) = -\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right) \\ &= -\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1-x}+1) \quad \left(\text{ingat } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = \frac{1}{2} \right) \\ &= -\frac{1}{2} \cdot (\sqrt{1-0}+1) \\ &= -\frac{1}{2} \cdot 2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

11. Jika $\sin x + \cos x = -\frac{1}{5}$ dan $\frac{3\pi}{4} \leq x < \pi$, maka nilai $\sin 2x$ adalah

- ~~A.~~ $\frac{-24}{25}$
 B. $\frac{-7}{25}$
 C. $\frac{7}{25}$
 D. $\frac{8}{25}$
 E. $\frac{24}{25}$

Penyelesaian:

Ingat:

Trigonometri sudut rangkap

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

Identitas trigonometri

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Nah, tantangan soal ini adalah bagaimana memunculkan bentuk $2 \sin x \cos x$ dari $\sin x + \cos x$?

Ingat $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, lalu bagaimana jika a dan b kita ganti dengan $\sin x$ dan $\cos x$?

$$\begin{aligned} \sin x + \cos x &= -\frac{1}{5} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \left(-\frac{1}{5}\right)^2 \\ &\Leftrightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{25} \\ &\Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x) + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{25} \quad (\text{ingat } \sin^2 x + \cos^2 x = 1) \\ &\Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{25} \quad (\text{ingat } 2 \sin x \cos x = \sin 2x) \\ &\Leftrightarrow 1 + \sin 2x = \frac{1}{25} \\ &\Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{25} - 1 \\ &\Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{24}{25} \end{aligned}$$

12. Lingkaran dengan pusat (2, 3) dan menyinggung garis $y = 2x$ adalah

- A. $5x^2 + 5y^2 - 20x - 30y + 12 = 0$
- B. $5x^2 + 5y^2 - 20x - 30y + 49 = 0$
- C. $5x^2 + 5y^2 - 20x - 30y + 54 = 0$
- D. $5x^2 + 5y^2 - 20x - 30y + 60 = 0$
- ~~E. $5x^2 + 5y^2 - 20x - 30y + 64 = 0$~~

Penyelesaian:

Ingat:

Jarak titik (x_1, y_1) ke garis $ax + by + c = 0$

$$d = \left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

Jari-jari (r) lingkaran bisa dinyatakan sebagai jarak titik (2, 3) ke garis $2x - y = 0$:

$$\begin{aligned} d &= \left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \\ &= \left| \frac{2(2) + (-1)(3) + 0}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} \right| \\ &= \left| \frac{4 - 3}{\sqrt{4 + 1}} \right| \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{5}} \right| \end{aligned}$$

Jadi persamaan lingkaran dengan pusat (2, 3) dan jari-jari $r = \frac{1}{\sqrt{5}}$ adalah:

$$\begin{aligned} (x - a)^2 + (y - b)^2 &= r^2 \xrightarrow{\substack{a=2 \\ b=3 \\ r=\frac{1}{\sqrt{5}}}} (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 \\ \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 &= \frac{1}{5} \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 &= \frac{1}{5} \quad (\text{kalikan kedua ruas dengan 5}) \\ \Leftrightarrow 5x^2 + 5y^2 - 20x - 30y + 65 &= 1 \\ \Leftrightarrow 5x^2 + 5y^2 - 20x - 30y + 64 &= 0 \end{aligned}$$

13. Diketahui vektor $\vec{u} = -p^2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ dan $\vec{v} = p\vec{i} + p\vec{j} - 5\vec{k}$ dengan $-2 < p < 2$.
 Nilai maksimum $\vec{u} \cdot \vec{v}$ adalah
- A. 8
~~B. 7~~
 C. 5
 D. 4
 E. 3

Penyelesaian:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} -p^2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ dan } \vec{v} = \begin{pmatrix} p \\ p \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} -p^2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p \\ p \\ -5 \end{pmatrix} = -p^3 + 3p + 5$$

Misal $A = \vec{u} \cdot \vec{v}$, maka

$$A = -p^3 + 3p + 5 \Rightarrow A' = -3p^2 + 3$$

Nilai maksimum $A = \vec{u} \cdot \vec{v}$ dipenuhi untuk $A' = 0$

$$\Rightarrow -3p^2 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3(p^2 - 1) = 0$$

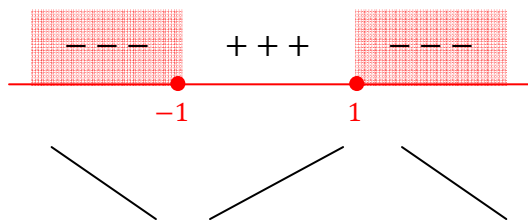
$$\Leftrightarrow -3(p + 1)(p - 1) = 0$$

Pembuat nol:

$$p + 1 = 0 \text{ atau } p - 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = -1 \quad p = 1$$

Uji garis bilangan



Jadi nilai maksimum $A = \vec{u} \cdot \vec{v}$ terjadi saat $p = 1$.

$$\begin{aligned} A = \vec{u} \cdot \vec{v} &= -(1)^3 + 3(1) + 5 \\ &= -1 + 3 + 5 \\ &= 7 \end{aligned}$$

14. Banyak siswa laki-laki 10 orang dan siswa perempuan 5 orang. Banyaknya cara untuk membentuk panitia yang beranggotakan 10 orang dan terdiri atas paling sedikit 2 orang perempuan dan paling banyak 4 orang perempuan adalah
- A. 4800
 - B. 3150
 - ~~C. 2700~~
 - D. 2300
 - E. 2250

Penyelesaian:

Ingat:

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

Banyaknya cara membentuk panitia beranggotakan 10 orang, paling sedikit 2 orang perempuan dan paling banyak 4 orang perempuan:

$$2 \text{ orang perempuan} + 8 \text{ orang laki-laki} = {}_5C_2 \cdot {}_{10}C_8 = \frac{5!}{(5-2)!2!} \cdot \frac{10!}{(10-8)!8!} = 1200$$

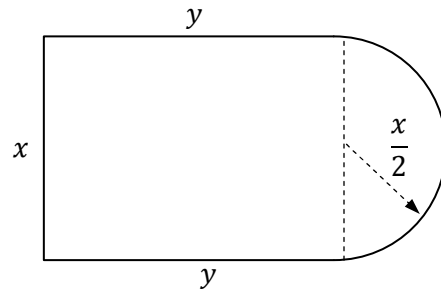
$$3 \text{ orang perempuan} + 7 \text{ orang laki-laki} = {}_5C_3 \cdot {}_{10}C_7 = \frac{5!}{(5-3)!3!} \cdot \frac{10!}{(10-7)!7!} = 1050$$

$$4 \text{ orang perempuan} + 6 \text{ orang laki-laki} = {}_5C_4 \cdot {}_{10}C_6 = \frac{5!}{(5-4)!4!} \cdot \frac{10!}{(10-6)!6!} = 450$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga banyaknya cara adalah} &= (2P, 8L) + (3P, 7L) + (4P, 6L) \\ &= 1200 + 1050 + 450 \\ &= 2700 \end{aligned}$$

15. Kolam renang berbentuk gabungan persegi panjang dan setengah lingkaran seperti gambar berikut. Keliling kolam renang sama dengan a satuan panjang. Agar luas kolam renang maksimum, maka $x = \dots$ satuan panjang.

- A. $\frac{2a}{\pi}$
 B. $\frac{a}{\pi}$
 C. $\frac{\pi a}{4+\pi}$
 D. $\frac{4+2\pi}{2a}$
~~E. $\frac{2a}{4+\pi}$~~



Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 &\text{Keliling} = a \\
 \Rightarrow &y + x + y + \left(\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \frac{x}{2}\right) = a \\
 \Leftrightarrow &x + 2y + \frac{1}{2}\pi x = a \text{ (kedua ruas dikali 2)} \\
 \Leftrightarrow &2x + 4y + \pi x = 2a \\
 \Leftrightarrow &(2 + \pi)x + 4y = 2a \\
 \Leftrightarrow &4y = 2a - (2 + \pi)x \text{ (kedua ruas dibagi 4)} \\
 \Leftrightarrow &y = \frac{2a - (2 + \pi)x}{4}
 \end{aligned}$$

Luas = Luas persegi panjang + Luas setengah lingkaran

$$\begin{aligned}
 L &= xy + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 \\
 &= x \left(\frac{2a - (2 + \pi)x}{4}\right) + \frac{1}{8}\pi x^2 \\
 &= \frac{1}{2}ax - \left(\frac{2 + \pi}{4}\right)x^2 + \frac{1}{8}\pi x^2 \\
 &= -\left(\frac{4 + 2\pi - \pi}{8}\right)x^2 + \frac{1}{2}ax \\
 &= -\left(\frac{4 + \pi}{8}\right)x^2 + \frac{1}{2}ax
 \end{aligned}$$

$$L = -\left(\frac{4 + \pi}{8}\right)x^2 + \frac{1}{2}ax \Rightarrow L' = -2\left(\frac{4 + \pi}{8}\right)x + \frac{1}{2}a = -\left(\frac{4 + \pi}{4}\right)x + \frac{1}{2}a$$

Luas maksimum akan dipenuhi untuk $L' = 0$

$$\begin{aligned}
 &-\left(\frac{4 + \pi}{4}\right)x + \frac{1}{2}a = 0 \\
 \Rightarrow &\left(\frac{4 + \pi}{4}\right)x = \frac{1}{2}a \\
 \Leftrightarrow &x = \frac{1}{2}a \cdot \left(\frac{4}{4 + \pi}\right) \\
 \Leftrightarrow &x = \frac{2a}{4 + \pi}
 \end{aligned}$$

Untuk download rangkuman materi, kumpulan SMART SOLUTION dan TRIK SUPERKILAT dalam menghadapi SNMPTN serta kumpulan pembahasan soal SNMPTN yang lainnya jangan lupa untuk selalu mengunjungi <http://pak-anang.blogspot.com>.

Terimakasih,

Pak Anang.