

## Résolution d'un système d'équation par la méthode d'élimination de Gauss

### I. Introduction:

Divers évènements et phénomènes de notre existence dépendent de plusieurs paramètres qui, combinés entre eux, forment des systèmes d'équations. La résolution de ces systèmes d'équations est une tâche parfois difficile lorsque les paramètres augmentent en nombre. C'est pour cela que Gabriel Cramer propose la méthode des déterminants (Règle de Cramer) pour résoudre ces systèmes d'équations. Mais cette méthode s'avère limitée. C'est pour cela que Carl Friedrich Gauss propose une autre solution qu'on connaît sous le nom d'élimination de Gauss-Jordan ou méthode par pivot de Gauss. Nous allons voir ci-après l'algorithme pour résoudre un système d'équation par la méthode de pivot de Gauss.

### II. Algorithme "Elimination de gauss avec pivot partielle":

La méthode consiste à échellonner la matrice associée au système d'équation en permutant, en multipliant et en combinant les lignes pour avoir une matrice triangulaire. En effet il est plus facile de résoudre les équations avec une matrice triangulaire.

#### 1) Efficacité:

En terme d'efficacité, on a démontré durant notre cours que la règle de Cramer ayant une complexité  $O((n+1)!)$ , mettra des siècles pour résoudre un système d'équation avec 25 inconnues tandis que la méthode du pivot de Gauss ne mettra que quelques secondes car elle a une complexité de  $O(n^3)$ .

#### 2) Stabilité et gestion des erreurs:

Comme son nom l'indique, on aura besoin d'un pivot fixé. Pour la stabilité du code on va faire une permutation entre la première ligne et la ligne ayant la valeur du pivot la plus grande.

En effet cette méthode gère les erreurs car lorsque le pivot est un scalaire dont la valeur est très proche de zéro, l'approximation numérique va générer des erreurs de calcul générant ainsi de fausses résultats car si on fait la différence entre des nombres très petits, il y aura une erreur à cause de l'approximation. Cela est dû au fait que l'ordinateur calcule avec une précision finie. On peut même dire par cette méthode que si la plus grande valeur entre les

pivots est une valeur inférieure à un certain epsilon très petit, alors la matrice est numériquement non inversible donc n'admettra pas de solution.

### 3) Implémentation:

Comme on va faire des calculs, la langage C++ est le plus adéquat en terme de rapidité pour l'implémentation de cet algorithme.

Le code C++ ,envoyé ci-jointe, implémente cet algorithme vous permettant de résoudre un système d'équation dont les données sont lues dans un fichier "data.txt".

### Recommandation:

Le contenu du fichier doit être de la forme :

3

1 2 3  
4 5 6  
7 8 9

2  
6  
8

Où : -la première partie est la dimension de la matrice  
-la seconde partie la valeur des coefficients de la matrice  
-La dernière partie la valeur des coefficients du vecteur