

Problema 9.1.9

Demonstrăm că următoarea formulă este inconsistentă, folosind forma normală adecvată:

$$5. U \wedge (V \rightarrow Z) \wedge ((U \wedge V) \wedge \neg(U \wedge Z))$$

Pas 1: Înlocuirea formulei $V \rightarrow Z$ cu $\neg V \vee Z$

$$U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge ((U \wedge V) \wedge \neg(U \wedge Z))$$

Parențezele evidențiate pot fi eliminate

$$U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge (U \wedge V \wedge \neg(U \wedge Z))$$

Pas 2: Aplicarea legii lui De Morgan pentru formula $\neg(U \wedge Z)$

$$U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge (U \wedge V \wedge (\neg U \vee \neg Z))$$

Parențezele evidențiate pot fi eliminate

$$U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge U \wedge V \wedge (\neg U \vee \neg Z)$$

Formula se află în FNC (Forma Normală Conjunctivă)

Pas 4: Simplificarea formulei obținute, folosind legea de idempotență și cea de comutativitate: $U \wedge U \equiv U$

$$U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge V \wedge (\neg U \vee \neg Z)$$

Pas 3: Aplicarea legii de distributivitate

$$U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge V \wedge (\neg U \vee \neg Z)$$

$$(U \wedge \neg V \wedge V \wedge \neg U) \vee (U \wedge \neg V \wedge V \wedge \neg Z) \vee (U \wedge Z \wedge V \wedge \neg U) \vee (U \wedge Z \wedge V \wedge \neg Z)$$

Formula se află în FND (Forma Normală Disjunctivă), având 4 cuburi și în fiecare există cel puțin o pereche de literali opuși \Rightarrow formula inconsistentă