

3.1.7/5

Utilizând forma normală asociată (FNC sau FND), demonstrați:

$$\models (U \rightarrow V) \rightarrow ((Z \rightarrow U) \rightarrow ((Z \wedge U) \rightarrow V))$$

Pas 1. Înlocuim formulele p.q. cu forma echivalentă:

$$\Leftrightarrow (\neg U \vee V) \rightarrow ((\neg Z \vee U) \rightarrow (\neg(Z \wedge U) \vee V))$$

$$\Leftrightarrow (\neg U \vee V) \rightarrow ((\neg(\neg Z \vee U) \vee (\neg(Z \wedge U) \vee V)))$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg U \vee V) \vee \neg(\neg Z \vee U) \vee (\neg(Z \wedge U) \vee V)$$

Pas 2. Aplicăm legile lui De Morgan:

$$\Leftrightarrow (U \wedge \neg V) \vee (Z \wedge \neg U) \vee ((\neg U \vee V) \vee \neg Z)$$

Pas 3. Aplicăm legile distributivității:

$$\Leftrightarrow ((U \vee Z) \wedge (U \vee \neg U) \wedge (\neg V \vee Z) \wedge (\neg V \vee U)) \vee (\neg U \vee V \vee \neg Z)$$

$$\Leftrightarrow ((U \vee Z) \wedge \neg U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge (\neg V \vee U)) \vee (\neg U \vee V \vee \neg Z)$$

$$\Leftrightarrow \neg U \wedge \neg V \vee \neg U \wedge V \vee \neg U \wedge \neg Z \vee \neg U \wedge Z \vee V \vee \neg Z$$

$$\Leftrightarrow \neg U \vee V \vee \neg Z$$

$$\Rightarrow \models (U \rightarrow V) \rightarrow ((Z \rightarrow U) \rightarrow ((Z \wedge U) \rightarrow V))$$