

Temă seminar 3

Problema 9.1.3.

Demonstrați că au loc următoarele relații de consecință logică:

1. $p \rightarrow q \models (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$;
2. $p \rightarrow q \models (r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q)$;
3. $p \rightarrow q \models (p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \wedge r)$;
4. $p \rightarrow q \models (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \wedge r)$;
5. $p \rightarrow q \models (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$;
6. $p \rightarrow r \models (q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$;
7. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \models (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$;
8. $p \rightarrow q \models (\neg p \rightarrow q) \rightarrow q$.

folosind metoda tabelelor de adevăr.

	p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$q \vee r$	$p \rightarrow q \vee r$	$(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$
i1	T	T	T	T	T	T	T	T
i2	T	T	F	T	F	T	T	T
i3	T	F	T	F	T	T	T	T
i4	T	F	F	F	T	F	F	F
i5	F	T	T	T	T	T	T	T
i6	F	T	F	T	F	T	T	T
i7	F	F	T	T	T	T	T	T
i8	F	F	F	T	T	F	T	T

Cu ajutorul tabelului de adevăr de mai sus se observă faptul că fiecare rezultat cu valoarea T (adevărat) din coloana $p \rightarrow q$ are ca și corespondent tot o valoare T în coloana $(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$.

Astfel, se poate afirma faptul că formula $(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$ e o **consecință logică** a formulei $p \rightarrow q$, deoarece în orice interpretare în care $p \rightarrow q$ e adevărată, și $(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$ e adevărată.

Problema 9.1.3.

Demonstrați că au loc următoarele relații de consecință logică:

1. $p \rightarrow q \models (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$;
2. $p \rightarrow q \models (r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q)$;
3. $p \rightarrow q \models (p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \wedge r)$;
4. $p \rightarrow q \models (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \wedge r)$;
5. $p \rightarrow q \models (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$;
6. $p \rightarrow r \models (q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$;
7. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \models (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$;
8. $p \rightarrow q \models (\neg p \rightarrow q) \rightarrow q$.

folosind metoda tabelelor de adevăr.

	p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$q \vee r$	$p \rightarrow q \vee r$	$(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$
i1	F	F	F	T	T	F	T	T
i2	F	F	T	T	T	T	T	T
i3	F	T	F	T	F	T	T	T
i4	F	T	T	T	T	T	T	T
i5	T	T	T	T	T	T	T	T
i6	T	T	F	T	F	T	T	T
i7	T	F	T	F				
i8	T	F	F	F				

Cu ajutorul tabelului de adevăr de mai sus se observă faptul că fiecare rezultat cu valoarea T (adevărat) din coloana $p \rightarrow q$ are ca și corespondent tot o valoare T în coloana $(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$.

Astfel, se poate afirma faptul că formula $(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$ e o **consecință logică** a formulei $p \rightarrow q$, deoarece **în orice interpretare în care $p \rightarrow q$ e adevărată, și $(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$ e adevărată.**