

Examen Sisteme dinamice

1p oficiu

Exercițiul 1 *Determinați soluțiile generale pentru ecuațiile:*

(a) **(0.5p)** $2y^2 + (x^2 - 2xy) \cdot y' = 0$

(b) **(1p)** $(1 - x^2) \cdot y' + 2x \cdot y = 4x$

(c) **(1p)** $y'' - 2y' + 5y = 10 \sin(x)$

Exercițiul 2 **(1p)** *Determinați soluția problemei bilocale:*

$$\begin{cases} \sin(x) \cdot y'' - \cos(x) \cdot y' = \sin^2(x) \\ y(0) = 1 \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \end{cases}$$

Exercițiul 3 **(1p)** *Fie $x(t) > 0$ mărimea unei populații ce se dezvoltă conform ecuației*

$$x' = x \cdot (1 - x) - a \cdot x,$$

unde $a > 0$ parametru real. Precizați care este evoluția acestei populații.

Exercițiul 4 **(0.5p)** *Determinați ecuația orbitelor din portretul fazic, situate în cadranul pozitiv, pentru sistemul:*

$$\begin{cases} x'(t) = -xy \\ y'(t) = -y + 3xy \end{cases}$$

Exercițiul 5 **(1p)** *Se consideră sistemul*

$$\begin{cases} x'(t) = xy - 1 \\ y'(t) = x^2 - y^2 \end{cases}$$

Să se determine punctele de echilibru și să se studieze stabilitatea acestora.

Exercițiul 6 **(1p)** *Se consideră problema Cauchy*

$$\begin{cases} y' = -4x^3 + 3xy^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Scrieți ecuația integrală Volterra echivalentă cu problema Cauchy, formula șirului aproximațiilor succesive și pentru funcția de start $y_0(x) \equiv 1$ calculați primele două aproximații succesive.