

Arhitectura sistemelor de calcul

Conversia unui număr ($N_7(b) = C_n C_{n-1} \dots C_2 C_1 C_0$) dintr-o bază oarecare în baza 10: $N_7(10) = C_n * b^n + C_{n-1} * b^{n-1} + \dots + C_2 * b^2 + C_1 * b^1 + C_0$

Bit = cifră binară (0/1)

Octet / byte = 8 biti

bitul ⁷ high	6	5	4	3	2	1	bitul ⁰ low
-------------------------	---	---	---	---	---	---	------------------------

Bitul de semn este 7 $\begin{cases} \rightarrow 0: \text{pozitiv} \\ \rightarrow 1: \text{negativ} \end{cases}$

Cum se reprezintă numerele întregi în convenția cu semn:

Cod direct: reprezentarea numărului pe $n-1$ biti, iar în bitul cel mai semnificativ (7). O problemă ar fi: $-7 + 7 \neq 0$

Cod invers: reprezentarea numărului pe $n-1$ biti, iar în cazul în care este negativ, să se inverseze toți cei n biti. O problemă ar fi: $-7 + 7 \neq 0$

Cod complementari: Se inversează valorile tuturor bitilor, după care se adaugă 1 la valoarea obținută.

Reguli alternative de complementare.

Se lasă neschimbați biți începând din dreapta până la primul bit 1 inclusiv, restul biților se inversează până la bitul $n-1$ inclusiv. De exemplu $18_{(10)} = 00010010_{(2)}$ are ca și complement numărul $11101110_{(2)}$

Regula de reprezentare a numerelor întregi cu semn

Un nr. întreg între -2^{n-1} și $2^{n-1}-1$ se reprezintă într-o locație de n biți astfel:

- dacă $n \geq 0$, atunci se reprezintă în locație scris în baza 2
- dacă $n < 0$, atunci se reprezintă în locație complementul scris în baza 2

Reprezentarea numărului -2^{n-1} nu poate fi reprezentată pe $n-1$ biți ca să rămână loc și pentru bitul de semn, el se reprezintă pe n biți și este $100...0$.

Dim. locație (octeți)	Număr în baza 10	Reprezentare în cod complementar (hexazecimal)	Reprezentare în cod complementar (binar)
1	0	00	00000000
2	0	0000	0000000000000000
1	1	01	00000001
2	1	0001	0000000000000001
1	-1	FF	11111111
2	-1	FFFF	1111111111111111
1	127	7F	01111111
2	127	007F	0000000001111111
1	-128	80	10000000
2	-128	FF80	1111111100000000
2	128	0080	0000000010000000
2	32767	7FFF	0111111111111111

Dimensiunea reprezentării

n - dimensiunea de reprezentare, (adică numărul maxim de cifre binare (numărul de biți) din reprezentarea unui număr)

$$n = \{8, 16, 32, 64\}$$

Dacă avem un număr reprezentat pe 7 biți, cum îl reprezentăm pe 8 biți? Depinde de interpretare:

- în reprezentarea fără semn completăm cu 0 biții high rămași
- în reprezentarea cu semn completăm cu bitul de semn biții high rămași

Ex: $(1001011)_2 = (75)_{10}$ se reprezintă pe un octet ca și:

$(01001011)_2$ în reprezentarea fără semn

$(01001011)_2$ în reprezentarea cu semn pentru $(75)_{10}$

$(11001011)_2$ în reprezentarea cu semn pentru $(-75)_{10}$

Nr. Octeți	Convenția fără semn	Convenția cu semn
1	$[0, 2^8-1] = [0, 255]$	$[-2^7, 2^7-1] = [-128, 127]$
2	$[0, 2^{16}-1] = [0, 65535]$	$[-2^{15}, 2^{15}-1] = [-32768, 32767]$
4	$[0, 2^{32}-1] = [0, 4294967295]$	$[-2^{31}, 2^{31}-1] = [-2147483648, 2147483647]$
8	$[0, 2^{64}-1] = [0, 18446744073709551615]$	$[-2^{63}, 2^{63}-1] = [-9223372036854775808, 9223372036854775807]$

Тема:

$$1. \quad x_{(10)} \rightarrow x_{(2)} \rightarrow x_{(16)}$$

$$4 : 2 = 2 \text{ п } 0$$

$$2 : 2 = 1 \text{ п } 0$$

$$1 : 2 = 0 \text{ п } 1$$

$$4_{(10)} = 100_{(2)} = 4_{(16)}$$

$$10 : 2 = 5 \text{ п } 0$$

$$5 : 2 = 2 \text{ п } 1$$

$$2 : 2 = 1 \text{ п } 0$$

$$1 : 2 = 0 \text{ п } 1$$

$$10_{(10)} = 1010_{(2)} = A_{(16)}$$

$$15 : 2 = 7 \text{ п } 1$$

$$7 : 2 = 3 \text{ п } 1$$

$$3 : 2 = 1 \text{ п } 1$$

$$1 : 2 = 0 \text{ п } 1$$

$$15_{(10)} = 1111_{(2)} = F_{(16)}$$

$$32 : 2 = 16 \text{ п } 0$$

$$16 : 2 = 8 \text{ п } 0$$

$$8 : 2 = 4 \text{ п } 0$$

$$4 : 2 = 2 \text{ п } 0$$

$$2 : 2 = 1 \text{ п } 0$$

$$1 : 2 = 0 \text{ п } 1$$

$$32_{(10)} = 100000_{(2)} = 20_{(16)}$$

0	0	0	0	-	0
0	0	0	1	-	1
0	0	1	0	-	2
0	0	1	1	-	3
0	1	0	0	-	4
0	1	0	1	-	5
0	1	1	0	-	6
0	1	1	1	-	7
1	0	0	0	-	8
1	0	0	1	-	9
1	0	1	0	-	A
1	0	1	1	-	B
1	1	0	0	-	C
1	1	0	1	-	D
1	1	1	0	-	E
1	1	1	1	-	F

$$2. X_{(10)} \rightarrow X_{(16)} \rightarrow X_{(2)}$$

$$3 : 16 = 0 \text{ r } 3$$

$$3_{(10)} = 3_{(16)} = 11_{(2)}$$

$$11 : 16 = 0 \text{ r } 11$$

$$11_{(10)} = B_{(16)} = 1011_{(2)}$$

$$16 : 16 = 1 \text{ r } 0$$

$$1 : 16 = 0 \text{ r } 1$$

$$16_{(10)} = 10_{(16)} = 10000_{(2)}$$

$$17 : 16 = 1 \text{ r } 1$$

$$1 : 16 = 0 \text{ r } 1$$

$$17_{(10)} = 11_{(16)} = 10001_{(2)}$$

$$3. X_{(2)} \rightarrow X_{(16)}$$

$$1010_{(2)} = A_{(16)}$$

$$0111_{(2)} = 7_{(16)}$$

$$1111_{(2)} = \overline{F}_{(16)}$$

$$10001010 = 8A_{(16)}$$

$$11010111 = 1A\overline{F}_{(16)}$$

$$4. x_{(16)} \rightarrow x_{(2)}$$

$$3_{(16)} = 11_{(2)}$$

$$A_{(16)} = 1010_{(2)}$$

$$F_{(16)} = 1111_{(2)}$$

$$2B_{(16)} = 101011_{(2)}$$

$$2F8_{(16)} = 1011111000_{(2)}$$

$$5. x_{(2)} \pm y_{(2)}$$

$$1 + 1 = 10$$

$$10 + 10 = 100$$

$$111 + 1 = 1000$$

$$1010 - 1 = 1001$$

$$1000 - 10 = 110$$

$$6. x_{(16)} \pm y_{(16)}$$

$$9 + 1 = A$$

$$B + 2 = D$$

$$F + 1 = 10$$

$$10 + A = 1A$$

$$10 - 2 = E$$

$$B - 3 = 8$$

7. Verificare 2 numere sunt complementare

$$\begin{array}{r} \overbrace{10000}^{F \ F \ F \ 16} - \\ 9A7D \quad F \\ \hline 6583 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{10000000}^{F \ F \ F \ F \ F \ F \ F \ 16} - \\ 000F095D \quad A \\ \hline FF F 0 F 6 A 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{10000}^{F \ F \ F \ 16} - \\ 4BA1 \quad F \\ \hline B45F \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{100}^{F \ 16} - \\ 7F \quad A \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{10000}^{F \ F \ F \ 16} - \\ 732A \quad F \\ \hline 8CD6 \end{array}$$

8. Reprezentarea fără semn pe 8 biți

$$8 : 2 = 4 \text{ n0}$$

$$4 : 2 = 2 \text{ n0}$$

$$2 : 2 = 1 \text{ n0}$$

$$1 : 2 = 0 \text{ n1}$$

$$8_{(10)} = 00001000_{(2)}$$

$$67 : 2 = 33 \text{ } \pi 1$$

$$33 : 2 = 16 \text{ } \pi 1$$

$$16 : 2 = 8 \text{ } \pi 0$$

$$8 : 2 = 4 \text{ } \pi 0$$

$$4 : 2 = 2 \text{ } \pi 0$$

$$2 : 2 = 1 \text{ } \pi 0$$

$$1 : 2 = 0 \text{ } \pi 1$$

$$67_{(10)} = 01000011_{(2)}$$

$$230 : 2 = 115 \text{ } \pi 0$$

$$115 : 2 = 57 \text{ } \pi 1$$

$$57 : 2 = 28 \text{ } \pi 1$$

$$28 : 2 = 14 \text{ } \pi 0$$

$$14 : 2 = 7 \text{ } \pi 0$$

$$7 : 2 = 3 \text{ } \pi 1$$

$$3 : 2 = 1 \text{ } \pi 1$$

$$1 : 2 = 0 \text{ } \pi 1$$

$$230_{(10)} = 11100110_{(2)}$$

9 Reprezentarea cu semn pe 16 biți

$$-6 : 2 = 3 \text{ } \pi 0$$

$$3 : 2 = 1 \text{ } \pi 1$$

$$1 : 2 = 0 \text{ } \pi 1$$

$$-6_{(10)} = 11111111111010_{(2)}$$

$$-121 : 2 = 60 \text{ } \pi 1$$

$$60 : 2 = 30 \text{ } \pi 0$$

$$30 : 2 = 15 \text{ } \pi 0$$

$$15 : 2 = 7 \text{ } \pi 1$$

$$7 : 2 = 3 \text{ } \pi 1$$

$$3 : 2 = 1 \text{ } \pi 1$$

