Analiza

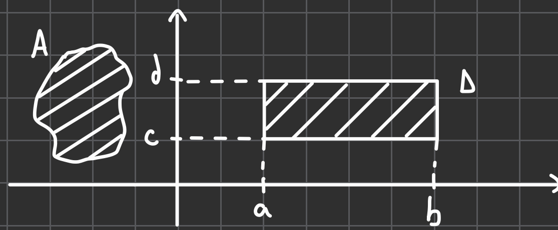
6. Integrale duble

pe axa reală ($\mathbb{R}$)

$f:[a,b]\to\mathbb{R}$

$\int_a^b f(x)\,dx$

în plan ($\mathbb{R}^2$)



$A \subseteq \mathbb{R}^2$ (compactă)

$f: A \to \mathbb{R}$, $f(x,y)$

Def:

Fie dreptunghiul $\Delta = [a,d] \times [c,d] \subseteq \mathbb{R}^2$, $f:\Delta\to\mathbb{R}$ o funcție mărginită și $n, m \in \mathbb{N}^*$. Notăm $\Delta_x = (x_0, x_1, \dots, x_n)$, $\Delta_y = (y_0, y_1, \dots, y_m)$ diviziuni ale intervalului $[a,b]$, respectiv $[c,d]$ și $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)$ sisteme de puncte intermediare (s.p.i) asociate diviziunii Δ_x, respectiv Δ_y

a) Numărul real

$$\sigma_f(\Delta_x, \xi, \Delta_y, \eta) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} f(\xi_i, \eta_i)\cdot(x_i - x_{i-1})\cdot(y_i - y_{i-1})$$

se numește suma Riemann a funcției f corespunzătoare diviziunilor Δ_x, Δ_y și s.p.i. ξ, η

b) Funcția se numește integrală Riemann pe D dacă

$$\exists\, I = \lim_{(\|\Delta_x\|, \|\Delta_y\|) \to (0,0)} \sigma_f(\Delta_x, \xi, \Delta_y, \eta) \in \mathbb{R}$$

iar valoarea lui I nu depinde de alegerea s.p.i. ξ și η