BILET

0. Notați pe fiecare pagină a lucrării Dv., pe primul rând:"Examen scris de ..." (unde ... vor fi înlocuite de Numele și Prenumele Dv.)

1. Utilizând o metodă semantică verificaţi dacă are loc relaţia de consecinţă logică: $p \to (q \vee r) \models (p \to q) \vee (p \to r)$. Teorema de corectitudine şi completitudine a metodei alese. Definiţia relaţiei de consecinţă logică.

2. Utilizând o metodă sintactică de demonstrare verificaţi dacă are loc proprietatea de distributivitate a cuantificatorului existenţial faţă de disjuncţie. Teorema de corectitudine şi completitudine a metodei alese.

3. Daţi o funcţie booleană de 3 variabile prin intermediul tabelei sale de valori. Să se scrie cele două forme canonice:

cea conjunctivă şi cea disjunctivă şi să se implementeze circuitele logice corespunzătoare.

Enunțați toată teoria aferentă rezolvării problemei.

4. Modelare raționament

Considerati următoarele ipoteze si verificații validitatea concluziei:

1. La toti copii le plac toate bomboanele.
2. Toti cei la care le plac bomboanele nu sunt fanatici nutritionisti.
3. Toti cei care mănâncă dovleci sunt fanatici nutritionisti.
4. Oricine cumpără un dovleac sau îl va sculpta, sau îl va mânca.
5. Ion cumpără un dovleac.
6. Lifesavers este o bomboană.

(Concluzie) Dacă Ion este un copil, atunci Ion sculptează un dovleac.

Observație: *Fiecare subiect se notează de la 1-10. 1p din oficiu, 1p teoria – cea care se cere în clar. Subiectul 4 este facultativ, poate înlocui subiectul 1 sau 2 (pentru o notă mai mare de 4, trebuie să transformați limbajul natural în limbaj logic și să utilizați o metodă precisă de rezolvare). Dacă nu e specificat clar exercițiul de rezolvat, puteți cere ajutor (chat privat). Dacă nu știți metoda de rezolvare specificată, puteți utiliza o alta pentru maxim jumătate din punctaj.*

1. TABELĂ SEMANTICĂ - tabela de adevăr

	p	q	r	$q \vee r$	$\underbrace{\neg p \vee (q \vee r)}_{U}$	$\neg p \vee q$	$\neg p \vee r$	$\underbrace{(p \to q) \vee (p \to r)}_{V}$
i_1	F	F	F	F	T	T	T	T
i_2	F	F	T	T	T	T	T	T
i_3	F	T	F	T	T	T	T	T
i_4	F	T	T	T	T	T	T	T
i_5	T	F	F	F	F	F	F	F
i_6	T	F	T	T	T	F	T	T
i_7	T	T	F	T	T	T	F	T
i_8	T	T	T	T	T	T	T	T

Consecința logică

$U(i_1) = T$, $V(i_1) = T$

$U(i_2) = T$, $V(i_2) = T$

$U(i_3) = T$, $V(i_3) = T$

$U(i_4) = T$, $V(i_4) = T$ } relația de consecință logică are loc

$U(i_5) = T$, $V(i_5) = T$

$U(i_6) = T$, $V(i_6) = T$

$U(i_7) = T$, $V(i_7) = T$

Definiția relației de consecință: $U \vdash V$, adică formula V este consecință logică a formulei U doar dacă pt. $\forall\ i : F_p \to \{T, F\}$

$i(U) = T$ are loc $i(V) = T$

2. $\exists x(A(x) \vee B(x)) \equiv \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$

Pas 1: se înlocuiesc conectivele $\leftrightarrow$ și $\rightarrow$

$\exists x(A(x) \vee B(x)) \leftrightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$, adică

1) $\exists x(A(x) \vee B(x)) \rightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x) \overset{not}{=} U_1$

2) $\exists x A(x) \vee \exists x B(x) \longrightarrow \exists x(A(x) \vee B(x)) \overset{not}{=} U_2$

i) U_1 este tautologie dacă $(\neg U) \vdash_{Res} \square$

Pas 2: Se aplică DeMorgan a.î. cuantificatorii să nu fie precedați de negație

$\neg(U_1) = \neg(\exists x(A(x) \vee B(x)) \rightarrow (\exists x A(x) \vee \exists x B(x)))$

$= \neg(\neg \exists x(A(x) \vee B(x)) \vee (\exists x A(x) \vee \exists x B(x)))$

$= \exists x(A(x) \vee B(x)) \wedge \forall x \neg A(x) \wedge \forall x \neg B(x)$

Pas 3: Se redenumesc variabilele legate a.î. să fie distincte

$\exists x(A(x) \vee B(x)) \wedge \forall y \neg A(y) \wedge \forall z \neg B(z)$

Pas 4: Se extrag cuantificatorii în fața formulei

$\exists x \forall y \forall z ((A(x) \vee B(x)) \wedge \neg A(y) \wedge \neg B(z))$

Pas 5: Se elimină cuantificatorii $\exists$ și $\forall$

$(A(a) \vee B(a)) \wedge \neg A(y) \wedge \neg B(z)$

Pas 6: Se aduce la forma normală clauzală FNC

- este deja FNC

$S = \{A(a) \vee B(a), \neg A(y), \neg B(z)\}$

$C_1 = A(a) \vee B(a)$

$C_2 = \neg A(y)$

$C_3 = \neg B(z)$

$[y \leftarrow a]$

$Res_1 = (C_1, C_2) = B(a) = C_4$

$[z \leftarrow a]$

$Res_2 = (C_3, C_4) = \square \Rightarrow U_1$ tautologie

ii) U_2 este tautologie dacă $\neg U \vdash_{Res} \square$

Pas 2: De Morgan, cuantificatorii nu trebuie să fie precedați de $\neg$

$\neg U_2 = \neg(\exists x A(x) \vee \exists x B(x) \rightarrow \exists x (A(x) \vee B(x)))$

$= \neg(\neg \exists x A(x) \vee \neg \exists x B(x) \rightarrow \exists x (A(x) \vee B(x))$

$= \exists x\ A(x) \vee \exists x B(x) \wedge \forall x\ (\neg A(x) \wedge \neg B(x))$

Pas 3: redenumim variabilele

$\exists x\ A(x) \vee \exists y\ B(y) \wedge \forall z\ (\neg A(z) \wedge \neg B(z))$

Pas 4: extragem cuantificatorii în față

$\exists x\ \exists y\ \forall z\ A(x) \vee B(y) \wedge (\neg A(z) \wedge \neg B(z))$

Pas 5: eliminarea cuantificatorilor

$A(a) \vee B(b) \wedge (\neg A(z) \wedge \neg B(z))$

Pas 6: FNC

$(A(a) \vee B(b)) \wedge \neg A(z) \wedge \neg B(z)$

$S = \{ A(a) \vee B(b), \neg A(z), \neg B(z) \}$

$C_1 = A(a) \vee B(b)$

$C_2 = \neg A(z)$

$C_3 = \neg B(z)$

$[z \leftarrow a]$

$Res_1(C_1, C_2) = B(b) = C_4$

$[z \leftarrow b]$

$Res_2(C_3, C_4) = \square \Rightarrow U_2$ tautologie

Din i) și ii) => are loc proprietatea

3

X_1	X_2	X_3	$f(x_1 x_2 x_3)$	m_0	m_1	M_2	M_3
0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0

$m_0 = m_{000(2)} = x_1^0 \wedge x_2^0 \wedge x_3^0 = \overline{x}_1 \wedge \overline{x}_2 \wedge \overline{x}_3$

$m_1 = m_{001(2)} = x_1^0 \wedge x_2^0 \wedge x_3^1 = \overline{x}_1 \wedge \overline{x}_2 \wedge x_3$

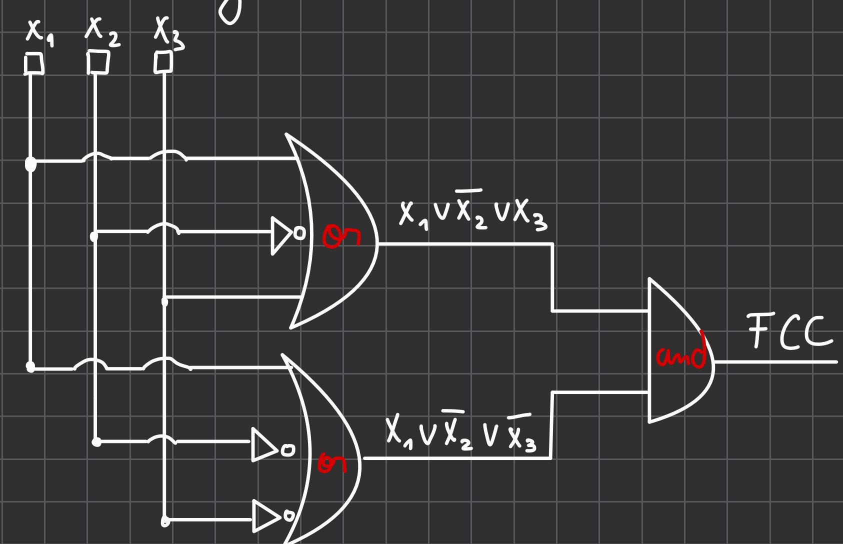
$M_2 = M_{010(2)} = x_1^{\bar{0}} \vee x_2^{\bar{1}} \vee x_3^{\bar{0}} = x_1 \vee \overline{x}_2 \vee x_3$

$M_3 = M_{011(2)} = x_1^{\bar{0}} \vee x_2^{\bar{1}} \vee x_3^{\bar{1}} = x_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3$

FCC = conjuncția maxtermilor = $M_2 \wedge M_3 = (x_1 \vee \overline{x}_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3)$

FCD = disjuncția mintermilor = $m_0 \vee m_1 = (\overline{x}_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3) \vee (\overline{x}_1 \overline{x}_2 x_3)$

Circuit logic FCC



Circuit logic FCD