



BILET

0. Notăți pe fiecare pagină a lucrării Dv., pe primul rând: "Examen scris de ..." (unde ... vor fi înlocuite de Numele și Prenumele Dv.)

1. Folosind metoda tabelelor semantice decideți tipul formulei $U = p \vee \neg(q \wedge \neg r \rightarrow p) \rightarrow p \wedge q \wedge \neg r$.
Scrieți toate modelele și anti-modelele sale. Teoria aferentă.
2. Utilizând o metodă sintactică de demonstrare verificați dacă are loc proprietatea de distributivitate a cuantificatorului universal față de disjuncție. Teorema de corectitudine și completitudine a metodei alese.
3. Folosind diagrama Karnaugh simplificați funcția booleană de 4 variabile:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1x_2x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4$$

Desenați circuitele logice corespunzătoare tuturor formelor simplificate ale lui f . Explicați pașii aplicați.

4. Modelare raționament

Iată că a venit iarna și greierele nu are mâncare. Totuși, ar putea să își rezolve problema dacă le ajută pe celelalte făpturi ale pădurii. Trebuie să aibă însă grijă ce și cui să ceară, deoarece fiecare făptură îi va da greierului un singur lucru, altfel se supără și îl va mânca pe greier.

- Furnica e bucuroasă să-i dea greierului mâncare dacă primește paie.
- Vulpea schimbă pește pe mure și mure pe larve.
- Dacă greierele îi cântă castorului, acesta îi va da apă. Dacă îi dă lemn, va primi pește.
- Ciocănitorea oferă larve pentru ghide și lemn pentru larve.
- Bursucul e morocănos. Dacă îi cântă greierele și îl înveselește, oferă ghide, iar dacă primește larve, îi dă mure.
- Veverița primește ghide în schimbul larvelor și dă ghinde pentru mure.
- Ursul oferă paie în schimbul murelor sau lemn în schimbul peștelui.

Puteți să-l ajutați pe greier să obțină mâncare fără a ajunge el însuși hrana celorlalte făpturi?

Observație: Fiecare subiect se notează de la 1-10. 1p din oficiu, 1p teoria – cea care se cere în clar. Subiectul 4 este facultativ, poate înlocui subiectul 1 sau 2 (pentru o notă mai mare de 4, trebuie să transformați limbajul natural în limbaj logic și să utilizați o metodă precisă de rezolvare). Dacă nu e specificat clar exercițiul de rezolvat, puteți cere ajutor (chat privat). Dacă nu știți metoda de rezolvare specificată, puteți utiliza o alta pentru maxim jumătate din punctaj.

$$1. U = p \vee \neg (q \wedge \neg r \rightarrow p) \rightarrow (p \wedge q \wedge \neg r)$$

$$\neg U = \neg (p \vee \neg (q \wedge (r \vee p)) \rightarrow (p \wedge q \wedge \neg r)) \quad (1)$$

$$\neg (A) \quad \rightarrow \quad B$$

$$\downarrow \text{L}(1)$$

$$\neg p \wedge (q \wedge (r \vee p)) \quad (2)$$

$$(\neg p \vee \neg q) \vee r \quad (3)$$

$$\downarrow \text{L}(2)$$

$$\neg p$$

$$q \wedge (r \vee p) \quad (4)$$

$$\downarrow \text{L}(4)$$

$$q$$

$$r \vee p \quad (5)$$

$$\begin{array}{cc} & \beta(5) \\ & \swarrow \searrow \\ p & r \\ \otimes & \odot \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & \beta(3) & \\ & \swarrow \searrow & \\ \neg & \neg p \vee \neg q & (6) \\ \odot & \swarrow \searrow & \beta(6) \\ \neg p & \neg q & \\ \odot & \otimes & \end{array}$$

$$p \vee \neg (q \wedge \neg r \rightarrow p) \rightarrow (p \wedge q \wedge \neg r)$$

$$p \vee (q \wedge (r \vee p)) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) = U$$

	p	q	r	$r \vee p$	$q \wedge (r \vee p)$	$p \wedge q \wedge \neg r$	$(q \wedge (r \vee p)) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$	U
i ₁	F	F	F	F	F	F	F	F
i ₂	F	F	T	T	F	F	F	F
i ₃	F	T	F	F	F	F	F	F
i ₄	F	T	T	T	T	F	T	T
i ₅	T	F	F	T	F	F	F	T
i ₆	T	F	T	T	F	F	F	T
i ₇	T	T	F	T	T	T	T	T
i ₈	T	T	T	T	T	F	T	T

Anti-modelle : i₁, i₂, i₃

Modelle : i₄, i₅, i₆, i₇, i₈

$$2. (\forall x) (A(x) \vee B(x)) \stackrel{?}{=} (\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x)$$

$$(\forall x) (A(x) \vee B(x)) \leftrightarrow (\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x)$$

$$(\forall x) (A(x) \vee B(x)) \rightarrow (\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x) = U_1$$

$$(\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x) \rightarrow (\forall x) (A(x) \vee B(x)) = U_2$$

$$\neg U_1 = \neg ((\forall x) (A(x) \vee B(x)) \rightarrow (\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x))$$

$$= \neg ((\exists x) (\neg A(x) \wedge \neg B(x)) \vee (\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x))$$

$$= (\forall x) (A(x) \vee B(x)) \wedge (\exists x) \neg A(x) \wedge (\exists x) \neg B(x)$$

$$= (\forall x) (A(x) \vee B(x)) \wedge (\exists y) \neg A(y) \wedge (\exists z) \neg B(z)$$

$$= (\exists y)(\exists z)(\forall x)(A(x) \vee B(x)) \wedge \neg A(y) \wedge \neg B(z)$$

$$= (A(x) \vee B(x)) \wedge \neg A(y) \wedge \neg B(z)$$

$$S = \{ \underset{C_1}{A(x) \vee B(x)}, \underset{C_2}{\neg A(y)}, \underset{C_3}{\neg B(z)} \}$$

$$[x \leftarrow y]$$

$$C_4 = \text{Res}(C_1, C_2) = B(y)$$

$$[x \leftarrow z]$$

$$C_5 = \text{Res}(C_1, C_3) = A(z)$$

$$\Rightarrow U_1 \text{ nur 1 Tautologie}$$

$$3. f(x_1, x_2, x_3, x_4) = m_1 \vee m_{15} \vee m_{10} \vee m_{13} \vee m_3 \vee m_{12} \vee m_0 \vee m_{11} \vee m_{14} \vee m_2$$

$x_1 x_2 / x_3 x_4$	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	m_0	m_1	m_3	m_2
0 1				
1 1	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
1 0			m_{11}	m_{10}

$$\max_1 = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_2 = \overline{x_1} \overline{x_2}$$

$$\max_2 = m_{12} \vee m_{13} \vee m_{15} \vee m_{14} = x_1 x_2$$

$$\max_3 = m_{15} \vee m_{14} \vee m_{11} \vee m_{10} = x_1 x_3$$

$$\max_4 = m_{11} \vee m_{10} \vee m_3 \vee m_2 = \overline{x_2} x_3$$

$$C(f) = \{ \max_1, \max_3 \}$$

$$M(f) = \{ \max_1, \max_2, \max_3, \max_4 \}$$

$$g(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_3$$

$$h_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_3$$

$$h_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_2 x_3$$

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_3$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_2 x_3$$

