**BILET**

**0. Notați pe fiecare pagină a lucrării Dv., pe primul rând:"Examen scris de ..." (unde ... vor fi înlocuite de Numele și Prenumele Dv.)**

1. Verificați dacă mulțimea de clauze S= $\{p \vee r, \neg p \vee \neg r, p \vee \neg r\}$ este inconsistentă folosind rezoluția liniară cu o căutare completă (backtracking). Teoria aferentă.

2. Utilizând o metodă semantică de demonstrare verificați dacă are loc proprietatea de distributivitate a cuantificatorului existențial față de implicație. Teorema de corectitudine și completitudine a metodei alese.

3. O funcție booleană $f$ de 4 variabile este dată prin intermediul valorilor sale de 1 astfel:

$$f(0,1,0,0) = f(1,0,1,1) = f(1,0,0,1) = f(0,0,0,0) = f(1,0,1,0) = f(0,1,0,1) = f(1,0,0,0) = 1.$$

Simplificați funcția folosind metoda lui Quine și desenați circuitele logice corespunzătoare tuturor formelor sale simplificate. Explicați pașii aplicați.

4. Modelare raționament

Făt-Frumos, după ce câștigă prietenia lupului, vulpii, știucii și șoimului se îndreaptă spre palatul zmeului pentru a o salva pe Ileana Cosanzeana. Ce nu știe însă Făt frumos este că zmeul, după ce își pierde puterile omenești se transformă în cerb. Dacă le pierde și pe acelea, se transformă în iepure, apoi porumbel, pește, iar la urmă gâză, după care va fi definitiv învins. Are Făt-Frumos suficienți prieteni?

1. $S = \{p \vee r, \neg p \vee \neg r, p \vee \neg r\}$

$C_1 = p \vee r$

$C_2 = \neg p \vee \neg r$

$C_3 = p \vee \neg r$

$Res_1(C_1, C_3) = p = C_4$

$Res_2(C_2, C_4) = \neg r = C_5 \Rightarrow$ S este nu este inconsistentă

2. $\exists(x)\,(A(x) \to B(x)) \overset{?}{\equiv} \exists(x)\,A(x) \to \exists(x)\,B(x)$

$\exists(x)\,(A(x) \to B(x)) \leftrightarrow \exists(x)\,A(x) \to \exists(x)\,B(x)$

$\exists(x)\,(A(x) \to B(x)) \to \exists(x)\,A(x) \to \exists(x)\,B(x) = U_1$

$\exists(x)\,A(x) \to \exists(x)\,B(x) \to \exists(x)\,(A(x) \to B(x)) = U_2$

T.C.C.: U tautologie ddacă $\neg U = \square$

$$\neg U_1 = \neg((\underbrace{\exists(x)\,(A(x) \to B(x))}_{A}) \to (\underbrace{\exists(x)\,A(x) \to \exists(x)\,B(x)}_{B})) \quad (1)$$

$\mathcal{L}(1)$

$\exists(x)(\neg A(x) \vee B(x)) \quad (2)$

$\exists(x)A(x) \wedge \forall(x)\neg B(x) \quad (3)$

$\mathcal{L}(3)$

$\exists(x)\,A(x) \quad (4)$

$\forall(x)\neg B(x)$ (5)

$\delta$ (4) const nouă a

$A(a)$

$\gamma$ (5)

$\neg B(a)$

$\forall(x)\neg B(x)$ - copie formulă

$\delta$ (2) const nouă b

$\neg A(b) \vee B(b)$ (6)

$\beta$ (6)

$\neg A(b)$ $\qquad$ $B(b)$

$\odot$ $\qquad$ $\odot$ $\Rightarrow U_1$ nu este tautologie

3.

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $f(x_1,x_2,x_3,x_4)$ | $m_0$ | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $m_4$ | $m_5$ | $M_6$ | $M_7$ | $m_8$ | $m_9$ | $m_{10}$ | $m_{11}$ | $M_{12}$ | $M_{13}$ | $M_{14}$ | $M_{15}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | | | 0 | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | | | | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | | | | 1 | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | | | | | | 1 | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | | | | | | | 0 | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | | | | | | | | 0 | | | | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | | | | | | | | | 1 | | | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | | | | | | | | | | 1 | | | | | | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | | | | | | | | | | | 1 | | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

$FCD = m_1 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_8 \vee m_9 \vee m_{10} \vee m_{11}$

$FCC = M_1 \wedge M_2 \wedge M_3 \wedge M_6 \wedge M_7 \wedge M_{12} \wedge M_{13} \wedge M_{14} \wedge M_{15}$

# Quine

$S = \{(0,0,0,0),(0,1,0,0),(0,1,0,1),(1,0,0,0),(1,0,0,1),$
$(1,0,1,0),(1,0,1,1)\}$

| | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 1 | 0 | 1 | 1 | $m_{11}$ | ✓ |
| II | 1 | 0 | 1 | 0 | $m_{10}$ | ✓ |
| | 1 | 0 | 0 | 1 | $m_9$ | ✓ |
| | 0 | 1 | 0 | 1 | $m_5$ | ✓ |
| III | 1 | 0 | 0 | 0 | $m_8$ | ✓ |
| | 0 | 1 | 0 | 0 | $m_4$ | ✓ |
| IV | 0 | 0 | 0 | 0 | $m_0$ | ✓ |
| V = I + II (simplă fac) | 1 | 0 | 1 | - | $m_{11} \vee m_{10}$ | ✓ |
| | 1 | 0 | - | 1 | $m_{11} \vee m_9$ | ✓ |
| VI = II + III | 1 | 0 | - | 0 | $m_{10} \vee m_8$ | ✓ |
| | 1 | 0 | 0 | - | $m_9 \vee m_8$ | ✓ |
| | 0 | 1 | 0 | - | $m_5 \vee m_4$ | |
| VII = III + IV | - | 0 | 0 | 0 | $m_8 \vee m_0$ | |
| | 0 | - | 0 | 0 | $m_4 \vee m_0$ | |
| VIII = V + VI (dublă fac) | 1 | 0 | - | - | $m_{11} \vee m_{10} \vee m_9 \vee m_8$ | |
| | 1 | 0 | - | - | $m_{11} \vee m_9 \vee m_{10} \vee m_8$ | |

$$max_1 = m_5 \vee m_4 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$$

$$max_2 = m_8 \vee m_0 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$$

$$max_3 = m_4 \vee m_0 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 = \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4$$

$$max_4 = m_{11} \vee m_{10} \vee m_9 \vee m_8 = x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee$$
$$\vee\, x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 = x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 = x_1 \bar{x}_2$$

$$M(f) = \{\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3, \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4, \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4, x_1 \bar{x}_2\} = \{max_1, max_2, max_3, max_4)$$

| | $max_1$ | $max_2$ | $max_3$ | $max_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $m_0$ | | * | * | |
| $m_4$ | * | | * | |
| $m_5$ | * | | | |
| $m_8$ | | * | | * |
| $m_9$ | | | | * |
| $m_{10}$ | | | | * |
| $m_{11}$ | | | | * |

$$C(f) = \{max_1, max_4\}$$

Cazuri:

I $M(f) = C(f) \Rightarrow f'(x_1, x_2, x_3, x_4) = g(x_1, x_2, x_3, x_4)$

II $M(f) \neq C(f),\ C(f) \neq \emptyset \Rightarrow f'(x_1, x_2, x_3, x_4) = g(x_1, x_2, x_3, x_4) \vee h(x_1, x_2, x_3, x_4)$

III $M(f) \neq C(f),\ C(f) = \emptyset \Rightarrow f'(x_1, x_2, x_3, x_4) = h(x_1, x_2, x_3, x_4)$

Identificare forme simplificate:

$$g(x_1, x_2, x_3, x_4) = max_1 \vee max_4$$
$$h(x_1, x_2, x_3, x_4) = max_2$$

$$f'(x_1, x_2, x_3, x_4) = g(x_1, x_2, x_3, x_4) \vee h(x_1, x_2, x_3, x_4) =$$

$$= \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 = FCD$$

# Circuit Logic