

# Deduzione Naturale

Calabrigo Massimo

November 12, 2019

## Contents

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Deduzione naturale</b>                                       | <b>1</b> |
| 1.1      | Cos'è la deduzione naturale? . . . . .                          | 1        |
| 1.2      | Formule della deduzione naturale . . . . .                      | 2        |
| 1.3      | Dettagli utili per la deduzione naturale, e cose poco intuitive | 3        |

## 1 Deduzione naturale

### 1.1 Cos'è la deduzione naturale?

La deduzione naturale è una tecnica utilizzata per trovare la conseguenza logica tra due formule  $A$  e  $B$ , e nella deduzione si scrive come  $A \triangleright B$ , oppure  $A$  deduce  $B$ .

Una tecnica utile per risolvere esercizi della deduzione naturale, in una formula  $A \triangleright B$  è quella di procedere dalla tesi  $B$  alle ipotesi  $A$ , in modo da capire di cosa si ha bisogno per arrivare alla fine, e "ricorsivamente" costruire l'albero, ovviamente bisogna tener conto anche delle ipotesi, e quindi il modo giusto di risolvere gli esercizi è:

1. Guardare le ipotesi iniziali e tenerle a mente
2. Guardare la tesi e vedere come si può scomporre al livello sovrastante
3. Continuare a scomporre le ipotesi finché si riesce, e quando ci si sente sicuri provare a sviluppare le ipotesi per ottenere le parti scomposte della tesi
4. Aggiungere, se servono, ipotesi che verranno successivamente scaricate, in modo da ottenere le parti scomposte della tesi, e quando si deve decidere che ipotesi aggiungere, chiedersi sempre se poi queste ipotesi potranno essere scaricate.

5. Fare in ogni momento un **elenco delle ipotesi da scaricare**. Se si riesce arrivare alla fine dell'esercizio con "ipotesi infinite", e poi fare un elenco di tutte le ipotesi e vedere se l'esercizio può funzionare, o ha bisogno di modifiche.
6. Finito

## 1.2 Formule della deduzione naturale

### Formule normali

1.  $F, G | F \text{ and } G$ ; (and i)
2.  $F \text{ and } G | F$ ; (and e.1)
3.  $F \text{ and } G | G$ ; (and e.2)
4.  $F | F \text{ or } G$ ; (or i.1)
5.  $G | F \text{ or } G$ ; (or i.2)
6.  $T, [F] \triangleright G | F \rightarrow G$ ; ( $\rightarrow$  i)
7.  $F, F \rightarrow G | G$ ; ( $\rightarrow$  e)
8.  $F, \neg F | \perp$  ( $\neg$  e)
9.  $[F], [G] \triangleright (F \text{ and } G, H, H) | H$ ; (or e)
10.  $[F] \triangleright \perp | \neg F$ ; ( $\neg$  i)
11.  $\neg \neg F | F$ ; ( $\neg \neg$  e)

### Formule speciali

1.  $T \triangleright \perp | F$
2.  $[F \text{ or } \neg F]$
3.  $T, [F] \triangleright \perp | \neg F$
4.  $F \rightarrow G, \neg G | \neg F$

### 1.3 Dettagli utili per la deduzione naturale, e cose poco intuitive

1. Quando sono in una situazione di  $(i \Rightarrow)$ , dove normalmente la regola sarebbe

$$T, F \triangleright G \mid (F \rightarrow G)$$

se ho già scaricato F da un'altra parte allora posso fare direttamente

$$G \mid (F \rightarrow G)$$

senza rifare lo scaricamento (ma devo comunque segnare affianco alla linea tra  $G \mid G \rightarrow F$ , che sto facendo uno scaricamento mettendo il solito numeretto).

2. Quando sono in una situazione di **ex-falso**, con una formula del tipo

$$T \triangleright \perp \mid F$$

significa che avendo un falso, da esso posso dedurre qualsiasi formula.

3. Nella regola (or e), si può usare come primo campo  $F \text{ or } \neg F$ , che poi verrà automaticamente scaricato.