Auftragsannahme- und Lagerhaltungsentscheidungen bei auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen

Masterarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades
„Master of Science (M.Sc.)“ im Studiengang
Wirtschaftswissenschaft

der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Leibniz Universität Hannover

vorgelegt von

Robert Matern

geb. am 7. März 1987 in Tschimkent
(Matrikel-Nr. 2798160)

Erstprüfer: Prof. Dr. Stefan Helber

Hannover, den 11. September 2015

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis iv

Symbolverzeichnis 1

Abbildungsverzeichnis 2

Tabellenverzeichnis 4

Vorwort 5

1 Einleitung 6

1.1 Problemstellung 6
1.2 Zielsetzung 7
1.3 Aufbau der Arbeit 9

2 Grundlagen zu auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen 11

2.1 Einordnung in die Produktionswirtschaft und die Begriffsbestimmung 11
2.2 Charakteristika 14
2.3 Relevanz für betriebliche Entscheidungen 16

3 Das Konzept des Revenue Managements bei der Annahme von Aufträgen 20

3.1 Das Revenue Managements bei der Auftragsannahme 20
3.2 Anwendungsvoraussetzungen und Instrumente des Revenue Managements 22
3.3 Mathematische Modellformulierung des Revenue Managements . . 24

4 Bestehende Ansätze zur Annahme von Auftragsproduktion und Instandhaltungsprozessen 34

4.1 Review 1 34
4.2 Review 2 34
4.3 Review 3 34
4.4 Review 4 34

5 Ein exaktes Lösungsverfahren zur Auftragsannahme- und Lagerhaltungsentscheidung bei auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen 35

5.1 Grundlegendes zum Lösen und Implementieren des Auftragsannahmeproblems 35

5.2 Mathematische Erweiterung der Modellformulierung des Auftragsannahmeproblems 39

5.2.1 Lagerentnahmeentscheidung 39

5.2.2 Lagerentnahme- und Instandhaltungsentscheidung 43

5.2.3 Aufarbeitung von Ressourcen 45

5.2.4 Erneuerung von Ressourcen innerhalb des Buchungshorizonts 50

5.2.5 Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines beliebigen Lagerbestands 55

5.2.6 Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen 60

5.2.7 Beachtung von Produktanfragen für nachfolgende Buchungsabschnitte 67

5.3 Numerische Untersuchung 69

6 Schlussbemerkung 71

Anhang 72

Literaturverzeichnis 73

Abkürzungsverzeichnis

APS	Advanced Planning and Scheduling Systeme
ATO	Assemble-to-Order (engl. Begriff für kundenindividuelle Fertigung mit standardisierten Komponenten)
DLP	Deterministisch-lineares Programm
DP	Dynamisches Programm zur Annahme von Aufträgen
DP-storage	Dynamisches Programm zur Annahme von Aufträgen unter Beachtung von Lagerbeständen
GE	Geldeinheiten
MRO	Maintenance-Repair-and-Overhaul (engl. Begriff für Instandhaltungsprozess)
MTO	Make-to-Order (engl. Begriff für Auftragsfertigung)
MTS	Make-to-Stock (engl. Begriff für Lagerfertigung)
OK	Opportunitätskosten
RM	Revenue Management
SCM	Suppy Chain Management (engl. Begriff für Wertschöpfungslehre)
u. B. d. R.	unter Berücksichtigung der Randbedingungen

Symbolverzeichnis

$\mathbf{a}_j$	Vektor des Ressourcenverbrauchs für Produktanfrage j
a_{hj}	Verbrauch der Ressource h für Produktanfrage j
$\mathbf{c}$	Vektor der Ressourcenkapazität
c_h	Kapazität der Ressource h
D_{jt}	Aggregierte erwartete Nachfrag nach Produkt j zur Periode t
h	Ressource aus der Menge $\mathcal{H}$
$\mathcal{H}$	Menge an Ressourcen
i	... $\mathcal{I}$
$\mathcal{I}$	Gesamtmenge an möglichen Kombinationen ...
j	Produktanfrage aus der Menge $\mathcal{J}$
$\mathcal{J}$	Menge an möglichen Produktanfragen
m	... Ausführungsmodus aus der Menge $\mathcal{M}_j$
$\mathcal{M}_j$	Menge an produktspezifisch-möglichen Ausführungsmodi für ein Produkt j
π_h	Bid-Preis der Ressource h
$p_j(t)$	Wahrscheinlichkeit der Nachfrage nach Produkt j in Periode t
r_j	Erlös des Produkts j
t	Periode des Buchungshorizonts T
τ	Endperiode $t = 1$ im Buchungshorizont T
T	Buchungshorizont
$V(\mathbf{c}, t)$	Ertragsfunktion in Abhängigkeit der Kapazitäten $\mathbf{c}$ in der Periode t
x_{jm}	Anzahl der akzeptierten Anfragen nach Produkt j im Ausführungsmodus m

Abbildungsverzeichnis

1 Grafische Darstellung der Gliederung der Arbeit 9

2 Grafische Veranschaulichung eines Wertschöpfungsprozesses 13

3 Grafische Darstellung des Buchungshorizonts bei der Auftragsfertigung 24

4 Beispielhafte Darstellung einer rekursive Folge eines Netzwerk RM . 28

5 Darstellung der Systemzustände des beispielhaften Netzwerk RM . 29

6 Darstellung der Systemzustände des beispielhaften Netzwerk RM (optimaler Auftragseingang) 31

7 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit konkurrierenden Anfragen 33

8 Rekursive Übergänge der Systemzustände ohne Memofunktion . . . 36

9 Rekursive Übergänge mit Memofunktion 37

10 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit Möglichkeit der Lagerentnahme 41

11 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit Möglichkeit der Lagerentnahme und Instandhaltung 45

12 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit Möglichkeit der Aufarbeitung 48

13 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit regenerativen Ressourcen 53

14 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines beliebigen Lagerbestands 58

15 Zusammenhand von Buchungsperioden und den Buchungsabschnitten 61

16 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit Inanspruchnahme von Kapazität zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen 64

17 Zusammenhand von Buchungsperioden und den Buchungsabschnitten 68

Tabellenverzeichnis

1 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM 30

2 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit konkurrierenden Anfragen 33

3 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit Möglichkeit der Lagerentnahme 42

4 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit Möglichkeit der Lagerentnahme und Instandhaltung 46

5 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit Möglichkeit der Aufarbeitung 49

6 Optimale Politik für das beispielhafte Netzwerk RM mit regenerativen Ressourcen 54

7 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit der Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines beliebigen Lagerbestands 59

8 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit der Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen 63

9 Optimale Politik für das zweite beispielhafte Netzwerk RM mit der Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen 66

10 Bester Pfad für das zweite beispielhafte Netzwerk RM mit der Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen 67

11 Optimale Politik für das beispielhafte Netzwerk RM unter Beachtung von Produktanfragen für nachfolgende Buchungsabschnitte . . 70

Vorwort

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Die Entscheidung über die Annahme von Kundenaufträgen hat weitreichenden Einfluss auf den Ertrag von produzierenden Unternehmen. Einem Unternehmen, dass zusätzlich zur Produktion auch die Instandsetzung ihrer Güter anbietet, steht vor dem Entscheidungsproblem, ob der Auftrag zur Instandsetzung des Gutes wirtschaftlich ist. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden diese Unternehmen als sogenannter Instandhalter bezeichnet. Abhängig des eingehenden Kundenauftrags, indem der Zustand des Gutes beschrieben ist, durch den die notwendigen Prozessschritte zur Instandsetzung des Gutes abgeleitet werden können, generiert der Instandhalter unterschiedliche Erträge. Die Prozessschritte zur Instandsetzung des Gutes geben zusätzlich den notwendigen Ressourcenbedarf für die auszuführende Tätigkeit an, die notwendig sind um das Gut in seinen ursprünglichen bzw. geforderten Zustand zu versetzen. Ressourcen zur Instandsetzung von Gütern können z. B. Material oder Personalstunden sein.[1] Abhängig des möglichen Ertrags und des für den Auftrag notwendigen Ressourcenbedarf muss das produzierende Unternehmen die Entscheidung über Annahme oder Ablehnung des Kundenauftrags treffen. Sofern nur dieser einfache Fall betrachtet wird, bei dem nur der einzelne Kundenauftrag zur Auswahl steht, ist die Entscheidung für den Instandhalter einfach getroffen. Der Kundenauftrag wird angenommen, sofern der Aufwand des Ressourceneinsatzes niedriger als der erziele Ertrag ist (In dieser Arbeit wird auf eine differenzierte Betrachtung der Herstellkosten verzichtet). Sofern der Unternehmen eine begrenzte Ressourcenkapazität zur Instandsetzung der Güter besitzt, muss zusätzlich der absolute Ressourcenverbrauch des Auftrags für Annahmeentscheidung geprüft werden. Mit Annahme des Auftrags ist ein auftragsbezogener Ertrag erzielt und ein produktbezogener Ressourcenverbrauch eingetreten. Nachdem diese Entscheidung getroffen ist, wird der zeitlich nachfolgende Kundenauftrag betrachtet.

[1] Vgl. ... ???

Für die Entscheidung über die Annahme oder Ablehnung eines Kundenauftrags (KA) zur Instandhaltung von Gütern bedarf es einer umfassenderen Betrachtung, als nur die kurzsichtige Entscheidung über die Annahme einzelner Aufträge. Angenommen ein Instandhalter besitzt ein bestimmtes Kontingent an unterschiedlichen Ressourcen über einen bestimmten Zeitraum zur Erfüllung seiner angebotenen Dienstleistung. In diesem betrachteten Zeitraum treffen differenzierte Kundenaufträge mit unterschiedlicher Wertigkeit ein. Zur Maximierung der Erträge über diesen Zeitraum kann es für das Unternehmen sinnvoll sein Anfragen mit niedrigem Ertrag abzulehnen, sofern im weiteren Verlauf des betrachteten Zeitraums Aufträge mit höherem Ertrag eintreffen. Dies erfolgt in Abhängigkeit der noch vorhanden knappen Ressourcenkapazität.

Eine weitere Alternative wäre es für das instandhaltende Unternehmen, das zu reparierende Gut mit ein neuwertiges Gut auszutauschen. Es handelt sich damit um eine Entscheidung der Lagerentnahme. Die Entscheidung der Reduzierung des vorhandenen Lagerbestands zur Befriedung des Kundenauftrags macht vor allem Sinn, wenn die Reparatur des Auftrags mehr Kosten verursacht, als ein neuwertiges Gut in der Produktion kostet. Auch hier kann zwischen einer kurz- und langfristigen Sichtweise unterschieden werden. Die kurzfristige Sichtweise bezieht sich nur auf das Verhältnis zwischen Reparatur- und Produktionskosten des auftragsbezogenen Gutes. Bei der langfristigen Sichtweise wird der Lagerbestand über einen längeren Zeitraum betrachtet. Sofern in der nahen Zukunft viele Aufträge über neue Produkte eintreffen, ist es für das betrachtete Unternehmen ertragreicher das Gut zu reparieren, damit alle Aufträge erfüllt werden.

Mehr —

1.2 Zielsetzung

In dieser Arbeit werden unterschiedliche mathematischen Modell zur Annahmeentscheidung eines Auftrags zur Instandhaltung eines Gutes betrachtet. Dabei werden verschiedene Betrachtungsweisen der Auftragsannahme via Ressourcenkapazität oder Lagerbestand aufgezeigt und untersucht. Dabei entspricht das reparierte Gut den vom jeweiligen Auftrag geforderten Instandhaltungszustand. Anders formuliert bedeutet dies, dass das produzierende Unternehmen nicht nur die Entscheidungsmöglichkeit über die Instandsetzung des Gutes hat, sonder auch die Möglichkeit hat in Abhängigkeit des verfügbaren Lagerbestandes die Kundenaufträge mittels eines neuwertigen Gutes zu befriedigen.

Bei der Problemformulierung der Auftragsannahmeentscheidung bei auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen handelt es sich um ein stochastisch-dynamisches Optimierungsmodell. Das Optimierungsmodell muss demnach die Entscheidung treffen, ob die Auftragsannahme zur Instandsetzung des Gutes, die Lagerhaltung des defekten Gutes sowie die Herausgabe eines bereits reparierten Gutes oder die Ablehnung des Kundenauftrags erfolgen soll. Diese Entscheidung erfolgt in Abhängigkeit der verfügbaren restlichen Ressourcenkapazitäten, die zur Instandsetzung der Güter notwendig ist, des aktuell-vorhandenen Lagerbestandes der bereits reparierten Güter und der noch potentiell eintreffenden Anfragen zur Instandhaltung von Gütern.

Zur Formulierung des Problems wird das Konzept des Revenue Managements aufgegriffen. Es handelt sich ursprünglich um ein Konzept zur Auftragsannahme von freien Sitzplätzen von Passagierflugzeugen.[2] Das Grundmodell wird zur Annahme von Kundenaufträgen bzw. -anfragen von Dienstleistungsunternehmen mit beschränkten Ressourcenkapazitäten verwendet.[3] Damit lässt sich die mathematische Darstellung des Optimierungsmodells der Auftragsannahme- und Lagerhaltungsentscheidungen bei auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen als *dynamische Programmierung (DP)* formulieren. Die Aufgabe des DP ist laut Talluri und van Ryzin (2004b) die Entscheidungsfindung zu unterstützen, damit der Gesamtertrag des Dienstleisters maximiert wird. Der Gesamtertrag wird bewertet in Geldeinheiten (GE).

Die Zielsetzung der Arbeit ist demnach das Grundmodell des Revenue Managements zur Annahme von Kundenaufträgen mit unterschiedlichen Verfahren der Auftragsbefriedigung mittels einer Lagerhaltung von Gütern zu erweitern. Zusätzlich zur konzeptionellen Darstellung des hier betrachteten Auftragsannehmeproblems wird für eines der Modellerweiterungen ein Pseudo-Algorithmus entwickelt, welches vorformulierte Beispielszenarien exakt löst. Damit lässt sich numerisch untersuchen, welche Möglichkeiten sich durch die Betrachtung einer Lagerhaltung in der Auftragsannahme von auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen für Unternehmen ergeben.

[2] Vgl. ... ???

[3] Vgl. ...

1.3 Aufbau der Arbeit

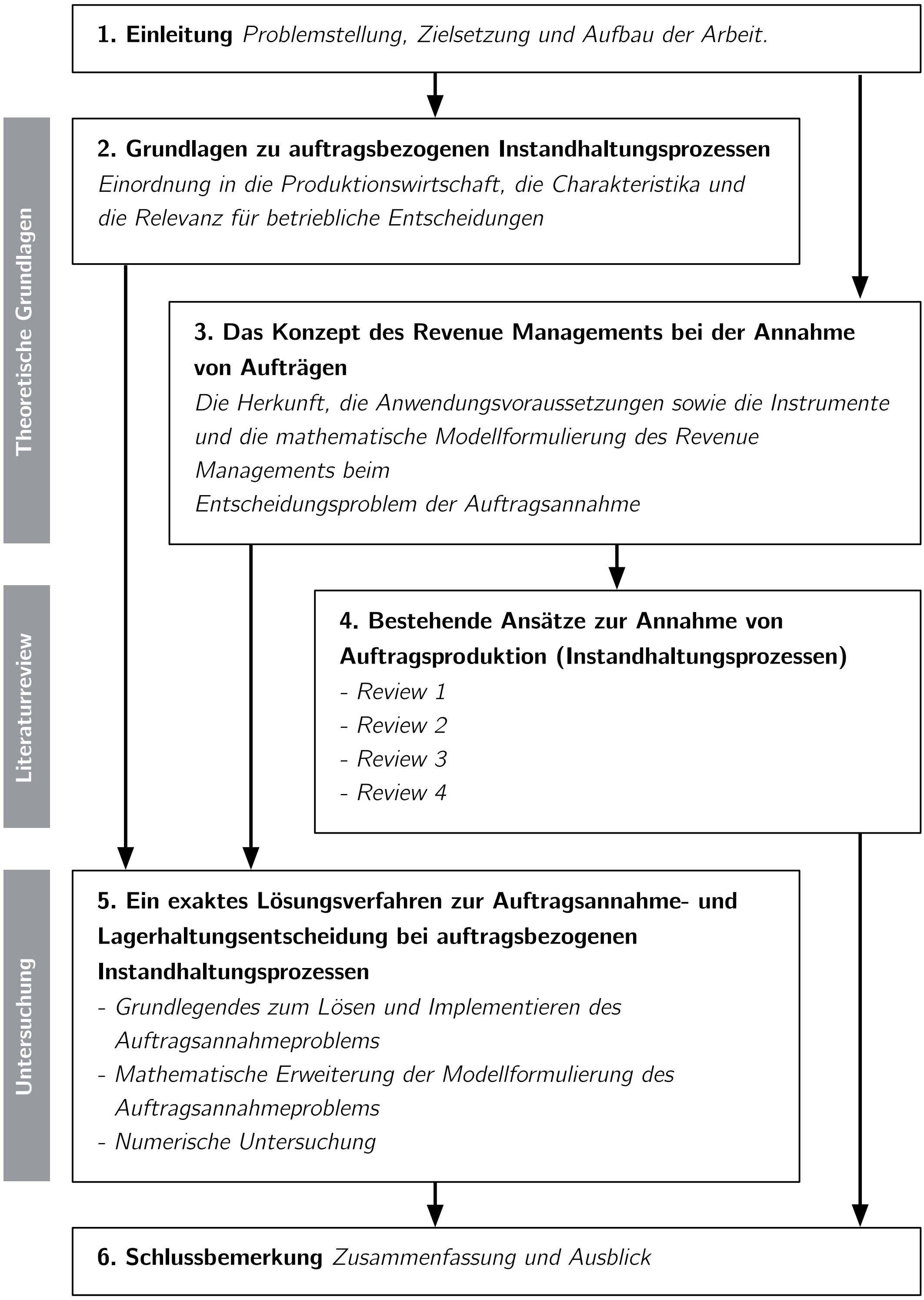

Abbildung 1 Grafische Darstellung der Gliederung der Arbeit

Der Aufbau der Arbeit ist in der Grafik 1 dargestellt. In Kapitel 2 wird vorerst der Begriff der auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen definiert und deren theoretische Grundlagen beschrieben. In diesem Kapitel wird der Begriff in die Produktionswirtschaft eingeordnet, sowie die Beschreibung der Charakteristika und der Relevanz für betriebliche Entscheidungen der auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen aufgeführt. Weiter werden im Kapitel 3 die theoretischen Grundlagen der Arbeit vervollständigt, indem das Konzept des Revenue Management bei der Annahme von Aufträgen vorgestellt wird. In diesem Kapitel wird auf die Herkunft des Konzepts eingegangen. Für das Konzept bestehen zusätzlich Anwendungsvoraussetzungen und Instrumente, die in dem Kapitel beschrieben sind. Des Weiteren wird für das Grundmodell des Revenue Managements die mathematische Modellformulierung dargestellt.

Im Anschluss wird in Kapitel 4 ein Literaturüberblick über bestehende Ansätze zur Annahme von Auftragsproduktion und Instandhaltungsprozessen aufgeführt. Es werden hier vier Ansätze näher betrachtet, die den Fokus auf eine heuristische Lösung des Auftragsannahmeproblems legen.

Das Kapitel 5 zeigt die quantitative Untersuchung der Erweiterung des Grundmodells mit der Entscheidung über eine Lagerhaltung auf. Zum einen wird die mathematische Modellformulierung und zum anderen wird ein Pseudo-Algorithmus zum exakten Lösen der Problemstellung beschrieben. Weiter werden die Grundlagen zur Implementierung des Pseudo-Alorithmus genannt. Im letzten Teil des Kapitels wird auf die numerische Untersuchung eingegangen.

Im letzten Kapitel sind die Schlussbemerkungen dieser Arbeit dargestellt. Es handelt dabei um eine Zusammenfassung der Ergebnisse der vorliegenden Arbeit und um einen Ausblick für nachfolgende Forschung.

2 Grundlagen zu auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen

2.1 Einordnung in die Produktionswirtschaft und die Begriffsbestimmung

Unter auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen (engl. maintenance-repair-and-overhaul; Abk. MRO)) wird ein nachgelagerter Prozess eines erweiterten Leistungsprogramms eines Unternehmens verstanden und kann damit als Teilsystem angesehen werden, welches den gesamten Wertschöpfungsprozess verlängert. Es handelt sich nicht um die interne oder beauftragte Instandhaltung von u. a. Anlagen und technischen Systemen, sondern versteht eine Leistung eines Unternehmens. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird von MRO-Prozessen gesprochen. Da es bei MRO-Prozessen um eine Produktion einer Leistung handelt, werden diese der betriebswirtschaftlichen Betrachtung der Produktionswirtschaft zugeordnet.

Bei dem Begriff der Produktionswirtschaft handelt sich um ein Teilgebiet der Betriebswirtschaftslehre.[5] In der Produktionswirtschaft wird der Fokus auf die Produktion von Leistung gelegt.[6] Bei diesem ökonomischen Konzept wird die Transformation von materiellen und nichtmateriellen Inputgütern (Produktionsfaktoren) hin zu gewünschten Outputgütern (Leistung des Unternehmens) betrachtet. Bei den im Laufe der Zeit erweiterten betriebswirtschaftlichen Produktionsfaktoren nach Gutenberg (1959, S. 71) handelt es sich um die Elementarfaktoren Werkstoffe, Betriebsstoffe, Betriebsmittel und objektezogene humane Arbeitsleistung sowie um die dispositiven Faktoren Betriebsführung, Organisation und Planung.[7] Bei Outputgütern handelt es sich um Produkte in Form von Sach- oder Dienstleistungen die dem Markt und somit der potentiellen Nachfrage der Marktteilnehmer

[5] Neben der Teilgebiete Finanzwirtschaft, Marketing, Unternehmensführung, Unternehmensrechnung etc., vgl. dazu Dyckhoff und Spengler (2010), S. 3.
[6] ???
[7] ????

zur Verfügung gestellt werden.[8] Die Transformation erfolgt durch bestimmte von Menschen veranlasste unternehmerischen Verfahrensweisen.[9] Beispielsweise kann hier die industrielle Fertigung von Verbrauchs- oder Gebrauchsgütern genannt werden.

Bei der Transformation der Inputgüter erfolgt eine qualitative, quantitative, räumliche oder zeitlichen Veränderung der Objekte.[10] Durch diese Veränderung kann seitens des Unternehmens eine Leistung auf dem Markt angeboten werden. Damit diese Leistung den Absatz bei potentiellen Konsumenten findet, muss die Leistung durch die Transformation eine Wertschöpfung erhalten. Der konzeptionelle Rahmen dieses Gedankens bildet die Wertschöpfungslehre (engl. suppy chain management; Abk. SCM)).[11] Danach sollte das Ziel eines jeden Unternehmens das Betreiben von Wertschöpfung sein.[12] In der klassischen Auffassung der Wertschöpfungslehre durchläuft die Leistungserstellung alle (Teil-)Systeme des Unternehmens.[13] Abbildung 2 zeigt in Teil a eine mögliche Abfolge der Systeme eines Unternehmens. Eine klassische Abfolge zur Leistungserstellung bzw. der Transformation von Inputgütern hin zu Outputgütern ist die Abfolge der Systeme Forschung/Entwicklung, Beschaffung, Produktion, Distribution sowie Verkauf. Damit ist die um die Wertschöpfung erhöhte Leistung auf dem Markt angekommen und das Unternehmen erzielt damit i. d. R. einen Ertrag.

Sofern das Unternehmen eine **Instandhaltung** bzw. einen MRO-Prozess als Leistungen anbieten kann, wird die Abfolge des Wertschöpfungsprozesses um dieses Unternehmenssystem erweitert. Für den gewerblichen Verkauf von Gütern an Privatkunden können gesetzliche Regelungen bestehen, womit ein Unternehmen gezwungen ist das Unternehmenssystem der Instandhaltung in den Wertschöpfungsprozess aufzunehmen.[14] Anderseits kann ein Unternehmen auch die Instandhaltung seiner eigenen Güter als eigenständig angebotene Leistung bereitstellen und damit den Gesamtertrag des Unternehmens erhöhen (MRO-Prozess). Dieses wird oft von Unternehmen angeboten, die ihren Umsatz mit komplexen Produkten erzielen. Komplexe Produkte zeichnen sich durch ihre hohe Anzahl an hochtechnologischen Komponenten aus, die erst durch den vollständigen und meist kostenintensiven

[8] Vgl. Schmidt (2012), S. 1.
[9] Vgl. Tempelmeier und Günther (1994), S. 6, echt?????
[10] Vgl. Dyckhoff und Spengler (2010), S. 3.
[11] Vgl. **?**, S. ??.
[12] Vgl. **?**, S. ??.
[13] ???
[14] Vgl. die Richtlinie 1999/44/EG des Europäischen Parlaments und des Rates vom 25. Mai 1999 zu bestimmten Aspekten des Verbrauchsgüterkaufs und der Garantien für Verbrauchsgüter.

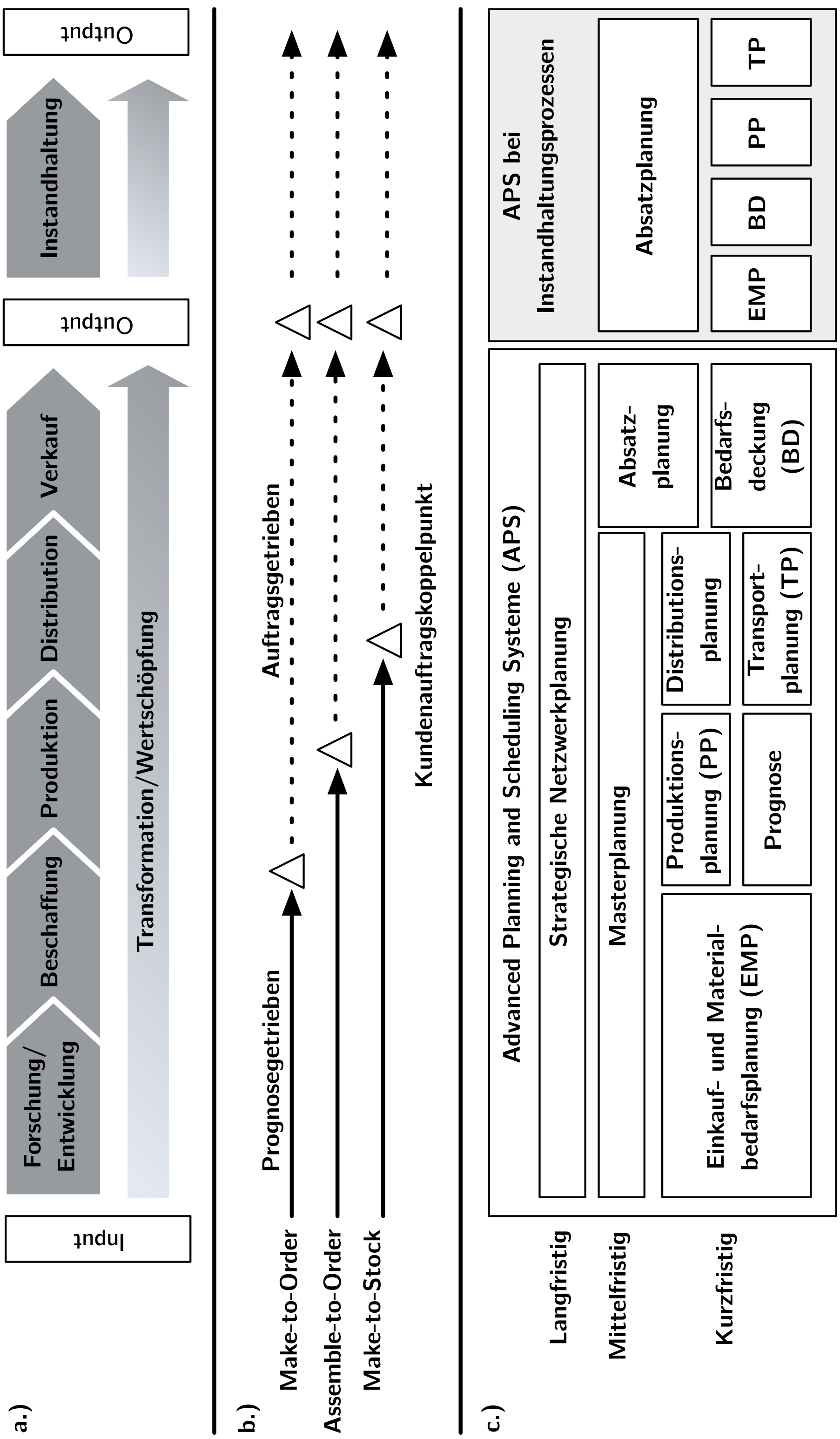

Abbildung 2 Grafische Veranschaulichung eines Wertschöpfungsprozesses

In Anlehnung an: Bach et al. (2012), S. 4-5; Quante (2009), S. 21-22; Meyr et al. (2015), S. 100

Zusammenschluss eine individuelle Bedürfnisbefriedigung des Nachfragers ermöglichen.[15] In dieser Arbeit werden solche komplexen Produkte betrachtet, die aus einer Vielzahl von Komponenten bzw. Ressourcen bestehen. Dementsprechend handelt es sich bei den in dieser Arbeit betrachteten Instandhaltern um Anbieter von komplexen Produkten.

Weiter versteht Helbing unter Instandhaltung die „Gesamtheit der technischen und organisatorischen Mittel, Vorgänge und Maßnahmen zur Erhaltung, Verbesserung und Wiederherstellung des Funktions-, Leistungs- und Güteniveaus von materiellen Objekten während ihrer Wirkungs- und Lebenszeit durch Wartung, Inspektion und Instandsetzung.“[16] In dieser Arbeit ist mit dem Begriff der MRO-Prozesse gemeint, dass für die betrachteten komplexen Produkte ein spezifischer Ausführungsmodus für die Anfragen verwendet wird, der eine erneute Integration von produkt-spezifischen Ressourcen vorsieht, damit die Funktionsfähigkeit des Produkts (Leistung) wiederhergestellt ist. Damit lässt sich das Verständnis des Begriffs als Leistung eines Unternehmens und als Unternehmenssystem ableiten, welches die Verlängerung und zugleich als Erweiterung des Wertschöpfungsprozesses versteht. Abbildung 2 zeigt im Teil a den erweiterten Wertschöpüfungsprozess eines produzierenden Unternehmens inkl. der Integration des Teilsystems der Instandhaltung.

2.2 Charakteristika

Nach der DIN 310511 wird Instandhaltung insofern ausgeführt, wenn die Funktionsfähigkeit Betrachtungseinheit sichergestellt werden muss, damit der ursprüngliche Wert erhalten bleibt.[17] Betrachtungseinheit können ganze Anlagen und Maschinen sein oder nur einzelne Komponenten.[18]

Erläuterung nach DIN 31051:[19]

- Instandhaltung ist die Kombination aller technischen und administrativen Maßnahmen des Managements während des Lebenszyklus einer Betrach-

[15] Vgl. Schmidt (2009), S. 97
[16] Vgl. Helbing, S. 984
[17] Vgl. Strunz (2012), S. 1.
[18] Vgl. Ryll und Freund (2010), S. 23.
[19] Unbedingt nachlesen!!!!

tungseinheit zur Erhaltung des funktionsfähigen Zustandes oder der Rückführung in diesen, so dass sie die geforderte Funktion erfüllen kann.

- Als Betrachtungseinheit (BE) wird jedes Bauelement, Gerät, Teilsystem, jede Funktionseinheit, jedes Betriebsmittel oder System, das für sich allein betrachtet werden kann, definiert.

Nach der DIN 31051 werden Einheiten betrachtet, die eine Wartung, Inspektion, Instandsetzung oder Verbesserung bedürfen.[20] Bei einer Wartung handelt es sich um Maßnahmen zur Verzögerung der Abnutzung. Die Inspektion umfasst alle Maßnahmen der Begutachtung sowie der Beurteilung des Ist-Zustandes einer Betrachtungseinheit und die Instandsetzung beinhaltet die Maßnahmen zur Wiederherstellung des Sollzustands. Mit der Verbesserung sind Maßnahmen gemeint, die den Soll-Zustand der Betrachtungseinheit erweitern, damit mögliche Defekte verhindert werden.

Instandhaltungsprozesse lassen sich weiter nach Ausführungszeitpunkt und Ausführungsort der Maßnahmen unterscheiden.[21] Diese Unterscheidung spielt bei der Betrachtung von MRO-Prozessen eine untergeordnete Rolle.

Da der Absatz zeitlich vor der Produktion der Leistung stattfindet, handelt es sich bei dem hier betrachteten MRO-Prozessen um eine Auftragsfertigung.[22] In der Literatur wird für die Auftragsfertigung oft der englischen Begriff *Make-to-Order; Abk. MTO)* verwendet. Abzugrenzen ist der Begriff von der Lagerfertigung (engl. Make-to-Stock; Abk. MTS) und der kundenindividuellen Fertigung mit standardisierten Komponenten (engl. Assemble-to-Order, Abk. ATO). Dies kann zum einen anhand des Kundenauftragskoppelpunkts und zum anderen anhand der Planungsgrundlage der Leistungserstellung getätigt werden. Der Kundenauftragskoppelpunkt zeigt den erstmaligen Kundenkontakt bzw. Auftragseingang auf. Mit Eingang des Kundenauftrags wechselt die Planungsgrundlage der Leistungserstellung von prognosegetriebener hin zu auftragsgetriebener Planung. Die prognosegetriebenen Planungsgrundlage für die Fertigung ist mit einem Prognosefehler für die Ausführung der unternehmerischen Tätigkeit behaftet, was der analytischen Betrachtung des Kundenauftragskoppelpunkts zur Bestimmung der notwendigen Ressourcenkapazität und der weiteren Auftragseingänge weiteres Gewicht verleiht.[23]

[20] Vgl. Ryll und Freund (2010), S. 23-24
[21] Vgl. Ryll und Freund (2010), S. 24-26; Hinsch (2010), S. 190-191
[22] Vgl. Hax (1956), S. 247; Gutenberg (1965), S. 164-165
[23] Vgl. Quante (2009), S. 21

Bei einer MTO trifft vor der eigentlichen Produktion der Leistung der Kundenauftrag ein. Damit sind die Forschungs/Entwicklung der Leistung und die Beschaffung der Komponenten bzw. Ressourcen hauptsächlich prognosegetrieben. Alle weiteren Teilsysteme des Unternehmens können sich speziell an den Forderungen des Auftrags richten. Ähnliche Rahmenbedingung besitzt eine ATO, die den Kundenauftragskoppelpunkt innerhalb des Produktionsablaufs hat. Da nur ein gewissen Umfang der Komponenten an auftragsspezifischen Eigenschaften angepasst wird, sind die Grundkomponenten der Produkte abhängig der Prognosemethoden des Unternehmens. Bei MTS erfolgt der Auftragseingang erst nach der Produktion, womit diese Fertigungsart den höchsten Anteil des Einsatzes von Prognosemethoden aufweist.[24] Abbildung 2 zeigt im Teil b die Unterschiede der Fertigungsarten im Verlauf des Wertschöpfungsprozesses.

Da bei MRO-Prozessen erst mit Auftragseingang die erforderlichen Produktionsschritte und der Ressourcenbedarf bekannt sind, werden diese mit MTO-Prozessen gleichgesetzt. Zur Erfüllung möglichst vieler Aufträge muss eine möglichst gute Prognose der benötigen Ressourcen vorliegen, damit kurze Liefer- und Durchlaufzeiten gewährleistet bleiben.[25] Sofern die Prognose fehlerhaft ist und ein zu geringer Bestand an Ressourcen vorhanden ist, konkurrieren die unterschiedlich eintreffenden Anfragen nach MRO-Prozessen des Unternehmens bzgl. der Ressourcen untereinander. Sofern ein zu hoher Ressourcenbestand vorhanden ist, stellt sich die Frage über den besten Mix der unterschiedlichen Aufträge, damit die Ressourcenkapazität optimal genutzt wird und dementsprechend der Ertrag maximiert wird. Im nächsten Abschnitt wird dieser Frage in Bezug von Produktionsplanungssystemen und der betrieblichen Entscheidungsfindung weiter nachgegangen.

2.3 Relevanz für betriebliche Entscheidungen

Die Entscheidung über die Ausgestaltung des MRO-Prozesses hat eine hohe Relevanz für den Erfolg der angebotenen Leistung sowie der Effizienz des gesamten SCM-Prozesses des Unternehmens und kann der nachhaltigen Konsumentenzufriedenheit dienen. Wichtiger Erfolgsfaktor für ein erfolgreiches SCM und somit der Konsumentenzufriedenheit ist der Einsatz von Advanced Planning and Scheduling Systemen (APS).[26]

[24]Vgl. Fleischmann und Meyr (2004), S. 300-303; Quante (2009), S. 21-22
[25]Vgl. Thaler (2001), S. 68.
[26]Vgl. Fleischmann und Meyr (2004), S. 298

Bei APS handelt es sich um computergestützte Systeme, mit denen die Planung der ganzheitlichen Wertschöpfung der Leistung mit Hilfe von mathematischer Modelle des Operations Research (OR) unterstützt wird.[27] Neben der reinen Planung der Produktion, helfen moderne APS mit ihrem modularen Aufbau auch bei der gesamten Auftragsabwicklung und unterstützen damit Unternehmensteilnehmer bei betrieblichen Entscheidungen innerhalb des SCM-Prozesses, wie z. B. bei dem Einkauf von Ressourcen, der Produktionsplanung und dem Absatz der Leistung.[28]

Meyr et al. (2015) sortieren einige wichtige Module eines APS in den Dimensionen des SCM-Prozesses und des Planungshorizonts. Abbildung 2 in Teil c greift diese Sortierung auf. Bei dem Modul der strategischen Netzwerkplanung werden die Lieferanten, Werke und Lagerpunkte in einer langfristigen Betrachtungsweise festgelegt. Die Entscheidungen die Aufgrund der strategischen Netzwerkplanung getroffen werden, haben großen Einfluss auf die langfristige Rentabilität sowie Wettbewerbsposition des Unternehmens und haben räumlichen sowie zeitlichen Charakter.[29] D. h. das Unternehmen die Planungsmodelle und Entscheidungen aufgrund der strategischen Netzwerkplanung in Bezug auf bestimmte regionale Gegebenheiten und einem vordefinierten Betrachtungszeitraum festlegen????[30] Die Absatzplanung dient einerseits der Absatzprognose und anderseits der Analyse der notwendigen Sicherheitsbestände.[31] Das Modul Masterplanung synchronisiert den Materialfluss entlang des gesamten SCM-Prozesses und unterstützt dadurch mittelfristige Entscheidungen über die effiziente Nutzung der Ressourcen, damit für einen kontinuierlichen Materialfluss größere Puffer gemieden werden.[32] Mit dem Modul der Einkaufs- und Materialbedarfsplanung werden kurzfristig terminierte Pläne für Komponenten und Teile (Ressourcen) für die Fertigung berechnet.[33] Aufbauend auf diesen Plänen kann die Produktionsplanung und die weitere Prognose für die Produktion und Logistik erfolgen, die den organisatorischen Anforderungen des Produktionssystems gerecht werden müssen und einen kurzfristigen Planungshorizont aufweisen.[31] Bei diesen Modulen werden in einer kurzfristigen Betrachtung u. a. die Maschinenverfügbarkeit und die Losgrößen geplant bzw. prognostiziert. Eine effiziente Produktionsplanung setzt eine gute Prognose voraus.[34] Bei den Modulen der Distributions- und Transportplanungen werden die Pläne für die Verkaufsstel-

[27]????? steht eig auch bei Fleischmeyer, aber besser andere Quelle finden...
[28]Vgl. Meyr et al. (2015), S. 99-100; Fleischmann und Meyr (2004), S. 298
[29]Vgl. Goetschalckx und Fleischmann (2005), S. 117-118
[30]Datengrundlage bilden u. a. Prognosen und Wirtschaftstrends.
[31]Vgl. Fleischmann und Meyr (2004), S. 298,
[32]Vgl. Rohde und Wagner (2002), S. 143.
[33]Vgl. Stadtler (2008), S. 217-218.
[34]Vgl. Dickersbach (2004), S. 131.

len und die Logistik generiert.[31] Zum Abschluss wird das Modul Bedarfsdeckung aufgeführt. Das Modul dient hauptsächlich der Kundenzufriedenheit, indem es die eintreffenden Kundenaufträge auf Realisierbarkeit prüft und die geforderte Lieferung der Leistung zusagt.[31]

Diese Module sind von Meyr et al. (2015) jedoch im Verhältnis eines typischen SCM-Prozess gesetzt. Es stellt sich die Frage, welche Systeme bei betriebliche Entscheidungen durch Einbeziehung von MRO-Prozessen in den SCM-Prozess relevant sind. Die strategische Netzwerkplanung scheint keinen direkten Einfluss auf MRO-Prozesse zu haben, da diese sich an der Grundleistung des Unternehmens orientiert. Anders formuliert bedeutet dies, dass nur dort eine Instandhaltung der Produkte angeboten wird, wo auch das eigentliche Produkt den Absatz findet. Inwieweit die Masterplanung ebenfalls den Materialfluss von MRO-Prozessen synchronisiert wird in dieser Arbeit nicht betrachtet. Aus dem Sachverhalt der Auftragsfertigung folgt, dass keine Distribution notwendig ist und dementsprechend finden die Distributionsplanung keine Relevanz bei MRO-Prozessen.

Bei MRO-Prozessen sind die Module der Absatzplanung, der Einkaufs- und Materialbedarfsplanung, der Produktionsplanung, die Transportplanung und der Bedarfsdeckung relevant. Ein effizientes APS bei MRO-Prozessen muss den erwarteten Absatz bzw. die erwarteten Auftragseingänge mittelfristig gut prognostizieren können. Aufbauend auf dieser Prognose kann eine Einkaufs- und Materialbedarfsplanung erfolgen. Dies erfolgt jedoch kurzfristig, da der Ressourcenbedarf abhängig der Kundenaufträge ist. Anschließend erfolgt bereits die Prüfung der Realisierbarkeit und abhängig dieser die Entscheidung über die Annahme des Auftrags über die Instandsetzung des Produkts mittels des Moduls der Bedarfsdeckung. Anschließend erfolgt die Produktions- und Transportplanung.

In dieser Arbeit wird der Fokus auf die Auftragsannahme mittels des Moduls der Bedarfsdeckung gelegt. Die Entscheidung, ob ein Auftrag zur Instandhaltung angenommen wird, ist abhängig der verfügbaren Ressourcenkapazität und des Lagerbestand an Teilen bzw. Fertigerzeugnissen (Produkten). Mit Ressourcen wird in dieser Arbeit entweder ein endlicher Bestand an Fertigungsteile zur Produktion der Produkte verstanden oder es handelt sich um regenerative Ressourcen, wie z. B. Maschinenkapazität oder Arbeitskraft. Erneuerbare Ressourcen zeichnen sich dadurch aus, dass sie mit Ablauf des Betrachtungszeitraums den vordefinierten Kapazitätswert wieder annehmen. Bei dem Lagerbestand handelt es sich wiederum um einen physischen Bestand an Teilen, die für die Fertigung bzw. Instandhaltung verwendet werden, oder um Fertigerzeugnisse, bei denen es sich um fertig erzeugte Leistungen in Form von Produkten handelt. Für die Entscheidungsträger muss das Modul der Bedarfsdeckung dementsprechend die Entscheidung über die Auftragsannahme unter Beachtung der Auftrags-, der Materialbedarfs- und der Produktionsplanung unterstützen. Im nächsten Kapitel wird eine OR-Methode zur klassischen Auftragsannahme bei konstanten Ressourcenkapazitäten vorgestellt und im Kapitel **??** wird dieses Modell um die Besonderheiten der MRO-Prozesse erweitert.

3 Das Konzept des Revenue Managements bei der Annahme von Aufträgen

3.1 Das Revenue Managements bei der Auftragsannahme

Zur Entscheidungsunterstützung bei der Annahme von Kundenaufträgen wird in der aktuellen Forschung vermehrt auf das Konzept des Revenue Managements zurückgegriffen.[5] Da eine kurzfristige Anpassung der mittelfristig bereitgestellten Kapazitäten einer Dienstleistungsproduktion an eine unsichere und schwankende Nachfrage nicht möglich ist, wird mit dem Konzept eine effizientere Auslastung der bestehenden Kapazitäten ermöglicht.[6]

Der Begriff *Revenue Management* wird im deutschsprachigen Raum meist mit *Ertragsmanagement* oder *Erlösmanagement* übersetzt.[7] Yield Management wird als Synonym benutzt.[8] Dabei greift der Begriff *Yield* zu kurz, da damit in der Luftverkehrsbranche der Erlös je Passagier und geflogener Meile bezeichnet wird.[9] Der Term *Revenue Management* hat sich jedoch gegenüber Yield Management durchgesetzt, da der Yield (Durchschnittsertrag) sich theoretisch nur durch einen Passagier maximieren lässt und somit die Maximierung als Zielsetzung nicht sinnvoll ist.[10] Erste Ansätze des RM sind in der Praxis entwickelt. Durch die Deregulierung des amerikanischen Luftverkehrsmarktes im Jahr 1978 mussten die traditionellen Fluggesellschaften ihre Wettbewerbsfähigkeit gegenüber Billiganbietern erhöhen

[5]Vgl. Klein (2001), S. 246.
[6]Vgl. Spengler und Rehkopf (2005), S. 124.
[7]Vgl. z. B. Zehle (1991), S. 486
[8]Vgl. z. B. Kolisch und Zatta (2006), S. 319
[9]Vgl. z. B. Weatherford (1998), S. 69
[10]Vgl. Klein und Steinhardt (2008), S. 6; Spengler und Rehkopf (2005), S. 124-125.

und entwickelten das frühe RM.[11]

Kimms und Klein (2005) versuchen durch eine umfangreiche Diskussion einige Erklärungsansätze aufzuzeigen (Warum? Wovon?). Das RM hat vor allem aus dem älteren, englischsprachigen Bereich einen engen Bezug zu konkreten Anwendungsgebieten. Die Autoren zeigen auf, dass viele Autoren versuchen das komplexe Konzept des Revenue Managements in einer kurzen Erklärung zu überführen. Dieses läuft letztlich darauf hinaus, dass diese Autoren einige situative Merkmale und Instrumente des Managements vermischen, gleichzeitig aber versuchen, die Zielsetzung festzulegen und das Anwendungsgebiet auf bestimmte Branchen zu beschränken.

Weiter wird in der Literatur der Begriff des RM unterschiedlich definiert. Friege (1996) bezeichnet das RM als *Preis-Mengen-Steuerung*, Daudel und Vialle (1992) als *Preis-Kapazitäts-Steuerung* und Talluri und van Ryzin (2004b) verstehen es als das gesamtes *Management der Nachfrage*. Die beiden ersteren Definitionen können als Synonym für eines der Instrumente des RM stehen und daher finden diese für das gesamte Konzept keine weitere Verwendung.[12] Nachfolgend wird die Definition von Klein (2001, S. 248) aufgegriffen:

> „Revenue Management umfasst eine Reihe von quantitativen Methoden zur Entscheidung über Annahme oder Ablehnung unsicherer, zeitlich verteilt eintreffender Nachfrage unterschiedlicher Wertigkeit. Dabei wird das Ziel verfolgt, die in einem begrenzten Zeitraum verfügbare, unflexibel Kapazität möglichst effizient zu nutzen."

Petrick (2009) definiert das RM als Ziel einer Unternehmung die Gesamterlöse zu maximieren, die sich aufgrund der speziellen Anwendungsgebiete ergeben. Damit definiert Petrick (2009) das RM als Zusammenfassung aller Interaktionen eines Unternehmens, die mit dem Markt, also der Absatz- oder Nachfrageseite, zusammenhängen. Im Kern lassen sich drei wichtige Perspektiven für eine Definition des Revenue Managements nach Petrick (2009), Stuhlmann (2000), Corsten und Stuhlmann (1999) übernehmen:

1. Ziel ist es die Gesamterlöse unter möglichst optimaler Auslastung der vorhandenen Kapazitäten zu maximieren.

[11] Vgl. Petrick (2009), S. 1-3
[12] Vgl. z. B. Petrick (2009)

2. Durch eine aktive Preispolitik wird das reine Kapazitäts- oder Auslastungsmanagement unterstützt.

3. Für die erfolgreiche Implementierung des Revenue Managements ist eine umfangreiche Informationsbasis notwendig. Es muss u. a. eine möglichst gute Prognose über die zukünftige Nachfrage und Preisbereitschaft der Kunden vorhanden sein.

Kimms und Klein (2005) weisen darauf hin, dass eine differenzierte Betrachtung des Konzepts notwenig ist: Einerseits im Hinblick auf die **Anwendungsvoraussetzungen** und andererseits im Hinblick auf die **Instrumente des Revenue Managements**, damit verdeutlicht dargestellt ist, in welchen Branchen das RM Potentiale liefert. Dabei sollten branchenspezifische Besonderheiten, neben den zahlreichen Ähnlichkeiten Berücksichtigung finden, sowie das begrenzte Kapazitätenkontingent, damit die Potentiale des RM zur Maximierung der Gesamterlöse in den Dienstleistungsbranchen erfolgen kann.[13] In dem nachfolgenden Kapitel wird dieser Empfehlung gefolgt und die Anwendungsvoraussetzungen sowie Instrumente des RM vorgestellt.

3.2 Anwendungsvoraussetzungen und Instrumente des Revenue Managements

Petrick (2009) weist darauf hin, dass anhand von speziellen Anwendungsvoraussetzungen geprüft wird, ob das RM für die jeweilige Situation des Unternehmens (oder die gesamte Branche) zur Maximierung des Gesamterlöses beiträgt. Kimes (1989b) definiert die in der Literatur häufigsten Anwendungsvoraussetzungen:[14]

- „weitgehend fixe“ Kapazitäten
- „Verderblichkeit“ bzw. „Nichtlagerfähigkeit“ der Kapazitäten und der Leistung
- Möglichkeit zur Vorausbuchung von Leistungen
- stochastisch, schwankende Nachfrage

[13] Vgl. z. B. von Martens (2009), S. 11-24
[14] Vgl. u. a. Friege (1996), S. 616-622, und Weatherford und Bodily (1992), 831-832.

- hohe Fixkosten für die Bereitstellung der gesamten Kapazitäten bei vergleichsweise geringen variablen Kosten für Produktion einer Leistungseinheit

- Möglichkeit zur Marktsegmentierung und im Ergebnis dessen zur segmentorientierten Preisdifferenzierung

Aufgrund der Anwendungsvoraussetzungen des RM kann das Konzept auch auf die Auftragsfertigung bzw. MRO-Prozesse übertragen werden.[15] Bei der Auftragsfertigung wird ein bestimmter Buchungszeitraum betrachtet, in dem weitestgehend von fixen Kapazitäten der Ressourcen ausgegangen werden kann. Durch Ablauf des Buchungshorizonts verfällt die Kapazität, da es sich hauptsächlich um erneuerbaren Kapazitäten handelt (Arbeitskraft, Maschinenkapazität, usw.). Anders formuliert, die Ressourcen werden zur nächsten Leistungserstellung erneuert. Dabei beschreibt t einen Zeitpunkt des Buchungshorizonts. Die Gesamtlänge des Buchungshorizonts entspricht T und verläuft rückwärts bis zur Leistungserstellung des betrachteten Buchungshorizonts. Da der Buchungshorizont mit genau einer Leistungserstellung gekoppelt ist, können diese mit einem Parameter i beschrieben werden. Mit der Leistungserstellung werden die verbuchten Kapazitäten aus dem Buchungshorizont durch die Auftragsproduktion beansprucht. Mit dem Start der Leistungserstellung erfolgt ebenfalls die Vorausbuchungszeit für die nachfolgende Leistungserstellung $i + 1$. Bei der Leistungserstellung $i + 1$ sind die Kapazitäten der Ressourcen regeneriert. Abbildung 4 zeigt den Zusammenhang von Buchungshorizont, Leistungserstellung und abnehmenden Ressourcenkapazität.

??? Klein und Steinhardt (2008) setzen sich mit den Anwendungsvoraussetzungen von mehreren Autoren auseinander. Sie konnten Gemeinsamkeiten innerhalb der Definitionen der Autoren finden, aber zeigten auch die Unterschiede und die Kritiken auf. In ihrer Arbeit übernehmen sie die Anwendungsvoraussetzung von Corsten und Stuhlmann (1998): "Marktseitige Anpassungserfordernis steht unternehmesseitigig unzureichendes Flexibilitätspotential hinsichtlich der Kapazität – bezogen auf Mittel- oder Zeitaufwand – gegenüber". Zugleich weisen sie jedoch darauf hin, dass zum Verständnis eines komplexen und interdisziplinären Ansatzes auch die Definitionen anderer Autoren im Hinblick auf das Verständnis der Anwendungsvoraussetzungen beitragen. ???

Auf Grundlage der von Friege (1996) beschriebenen Anwendungsvoraussetzungen hat Petrick (2009) drei Instrumente des RM bestimmt. Die Instrumente benö-

[15]Vgl. Hintsches et al. (2010), S.176-178; Kimes (1989b), S. 349-351.

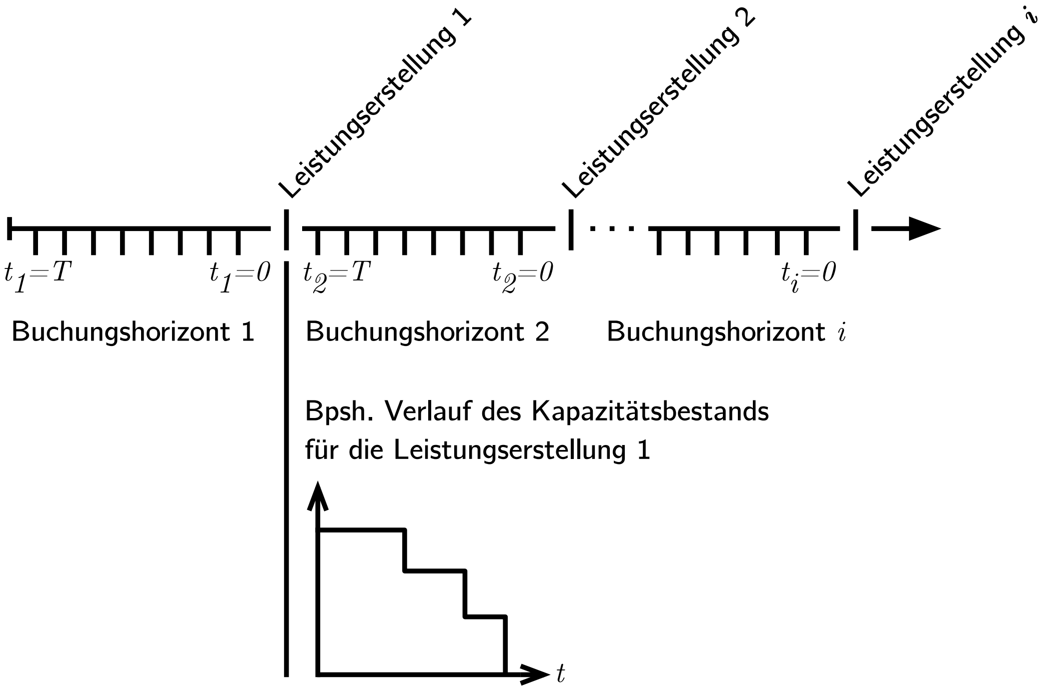

Abbildung 3 Grafische Darstellung des Buchungshorizonts bei der Auftragsfertigung
In Anlehnung an: ???.

tigen als Grundlage *Daten der Prognose*, damit sie zur Anwendung kommen.[16] Zu den Instrumenten zählen die **segmentorientierte Preisdifferenzierung**, die **Kapazitätensteuerung** und die **Überbuchungssteuerung**. Es lassen sich unterschiedliche Abhängigkeiten der Instrumente untereinander ermitteln.[17]

Erklärung segmentorientierte Preisdifferenzierung, Kapazitätssteuerung, Überbuchungssteuerung?

3.3 Mathematische Modellformulierung des Revenue Managements

Im Folgenden wird das dynamisch, stochastische Grundmodell des RM nach Talluri und van Ryzin (2004, S. 18-19) beschrieben. Ein Dienstleistungsnetzwerk eines Anbieters benötigt jeweils zur Erstellung der Dienstleistungen ein bestimmtes Kon-

[16]Die Prognose zählt laut Petrick (2009) nicht als eigenständiges Instrument des RM.
[17]Als Beispiel baut die Kapazitätensteuerung auf den Ergebnissen der Preisdifferenzierung auf und die Überbuchungssteuerung kann selten ohne Kapazitätensteuerung gelöst werden.

tingent an Ressourcen aus einer Menge an Ressourcen $\mathcal{H} = \{1, ..., l\}$. Der Index h beschreibt dabei eine jeweilige Ressource und der Index l die gesamte Anzahl an möglichen Ressourcen. Die jeweilige Kapazität einer Ressource $h \in \mathcal{H}$ ist durch den Parameter c_h beschrieben und die gesamten Kapazitäten der Ressourcen ist als Vektor $\mathbf{c} = (c_1, ..., c_h, ..., c_l)$ formuliert. Eine Anfrage nach einem Produkt (Dienstleistung) in dem Netzwerk ist durch den Parameter j aus der Menge an möglichen Produktanfragen $\mathcal{J} = \{1, ..., n\}$ beschrieben. Die gesamte Anzahl an Produktanfragen ist durch den Parameter n definiert. Sobald eine Produktanfrage $j \in \mathcal{J}$ akzeptiert und somit abgesetzt ist, fällt für den Absatz der Ertrag r_j an. Der jeweilige Verbrauch einer Ressource h durch Annahme einer Anfrage nach einem Produkt j ist anhand des Parameters a_{hj} beschrieben. Durch Vektorschreibweise kann der Ressourcenverbrauch für eine Anfrage nach einem Produkt j als Vektor $\mathbf{a}_j = (a_{1j}, ..., a_{hj}, ..., a_{lj})$ formuliert werden. Der Buchungshorizont entspricht T Perioden und kann jeweils in einzelne Perioden $t = 1, ..., T$ aufgeteilt werden. Dabei muss Beachtung finden, dass der Buchungshorizont T gegenläufig verläuft. Die Wahrscheinlichkeit der Nachfrage eines Produkts j in der Periode t entspricht $p_j(t)$ und die Wahrscheinlichkeit, dass keine Nachfrage in der Periode t eintrifft, entspricht $p_0(t)$. Es gilt $\sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t) + p_0(t) = 1$ und somit kann $p_0(t)$ durch den Term $p_0(t) = 1 - \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t)$ für die Periode t ermittelt werden.[18] Die noch erwartete Nachfrage D_{jt} für ein bestimmtes Produkt j für eine beliebige Periode t lässt sich durch $\sum_{\tau=1}^{t} p_j(\tau)$ aggregieren.

Mit den vorangegangenen Parametern kann der maximal erwartete Ertragswert $V(\mathbf{c}, t)$ für eine Periode t bei einer noch vorhandenen Ressourcenkapazität $\mathbf{c}$ als Bellman-Gleichung formuliert werden (**DP-op**):[19]

$$V(\mathbf{c}, t) = \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t) \max[V(\mathbf{c}, t-1),\ r_j + V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, t-1)] + p_0(t) V(\mathbf{c}, t-1) \quad (1)$$

Es handelt sich hier um die Modellformulierung der Dynamischen Programmierung (DP) im Netzwerk RM. Das Konzept der DP wurde von Bellman entwickelt und dient der Ermittlung der optimalen Politik in Bezug auf den aktuellen Zustand eines Systems.[20] Dabei bildet jeder Erwartungswert $V(\mathbf{c}, t)$ mit der Ressourcenkapazität $\mathbf{c}$ zum Zeitpunkt t einen Systemzustand des Netzwerks ab. Eine derartige Formulierung eines Optimierungsproblems wird oft als sogenannte *Bellman'sche*

[18] Vgl. Talluri und van Ryzin, S. 18
[19] ???
[20] Vgl. Bellman (1954), S. 4-5

Funktionsgleichung oder Bellman-Gleichung bezeichnet.[21]

Die Gleichung weist die Grenzbedingungen

$$V(\mathbf{c}, 0) = 0 \text{ wenn } \mathbf{c} \geq 0 \text{ sowie} \tag{2}$$

$$V(\mathbf{c}, t) = -\infty \text{ wenn } c_j < 0 \; \forall j \in \mathcal{J} \tag{3}$$

auf, da eine jeweilig verbleibende Kapazität nach Bereitstellung des Produkts wertlos und eine negative Ressourcenkapazität nicht möglich ist.

Die Gleichung (1) lässt sich umformen, indem die Entscheidungen über die Annahme und Ablehnung einer Produktanfrage separiert wird. Da $\sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t) + p_0(t) = 1$ gilt, kann die Gleichung weiter vereinfacht werden:[22]

$$\begin{aligned} V(\mathbf{c}, t) &= \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t) V(\mathbf{c}, t-1) + \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t) \max[r_j - V(\mathbf{c}, t-1) + V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, t-1, 0)] + p_0(t) V(\mathbf{c}, t-1) \\ &= V(\mathbf{c}, t-1) + \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t) \max[r_j - V(\mathbf{c}, t-1) + V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, t-1), 0] \end{aligned} \tag{4}$$

Eine eintreffende Anfrage nach einem Produkt j ist demnach dann akzeptiert, wenn der Ertrag r_j größer gleich der Differenz des Erwartungswertes des Ertrags unter der Prämisse der Annahme der Produktanfrage und des Erwartungswertes des Ertrag unter der Prämisse der Ablehnung der Produktanfrage ist:

$$r_j \geq V(\mathbf{c}, t-1) - V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, t-1) \tag{5}$$

Dabei kann der rechte Term (5) als Opportunitätskosten (OK) der Auftragsannahme angesehen werden:

$$OC_j = V(\mathbf{c}, t-1) - V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, t-1) \tag{6}$$

Somit erfolgt die Akzeptanz einer Anfrage nach einem Produkt $j \in \mathcal{J}$ ausschließlich nur dann, sofern die OK des Ressourcenverbrauchs niedriger als der Ertrag ist. Der maximal mögliche Erwartungswert unter Beachtung des Kapazität $\mathbf{c}$ zum Zeitpunkt t ist damit der Erwartungswert unter der Prämisse der Ablehnung der

[21]???

[22]Vgl. Spengler et al. (2007), S. 161.

Anfrage zum nächsten Zeitpunkt $t-1$ inkl. der Summe der Erträge abzgl. der OK durch Annahme der möglichen Anfragen über aller Produkte $j \in \mathcal{J}$ und lässt sich mathematisch wie folgt definieren:

$$V(\mathbf{c},t) = V(\mathbf{c},t-1) + \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t) \max[r_j - OC_j, 0] \tag{7}$$

Die optimale Politik des Netzwerks zum Zeitpunkt t ist damit die Annahme der Anfrage nach Produkt j mit dem höchsten Ertrag r_j abzüglich der anfallenden OC_j:

$$OP_{\mathbf{c},t} := \{\, j \mid \max_{j \in \mathcal{J}} [r_j - OC_j] \} \tag{8}$$

Zur Veranschaulichung des Netzwerk RM wird ein Netzwerk mit zwei Produkten $j \in \mathcal{J}$ und zwei Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ betrachtet. Die Ressource $h = 1$ hat eine Kapazität von $c_1 = 2$ und die Ressource $h = 2$ hat eine Kapazität von $c_2 = 1$. Zur Ausführung des Produkt $j = 1$ wird die Ressource $h = 1$ mit einer Einheit benötigt und zur Ausführung des Produkt $j = 2$ wird wiederum eine Einheit der Ressource $h = 2$ gebraucht. Damit gilt $a_{11} = 1$ und $a_{22} = 1$. Durch Annahme einer Anfrage nach Produkt $j = 1$ wird der Ertrag $r_1 = 100$ und durch Annahme von Produkt $j = 2$ eine Ertrag von Ertrag $r_2 = 200$ generiert. Der Buchungshorizont entspricht $T = 4$. Die Wahrscheinlichkeiten des Eintreffens eine Anfrage nach Produkt $j = 1$ über die Buchungsperioden $t \in T$ lässt sich als Vektor $p_1(t) = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$ beschreiben. Analog lassen sich die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreffen der Produktanfragen $j = 2$ als Vektor $p_2(t) = (0.1, 0.1, 0.1, 0.1)$ definieren. Die Gegenwahrscheinlichkeiten, dass keine Anfragen eintreffen, lassen sich mit $p_0(t) = 1 - \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t)$ berechnen und bilden den Vektor $p_0(t) = (0.4, 0.4, 0.4, 0.4)$. Durch Vereinfachung der Gleichung (1) zur Gleichung (4) werden die Gegenwahrscheinlichkeiten $p_0(t)$ nicht mehr benötigt und im weiteren Verlauf der Arbeit nicht mehr berücksichtigt.

Die Parameter lassen sich damit abschließend wie folgt definieren:

$$j = \{1,2\},\ h = \{1,2\},\ r_1 = 100,\ r_2 = 200,\ \text{Startperiode } t = 4,$$

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \; \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \; p_1(t) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \; p_2(t) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

Die mathematische Modellformulierung des stochastisch, dynamisches Programms aus Gleichung (4) lässt sich als Graph darstellen, der die einzelnen Systemzustände für die DP aufzeigt. Der Erwartungswert $V(\mathbf{c}, t)$ ist abhängig vom Erwartungswert $V(\mathbf{c}, t-1)$ und vom Erwartungswert $V(\mathbf{c}-\mathbf{a}_j, t-1)$. Der Erwartungswert $V(\mathbf{c}, t-1)$ ist wiederum abhängig vom Erwartungswert $V(\mathbf{c}, t-2)$ und vom Erwartungswert $V(\mathbf{c}-\mathbf{a}_j, t-2)$, usw. Abbildung 4 zeigt die erste rekursive Folge für die Gleichung (4) als Graphen auf und im nachfolgenden wird auf die Notation eingegangen.

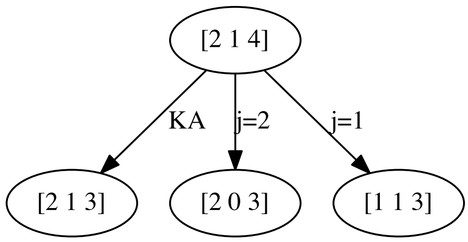

Abbildung 4 Beispielhafte Darstellung einer rekursive Folge eines Netzwerk RM

Ein Knoten repräsentiert einen Systemzustand des Netzwerks mit den vorhandenen Kapazitäten $\mathbf{c}$ zum Zeitpunkt t. Dabei wird als Benennung für den Knoten eine Zahlenfolge verwendet, bei dem die ersten Einträge die Ressourcenkapazität $\mathbf{c}$ in Länge der Ressourcen h entsprechen und der letzte Eintrag den Zeitpunkt t aufzeigt. Bspw. zeigt der Startknoten des Beispiels die Zahlenfolge $[2\ 1\ 4]$, da das Netzwerk noch die volle Ressourcenkapazität $\mathbf{c} = (2, 1)$ aufweist und sich im Zeitpunkt $t = 4$ befindet. Von diesem Systemzustand können jetzt nachfolgende Systemzustände abhängig der Produktanfragen erreicht werden. In diesem Netzwerk gibt es zwei Produkte j und durch betrachten der Gleichung (4) wird klar, dass drei Optionen zum Erreichen des nachfolgenden Systemzustands zum Zeitpunkt $t - 1 = 3$ möglich sind. Diese Optionen bilden die Kanten des Graphen. Es kann keine Anfrage nach einem Produkt j eintreffend, dann wird der nachfolgende Systemzustand $[2\ 1\ 3]$ erreicht. Alternativ können Anfragen nach Produkt $j = 1$ oder $j = 2$ eintreffen und dementsprechend müssen die vorhanden Kapazitäten $\mathbf{c}$

um den Ressourcenverbrauch $a_{11} = 1$ bzw. $a_{22} = 1$ reduziert werden. Daraus folgt, dass der Systemzustand $[1\ 1\ 3]$ bzw. $[2\ 0\ 3]$ im Netzwerk erreicht werden kann.

Aufbauen auf dieser rekursiven Logik wird ein gerichteter und gewichteter Multigraph aufgebaut. Er zeigt alle möglichen Systemzustände des Netzwerks. Die Rekursion wird abgebrochen, sofern ein Systemzustand aufgrund der Grenzbedingungen aus den Gleichungen (2) oder (3) nicht möglich ist. Abbildung 5 zeigt die möglichen Systemzustände für das eingeführte Beispiel.

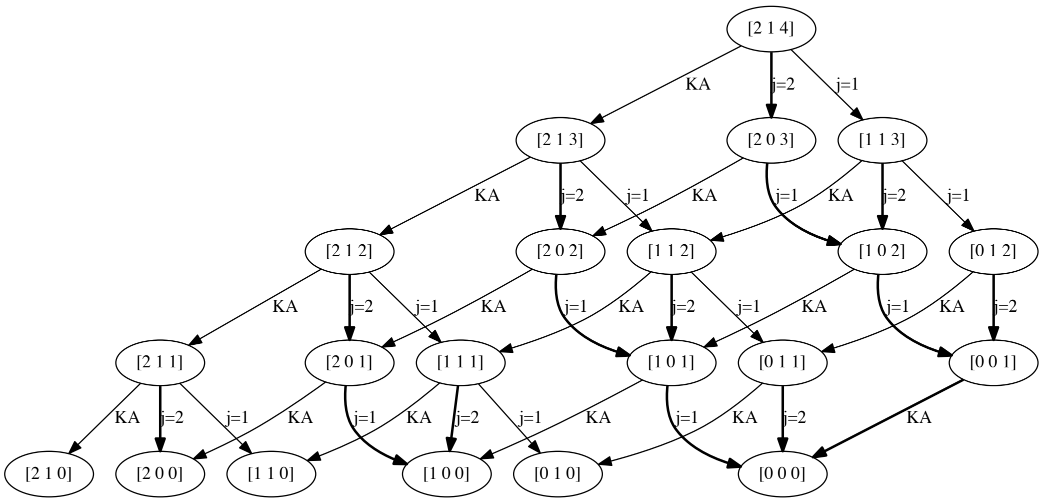

Abbildung 5 Darstellung der Systemzustände des beispielhaften Netzwerk RM

Anhand dieses Graphen mit den möglichen Systemzuständen aus der Abbildung 5 wird ersichtlich, welche Erwartungswerte für das Entscheidungsproblem der Auftragsannahme durch Rückwärtsinduktion gelöst werden müssen.[23] Dafür wird im ersten Schritt die Grenzbedingung aus Gleichung (2) betrachtet. Alle Systemzustände zum Zeitpunkt $t = 0$ nehmen den Erwartungswert $V(\mathbf{c}, t = 0) = 0$ an. Mit dieser Bedingung lassen sich die zeitlich zuvorkommenden Systemzustände mit $t = 1$ berechnen. Es wird die Gleichung (4) angewendet, wobei beachtet werden muss, dass nicht für alle Systemzustände mit $t = 1$ alle Produktanfragen möglich sind. Dies folgt aus der Grenzbedingung aus Gleichung (3). Zur Veranschaulichung wird der Erwartungswert des Systemzustands $[1\ \ 0\ \ 1]$ mittels der Gleichung (4)

[23]Vgl. ???, S. ???.

Tabelle 1 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM

ID	c_1	c_2	t	ExpValue	Successor	j^*	Best Successor	$r_j - OC_j$
4	2	1	4	231.25	[8 3 13]	2	8	145.8125
8	2	0	3	137.5	[17 7]	1	17	75.0
13	1	1	3	141.703125	[17 12 22]	2	17	162.0
17	1	0	2	75.0	[16 26]	1	26	50.0
22	0	1	2	38.0	[26 21]	2	26	180.0
26	0	0	1	0.0	[25]	0	25	0.0
3	2	1	3	191.6875	[2 12 7]	2	7	162.0
12	1	1	2	113.0	[16 11 21]	2	16	180.0
21	0	1	1	20.0	[25 20]	2	25	200.0
7	2	0	2	100.0	[16 6]	1	16	100.0
16	1	0	1	50.0	[25 15]	1	25	100.0
25	0	0	0	0.0	['end']	0	0	0.0
2	2	1	2	138.0	[1 11 6]	2	6	180.0
11	1	1	1	70.0	[10 20 15]	2	15	200.0
20	0	1	0	0.0	['end']	0	0	0.0
6	2	0	1	50.0	[5 15]	1	15	100.0
15	1	0	0	0.0	['end']	0	0	0.0
1	2	1	1	70.0	[0 10 5]	2	5	200.0
10	1	1	0	0.0	['end']	0	0	0.0
5	2	0	0	0.0	['end']	0	0	0.0
0	2	1	0	0.0	['end']	0	0	0.0

berechnet.

$$
\begin{aligned}
V(1,0,1) &= V(1,0,0) + p_1(1)\max[r_1 - V(1,0,0) + V(0,0,0), 0] \\
&\quad + p_2(1)\max[r_2 - V(1,0,0) + V(0,-1,0), 0] \\
&= 0 + 0,5 \cdot \max[100 - 0 + 0, 0] + 0,1 \cdot \max[200 - 0 + (-\infty), 0] \\
&= 0 + 0,5 \cdot 100 + 0,1 \cdot 0 \\
&= 50
\end{aligned}
$$

Nach dieser Vorgehensweise der Rückwärtsinduktion erfolgt die Ermittlung alle Erwartungswerte der möglichen Systemzustände. Tabelle 1 zeigt alle möglichen Systemzustände (c_1, c_2, t) mit den Erwartungswerten (ExpValue) und den möglichen Nachfolgern (Successor). Dabei werden die für die möglichen Systemzustände des Beispiels anhand der Spalte ID indiziert.

Zusätzlich zeigt die Tabelle den besten Auftragseingang $j*$ für jeden Systemzustand, sowie den daraus resultierenden Nachfolger (Best Successor) und den um die OK reduzierten Ertrag $(r_j - OC_j)$. Die optimale Politik $OP_{\mathbf{c},t}$ lässt sich anhand der Gleichung (8) für jeden Systemzustand ermitteln. Für jede Kante des Graphens in Abbildung 5 kann damit der Ertrag abzgl. der OK hinterlegt werden $(r_j - OC_j)$. Die optimale Politik $OP_{\mathbf{c},t}$ im betrachteten Systemzustand ist demnach die Kante bei der ein Ertrag größer gleich der OK erzielt wird. Abbildung 6 zeigt alle Systemzustände und Übergänge als Graphen mit den jeweiligen Erwartungswerten und den besten Auftragseingang für jeden Systemzustand. Dabei muss hier beachtet werden, dass alle Übergänge bzw. Entscheidungen zur optimalen Politik gehören.

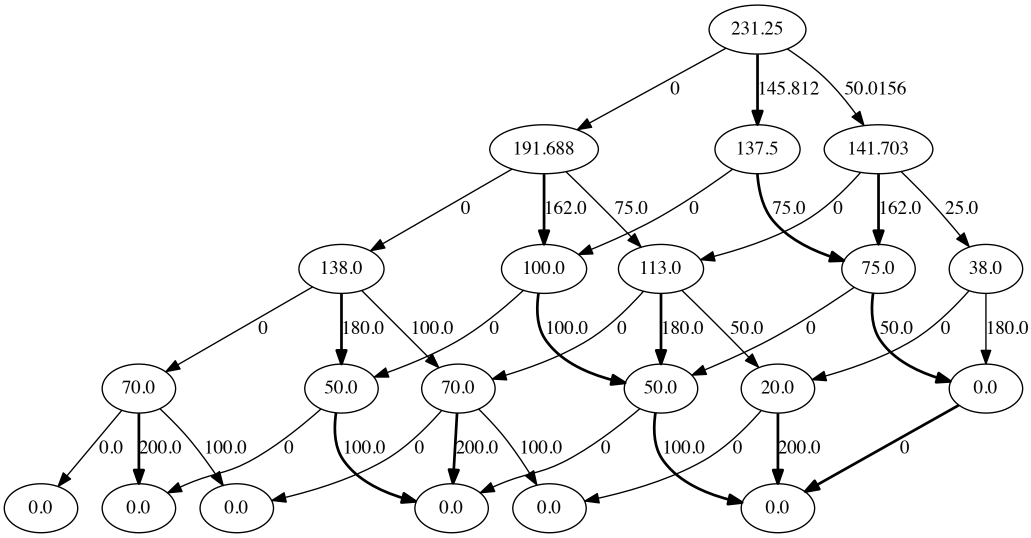

Abbildung 6 Darstellung der Systemzustände des beispielhaften Netzwerk RM (optimaler Auftragseingang)

??? Mit diesem Ergebnis kann eine strategische Politik abgeleitet werden. Diese strategische Politik kann dem Unternehmen helfen seine Instrumente der Marktbearbeitung zu optimieren. In diesem kleinen Betrachtungsfeld $T = 4$ sollte das Unternehmen zum Zeitpunkt $t = 4$ versuchen seine Instrumente in der Form auszurichten, dass eine Anfrage nach Produkt $j = 2$ eintrifft. Nachfolgend sollte das Unternehmen zum Zeitpunkt $t = 3$ und $t = 2$ den Absatz von Produkt $j = 1$ vorantreiben. Damit wäre der beste Pfad des Graphen gefunden $([2\ 1\ 4] \rightarrow_{j=2} [2\ 0\ 3] \rightarrow_{j=1} [1\ 0\ 2] \rightarrow_{j=1} [0\ 0\ 1] \rightarrow_{j=0} [0\ 0\ 0])$. Mit dem besten Pfad ist ein Ertrag in Höhe von 400 GE generiert. Bei Abweichung des Pfads in der operativen Planung der Unternehmensaktivitäten, z. B. durch nicht eintreffen der Anfrage $j = 2$ zum Zeitpunkt $t = 4$, gibt das Modell einen anderen Pfad mithilfe der optimalen Politiken an. Bspw. trifft zum Zeitpunkt $t = 4$ nur die Anfrage nach Produkt $j = 1$ ein. Dann muss das Unternehmen seine Instrumente an den neuen Pfad anpassen ($[2\ 1\ 4] \rightarrow_{j=1} [1\ 1\ 3] \rightarrow_{j=2} [0\ 1\ 2] \rightarrow_{j=1} [0\ 0\ 1] \rightarrow_{j=0} [0\ 0\ 0]$). Damit ist trotz der Abweichung ein Gesamtertrag von 400 GE möglich.

Anhand des Beispiels wird klar, dass die Prognose über die Wahrscheinlichkeiten des Eintreffens einer Anfrage nach den Produkten $j \in \mathcal{J}$ die Erwartungswerte stark beeinflussen. Der potentielle Ertrag r_j und die OC_j beeinflussen maßgeblich die optimale Politik sowie den besten Auftragseingang. Dies kann durch das Abwandeln der Parameter gezeigt werden:

$$j = \{1, 2\},\ h = \{1\},\ r_1 = 100,\ r_2 = 150,\ T = 4$$

$$c_1 = 3,\ a_{11} = 1,\ a_{12} = 2,\ p_1(t) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix},\ p_2(t) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

Bei dieser Definition der Parameter konkurrieren die Typen der Produktanfragen j mit der einzigen Ressource h. Der nachfolgende Abbildung 7 zeigt den zugehörigen Graphen mit den Systemzuständen, den möglichen Entscheidungen und der grafischen Darstellung der optimalen Politik und die Tabelle 2 zeigt die berechneten Erwartungswerte sowie besten Auftragseingang anhand des um die OK reduzierten Ertrags für jeden Systemzustand.

Mit dem Beispiel wird klar, dass trotz des höheren Ertrags der Produktauftrags $j = 2$ im Systemzustand $[3\,4]$ der beste Auftrag die Annahme bzw. Vorausbuchung der Produktanfrage $j = 1$ ist. Aufbauend auf dieser Entscheidung ist der beste Pfad $[3\ 4] \rightarrow_{j=1} [2\ 3] \rightarrow_{j=1} [1\ 2] \rightarrow_{j=1} [0\ 1] \rightarrow_{j=0} [0\ 0]$ und es wird ein Gesamtertrag von 300 GE generiert. Trifft zum Systemzustand $[3\,4]$ jedoch keine Anfrage ein ($j = 0$), dann ist der beste Auftrag im Systemzustand $[3\,3]$ die Annahme der Produktanfrage $j = 2$. Dies resultiert aus der Tatsache, dass die OK dem potentiellen Ertrag entgegenwirkt. Durch diese Eigenschaft gelangt das System zum Zustand $[1\,2]$ mit einem Ertrag von 150 GE. In diesem System wäre über zwei Perioden noch die Annahme einer Anfrage $j = 1$ möglich.

!!! Mehr !!!

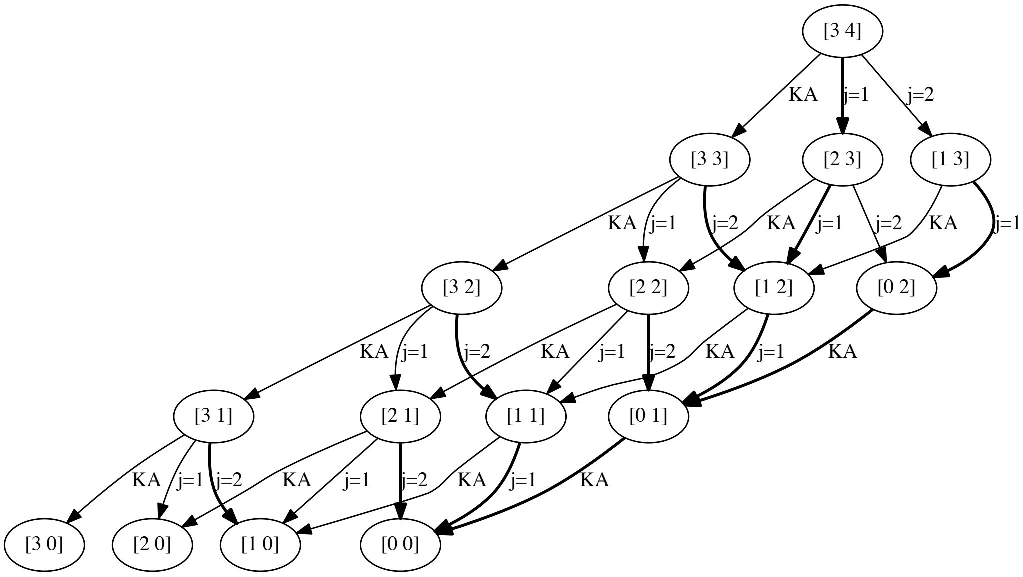

Abbildung 7 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit konkurrierenden Anfragen

Tabelle 2 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit konkurrierenden Anfragen

ID	c_1	t	ExpValue	Successor	j^*	Best Successor	$r_j - OC_j$
4	3	4	220.96875	[8 3 13]	1	8	67.0
8	2	3	148.90625	[17 12 7]	1	12	59.0
13	1	3	87.5	[17 12]	1	17	25.0
17	0	2	0.0	[16]	0	16	0.0
3	3	3	181.90625	[2 12 7]	2	12	96.5
12	1	2	75.0	[16 11]	1	16	50.0
7	2	2	116.0	[16 11 6]	2	16	85.0
16	0	1	0.0	[15]	0	15	0.0
2	3	2	128.5	[1 11 6]	2	11	135.0
11	1	1	50.0	[10 15]	1	15	100.0
6	2	1	65.0	[10 5 15]	2	15	150.0
15	0	0	0.0	['end']	0	0	0.0
1	3	1	65.0	[0 10 5]	2	10	150.0
10	1	0	0.0	['end']	0	0	0.0
5	2	0	0.0	['end']	0	0	0.0
0	3	0	0.0	['end']	0	0	0.0

4 Bestehende Ansätze zur Annahme von Auftragsproduktion und Instandhaltungsprozessen

4.1 Review 1

4.2 Review 2

4.3 Review 3

4.4 Review 4

5 Ein exaktes Lösungsverfahren zur Auftragsannahme- und Lagerhaltungsentscheidung bei auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen

5.1 Grundlegendes zum Lösen und Implementieren des Auftragsannahmeproblems

In Kapitel 3 ist das Grundmodell des Netzwerk RM für die Annahme von Kundenanfragen als *Bellman'sche Funktionsgleichung* dargestellt. Gleichung (1) zeigt die mathematische Modellformulierung und Gleichung (4) zeigt eine Vereinfachung der Modellformulierung. In diesem Kapitel wird dieses Modellformulierung in ein Computersystem implementiert und mittels dieser Implementierung erfolgt das exakte Lösen von vordefinierten Szenarien. Dabei wird das Grundmodell mit der Entscheidung über eine mögliche Lagerhaltung erweitert. Bei der Implementierung wird in dieser Arbeit schrittweise das Grundmodell mit neuen Parametern einer möglichen Lagerhaltungsentscheidung bei der Annahme von Kundenaufträgen ergänzt. Zum einen soll eine Verdeutlichung der Funktionsweise der verschiedenen Modellerweiterungen der *Bellman'sche Funktionsgleichung* erfolgen und zum anderen wird das Ergebnis dieser schrittweisen Modellerweiterung für eine numerische Untersuchung verwendet.

Bei der *Bellman'sche Funktionsgleichung* (1) aus Abschnitt 3.3 handelt es um ein stochastisch-dynamisches Optimierungsproblem in rekursiver Form.[8] Das Op-

[8]Vgl. ???, S. ???

timierungsmodell besteht aus verschiedenen gleichartigen Teilproblemen und zur Lösung des gesamten Optimierungsmodells müssen alle Teilprobleme gelöst werden.[9] Zur Lösung solcher rekusiven Modellformulierung wird auf das vom amerikanischen Mathematiker Richard Bellman entwickelte Konzept der **Dynamischen Programmierung (DP)** zurückgegriffen.[10] Bei diesem Konzept werden die berechneten Teilergebnisse gespeichert und bei der weiteren Berechnung des Optimierungsmodells verwendet.[11] Durch eine solche Implementierung kann die rekusive Berechnung des Modells verbessern werden, da auf bereits berechnete Teilergebnisse zurückgegriffen wird, anstelle diese neu zu berechnen.

Eine Form der Implementierung des Konzepts der DP ist das Anwenden einer *Memofunktion*. Mit der Memofunktion werden die Teilprobleme des Konstrukturs des Optimierungsmodells überführt, ob diese bereits schon berechnet sind.[12] Bei dem Konstrukt handelt es sich um ein Graphen mit allen Teilproblemen und den einzelnen Übergängen in die nachfolgenden Teilprobleme. Zur Verdeutlichung einer Memofunktion im Netzwerk RM in der Auftragsannahme wird ein einfaches Beispiel eingeführt: $j = \{1, 2\},\ h = \{1\},$ Startperiode $t = 2, c_1 = 2, a_{11} = 1, a_{12} = 1.$

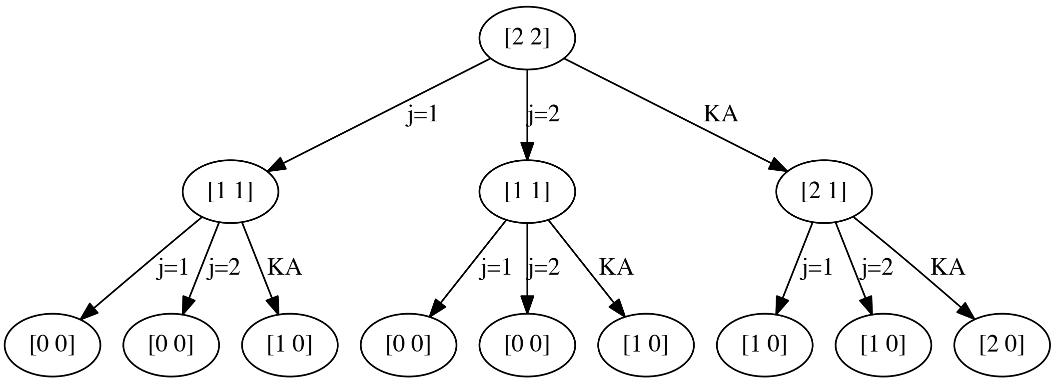

Abbildung 8 Rekursive Übergänge der Systemzustände ohne Memofunktion
Quelle: ???? **Legende:** Annahme einer Produktauftrag entspricht 'j', KA='Kein Auftrag'

Abbildung 8 zeigt die möglichen Systemzustände in Form der Knoten und Übergänge in Form der Kanten. Dabei ist ein Knoten definiert als Zahlenfolge $[c_h\ t]$ und zeigt damit den Kapazitätsbestand c_h zum Zeitpunkt t. Durch Annahme einer Produktanfrage $j \in \mathcal{J}$ oder sofern keine Anfrage eintrifft, wird ein Systemzustand verlassen. Diese rekursive Folge des Graphen wird konstruiert durch Anwenden der Gleichung (1). Sofern keine Memofunktion Anwendung findet, werden die einzelnen

[9] Vgl. ???, S. ???
[10] Vgl. ???, S. ???
[11] Vgl. ???, S. ???
[12] Vgl. ???, S. ?

Teilprobleme jeweils mehrfach ermittelt, da sie jeweils für das vorherige Teilproblem notwendig sind.

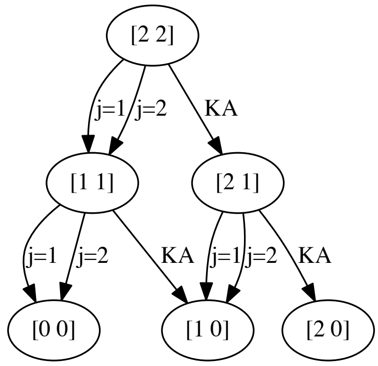

Abbildung 9 Rekursive Übergänge mit Memofunktion
Quelle: ???? **Legende:** Annahme einer Produktauftrag entspricht 'j', KA='Kein Auftrag'

Durch Anwenden einer Memofunktion können die möglichen Übergänge der Systemzustände des Beispiels vereinfacht werden, wie Abbildung 9 zeigt. Jedes Systemzustand ist nur einmal im Netzwerk vorhanden und sofern der rekursive Verlauf auf ein bereits ermitteltes Teilproblem trifft, erfolgt das Abrufen der bereits gespeicherten Lösung. Anders formuliert bedeutet dies, dass nachdem der Systemzustand bzw. das Teilproblem $[1\ 1]$ aufgrund der Anfrage nach Produkt $j = 1$ gelöst ist, die Berechnung des gleichen Systemzustands $[1\ 1]$ aufgrund der Anfrage nach Produkt $j = 2$ nicht mehr notwendig ist. Das Ergebnis des Teilproblems wird direkt aus der Memofunktion abgerufen.

Der in dieser Arbeit verwendete **Algorithmus** zum exakten Lösen des Auftragsannahmeproblems im Netzwerk RM verwendet eine solche Memofunktion. Der Algorithmus berechnet den Erwartungswert des maximal möglichen Ertrags für ein Netzwerk RM auf Basis der rekursiven Form der Gleichung (4). Er durchläuft alle möglichen Teilprobleme bzw. Systemzustände des Netzwerks, indem der Algorithmus sich selbst mit angepassten Parametern aufruft. Als Grenzen für die rekursive Abfolge werden die Grenzbedingungen (2) und (3) hinterlegt. Sofern eine dieser Grenzen erreicht ist bzw. die Lösungen für die notwendigen nachfolgenden Teilprobleme vorhanden sind, kann das Teilproblem gelöst werden. Somit erfolgt das Lösen des Optimierungsproblems durch Rückwärtsinduktion der rekursiven Folge, wobei bei jedem Teilproblem geprüft wird, ob bereits eine Lösung in der Memofunktion vorliegt. Nachfolgend wird der verwendete Algorithmus als Pseudocode dargestellt.

Pseudocode: Auftragsannahmeproblem im Netzwerk RM;
Ermittlung des Erwartungswerts $V(\mathbf{c}, t)$
Eingabe: $Memofunktion$
Eingabe: $\mathcal{J}$, $\mathbf{c}$, t sowie $\mathbf{a}_j$, r_j und $p_j(t)\ \forall j \in \mathcal{J}$
wenn $V(\boldsymbol{c}, t) \notin Memofunktion$ **dann**
  wenn $t \neq 0$ **dann**
    $value^{reject} = V(\mathbf{c}, t-1)$
    für jedes $j \in \mathcal{J}$ **tue**
      wenn $\mathbf{c} - \mathbf{a}_j \geq \mathbf{0}$ **dann**
        $value_j^{accept} = p_j(t) \cdot \max[r_j - value^{reject} + V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, t-1), 0]$
      sonst
        Grenzbedingung (3): $V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, t-1) = -\infty$
        $value_j^{accept} = p_j(t) \cdot \max[r_j - value^{reject} - \infty, 0]$
    Ende
    $V(\mathbf{c}, t) = value^{reject} + \sum_{j \in \mathcal{J}} value_j^{accept}$
  sonst
    Grenzbedingung (2): $V(\mathbf{c}, t) = 0$
  $Memofunktion = Memofunktion + V(\mathbf{c}, t)$
sonst $V(\mathbf{c}, t) \in Memofunktion$;
Ausgabe: $V(\mathbf{c}, t)$

Zur Implementierung des Algorithmus zum Lösen des Grundmodells des Auftragsannahmeproblems im Netzwerk RM wird die Programmiersprache `Python/2.7.1` verwendet. Es handelt sich um eine höhere Programmiersprache mit einem Interpreter.[13] Als Kommandozeileninterpreter wird `IPython/3.2.1` genutzt. Zur Verbesserung der Laufzeit der Implementierung wird auf die Programmbibliothek `NumPy/1.9.2` zurückgegriffen. Mit dieser Programmbibliothek ist es möglich multidimensionale Datenstrukturen zu formen und mit den integrierten numerischen Algorithmen sowie mathematischen Werkzeugen zu bearbeiten.[14] Dabei ist `NumPy/1.9.2` ein Bestandteil von `SciPy/0.15.1`.[15] Die Laufzeitverbesserung kommt zu Stande, da die Funktionen der Programmbibliothek hauptsächlich in der Programmiersprache `C` geschrieben sind.[16] Zusätzlich wird die Programmbibliothek `NetworkX/1.9.1` verwendet, um die ermittelten Erwartungswerte in eine Netzwerkdatenstruktur zu überführen. Diese Netzwerkdatenstruktur ist explizit für Multigraphen geeignet, was für diese Problemstellung notwendig ist. Die Teilprobleme werden miteinander in Beziehung gesetzt, indem ein Teilproblem ein Knoten bildet

[13] Vgl. ???, S. ??
[14] Vgl. ???, S. ???
[15] Vgl. ???, S. ??
[16] Vgl. ???, S. ??

und die für das Teilproblem notwendigen nachfolgenden Teilprobleme die Kanten der Netzwerkdatenstruktur bilden. Dadurch wird das Optimierungsproblem als Netzwerk interpretierbar. Weiter kann dieser Netzwerkdatenstruktur grafisch expotiert werden, indem eine für das Programm `GraphViz/2.38.0` verwertbare Datei erzeugt wird. Dadurch ist das Rendern der jeweiligen Netzwerkdatenstruktur möglich. Sämtliche in dieser Arbeit abgebildeten Entscheidungsbäume sind mit dem Programm `GraphViz/2.38.0` erstellt. Zusätzlich erfolgt die Verwaltung der Daten durch die Datenanalyse-Programmbibliothek `Pandas/0.16.2`. Nachfolgend wird das Grundmodell auf Basis der *Bellman'schen Funktionsgleichung* mit der Lagerhaltungsentscheidung erweitert und der hier aufgeführte Algorithmus mit den aufgeführten Erweiterungen umgeformt. Im Anschluss dieses Kapitels erfolgt die abschließende numerische Untersuchung von Szenarien....

5.2 Mathematische Erweiterung der Modellformulierung des Auftragsannahmeproblems

5.2.1 Lagerentnahmeentscheidung

Die Gleichung (1) wird in der Modellerweiterung der Lagerentnahmeentscheidung um den Parameter des Lagerbestands y_j erweitert. In Bezug des Ausgangsproblems der Annahmeentscheidung über auftragsbezogenen Instandhaltungsprozessen ist dieser Schritt der Modellerweiterung nötig, damit ein Parameter für bereits reparierte Produkte im Modell vorhanden ist.

Bei dieser Modellerweiterung fungiert der Parameter y_j als Lagerbestand von Produkten $j \in \mathcal{J}$. D. h. es sind Bündel an bereits verbrauchten Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ gemeint, die direkt den Nachfragern zur Verfügung gestellt werden. Der Parameter lässt sich als Vektor $\mathbf{y}$ interpretieren, wobei die Länge des Vektors die Anzahl an Produkten $j \in \mathcal{J}$ und der sortierte Eintrag des Vektors dem Lagerbestands des Produkts j entspricht. Sofern eine Anfrage über den Lagerbestand befriedigt wird, erfolgt eine Reduktion des Lagerbestand durch den Parameter s_{jj}. Da in dieser Modellannahme eine Anfrage nach einem Produkt j auch nur mit dem Lagerbestand des Produkts j angenommen werden kann, entspricht $s_{j=j} = 1$ und alle anderen $s_{j \neq j} = 0$. Damit lässt sich ein Vektor $\mathbf{s}_j$ formen, der als Lagerentnahme für eine Anfrage nach dem Produkt j dient. Weiter können die einzelnen Vektoren s_j als Matrix $\mathbf{S}$ aufgebaut werden. Die Matrix $\mathbf{S}$ entspricht einer Einheitsmatrix $I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ wobei $n = j$.

Die Gleichung (1) lässt sich damit wie folgt formulieren:

$$
\begin{aligned}
V(\mathbf{c},\mathbf{y},t) = & \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t) \max[V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1), \\
& r_j + V(\mathbf{c}-\mathbf{a}_j,\mathbf{y},t-1), \\
& r_j + V(\mathbf{c},\mathbf{y}-\mathbf{s}_j,t-1)] \\
& + p_0(t)V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1) \\
= & \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t)V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1) \\
& + \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t)[\max[r_j - V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1) + V(\mathbf{c}-\mathbf{a}_j,\mathbf{y},t-1), 0] \\
& + \max[r_j - V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1) + V(\mathbf{c},\mathbf{y}-\mathbf{s}_j,t-1), 0]] \\
& + p_0(t)V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
V(\mathbf{c},\mathbf{y},t) = V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1) & \\
+ \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t)[\max[r_j - V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1) + V(\mathbf{c}-\mathbf{a}_j,\mathbf{y},t-1), 0] & \\
+ \max[r_j - V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1) + V(\mathbf{c},\mathbf{y}-\mathbf{s}_j,t-1), 0]] &
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Bei der Modellformulierung $V(\mathbf{c},\mathbf{y},t)$ der *Bellman'schen Funktionsgleichung* des RM mit Lagerentnahme ist der Term $r_j + V(\mathbf{c},\mathbf{y}-\mathbf{s}_j,t-1)]$ integriert, der die Annahme mittels des Lagerbestands beschreibt. Damit ist es dem Unternehmen möglich entweder die Kapazität oder den Lagerbestand in Anspruch zu nehmen. Diese Optionen werden in dieser Arbeit durch einen weiteren Index m bei dem Parameter für den Produktauftrag j_m kenntlich gemacht. Sofern es sich um eine Auftragsannahme mittels Kapazitätsinanspruchnahme (AA) handelt, erfolgt die Annahme des Produktauftrags j_{AA}. Handelt es sich um eine Annahme des Auftrags mittels des Lagerentnahme (LE), dann wird der Parameter j_{LE} aufgeführt.

Für die Modellerweiterung gelten die Grenzbedingungen (2) sowie (3) und es gilt zusätzlich

$$OP_{\mathbf{c},t} := \begin{cases} j_{AA}, & \text{für } r_{j_{AA}} - OC_{j_{AA}} \geq r_{j_{LE}} - OC_{j_{LE}} \\ j_{LE}, & \text{für } r_{j_{AA}} - OC_{j_{AA}} < r_{j_{LE}} - OC_{j_{LE}} \end{cases}, \tag{10}$$

da das Unternehmen vorrangig versucht seine Kapazitäten auszulasten. Die Funktionsweise der Modellformulierung wird im nachfolgenden Beispiel verdeutlicht.

$$j = \{1, 2\},\ h = \{1\},\ r_1 = 100,\ r_2 = 200,\ \text{Startperiode } t = 4,$$

$$c_1 = 1,\ a_{11} = 1,\ a_{12} = 1,\ p_1(t) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix},\ p_2(t) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{s}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{s}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

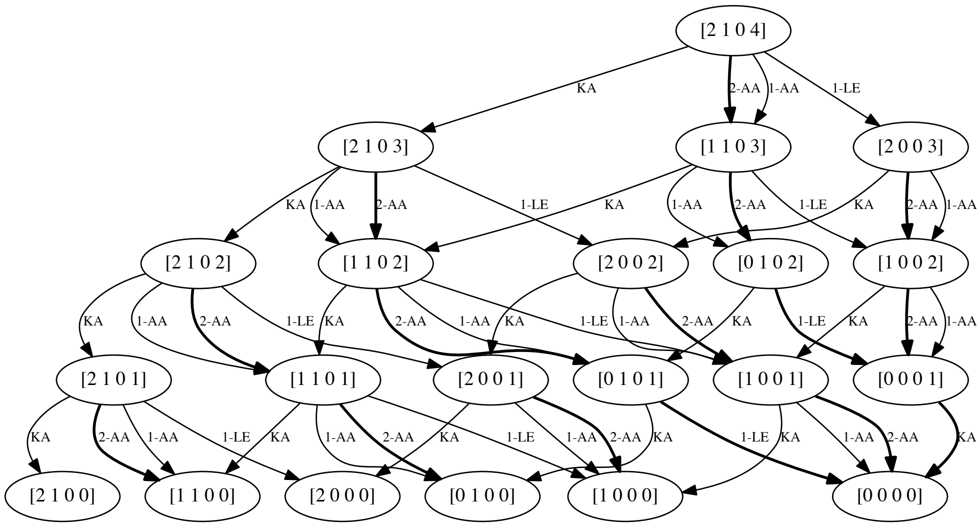

Abbildung 10 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit Möglichkeit der Lagerentnahme

Legende: Die Zahlen stehen für den Produktauftrag j, AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', KA='Kein Auftrag'

Abbildung 10 zeigt die möglichen Systemzuständen aufgrund der vorher beschrieben Parameter. Dabei beschreibt ein Knoten weiterhin den Systemzustand. Ein Systemzustand wird durch die Zahlenfolge definiert, wobei die ersten Einträge der Zahlenfolge die Ressoucenkapazität **c** entspricht. Da in diesem Beispiel nur eine

Tabelle 3 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit Möglichkeit der Lagerentnahme

ID	c_1	s_1	s_2	t	ExpValue	Successor	j^*	m	$r_j - OC_j$
4	2	1	0	4	303.1875	[8 3 13]	2	AA	124.375
8	2	0	0	3	184.8125	[17 7]	2	AA	158.0
13	1	1	0	3	196.703125	[17 12 22]	2	AA	102.0
17	1	0	0	2	98.0	[16 26]	2	AA	130.0
22	0	1	0	2	75.0	[26 21]	1	LE	100.0
26	0	0	0	1	0.0	[25]	0	KA	0.0
3	2	1	0	3	272.3125	[2 12 7]	2	AA	158.0
12	1	1	0	2	173.0	[16 11 21]	2	AA	130.0
21	0	1	0	1	50.0	[25 20]	1	LE	100.0
7	2	0	0	2	140.0	[16 6]	2	AA	200.0
16	1	0	0	1	70.0	[25 15]	2	AA	200.0
25	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
2	2	1	0	2	215.0	[1 11 6]	2	AA	200.0
11	1	1	0	1	120.0	[10 20 15]	2	AA	200.0
20	0	1	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
6	2	0	0	1	70.0	[5 15]	2	AA	200.0
15	1	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
1	2	1	0	1	120.0	[0 10 5]	2	AA	200.0
10	1	1	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
5	2	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
0	2	1	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0

Legende: AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', KA='Kein Auftrag'

Ressource vorhanden ist, beschreibt der erste Eintrag der Zahlenfolge die Ressourcenkapazität $c_h = 1$ von $h = 1$. Das Beispiel verfügt über zwei unterschiedliche Produkte $j \in \mathcal{J}$, die von den Nachfragern angefragt werden können. Somit existieren zwei Parameter für den Lagerbestand $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$. In dem vereinfachten Beispiel weist jedoch nur das Produkt $j = 1$ einen Lagerbestand in Höhe von $y_1 = 1$ auf. Vom Produkt $j = 2$ gibt es in diesem Beispiel keinen Lagerbestand. Damit entsprechen die nachfolgenden Zahlen in der Zahlenfolge des Systemzustands den möglichen Lagerbeständen $\mathbf{y}$. Der letzter Wert der Zahlenfolge ist weiterhin der Zeitpunkt bzw. die Periode t. Der Systemzustand lässt damit wie folgt definieren: $[c_1\ y_1\ y_2\ t]$. Dem Unternehmen ist es möglich, unter Beachtung der vorausgehenden Parameter, entweder eine Anfrage $j_{AA} = 1$ oder $j_{AA} = 2$ mittels der Kapazität von c_1 anzunehmen (Auftragsannahme) oder eine Anfrage $j_{LE} = 1$ mittels des Lagerbestands y_1 zu erfüllen (Lagerentnahme). Des Weiteren ist das Eintreffen keiner Anfrage zum Zeitpunkt t möglich (Kein Auftrag). Damit sind die in dem Graphen aus der Abbildung 10 möglichen Systemzustände (Knoten) und Übergänge (Kanten) möglich.

Die Tabelle 3 zeigt für das Beispiel die berechneten Erwartungswerte des noch möglichen Ertrags für jeden Systemzustand. Ebenfalls ist die optimale Politik in Form des besten Auftrags j^* mit zugehörigem Ausführungsmodus m aufgeführt. Dabei beschreibt hier der Ausführungsmodus die Auftragsannahme (AA), Lagerentnahme (LE) oder ob ein Auftrag keine Annahme erhält (KA). Zusätzlich ist der Wert $r_j - OC_j$ für den besten Auftrag j^* je Systemzustand angegeben. Mit diesen Werten lässt sich der optimale Pfad des Beispiels ermitteln: $[2\ 1\ 0\ 4] \rightarrow_{j_{AA}=2} [1\ 1\ 0\ 3] \rightarrow_{j_{AA}=2} [0\ 1\ 0\ 2] \rightarrow_{j_{LE}=1} [0\ 0\ 0\ 1] \rightarrow_{j=0} [0\ 0\ 0\ 0]$. Auch hier gilt weiterhin, dass der optimale Pfad abhängig der tatsächlich eintreffenden Anfragen ist. Er kann nur aber bei strategischen Entscheidung herangezogen werden.

Durch die Modellerweiterung wird gezeigt, dass ein Lagerbestand an Produkten $j \in \mathcal{J}$ den Gesamtertrag des Unternehmens erhöhen kann. Dies erfolgt jedoch aufgrund des Mechanismus, dass ein Lagerbestand eine Kapazitätserhöhung für das Unternehmen entspricht. Somit handelt es hier um eine andere Darstellung der Modellformulierung des Netzwerk RM mit verschiedenen Ausführungsmodi für die Produktanfragen $j \in \mathcal{J}$.

5.2.2 Lagerentnahme- und Instandhaltungsentscheidung

Im vorhergehenden Abschnitt ist die Gleichung (1) um die Eigenschaft der Lagerentnahme erweitert. Damit sind die Entscheidungen über die Annahme eines Auftrags via Kapazitäts- oder Lagerparameter möglich. Die nachfolgende Modellerweiterung soll die Gleichung (9) mit der Entscheidung über die gewollte Ablehnung einer Anfrage erweitern, damit die Kapazitäten für die Lagererhöhung Verwendung finden. D. h. die Kapazitäten $\mathbf{c}$ werden um den Ressourcenverbrauch $\mathbf{a}_j$ reduziert, damit der Lagerbestand $\mathbf{y}$ um den Parameter für die Lagerveränderung $\mathbf{s}_j$ für ein Produkt j erhöht werden kann. In Bezug der Ausgangsproblemstellung kann das Modell insoweit verstanden werden, dass ein ein Unternehmen einen unendlichen Bestand an defekten Produkten besitzt und die Entscheidung hat, ob er seine Kapazitäten verwendet um ein defektes Produkt zu reparieren. Mit der Reparatur erfolgt die Bereitstellung eines neuwertigen Produkts auf Lager.

Die Modellformulierung für die Lagerentnahme- und Instandhaltungsentscheidung lautet wie folgt:

$$\begin{aligned}V(\mathbf{c},\mathbf{y},t) = \sum_{j\in\mathcal{J}} p_j(t)\max[&V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1),\\ &r_j + V(\mathbf{c}-\mathbf{a}_j,\mathbf{y},t-1),\\ &r_j + V(\mathbf{c},\mathbf{y}-\mathbf{s}_j,t-1),\\ &V(\mathbf{c}-\mathbf{a}_j,\mathbf{y}+\mathbf{s}_j,t-1)]\\ &+ p_0(t)V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1)\\ &\quad+\sum_{j\in\mathcal{J}} p_j(t)[\max[r_j - V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1) + V(\mathbf{c}-\mathbf{a}_j,\mathbf{y},t-1),0]\\ &\quad+\max[r_j - V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1) + V(\mathbf{c},\mathbf{y}-\mathbf{s}_j,t-1),0]\\ &\quad+\max[V(\mathbf{c}-\mathbf{a}_j,\mathbf{y}+\mathbf{s}_j,t-1) - V(\mathbf{c},\mathbf{y},t-1),0]]\end{aligned} \tag{11}$$

Neben der Entscheidungen über die Auftragsannahme mittels Kapazitätsinanspruchnahme (AA) und der Lagerentnahme eines Produkts (LE) ist in dieser Modellerweiterung der Gleichung (11) die Instandsetzung eines Produkts j auf Lager y_j möglich (IH). Dafür wird der Parameter s_j als Lagerveränderung interpretiert. Zu beachten ist jedoch, dass bei der Entscheidung der Instandhaltung eines Produkts j_{IH} kein Ertrag $r_{j_{LE}}$ erzielt wird. Des Weiteren wird ein Parameter für einen maximalen Lagerbestand y_j^{max} für jedes Produkt $j \in \mathcal{J}$ definiert. Eine derartige Modellformulierung bringt jedoch eine spezielle Funktionsweise mit, wie nachfolgendes Beispiel verdeutlichen soll:

$$j = \{1,2\},\ h = \{1\},\ r_1 = 100,\ r_2 = 200,\ \text{Startperiode } t = 3,$$

$$c_1 = 2,\ a_{11} = 1,\ a_{12} = 2,\ p_1(t) = \begin{pmatrix}0.5\\0.5\\0.5\end{pmatrix},\ p_2(t) = \begin{pmatrix}0.1\\0.1\\0.1\end{pmatrix},$$

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\ \mathbf{y}^{max} = \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix},\ \mathbf{s}_1 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\ \mathbf{s}_2 = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

Die Abbildung 11 zeigt alle möglichen Systemzustände und Optionen für das Beispiel. Ein Systemzustand ist definiert als Zahlenfolge $[c_1\ y_1\ y_2\ t]$. Es gelten die

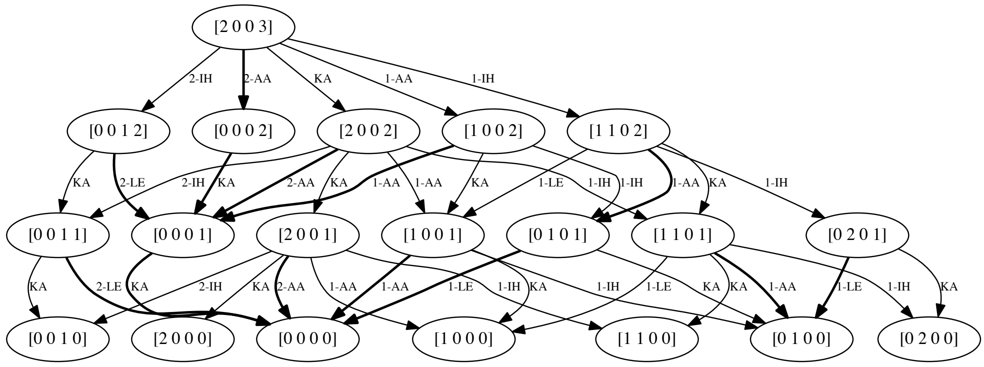

Abbildung 11 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit Möglichkeit der Lagerentnahme und Instandhaltung

Legende: Die Zahlen stehen für den Produktauftrag j, AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung', KA='Kein Auftrag'

Grenzbedingungen (2) sowie (3) und

$$OP_{\mathbf{c},t} := \begin{cases} j_{AA}, & \text{für } r_{j_{AA}} - OC_{j_{AA}} \geq r_{j_{LE}} - OC_{j_{LE}} \\ j_{LE}, & \text{für } r_{j_{AA}} - OC_{j_{AA}} < r_{j_{LE}} - OC_{j_{LE}} \\ j_{IH}, & \text{sonst} \end{cases} . \tag{12}$$

Sofern die Modellerweiterung in dieser Form definiert ist, wird niemals $OP_{\mathbf{c},t} := j_{IH}$ gelten. Dies resultiert aus der Tatsache, dass sofern genügend Kapazitäten $\mathbf{c}$ zur Produktion eines Produkts j vorhanden sind, die Kapazitäten für die direkte Annahme der Produktanfrage j verwendet werden. Die Entscheidung über die Produktion eines Produkts j_{IH} ist für das Unternehmen nur dann sinnvoll, wenn keine Anfragen zum Zeitpunkt t eintreffen und die Kapazität im weiteren Verkauf verfallen würde. Die Tabelle 4 zeigt die berechneten Werte für das hier aufgeführte Beispiel.

5.2.3 Aufarbeitung von Ressourcen

Bei der nachfolgenden Modellerweiterung wird nicht mehr von einem Produktlager ausgegangen, sondern von einem Ressourcenlager. Damit existiert für jede Ressource $h \in \mathcal{H}$ ein Lagerbestand y_h^{res}. Die Obergrenze des Lagerbestands wird durch den Parameter $y_h^{max,res}$ beschrieben. Die einzelnen Lagerbestände können als Vektor $\mathbf{y}^{res}$ zusammengefasst werden. In der Modellerweiterung wird davon ausgegangen, dass Kapazitäten c_h einer Ressource h verwendet werden können, damit der Lagerbestand an Ressourcen y_h erhöht wird. Es handelt sich damit um eine

Tabelle 4 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit Möglichkeit der Lagerentnahme und Instandhaltung

ID	c_1	y_1	y_2	t	ExpValue	Successor	j^*	m	$r_j - OC_j$
23	2	0	0	3	168.703125	[66 38 70 46 22]	2	AA	62.0
70	0	0	0	2	0.0	[69]	0	KA	0.0
22	2	0	0	2	138.0	[65 37 21 69 45]	2	AA	130.0
21	2	0	0	1	70.0	[68 44 20 64 36]	2	AA	200.0
20	2	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
46	1	0	0	2	75.0	[61 45 69]	1	AA	50.0
38	1	1	0	2	150.0	[45 53 37 61]	1	AA	50.0
45	1	0	0	1	50.0	[68 44 60]	1	AA	100.0
53	0	2	0	1	50.0	[60 52]	1	LE	100.0
61	0	1	0	1	50.0	[68 60]	1	LE	100.0
37	1	1	0	1	100.0	[60 36 52 44]	1	AA	100.0
60	0	1	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
36	1	1	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
52	0	2	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
44	1	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
66	0	0	1	2	38.0	[65 69]	2	LE	180.0
69	0	0	0	1	0.0	[68]	0	KA	0.0
65	0	0	1	1	20.0	[64 68]	2	LE	200.0
68	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
64	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0

Legende: AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung', KA='Kein Auftrag'

Art der Vorarbeit der Leistung. Die einzelnen Bestandteile des Produkts werden auf Lager gelegt, damit diese zu einem späteren Zeitpunkt Verwendung finden. In dieser Modellerweiterung wird davon ausgegangen, dass ein komplettes Bündel des Produkts j auf Lager gelegt wird. Daher kann der Parameter $\mathbf{a}_j$ als Ressourcenveränderung angesehen werden. Das Modell schichtet damit die Kapazität der Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ vom Parameter c_h zu dem Lagerbestand y_h^{res} um. Das mathematische Modell lässt sich wie folgt beschreiben:

$$
\begin{aligned}
V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t) = \sum_{j \in \mathcal{J}} & p_j(t) \max[V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t-1), \\
& r_j + V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, \mathbf{y}^{res}, t-1), \\
& r_j + V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res} - \mathbf{a}_j, t-1), \\
& V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, \mathbf{y}^{res} + \mathbf{a}_j, t-1)] \\
& + p_0(t) V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t-1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t-1) \\
&\quad + \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t)[\max[r_j - V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t-1) + V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, \mathbf{y}^{res}, t-1), 0] \\
&\quad + \max[r_j - V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t-1) + V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res} - \mathbf{a}_j, t-1), 0] \\
&\quad + \max[V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, \mathbf{y}^{res} + \mathbf{a}_j, t-1) - V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t-1), 0]]
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Weiterhin gelten die Grenzbedingungen (2) sowie (3) und Gleichung (12). Bei dieser Modellformulierung der Gleichung (13) wird die Einschränkung aufgehoben, bei der die Anzahl an notwendigen Ressourcen die Entscheidung der Instandhaltung dominiert. Dies wird durch das nachfolgende Beispiel verdeutlicht:

$$j = \{1, 2\},\ h = \{1\},\ r_1 = 100,\ r_2 = 5000,\ \text{Startperiode } t = 3,$$

$$c_1 = 2,\ a_{11} = 1,\ a_{12} = 7,\ p_1(t) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix},\ p_2(t) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix},$$

$$y_1^{res} = 5,\ y_1^{max,res} = 7$$

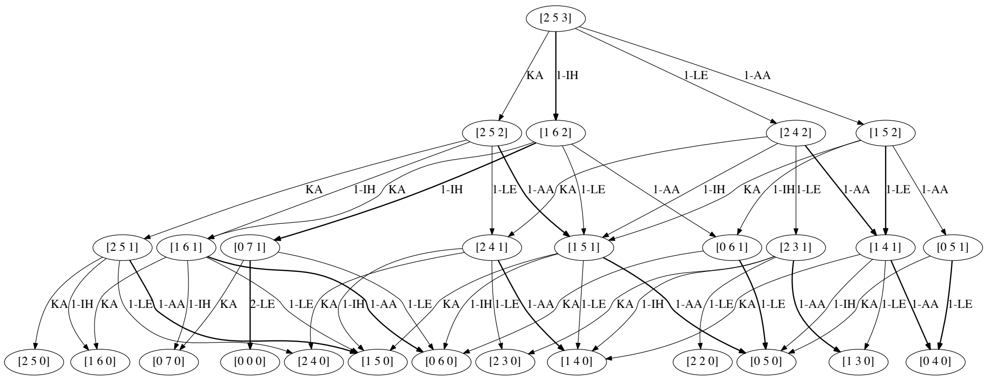

Abbildung 12 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit Möglichkeit der Aufarbeitung
Legende: Die Zahlen stehen für den Produktauftrag j, AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung', KA='Kein Auftrag'

Abbildung 12 zeigt alle Übergänge der Systemzustände für das aufgeführte Beispiel. Die Systemzustände sind beschrieben als Zahlenfolge $[c_1\ y_1^{res}\ t]$, da bei diesem Beispiel nur eine Ressource h existiert. Für die Ressource $h = 1$ beträgt die Kapazität $c_1 = 2$ und der Lagerbestand $y_1^{res} = 5$. Als Obergrenze für den Lagerbestand wird $y_1^{max,res} = 7$ festgelegt. Aufgrund der Ressourcenveränderungsparameter $\mathbf{a}_j$ für jedes Produkt $j \in \mathcal{J}$ gibt es die Entscheidungsmöglichkeit Auftragsannahme (AA), Lagerentnahme (LE) sowie Instandhaltung aufgrund von Aufarbeitung (IH) für jedes Produkt $j \in \mathcal{J}$. Weiterhin ist die Option zu jedem Systemzustand möglich, dass keine Anfrage eintrifft und der Wechsel in die nächste Periode ohne Kapazitäts- oder Lagerreduktion erfolgt.

Aufgrund der der Restriktionen der Kapazität c_1 und des Lagerbestands y_1^{res} sind nicht alle möglichen Entscheidungsalternativen zu jedem Systemzustand möglich. Beispielsweise ist im Systemzustand $[2\ 5\ 3]$ die AA, LE sowie IH des Produkts $j = 2$ nicht möglich. Jedoch kann in diesem Systemzustand die Annahme einer Anfrage nach Produkt $j = 1$ erfolgen, entweder durch Kapazitäts- oder Lagerreduktion. Um eine Anfrage nach Produkt $j = 2$ akzeptieren zu können, werden aufgrund des Parameters a_{12} genau 7 Einheiten von der Ressource $h = 1$ benötigt. Entweder müssen genügen Kapazitäten vorhanden sein, was jedoch im Beispiel nicht gegeben ist, oder der Lagerbestand y_1^{res} muss auf 7 Einheiten der Ressource $h = 1$ erhöht werden. Sofern die Erträge $r_1 = 100$ und $r_2 = 5000$ für das Beispiel angenommen sind, erhalten wir die berechneten Werte der Tabelle 5.

Ist der Ertrag r_j eines Produkts $j \in \mathcal{J}$ ausreichend groß bei gegebener Eintritts-

Tabelle 5 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit Möglichkeit der Aufarbeitung

ID	c_1	y_1	t	ExpValue	Successor	j^*	m	$r_j - OC_j$
11	2	5	3	387.5	[10 38 42 14]	1	IH	300.0
38	1	6	2	400.0	[41 37 65 69]	1	IH	550.0
65	0	7	1	550.0	[64 92 68]	2	LE	5000.0
92	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
42	1	5	2	175.0	[41 45 69 73]	1	LE	100.0
69	0	6	1	50.0	[72 68]	1	LE	100.0
73	0	5	1	50.0	[72 76]	1	LE	100.0
14	2	4	2	200.0	[17 41 13 45]	1	AA	100.0
17	2	3	1	100.0	[16 48 20 44]	1	AA	100.0
20	2	2	0	0.0	['end']	0	-	0.0
45	1	4	1	100.0	[48 76 44 72]	1	AA	100.0
48	1	3	0	0.0	['end']	0	-	0.0
76	0	4	0	0.0	['end']	0	-	0.0
10	2	5	2	200.0	[9 37 13 41]	1	AA	100.0
37	1	6	1	100.0	[40 68 36 64]	1	AA	100.0
64	0	7	0	0.0	['end']	0	-	0.0
13	2	4	1	100.0	[16 44 12 40]	1	AA	100.0
16	2	3	0	0.0	['end']	0	-	0.0
41	1	5	1	100.0	[40 72 44 68]	1	AA	100.0
72	0	5	0	0.0	['end']	0	-	0.0
44	1	4	0	0.0	['end']	0	-	0.0
68	0	6	0	0.0	['end']	0	-	0.0
9	2	5	1	100.0	[8 40 12 36]	1	AA	100.0
40	1	5	0	0.0	['end']	0	-	0.0
12	2	4	0	0.0	['end']	0	-	0.0
36	1	6	0	0.0	['end']	0	-	0.0
8	2	5	0	0.0	['end']	0	-	0.0

Legende: AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung', KA='Kein Auftrag'

wahrscheinlichkeit $p_j(t)$ zum Zeitpunkt t, dann erfolgt in dem Modell der Gleichung (13) eine Überführung der Ressourcenkapazität c_h hin zu dem Lagerbestand y_h^{res}, sofern dies eine andere Ressourceninanspruchnahme a_j ermöglicht. Das Beispiel zeigt eine solche optimale Politik.

Für den anfänglichen Systemzustand $[2\ 5\ 3]$ existieren die Systemübergänge j_{LE}, j_{IH} und j_{AA} für Anfragen nach Produkt $j = 1$. Außerdem ist das Eintreffen keiner Anfrage möglich. Damit lässt sich in diesem Systemzustand ein Ertrag $r_j = 100$ generieren. Mit der Entscheidung $j_{LE} = 1$ gelangt das System zum Zustand $[2\ 4\ 2]$, da für eine Annahme einer Anfrage nach Produkt $j = 1$ der Lagerbestand y_1^{res} reduziert wird. Sofern die Entscheidung $j_{AA} = 1$ eintrifft, gelangt das System durch Inanspruchnahme der Kapazität c_1 zum Zustand $[1\ \ 5\ \ 2]$. Außerdem ist der Systemwechsel zum Zustand $[1\ \ 6\ \ 2]$ durch $j_{IH} = 1$ möglich. Aufgrund der berechneten OK ist unter Beachtung der Parameter ein Systemwechsel durch die Instandhaltung optimal (Vgl. Tabelle 5). Abbildung 12 zeigt diesen und alle anderen optimalen Politiken für jeden Systemzustand. Daraus lässt dich die beste Pfad ermitteln: $[2\ 5\ 3] \rightarrow_{j_{IH}=1} [1\ 6\ 2] \rightarrow_{j_{IH}=1} [0\ 7\ 1] \rightarrow_{j_{LE}=2} [0\ 0\ 0]$.

Es ist damit gezeigt, dass die Kapazität c_1 der Ressource $h = 1$ durch den Ausführungsparameter a_1 des Produkts j verwendet wird, damit der Lagerbestand y_1^{res} jener Ressource $h = 1$ erhöht wird. Damit ist zu einem späteren Zeitpunkt t die Annahme der Anfrage nach Produkt $j = 2$ durch die Lagerentnahme (LE) des Lagerbestands y_1^{res} der Ressource $h = 1$ möglich. Damit ist ein Gesamtertrag von 5000 GE generiert.

5.2.4 Erneuerung von Ressourcen innerhalb des Buchungshorizonts

Wie die vergangenen Modellerweiterungen zeigen, erfolgt mit den bisherigen Modellerweiterung eine Umschichtung der Kapazitäten des Netzwerks hin zu den Lagerbestand $\mathbf{y}$ bzw. $\mathbf{y}^{res}$. Sofern es sich um ein Ressourcenlager $\mathbf{y}^{res}$ handelt, werden die notwendigen Kapazitäten c_h der Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ für ein Produkt j mit niedrigem Ertrag auf den Lagerbestandsparameter $\mathbf{y}^{res}$ umverteilt, damit die Akzeptanz eine nachfolgende Anfrage nach einem anderweitigen Produkt $j \in \mathcal{J}$ mit höherem Ertrag r_j über den Lagerparameter $\mathbf{y}^{res}$ erfolgen kann. Damit ist gezeigt, dass mithilfe der Modellerweiterung der *Bellman'schen Funktionsgleichung* für das Netzwerk RM die optimale Politik ist, Anfragen mit niedrigem Ertrag zugunsten zukünftiger Anfragen mit höherem Ertrag abzulehnen. Mit dieser Ablehnung geht die Kapazitätserhöhung des Lagerbestands $\mathbf{y}^{res}$ mit den dafür notwendigen Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ einher, die für die Produktanfrage j mit hohen Ertrag r_j notwendig sind.

Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt, müssen jedoch gewisse Rahmenbedingungen für eine Ablehnung von Produktanfragen $j \in \mathcal{J}$ mit niedrigem Ertrag gegeben sein. Die Kapazitäten $\mathbf{c}$ des Netzwerks müssen einerseits ausreichend groß sein, damit Anfragen nach dem Produkt j mit niedrigem Ertrag r_j abgelehnt und auf das Lager $\mathbf{y}^{res}$ umverteilt werden können, aber anderseits niedrigen als der notwendige Bedarf $\mathbf{a}_j$ für das Produkt j mit höherem Ertrag. Zusätzlich muss die Differenz zwischen den vorhanden Kapazitäten $\mathbf{c}$ und der notwendigen Kapazitäten $\mathbf{a}_j$ für die Produktanfrage j mit hohem Ertrag auf dem Lager $\mathbf{y}^{res}$ vorhanden sein. Wären ausreichend Kapazitäten $\mathbf{c}$ für beide Arten der Produktanfragen $j \in \mathcal{J}$ möglich, dann wäre eine Umverteilung auf das Lager aufgrund der Gleichung (12) unnötig. Die notwendigen Kapazitäten c_h der Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ würden direkt für die Anfrage nach dem Produkt j mit hohem Ertrag Verwendung finden und eingeplant. Die optimale Politik wäre das Produkt j mit hohem Ertrag r_j frühzeitig einzuplanen, sofern Anfragen für das Produkt unter Beachtung der Wahrscheinlichkeiten $p_j(t)$ zu den Zeitpunkten $t \in T$ eintreffen. Anders formuliert, die Option der Annahme einer Anfrage nach dem Produkt j mit hohem Ertrag wäre im Systemzustand mit ausreichendem Kapazitäten c_h zum Zeitpunkt t möglich und, sofern der Ertrag aufgrund der OK des Netzwerks nicht zu stark beeinflussen wird, optimal.

Die Aufhebung der vorhergehenden Restriktion erfolgt durch das Einführen von regenerativen Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ innerhalb des Buchungshorizonts T. Erst durch die Modellerweiterung der regenerativen Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ erhält die Modellformulierung unter Beachtung einer Lagerhaltung von Ressourcen $\mathbf{y}^{res}$ innhalb des Buchungshorizonts T eine Sinnhaftigkeit. Für die Modellerweiterung wird der Parameter $\tilde{t} \in \tilde{T}$ eingeführt, wobei $\tilde{T} \subset T$ gilt. Der Parameter $\tilde{t}$ zeigt den Zeitpunkt der Regeneration der Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ an. Durch die Regeneration erhöht sich der Wert des Kapazitätsparameters auf $\mathbf{c}^{max}$. Die *Bellman'schen Funktionsgleichung* für ein Netzwerk RM mit regenerativen Ressourcen innerhalb des Buchungshorizonts wird wie folgt definiert:

$$V^{reg}(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t) = \begin{cases} V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t), & \forall t \neq \tilde{t} \\ V(\mathbf{c}^{max}, \mathbf{y}^{res}, t), & \forall t = \tilde{t} \end{cases} . \tag{14}$$

Es gelten weiterhin Gleichungen (2), (3) und (12). Dabei erfolgt die Ermittlung der Erwartungswerte aus der Gleichung (14) abhängig des betrachteten Zeitpunkts t. Die Berechnung des Erwartungswerts $V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t)\ \forall t \neq \tilde{t}$ erfolgt wie in Gleichung (13) und die Berechnung des Erwartungswerts $V(\mathbf{c}^{max}, \mathbf{y}^{res}, t)\ \forall t = \tilde{t}$ wie nachfolgende Gleichung zeigt:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{c}^{max}, \mathbf{y}^{res}, t) = V(\mathbf{c}^{max}, \mathbf{y}^{res}, t-1) \\ + \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t)[\max[r_j - V(\mathbf{c}^{max}, \mathbf{y}^{res}, t-1) \\ + V(\mathbf{c}^{max} - \mathbf{a}_j, \mathbf{y}^{res}, t-1), 0] \\ + \max[r_j - V(\mathbf{c}^{max}, \mathbf{y}^{res}, t-1) + V(\mathbf{c}^{max}, \mathbf{y}^{res} - \mathbf{a}_j, t-1), 0] \\ + \max[V(\mathbf{c}^{max} - \mathbf{a}_j, \mathbf{y}^{res} + \mathbf{a}_j, t-1) - V(\mathbf{c}^{max}, \mathbf{y}^{res}, t-1), 0]] \end{aligned}$$

Die Funktionsweise des Modells soll an einem Beispiel verdeutlicht werden:

$$j = \{1, 2\},\ h = \{1\},\ r_1 = 100,\ r_2 = 5000,\ \text{Startperiode } t = 4,\ \tilde{t} = \{2\},$$

$$c_1 = 1,\ a_{11} = 1,\ a_{12} = 2,\ p_1(t) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix},\ p_2(t) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix},$$
$$y_1^{res} = 0,\ y_1^{max,res} = 2$$

Es existieren zwei Produkte $j \in \mathcal{J}$ und eine Ressource $h \in \mathcal{H}$. Sofern eine Anfrage nach dem Produkt $j = 1$ akzeptiert wird, generiert sich ein Ertrag in Höhe von $r_1 = 100$ GE. Bei Akzeptanz einer Produktanfrage $j = 2$ erzielt das Unternehmen einen Ertrag von $r_1 = 5000$ GE. Beide Produktanfragen benötigen die Ressource $h = 1$, wobei die Kapazität der Ressource bei $c_1 = 1$ liegt. Ein Anfrage nach Produkt $j = 1$ benötigt $a_{11} = 1$ Kapazitäten und eine Anfrage nach Produkt $j = 1$ benötigt $a_{12} = 2$. Der Buchungshorizont entspricht $T = 4$ Perioden und zum Zeitpunkt $\tilde{t} = 2$ erfolgt eine Regeneration der Ressourcen. Die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens einer Anfragen zum Zeitpunkt t entspricht $p_1(t) = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$ bzw. $p_2(t) = (0.1, 0.1, 0.1, 0.1)$. Die Lagerkapazität $y_1^{max,res}$ ist auf 2 Einheiten beschränkt und es existiert zur Starperiode $t = 4$ kein Anfangsbestand ($y_1^{res} = 0$). Abbildung 13 zeigt alle möglichen Systemzustände mit den einzelnen Übergängen für das

Beispiel.

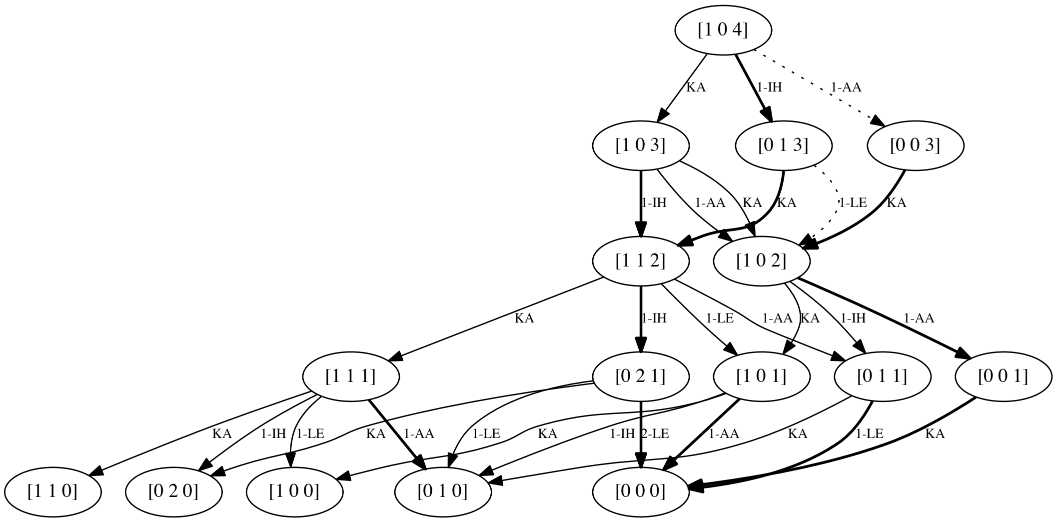

Abbildung 13 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit regenerativen Ressourcen

Legende: Die Zahlen stehen für den Produktauftrag j, AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung', KA='Kein Auftrag', $\cdots$='Anfrage ablehnen'

Ein Systemzustand im vorausgehenden Beispiel ist definiert als Zahlenfolge $[c_1\ y_1^{res}\ t]$. Zu beachten ist, dass in diesem Netzwerk zum Zeitpunkt $t = 2$ die Ressourcen erneuert sind und dementsprechend für die betreffenden Systemzustände die Zahlenfolge $[c_1^{max}\ y_1^{res}\ 2]$ gilt. Wird das Gesamtnetzwerks in Abbildung 13 betrachtet, dann ergibt sich der beste Pfad $[1\ 0\ 4] \rightarrow_{j_{IH}=1} [0\ 1\ 3] \rightarrow_{KA} [1\ 1\ 2] \rightarrow_{j_{IH}=1} [0\ 2\ 1] \rightarrow_{j_{LE}=2} [0\ 0\ 0]$ mit einem Gesamtertrag in Höhe von 5000 GE. Damit ist für das hier betrachtete Netzwerk die Instandhaltung (IH) der Ressource $h = 1$ optimal, damit eine Anfrage nach einem Produkt $j = 2$ akzeptiert werden kann. Des Weiteren ist unter diesen Bedingungen im Systemzustand $[1\ 0\ 4]$ die Ablehnung der Anfrage nach einem Produkt $j = 1$ die beste Politik, sofern nur diese Anfrage zum Zeitpunkt $t = 4$ eintrifft. Durch diese Entscheidung gelangt das Netzwerk zum Systemzustand $[1\ 0\ 3]$, bei dem in weiteren Verlauf das Erreichen des Systemzustands $[1\ 1\ 2]$ möglich ist, bei dem die Kapazitäten regeneriert sind und der Lagerbestand y_1^{res} eine Einheit der Ressource $h = 1$ beinhaltet. Von diesem Systemzustand ist ein weiterer Verlauf möglich, bei dem die Anfrage nach einem Produkt $j = 2$ möglich ist.

Wird im Gegensatz im Systemzustand $[1\ 0\ 4]$ die Anfrage nach dem Produkt $j = 1$ angenommen, dann gelangt das Netzwerk in den Systemzustand $[0\ 0\ 3]$ und erzielt einen Ertrag in Höhe von 100 GE. Vom Systemzustand $[0\ 0\ 3]$ ist keine Akzeptanz mehr möglich, da keine Kapazität und kein Lagerbestand vorhanden sind. Das

Tabelle 6 Optimale Politik für das beispielhafte Netzwerk RM mit regenerativen Ressourcen

ID	c^1	y^1	t	ExpValue	j^1_{AA}	j^2_{AA}	j^1_{LE}	j^2_{LE}	j^1_{IH}	j^2_{IH}
5	1	1	0	0.0	0	0	0	0	0	0
6	1	1	1	100.0	1	0	1	0	0	0
7	1	1	2	375.0	1	0	1	0	1	0
10	1	0	0	0.0	0	0	0	0	0	0
11	1	0	1	50.0	1	0	0	0	0	0
12	1	0	2	75.0	1	0	0	0	0	0
13	1	0	3	275.0	1	0	0	0	1	0
14	1	0	4	325.0	0	0	0	0	1	0
15	0	2	0	0.0	0	0	0	0	0	0
16	0	2	1	550.0	0	0	1	1	0	0
20	0	1	0	0.0	0	0	0	0	0	0
21	0	1	1	50.0	0	0	1	0	0	0
23	0	1	3	0.0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0.0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	1	0.0	0	0	0	0	0	0

Legende: AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung'

Netzwerk gelangt dann in den Systemzustand $[1\ 0\ 2]$ mit einem regenerierten Kapazitätsbestand $c_1 = 1$. Im weiteren Verlauf ist nur noch die Akzeptanz einer Anfrage nach Produkt $j = 1$ möglich. Damit ist ein Gesamtertrag in Höhe von 200 GE generiert. Damit verstößt die Annahme der Anfrage $j = 1$ im Systemzustand $[1\ 0\ 4]$ gegen die Bedingung (6). In dieser Rechnung ist zu erkennen, dass eine Annahme von Produktanfrage $j_{AA} = 1$ nicht der optimalen Politik entspricht.

Damit ist gezeigt, dass die Umverlagerung der Kapazitäten hin zu einem Lagerbestand das Ergebnis bzw. den Gesamtertrag verbessern kann. Die ermittelten Werte des Beispiels inkl. der optimalen Politik ist in der Tabelle 6 aufgeführt. Dabei beschreibt diese Tabelle, anders als die vorhergehenden Tabellen, nicht nur die beste Entscheidung des Unternehmens, sonder ob die Anfrage j zur Periode t unter Beachtung der Entscheidungsmöglichkeiten angenommen werden kann oder nicht. Sofern eine Anfrage angenommen werde kann, dann ist bei der jeweiligen Produktanfrage j eine 1 vermerkt.

Zu beachten ist jedoch, dass durch das Betrachtung der regenerierten Ressourcen als Gesamtkapazität des Netzwerks sich ein gleiches Ergebnis unter einer anderer Betrachtungsweise ergibt. Es gilt $\mathbf{c} = (1 + max(\tilde{T})) \cdot \mathbf{c}^{max}$, dann ergeben sich die optimalen Politiken aus Tabelle ... . Da jedoch von Anfang an genügen Kapazitäten zur Annahme alle Produktanfragen $j \in \mathcal{J}$ möglich sind, ist die Instandhaltung nicht optimale Politik sofern eine beliebige Anfrage eintrifft. Die Auftragsannahme (AA) dominiert die Instandhaltung (IH). Die Lagerentnahme wiederum kann dann optimale Politik werden, wenn keine Anfragen eintreffen und eine Umlagerung der Kapazitäten hin zum Lager erfolgen muss. Die Betrachtung von regenerativen Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ im Buchungshorizont T hat nur zur Vereinfachung des Netzwerks einen Nutzen.

5.2.5 Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines beliebigen Lagerbestands

Das Modell des Netzwerk RM wird jetzt um eine weitere Eigenschaft erweitert. Sofern angenommen wird, dass es sich bei den Ressourcen um flexible und regenerative Ressourcen handelt, dann ist eine beliebige Aufstockung des Lagerbestands möglich. Anders formuliert, eine Ressource $h \in \mathcal{H}$ für eine Produktanfrage $j \in \mathcal{J}$ mit dem notwendigen Verbrauch bzw. Ressourceneinsatz $\mathbf{a}_j$ wird verwendet um einen beliebigen Lagerbestand an Ressourcen $\mathbf{y}^{res}$ zu erhöhen. Zur Verdeutlichung wird ein einfaches Fallbeispiel gebildet. Sei die Ressource $h = 1$ eine Arbeitsstunde eines Werksarbeiter, der in dieser Stunde für die Fertigung eines bestimmten Produkts $j = 1$ zuständig ist. Das Produkt $j = 1$ kann z. B. ein Taschenrechner sein. Die Produktion eines Taschenrechners bedarf einer Stunde der Ressource $h = 1$. Jetzt trifft im Zeitverlauf des betrachteten Buchungshorizonts auch eine Anfrage nach einem Produkt $j = 2$ ein. Bei dem Produkt handelt es sich um einen hochwertigen Computer, der einen höheren Ertrag r_2 erzielt. Für das Beispiel wird angenommen, dass der Werksarbeiter die Fertigkeiten besitzt diesen Computer zu fertigen, obwohl dieses bei der Ressourcenplanung des Unternehmens nicht vorgesehen ist. Zur Annahme der Anfrage werden dafür zwei Komponenten der Ressource $h = 2$ benötigt. Damit gilt ein Ressourcenverbauch von $a_1 2 = 2$ zur Annahme der Anfrage nach Produkt $j = 2$. In diesem einfachen Beispiel gehen wird davon aus, dass die Arbeitsstunden der Ressource $h = 1$ aufgewendet werden, damit die erforderlichen Komponenten hergestellt und auf Lager gelegt werden. Diese Transformation erfolgt im Ausmaß des Ressourcenverbrauchs a_j. D. h. es kann nur so viel auf das Lager transferiert werden, wie der Ressourcenverbrauch a_j ermöglicht. Die unterschiedlichen Ressourcen sind damit substituierbar.

Sofern angenommen wird, dass der Buchungshorizont T und die Kapazität c_1 ausreichend groß sind, sowie kein Lagerbestand y_1^{res} für die Ressource $h = 1$ vorhanden ist, dann ist die optimale Politik des Beispiels den Anfragen nach dem Taschenrechner nicht nachzugehen und die Anfrage nach dem Computer zu befriedigen. Dies erfolg durch aufwenden der Ressource $h = 2$ zur Erhöhung des Lagerbestands y_2^{res} der Ressource $h = 2$.

Für die Formulierung dieses Modellerweiterung wird der Vektor $\mathbf{m}$ eingeführt. Bei dem Vektor handelt es sich um die Lagerbestandserhöhung in Abhängigkeit des Ressourceneinsatzes $\mathbf{a}_j$ der Produktanfrage $j \in \mathcal{J}$. Für jedes Produkt $j \in \mathcal{J}$ existiert eine Menge $\mathcal{M}_j$ an möglichen Modi $\mathbf{m}$, die den Lagerbestand y_h^{res} in Höhe des Ressourcenverbrauchs a_j erhöhen können. Die Menge $\mathcal{M}_j$ beinhaltet damit alle möglichen Transformationen des Ressourceneinsatzes a_j eines Produkts $j \in \mathcal{J}$. Sei $\hat{j}$ eine Produktanfrage mit dem Ressourcenverbrauch $a_{\hat{j}} = (2, 0, 0, 0)$, dann existiert eine Menge $\mathcal{M}_{\hat{j}}$ mit allen möglichen Ausführungsmodi $\mathbf{m}$ der Transformation des Ressourcenverbauchs. Für $a_{\hat{j}} = (2, 0, 0, 0)$ beinhaltet die Menge $\mathcal{M}_{\hat{j}}$ die Ausführungsmodi $\mathbf{m}$: $\{(2, 0, 0, 0), (1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 1), (0, 2, 0, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 1, 0, 1), (0, 0, 2, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 0, 2)\}$.

Damit lässt sich die *Bellman'schen Funktionsgleichung* für das Netwerk RM mit der Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines beliebigen Lagerbestands formulieren:

$$V^{dif}(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t) = \begin{cases} V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t), & \forall t \neq \tilde{t} \\ V(\mathbf{c}^{max}, \mathbf{y}^{res}, t), & \forall t = \tilde{t} \end{cases} . \tag{15}$$

$$\begin{aligned} V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t) = V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t-1) + \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t)[&\max[r_j - V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t-1) \\ &+ V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, \mathbf{y}^{res}, t-1), 0] \\ &+ \max[r_j - V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t-1) + V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res} - \mathbf{a}_j, t-1), 0] \\ &+ \max_{\mathbf{m} \in \mathcal{M}_j} [V(\mathbf{c} - \mathbf{a}_j, \mathbf{y}^{res} + \mathbf{m}, t-1) - V(\mathbf{c}, \mathbf{y}^{res}, t-1), 0]] \end{aligned}$$

Für den Erwartungswert $V(\mathbf{c}^{max}, \mathbf{y}^{res}, t)$ gilt analog die vorhergehende Gleichung mit $\mathbf{c} = \mathbf{c}^{max}$. Die Modellformulierung des Auftragsannahmeproblems hat damit die Optionen der Ablehnung des Auftrags (KA), der Annahme des Auftrags, entweder durch Kapazitäts- oder Lagerreduktion (AA bzw. LE), sowie die Option der Transformation der Ressourcen bzw. der Produktion von Ressourcen durch Aufwendung der notwendigen Ressourcen einer Produktanfrage (IH). Zur Verdeutlichung des Modells wird ebenfalls ein Beispiel eingeführt und berechnet:

$$j = \{1, 2, 3\},\ h = \{1, 2, 3\},\ r_1 = 100,\ r_2 = 200,\ r_3 = 5000,$$
$$\text{Startperiode } t = 3,\ \tilde{t} = \{\},$$

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix},\ p_j(t) = \begin{pmatrix} 0.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{y}^{res} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{y}^{max,res} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Bei dem vorausgehenden Beispiel werden drei Produkte $j \in \mathcal{J}$ mit drei unterschiedlichen Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ betrachtet. Die Produkte generieren einen Ertrag in Höhe von $r_1 = 100, r_2 = 200undr_3 = 5000$. Die Kapazitäten für die Ressourcen betragen $\mathbf{c} = (1, 1, 0)$ und die Ressourcenverbräuche für die Produktanfragen betragen $\mathbf{a}_1 = (1, 0, 0),\ \mathbf{a}_2 = (0, 1, 0)$ sowie $\mathbf{a}_3 = (0, 0, 2)$. Der Buchungshorizont beträgt $T = 3$ und die Ressourcen werden darin nicht regeneriert ($\tilde{t} = \{\}$). Es existiert kein Lagerbestand $\mathbf{y}^{res}$ und es kann nur ein maximaler Lagerbestand $\mathbf{y}^{max,res} = (0, 0, 2)$ aufgebaut werden. In diesem Beispiel sind nicht alle Produktanfragen $j \in \mathcal{J}$ zu jedem Zeitpunkt $t \in T$ möglich. Dies zeigt die Matrix $p_j(t)$ mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten für jedes Produkt j zum jeweiligen Zeitpunkt t. Für das Produkt $j = 1$ treffen Anfragen zu den Zeitpunkten $t \in T$ mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1(t) = (0.9, 0, 0)$ ein. Für die Produkte $j = 2$ und $j = 3$ betragen die Wahrscheinlichkeiten $p_2(t) = (0, 0.9, 0)$ bzw. $p_3(t) = (0, 0, 0.9)$. Bei den Wahrscheinlichkeiten $p_j(t)$ der Produktanfrage j zum Zeitpunkt t muss beachtet werden, dass der Buchungshorizont rückwärts verläuft. Damit gilt $p_j(t) = (p_j(3), p_j(2), p_j(1))$. Abbildung 14 zeigt für das Beispiel die möglichen Systemzustände mit allen Übergängen. Dabei wird ein Systemzustand im Netzwerk als Zahlenfolge $[c_1, c_2, c_3, y_1, y_2, y_3, t]$ beschrieben.

Wie in der Abbildung 14 zu erkennen ist, wäre die optimale Politik im Systemzustand $[1, 1, 0, 0, 0, 0, 3]$ die Instandhaltung im Ausführungsmodus $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$ durchzuführen. Dadurch transformiert sich die Ressource $h = 1$ durch $\mathbf{a}_1$ hin zu einer Ressource $h = 3$. Damit ist im nächsten Systemzustand ein Lagerbestand $\mathbf{y}^{res} = (0, 0, 1)$ generiert. Eine andere Transformation ist aufgrund der Eintrittswahrscheinlichkeiten $p_j(t)$ zum Zeitpunkt $t = 3$ nicht möglich. Bei dem nächsten Systemzustand handelt es sich um die Zahlenfolge $[0, 1, 0, 0, 0, 1, 2]$. In diesem Systemzustand ist die Transformation bzw. Instandhaltung von $h = 2$ mit dem

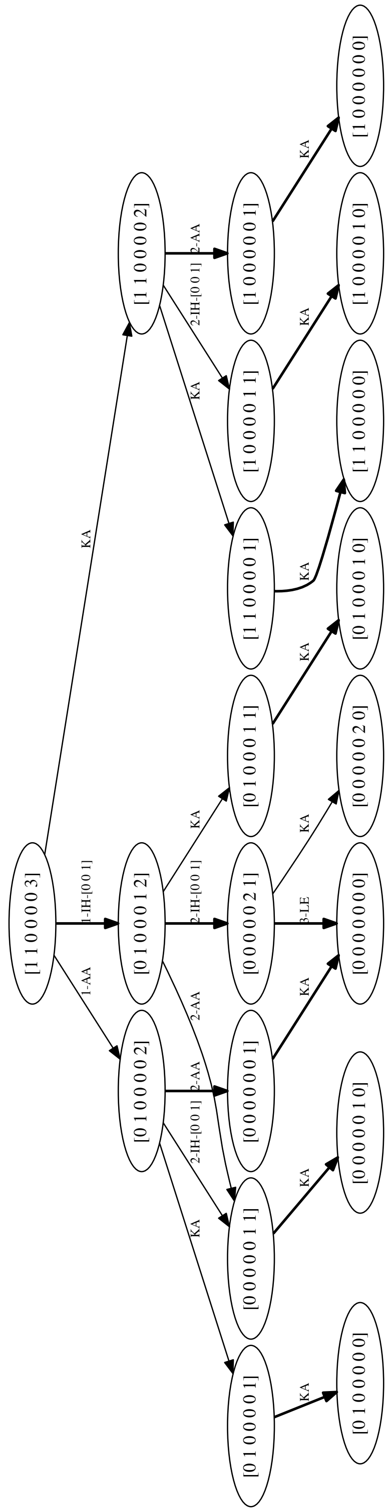

Abbildung 14 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines beliebigen Lagerbestands

Legende: Die Zahlen stehen für den Produktauftrag j, AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung', KA='Kein Auftrag', $\cdots$='Anfrage ablehnen'

Tabelle 7 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit der Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines beliebigen Lagerbestands

ID	c_1	c_2	c_3	y_1	y_2	y_3	t	ExpValue	Successor	j^*	m	$r_j - OC_j$
11	1	1	0	0	0	0	3	3914.0	[10 34 30]	1	IH[0 0 1]	4150.0
30	0	1	0	0	0	1	2	4230.0	[41 29 37]	2	IH[0 0 1]	4700.0
29	0	1	0	0	0	1	1	0.0	[28]	0	KA	0.0
28	0	1	0	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0
10	1	1	0	0	0	0	2	180.0	[9 21 17]	2	AA	200.0
21	1	0	0	0	0	0	1	0.0	[20]	0	KA	0.0
20	1	0	0	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
17	1	0	0	0	0	1	1	0.0	[16]	0	KA	0.0
16	1	0	0	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0
9	1	1	0	0	0	0	1	0.0	[8]	0	KA	0.0
8	1	1	0	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
37	0	0	0	0	0	2	1	4500.0	[44 36]	3	LE	5000.0
36	0	0	0	0	0	2	0	0.0	['end']	0	-	0.0
34	0	1	0	0	0	0	2	180.0	[33 45 41]	2	AA	200.0
45	0	0	0	0	0	0	1	0.0	[44]	0	KA	0.0
44	0	0	0	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
41	0	0	0	0	0	1	1	0.0	[40]	0	KA	0.0
40	0	0	0	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0
33	0	1	0	0	0	0	1	0.0	[32]	0	KA	0.0
32	0	1	0	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0

Legende: AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung', KA='Kein Auftrag'

Ressourcenverbauch a_2 hin zu der Ressource $h = 3$ möglich. Hierfür wird der Ausführungsmodus $\mathbf{m} = (0, 0, 1) \in \mathcal{M}_2$ verwendet. Damit wird der Systemzustand $[0, 0, 0, 0, 0, 2, 1]$ mit einem Lagerbestand $\mathbf{y}^{res} = (0, 0, 2)$ erreicht. In diesem Systemzustand ist aufgrund der Eintrittswahrscheinlichkeiten $p_2(t)$ und des vorhanden Lagerbestand $\mathbf{y}^{res} = (0, 0, 2)$ eine Lagerentnahme der Ressource $h = 3$ möglich. Dies erfolgt aufgrund der möglichen Annahme einer Anfrage nach Produkt $j = 3$ mit einem Ressourcenverzehr von $a_3 = (0, 0, 2)$. Unter Einhaltung dieser optimalen Politik wird in dem Netzwerk ein Ertrag in Höhe von 5000 GE erzielt. Tabelle 7 zeigt die berechneten Erwartungswerte für alle Systemzustände des Beispiels.

Diese Modellformulierung zeigt, dass eine Transformation der Ressourcen sinnvoll ist, damit Produktanfragen mit höherem Ertrag akzeptiert werden. Abschließend muss bei der Modellformulierung kritisiert werden, dass es sich um eine andere Darstellung des Netzwerk RM mit opaken Produkten handelt. Eine Transformation von Ressourcen kann auch durch unterschiedliche Ausführungsmodi der Produktanfragen formuliert werden und eine Akzeptanz der Produktanfragen kann folglich direkt über die Kapazität geschehen. Das hier vorgestellte Modell ermöglich jedoch eine flexible Bestimmung aller möglichen Ausführungsmodi, da nicht nur vordefinierte Ausführungsmodi untersucht werden.

5.2.6 Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen

Bei der Modellerweiterung der Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen wird die *Bellman'schen Funktionsgleichung* 15 mit der Eigenschaft erweitert, dass die Ressourcen $h \in \mathcal{H}$ und die zugehörigen Kapazitäten c_h für bestimmte Buchungsabschnitte $\hat{t} \in \hat{T}$ vorgesehen sind. Ein Buchungsabschnitt $\hat{t}$ beschreibt eine bestimmte Anzahl von Buchungsperioden $t \in T$ und damit ist $\hat{T} \subseteq T$. Der Parameter h wird mit dem hochgestellte Index zum zugehörigen Buchungsabschnitt $\hat{t}$ ergänzt ($\exists! \hat{t} \in \hat{T} \; \forall \; h^{\hat{t}} \in \mathcal{H}$). In dieser Arbeit wird im Folgenden nur von einer einzelnen Ressource $h^{\hat{t}}$ ausgegangen. Ein Eintrag im Vektor $\mathbf{c}^{\hat{t}}$ beschreibt damit die Kapazitätseinheiten der Ressource $h^{\hat{t}}$ für den Buchungsabschnitt $\hat{t} \in \hat{T}$. Mit Abschluss des Buchungsabschnitts $\hat{t}$ wird die Kapazität $c^{\hat{t}}_{h^{\hat{t}}}$ für eine Leistungserstellung verwendet und die verbleibenden Kapazitätseinheiten aus $c^{\hat{t}}_{h^{\hat{t}}}$ sind für die nachfolgenden Buchungsabschnitte nicht mehr verwendbar. Durch diese Eigenschaft können Anfragen betrachtet werden, die speziell für bestimmte Zeitpunkte der Leistungserstellung eintreffen sollen.

Die Buchungsabschnitte $\hat{t} \in \hat{T}$ lassen sich somit als zusammenhängenden Buchungsperioden $t \in T$ mit einer vorhandenen Ressourcenkapazität $c^{\hat{t}}_{h^{\hat{t}}}$ der Ressource $\hat{t}$ definieren, wie Abbildung 15 anhand eines Beispiels aufzeigt. In dem Beispiel wird ein Netzwerk mit einer Ressource $h^{\hat{t}} \in \mathcal{H}$ betrachtet, die auf drei Buchungsabschnitten $\hat{t} \in \hat{T}$ aufgeteilt wird. Der Buchungshorizont T entspricht 15 Perioden, die sich auf die Buchungsabschnitte gleichmäßig verteilen. Zusätzlich zeigt die Abbildung die Verteilung der möglichen Auftragseingänge der drei Produktanfragen $j \in \mathcal{J}$. Sie entspricht der Wahrscheinlichkeitsverteilung $p_j(t) \; \forall \; j \in \mathcal{J}$. Sofern eine Produktanfrage j nicht zur Buchungsperiode t möglich ist, nimmt der Parameter $p_j(t)$ den Wert 0 an und die Anfrage ist in der Buchungsperiode t nicht möglich.

Weiter gibt es die Möglichkeit der Transformation der Ressourcenkapazität hin zu

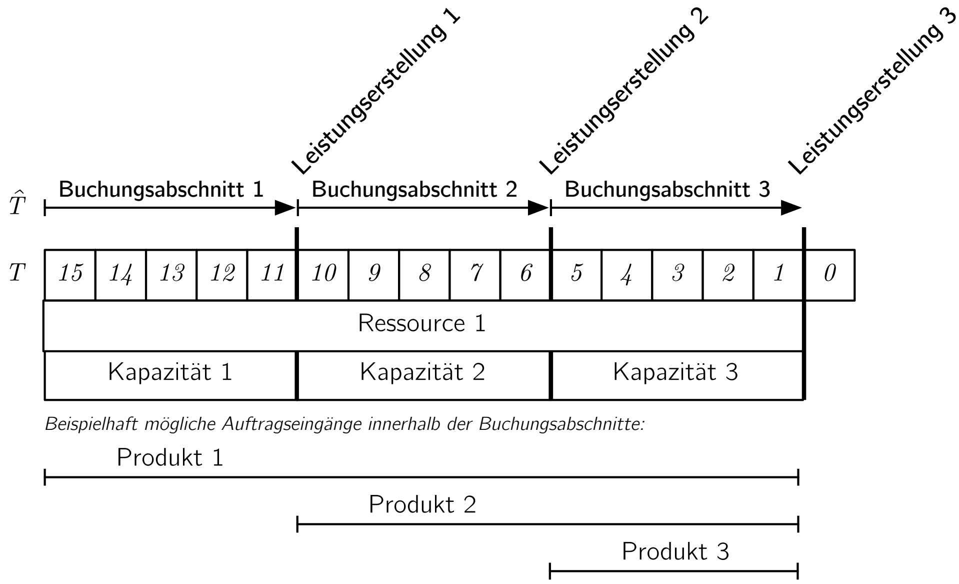

Abbildung 15 Zusammenhand von Buchungsperioden und den Buchungsabschnitten

In Anlehnung an: ????

einem Lagerbestand. Der Parameter $y^{\hat{t}}$ dient hier als Lagerbestand für die unterschiedlichen Buchungsabschnitte $\hat{t} \in \hat{T}$. Die Transformation bzw. Instandhaltung erfolgt weiterhin aufgrund des Parameters a_j. Es wird damit unterstellt, dass anstelle der Auftragsannahme eines Produkts j die Kapazität der Ressource Verwendung finden den Lagerbestand mit den zukünftig geforderten Produkten zu befühlen. Da in dieser Modellformulierung nur von einer Ressource $h^{\hat{t}}$ ausgegangen wird, erfolgt die Bereinigung des Parameters a_j um den Index für die Ressource. Für die Modellerweiterung werden jedoch abhängig des aktuell betrachteten Buchungsabschnitts $\hat{t} \in \hat{T}$ unterschiedliche Varianten des Vektors $\mathbf{a}_j^{\hat{t}}$ für die Produktanfragen $j \in \mathcal{J}$ benötigt. Dies resultiert aus dem Sachverhalt, dass der Vektor $\mathbf{a}_j^{\hat{t}}$ nur einen Eintrag für den benötigen Ressourcenverbrauch der Produktanfrage $j \in \mathcal{J}$ besitzt und dieser abhängig des Buchungsabschnitts $\hat{t} \in \hat{T}$ wechselt. Existieren zum Beispiel zwei Buchungsabschnitte $\hat{t}$ und beläuft sich der Ressourcenverbauch a_j einer Produktanfrage j auf 2 Einheiten, dann kann die Reduktion der Kapazitäten $c_{h^{\hat{t}}}^{\hat{t}}$ zu den jeweiligen Buchungsabschnitten $\hat{t} \in \hat{T}$ erfolgen. Es existieren damit zwei Vektoren für den Ressourcenverbrauch für die Produktanfrage: $\mathbf{a}_j^{\hat{t}\,\mathbf{T}} = \{(2,0),(0,2)\}$.

Aufgrund der bisherigen Modellformulierung wird die Modifizierung der Menge an möglichen Ausführungsmodi $\mathbf{m} \in \mathcal{M}_j$ benötigt. Die Ressource $h^{\hat{t}}$ ist speziell für die jeweilige Leistungsperiode $\hat{t} \in \hat{T}$ vorgesehen und daher kann eine Transformation der Ressource $h^{\hat{t}}$ aus der aktuellen Leistungsperiode $\hat{t}$ nur zu der aktuellen und zu den nächstfolgenden Leistungsperioden $\hat{t} \in \hat{T}$ erfolgen. Sei der Parameter $\tilde{t}$ alle möglichen nachfolgenden Buchungsabschnitte des Buchungsabschnitts $\hat{t}$, dann ist die Menge aller möglichen Ausführungsmodi $\mathcal{M}_j^{\tilde{t} \geq \hat{t}} \subseteq \mathcal{M}_j$. Die Menge wird im nachfolgenden als $\mathcal{M}_j^+$ bezeichnet. Damit existieren zum Beispiel für die Anfrage nach j aufgrund des Ressourcenverbrauchs $\mathbf{a}_j^{\hat{t}} = (0,2,0,0)$ die Ausführungsmodi $\mathcal{M}_j^+$: $\{(0,2,0,0),(0,1,1,0),(0,1,0,1),\ (0,0,2,0),\ (0,0,1,1),(0,0,0,2)\}$.

Die *Bellman'schen Funktionsgleichung* für die Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen definiert sich damit wie folgt:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t) = V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t-1) + \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t) [\max[r_j - V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t-1) \\ + V(\mathbf{c}^{\hat{t}} - \mathbf{a}_j^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t-1), 0] \\ + \max[r_j - V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t-1) + V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}} - \mathbf{a}_j^{\hat{t}}, t-1), 0] \\ + \max_{\mathbf{m} \in \mathcal{M}_j^+} [V(\mathbf{c}^{\hat{t}} - \mathbf{a}_j^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}} + \mathbf{m}, t-1) - V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t-1), 0]] \end{aligned} \tag{16}$$

Zur Veranschaulichung der Modellerweiterung wird ein Beispiel eingeführt:

$$j = \{1,2,3\},\ h^{\hat{t}} = \{1\},\ r_1 = 100,\ r_2 = 200,\ r_3 = 5000,$$
$$\text{Startperiode } t = 3,\ \hat{T} = \{1:\{3\},\ 2:\{2\},\ 3:\{1\}\},$$

$$\mathbf{c}^{\hat{t}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ a_1 = 1,\ a_2 = 1,\ a_3 = 2,\ p_j(t) = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0 & 0.3 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{y}^{\hat{t}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{y}^{\hat{t},max} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Bei dem Beispiel handelt es sich um ein RM Netzwerk mit den vorausgegangen Modellannahmen. Eine Ressource $h^{\hat{t}}$ über alle Perioden T. Dabei nimmt die Ressource $h^{\hat{t}}$ zu jedem Buchungsabschnitt $\hat{t}$ den vordefinierten Kapazitätswert $c_{h^{\hat{t}}}^{\hat{t}}$ an. Zur Vereinfachung des Beispiels kann eine Instandhaltung nur zum letzten Buchungsabschnitt erfolgen. Dieses wird gesteuert durch den Parameter $\mathbf{y}^{\hat{t},max}$. Aufgrund der Werte der Parameter ergeben sich der in Abbildung 16 gezeigten Systemzustände und die Erwartungswerte aus der Tabelle 8.

Tabelle 8 Ergebnistabelle für das beispielhafte Netzwerk RM mit der Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen

ID	c^1	c^2	c^3	y^1	y^2	y^3	t	ExpValue	Successor	j^*	m	$r_j - OC_j$
11	1	1	1	0	0	0	3	544.75	[10 58 54]	1	IH[0 0 1]	1036.0
58	0	1	1	0	0	0	2	234.0	[57 77 81]	2	AA	200.0
57	0	1	1	0	0	0	1	90.0	[56 64 68]	2	AA	200.0
68	0	1	0	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
81	0	0	1	0	0	0	1	90.0	[80 88 92]	2	AA	200.0
92	0	0	0	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
54	0	1	1	0	0	1	2	1170.0	[73 53 77]	1	IH[0 0 1]	1600.0
72	0	0	1	0	0	2	0	0.0	['end']	0	-	0.0
53	0	1	1	0	0	1	1	180.0	[64 56 52 60]	2	AA	200.0
64	0	1	0	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0
56	0	1	1	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
52	0	1	1	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0
60	0	1	0	0	0	2	0	0.0	['end']	0	-	0.0
77	0	0	1	0	0	1	1	180.0	[88 80 76 84]	2	AA	200.0
88	0	0	0	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0
80	0	0	1	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
76	0	0	1	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0
84	0	0	0	0	0	2	0	0.0	['end']	0	-	0.0
10	1	1	1	0	0	0	2	234.0	[9 29 33]	2	AA	200.0
29	1	0	1	0	0	1	1	180.0	[40 32 28 36]	2	AA	200.0
28	1	0	1	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0
36	1	0	0	0	0	2	0	0.0	['end']	0	-	0.0
33	1	0	1	0	0	0	1	90.0	[32 40 44]	2	AA	200.0
32	1	0	1	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
40	1	0	0	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0
44	1	0	0	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
9	1	1	1	0	0	0	1	90.0	[8 16 20]	2	AA	200.0
16	1	1	0	0	0	1	0	0.0	['end']	0	-	0.0
20	1	1	0	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0
8	1	1	1	0	0	0	0	0.0	['end']	0	-	0.0

Legende: AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung', KA='Kein Auftrag'

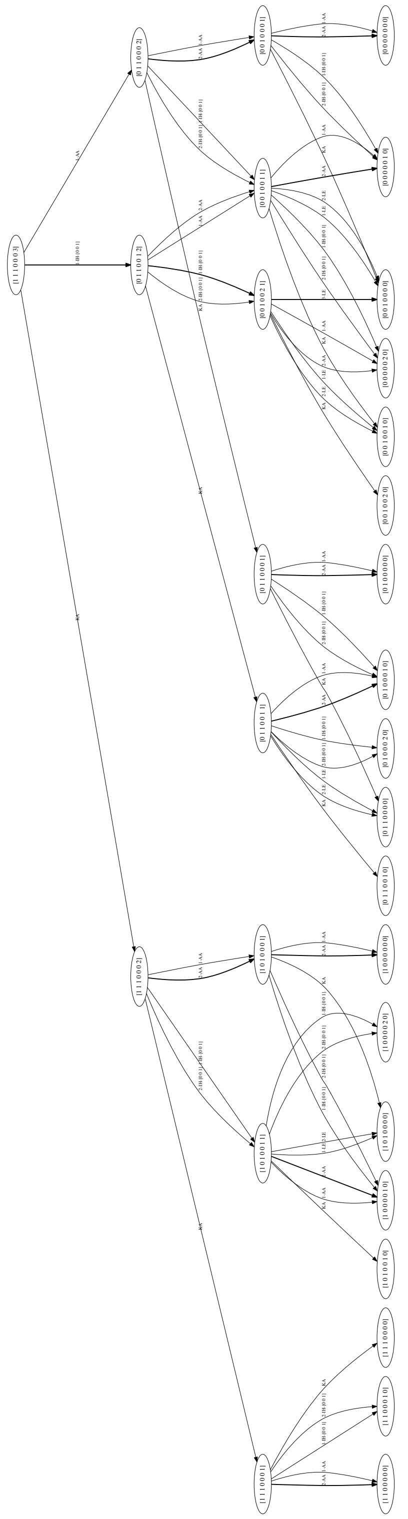

Abbildung 16 Darstellung der Systemzustände des Netzwerk RM mit Inanspruchnahme von Kapazität zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen

Legende: Die Zahlen stehen für den Produktauftrag j, AA='Auftragsannahme', LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung', KA='Kein Auftrag', $\cdots$='Anfrage ablehnen'

Da es sich hier um Parameter handelt, die in Abhängigkeit des Buchungsabschnitts $\hat{t}$ stehen, wird ein Systemzustand im Netzwerk als Zahlenfolge $[c^1, c^2, c^3, y^1, y^2, y^3, t]$ definiert. Dabei beschreibt der hochgestellt Index den Buchungsabschnitt $\hat{t} \in \hat{T}$. Der optimale Pfad für dieses Netzwerk lautet $[1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 3] \rightarrow_{j_{IH}=1[0\ 0\ 1]}$ $[0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 2] \rightarrow_{j_{IH}=1[0\ 0\ 1]}$ $[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 2\ 1] \rightarrow_{j_{LE}=3}$ $[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0]$. Innerhalb der ersten zwei Buchungsabschnitte ist die optimale Politik eine Instandhaltung (IH) im einzig möglichen Moduls $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$. Dadurch entsteht ein Lagerbestand, der zur Annahme einer Produktanfrage $j = 3$ im Buchungsabschnitt $\hat{t} = 3$ Verwendung findet. Dieses Beispiel soll in Abbildung 16 hauptsächlich die möglichen Optionen bzw. Entscheidungsalternativen für die möglichen Systemzuständen verdeutlichen. Die eigentliche Funktionsweise der Modellerweiterung geht verloren, da die Anzahl an Buchungsperioden $t \in T$ der Anzahl der möglichen Buchungsabschnitte $\hat{t} \in \hat{T}$ entspricht. Zur besseren Veranschaulichung wird ein umfangreicheres Beispiel berechnet.

$$j = \{1, 2\},\ h^{\hat{t}} = \{1\},\ r_1 = 100,\ r_2 = 5000,$$
$$\text{Startperiode } t = 10,\ \hat{T} = \{1 : \{10, 9, 8, 7, 6\},\ 2 : \{5, 4, 3, 2, 1\}\},$$
$$\mathbf{c}^{\hat{t}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ a_1 = 1,\ a_2 = 2,$$
$$p_j(t) = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix},$$
$$\mathbf{y}^{\hat{t}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{y}^{\hat{t},max} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Tabelle 9 zeigt die ermittelten Erwartungswerte des vorher eingeführten Beispiels. Aufgrund des Umfangs des Buchungshorizonts ist die grafische Darstellung der Systemzustände für dieses Beispiel nicht mehr zielführend, daher wird darauf verzichtet und der optimale Pfad in Tabelle 10 dargestellt.

Aufgrund des umfangreichen Buchungshorizonts ist die optimale Politik des Beispiels anfangs keine Anfragen anzunehmen. Erst zur Periode $t = 7$ verändern sich die OK insofern, dass der potentielle Ertrag eine Annahme einer Produktanfrage $j \in \mathcal{J}$ rechtfertigt. Jedoch ist zum Zeitpunkt $t = 7$ die Instandhaltung (IH) die optimale Politik. Zum nächsten Zeitpunkt $t = 6$ kann keine Anfrage angenommen werden, da keine Kapazitäten $c^{\hat{t}}_{h^{\hat{t}}}$ für den aktuellen Buchungsabschnitt $\hat{t} = 1$ verfügbar sind. Erst mit Übergang vom Zeitpunkt $t = 5$ zu $t = 6$ erfolgt der

Tabelle 9 Optimale Politik für das zweite beispielhafte Netzwerk RM mit der Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen

	c^1	c^2	y^1	y^2	t	ExpValue	j^1_{AA}	j^2_{AA}	j^1_{LE}	j^2_{LE}	j^1_{IH}	j^2_{IH}
256	0	0	0	0	3	0.0	0	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
257	0	0	0	0	4	0.0	0	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
179	0	1	0	1	3	1151.5	0	0	0	0	[0 1]	[0 0 0]
65	1	1	0	0	10	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
184	0	1	0	1	8	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
63	1	1	0	0	8	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
154	0	1	1	0	0	0.0	0	0	0	0	0	0
155	0	1	1	0	1	30.0	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
156	0	1	1	0	2	51.0	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
157	0	1	1	0	3	65.703125	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
158	0	1	1	0	4	76.0	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
159	0	1	1	0	5	83.19921875	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
160	0	1	1	0	6	113.19921875	0	0	1	0	[0 0]	0
161	0	1	1	0	7	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
162	0	1	1	0	8	30.0	0	0	1	0	[0 0]	0
163	0	1	1	0	9	51.0	0	0	1	0	[0 0]	0
183	0	1	0	1	7	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
64	1	1	0	0	9	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
114	1	0	0	1	4	76.0	0	0	1	0	[0 0]	[0 0 0]
176	0	1	0	1	0	0.0	0	0	0	0	0	0
177	0	1	0	1	1	60.0	1	0	1	0	[0 0]	[0 0 0]
178	0	1	0	1	2	543.0	1	0	1	0	[0 1]	[0 0 0]
253	0	0	0	0	0	0.0	0	0	0	0	0	0
180	0	1	0	1	4	1796.0	0	0	0	0	[0 1]	[0 0 0]
181	0	1	0	1	5	2400.0	0	0	0	0	[0 1]	[0 0 0]
182	0	1	0	1	6	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
55	1	1	0	0	0	0.0	0	0	0	0	0	0
56	1	1	0	0	1	30.0	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
57	1	1	0	0	2	51.0	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
58	1	1	0	0	3	65.703125	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
59	1	1	0	0	4	76.0	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
188	0	1	0	0	1	30.0	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
189	0	1	0	0	2	51.0	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
190	0	1	0	0	3	65.703125	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
191	0	1	0	0	4	76.0	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
192	0	1	0	0	5	83.19921875	1	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
193	0	1	0	0	6	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
194	0	1	0	0	7	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
195	0	1	0	0	8	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
196	0	1	0	0	9	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
62	1	1	0	0	7	1285.69921875	0	0	0	0	[0 1]	0
209	0	0	1	1	0	0.0	0	0	0	0	0	0
210	0	0	1	1	1	30.0	0	0	1	0	[0 0]	[0 0 0]
211	0	0	1	1	2	51.0	0	0	1	0	[0 0]	[0 0 0]
212	0	0	1	1	3	65.703125	0	0	1	0	[0 0]	[0 0 0]
213	0	0	1	1	4	76.0	0	0	1	0	[0 0]	[0 0 0]
185	0	1	0	1	9	0.0	0	0	0	0	[0 0]	0
220	0	0	1	0	0	0.0	0	0	0	0	0	0
221	0	0	1	0	1	0.0	0	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
222	0	0	1	0	2	0.0	0	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
223	0	0	1	0	3	0.0	0	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
224	0	0	1	0	4	0.0	0	0	0	0	[0 0]	[0 0 0]
61	1	1	0	0	6	808.19921875	1	0	0	0	[0 1]	0
187	0	1	0	0	0	0.0	0	0	0	0	0	0
231	0	0	0	2	0	0.0	0	0	0	0	0	0

Tabelle 10 Bester Pfad für das zweite beispielhafte Netzwerk RM mit der Inanspruchnahme der Kapazitäten zur Aufstockung eines Lagerbestands für nachfolgende Produktanfragen

t	j^*	Modus	from	to	Revenue	Cum. Rev.
10	0	KA	65	64	0	0
9	0	KA	64	63	0	0
8	0	KA	63	62	0	0
7	1	IH[0 1]	62	182	0	0
6	0	KA	182	181	0	0
5	1	IH[0 1]	181	235	0	0
4	2	LE	235	256	5000	5000
3	0	KA	256	255	0	5000
2	0	KA	255	254	0	5000
1	0	KA	254	253	0	5000

Legende: LE='Lagerentnahme', IH='Instandhaltung', KA='Kein Auftrag'

Wechsel in den nächsten Buchungsabschnitt $\hat{t} = 2$. Damit ist wieder eine Einheit der Ressourcenkapazität $c^{\hat{t}}_{h^{\hat{t}}}$ vorhanden. Die optimale Politik für das Unternehmen zum Zeitpunkt $t = 5$ ist demnach die weitere Instandhaltung der Ressource $h^{\hat{t}}$ hin zum Lagerbestand $y^{\hat{t}}$ zum Buchungsabschnitt $\hat{t} = 2$. Durch diese Politik ist zum Zeitpunkt $t = 4$ eine Lagerentnahme (LE) des Produkts $j = 2$ möglich, was die Annahme dieser Produktanfrage entspricht. Dadurch wird ein Ertrag in Höhe von 5000 GE generiert.

5.2.7 Beachtung von Produktanfragen für nachfolgende Buchungsabschnitte

Aufbauen auf den vorhergehenden Erweiterung erfolgt die Betrachtung des Modells um eine andere Möglichkeit der Lagerhaltungsentscheidung. Bei dem in diesem Abschnitt beschriebenen Modell wird die Einschränkung bzgl. der Kapazitätsinanspruchnahme für den jeweiligen Buchungsabschnitt wieder aufgehoben. Damit wird unterstellt, dass Anfragen auch für nachfolgende Buchungsabschnitte $\hat{t}$ akzeptiert werden können, was die Annahme der Instandhaltungsauftrags oder das Instandsetzen von Ressourcen entspricht. Es wird weiterhin nur eine Ressource $h^{\hat{t}}$ betrachtet, die jeweils eine bestimmte Kapazität $c^{\hat{t}}_{h^{\hat{t}}}$ für den jeweiligen Buchungsabschnitt $\hat{t}$ aufweist. Es gibt damit weiter nur Anfragen nach einem Produkt mit unterschiedlichen Wertigkeiten. Der Kapazitätsverbrauch $a^{\hat{t}}_{t}$ einer Produktanfrage j beschreibt mit dem jeweiligen Eintrag für die Ressource $h^{\hat{t}}$ dabei den Zeitpunkt der Erfüllung der Anfrage. Sei $\tilde{j}$ eine Anfrage nach einem Produkt für diese Modellerweiterung, dann beschreibt der Parameter $\mathbf{a}_{\tilde{j}} = (0, 1, 0)$, dass die Erfüllung der Anfrage für den Buchungsabschnitt $\hat{t} = 2$ vorgesehen ist. Somit erfolgt zum Endzeitpunkt des Buchungsabschnitts $\hat{t} = 2$ die Leistungserstellung der Produktanfrage $\tilde{t}$. Zur Vereinfachung des Modells wird angenommen, dass mit der Leistungserstellung keine weiteren Anfragen für eine Produktanfrage j mehr eintreffen. D. h. nicht beanspruchte Kapazitäten $c^{\hat{t}}_{h^{\hat{t}}}$ für vergangene Buchungsabschnitte $\hat{t}$ können nicht mehr für die weitere Auftragsannahme verwendet werden. Diese Annahme wird mit der Wahrscheinlichkeit $p_j(t)$ für die jeweiligen Anfragen j gesteuert. Dabei ist der Zeitpunkt an dem die erste Anfrage nach einem Produkt j unerheblich. Abbildung 17 zeigt die Rahmenbedingungen der Modellerweiterung als grafische Darstellung. Dabei soll der Zusammenhang von Buchungsperioden, Buchungsabschnitte und Leistungserstellung verdeutlicht werde, aber auch aufgezeigt werden, welche Möglichkeiten von Produktanfragen in welchen Zeiträumen eintreffen können.

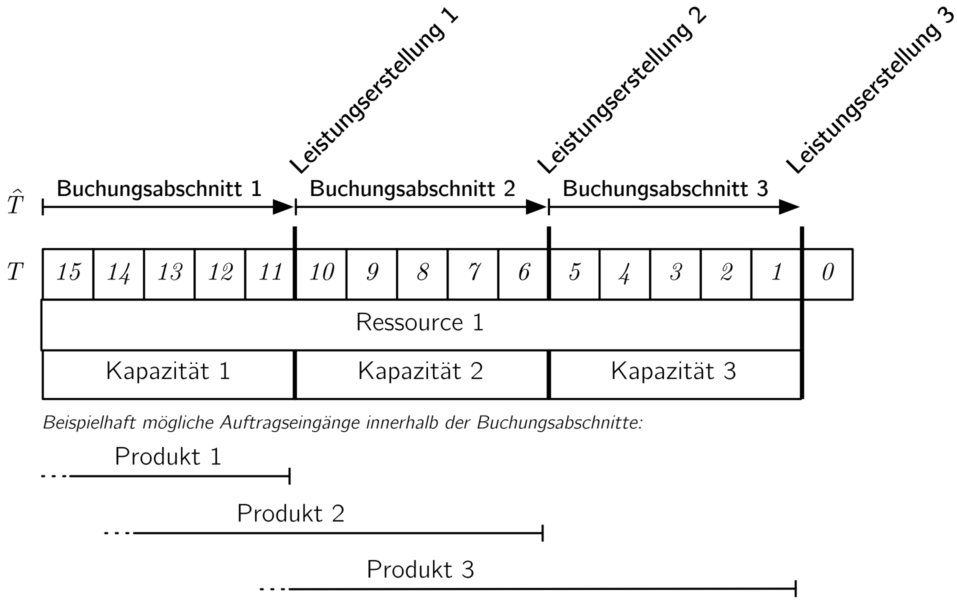

Abbildung 17 Zusammenhand von Buchungsperioden und den Buchungsabschnitten

In Anlehnung an: ????

Zusätzlich erfolgt bei dieser Modellformulierung eine Lagerung der Ressource $h^{\hat{t}}$ über den ganzen Buchungshorizont bzw. über alle Buchungsabschnitte. D. h. Sei der Parameter $\hat{t}^{*}$ der aktuelle Buchungsabschnitt, dann erfolgt durch die Lagerhaltungsentscheidung der Ressource $h^{\hat{t}}$ der Erhöhung der des Lagerbestand $y^{\hat{t}}$ für alle Buchungsabschnitte $\hat{t} \geq \hat{t}^{*}$ um den Parameter a_{hj}, wobei aufgrund der Vereinfachung des Modells $h = \tilde{t}$ entspricht $(\sum_{i=\hat{t}}^{\hat{T}} y^{\hat{t}}_{h=i} + a_{h=\hat{t},j})$. Die mathematische Formulierung der *Bellman'schen Funktionsgleichung* für die Beachtung von Produktanfragen für nachfolgende Buchungsabschnitte wird damit wie folgt beschrieben:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t) = V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t-1) + \sum_{j \in \mathcal{J}} p_j(t)[\max[r_j - V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t-1) \\ + V(\mathbf{c}^{\hat{t}} - \mathbf{a}_j, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t-1), 0] \\ + \max[r_j - V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t-1) + V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}} - \mathbf{a}_j, t-1), 0] \\ + \max[V(\mathbf{c}^{\hat{t}} - \mathbf{a}_j, \sum_{i=\hat{t}}^{\hat{T}} y^{\hat{t}}_{h=i} + a_{h=\hat{t},j}, t-1) - V(\mathbf{c}^{\hat{t}}, \mathbf{y}^{\hat{t}}, t-1), 0]] \end{aligned} \tag{17}$$

Die Beschreibung der Funktionsweise der Modellerweiterung wird anhand nachfolgendem Beispiels getätigt:

$$j = \{1,2,3,4\},\ h^{\hat{t}} = \{1\},\ r_1 = 100,\ r_2 = 5000,\ r_3 = 100,\ r_4 = 5000,$$
$$\text{Startperiode } t = 10,\ \hat{T} = \{1 : \{10,9,8,7,6\},\ 2 : \{5,4,3,2,1\}\},$$

$$\mathbf{c}^{\hat{t}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$p_j(t) = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{y}^{\hat{t}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{y}^{\hat{t},max} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Für dieses Beispiel ist eine grafische Auswertung unter Beachtung der Parameter und der Menge an möglichen Systemübergängen nicht mehr möglich. Eine Auswertung der optimalen Politik anhand der Tabelle 11 ist jedoch weiterhin möglich. Die Tabelle zeigt die jeweiligen Erwartungswerte und die optimalen Politik für jeden Systemzustand. Dabei wird in diesem Beispiel ein Systemzustand als Zahlenfolge $[c_1^{\hat{t}}\ c_2^{\hat{t}}\ y_1^{\hat{t}}\ y_2^{\hat{t}}\ t]$ definiert.

5.3 Numerische Untersuchung

Tabelle 11 Optimale Politik für das beispielhafte Netzwerk RM unter Beachtung von Produktanfragen für nachfolgende Buchungsabschnitte

ID	c^1	c^2	y^1	y^2	t	ExpValue	j^1_{AA}	j^2_{AA}	j^3_{AA}	j^4_{AA}	j^1_{LE}	j^2_{LE}	j^3_{LE}	j^4_{LE}	j^1_{IH}	j
33	1	1	0	0	0	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	1	1	0	0	1	1020.0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
35	1	1	0	0	2	1816.0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
36	1	1	0	0	3	2453.0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
37	1	1	0	0	4	2962.5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
38	1	1	0	0	5	3370.0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
39	1	1	0	0	6	6064.0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
40	1	1	0	0	7	7790.0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
41	1	1	0	0	8	9008.0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
42	1	1	0	0	9	9917.0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
43	1	1	0	0	10	10734.5	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
66	1	0	0	1	0	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
67	1	0	0	1	1	1020.0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
68	1	0	0	1	2	1816.0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
69	1	0	0	1	3	2453.0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
70	1	0	0	1	4	2962.5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
71	1	0	0	1	5	3370.0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
72	1	0	0	1	6	4716.0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
73	1	0	0	1	7	6042.5	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
74	1	0	0	1	8	7184.0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
75	1	0	0	1	9	8111.75	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
77	1	0	0	0	0	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
78	1	0	0	0	1	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
79	1	0	0	0	2	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80	1	0	0	0	3	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
81	1	0	0	0	4	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
82	1	0	0	0	5	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
83	1	0	0	0	6	2368.0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
84	1	0	0	0	7	3833.5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
85	1	0	0	0	8	4842.75	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
86	1	0	0	0	9	5584.703125	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
88	0	1	1	1	0	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
89	0	1	1	1	1	2040.0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
90	0	1	1	1	2	3632.0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
91	0	1	1	1	3	4906.0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
92	0	1	1	1	4	5925.0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
93	0	1	1	1	5	6740.0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
94	0	1	1	1	6	8412.0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
95	0	1	1	1	7	9729.75	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
96	0	1	1	1	8	10783.875	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
97	0	1	1	1	9	11626.75	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
99	0	1	1	0	0	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0	1	1	0	1	1020.0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
101	0	1	1	0	2	1816.0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
102	0	1	1	0	3	2453.0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
103	0	1	1	0	4	2962.5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
104	0	1	1	0	5	3370.0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
105	0	1	1	0	6	4716.0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
106	0	1	1	0	7	5772.75	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
107	0	1	1	0	8	6618.47509766	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
110	0	1	0	1	0	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
111	0	1	0	1	1	2040.0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
112	0	1	0	1	2	3632.0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
113	0	1	0	1	3	4906.0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
114	0	1	0	1	4	5925.0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
115	0	1	0	1	5	6740.0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0

6 Schlussbemerkung

Anhang

Literaturverzeichnis

Bach, N.; Brehm, C.; Buchholz, W. und Petry, T. (2012): Wertschöpfung als zentrales Ziel von Unternehmensführung. Gabler Verlag. S. 1–25.

Bellman, R. (1954): The theory of dynamic programming. Arbeitspapier. DTIC Document.

Corsten, H. und Stuhlmann, S. (1998): Yield Management: Ein Ansatz zur Kapazitätsplanung und-steuerung in Dienstleistungsunternehmen. In: Schriften zum Produktionsmanagement. Bd. 18.

Corsten, H. und Stuhlmann, S. (1999): Yield Management als Ansatzpunkt für die Kapazitätsgestaltung von Dienstleistungsunternehmungen. In: Wettbewerbsfaktor Dienstleistung: Produktion von Dienstleistungen-Produktion als Dienstleistung, Vahlen, München, S. 79–107.

Daudel, S. und Vialle, G. (1992): Yield-Management: Erträge optimieren durch nachfrageorientierte Angebotssteuerung. Campus-Verlag.

Dickersbach, J. (2004): Production Planning. In: Supply Chain Management with APO. Springer Berlin Heidelberg, S. 131–234.

Dyckhoff, H. und Spengler, T.S. (2010): Springer-Lehrbuch. Bd. 0. Springer Berlin Heidelberg. S. 3–11.

Fleischmann, B. und Meyr, H. (2004): Customer Orientation in Advanced Planning Systems. In: H. Dyckhoff; R. Lackes und J. Reese (Hrsg.), Supply Chain Management and Reverse Logistics. Springer Berlin Heidelberg, S. 297–321.

Friege, C. (1996): Yield-Management. In: WiSt–Wirtschaftswissenschaftliches Studium. Bd. 25, S. 616–622.

Goetschalckx, M. und Fleischmann, B. (2005): Strategic network planning. In: Supply chain management and advanced planning. Springer, S. 117–137.

Gutenberg, E. (1959): Enzyklopädie der Rechts- und Staatswissenschaft. Springer Berlin Heidelberg. S. 34–74.

Gutenberg, E. (1965): Die dispositiven Faktoren. In: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre. Abteilung Staatswissenschaft. Springer Berlin Heidelberg, S. 130–285.

Hax, K. (1956): Industriebetrieb. In: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Stuttgart ua.

Helbing, K. (2010): Instandhaltung. In: Handbuch Fabrikprojektierung. Springer Berlin Heidelberg, S. 983–989.

Hinsch, M. (2010): Instandhaltung. In: Industrielles Luftfahrtmanagement. Springer Berlin Heidelberg, S. 189–221.

Hintsches, A.; Spengler, T.S.; Volling, T.; Wittek, K. und Priegnitz, G. (2010): Revenue management in make-to-order manufacturing: case study of capacity control at ThyssenKrupp VDM. In: BuR-Business Research. Bd. 3, Nr. 2, S. 173–190.

Kimes, S.E. (1989b): Yield management: a tool for capacity-considered service firms. In: Journal of operations management. Bd. 8, Nr. 4, S. 348–363.

Kimms, A. und Klein, R. (2005): Revenue Management im Branchenvergleich. Arbeitspapier. Darmstadt Technical University, Department of Business Administration, Economics and Law, Institute for Business Studies (BWL).

Klein, R. (2001): Revenue Management: Quantitative Methoden zur Erlösmaximierung in der Dienstleistungsproduktion. Arbeitspapier. Darmstadt Technical University, Department of Business Administration, Economics and Law, Institute for Business Studies (BWL).

Klein, R. und Steinhardt, C. (2008): Revenue Management : Grundlagen und mathematische Methoden. Springer, Berlin [u.a.].

Kolisch, R. und Zatta, D. (2006): Revenue-Management in der Sachgüterproduktion. In: Marketing Journal. Bd. 12, S. 38–41.

von Martens, T. (2009): Kundenwertorientiertes Revenue Management im Dienstleistungsbereich. Gabler, Wiesbaden, 1. aufl.. Aufl.

Meyr, H.; Wagner, M. und Rohde, J. (2015): Structure of advanced planning systems. In: Supply chain management and advanced planning. Springer, S. 99–106.

Petrick, A. (2009): Multimodale Produkte im Revenue Management : Potenziale und Ansätze zur Realisierung einer Kapazitätssteuerung. Südwestdeutscher Verl. für Hochschulschriften, Saarbrücken.

Quante, R. (2009): Management of stochastic demand in make-to-stock manufacturing. Bd. 37. Peter Lang.

Rohde, J. und Wagner, M. (2002): Master Planning. In: H. Stadtler und C. Kilger (Hrsg.), Supply Chain Management and Advanced Planning. Springer Berlin Heidelberg, S. 143–160.

Ryll, F. und Freund, C. (2010): Grundlagen der Instandhaltung. In: M. Schenk (Hrsg.), Instandhaltung technischer Systeme. Springer Berlin Heidelberg, S. 23–101.

Schmidt, G. (2012): Grundlagen betriebswirtschaftlicher Prozesse. Springer Berlin Heidelberg. S. 1–29.

Schmidt, S. (2009): Komplexe Produkte und Systeme. In: Die Diffusion komplexer Produkte und Systeme. Gabler, S. 77–121.

Spengler, T. und Rehkopf, S. (2005): Revenue Management Konzepte zur Entscheidungsunterstützung bei der Annahme von Kundenaufträgen. In: Zeitschrift für Planung und Unternehmenssteuerung. Bd. 16, Nr. 2, S. 123–146.

Spengler, T.; Rehkopf, S. und Volling, T. (2007): Revenue management in make-to-order manufacturing—an application to the iron and steel industry. In: . Bd. 29, Nr. 1, S. 157–171.

Stadtler, H. (2008): Purchasing and Material Requirements Planning. In: H. Stadtler und C. Kilger (Hrsg.), Supply Chain Management and Advanced Planning. Springer Berlin Heidelberg, S. 217–229.

Strunz, M. (2012): Gegenstand, Ziele und Entwicklung betrieblicher Instandhaltung. Springer Berlin Heidelberg. S. 1–35.

Stuhlmann, S. (2000): Kapazitätsgestaltung in Dienstleistungsunternehmungen: eine Analyse aus der Sicht des externen Faktors. Deutscher Universitäts-Verlag.

Talluri, K. und van Ryzin, G.J. (2004): Revenue management under a general discrete choice model of consumer behavior. In: Management Science. Bd. 50, Nr. 1, S. 15–33.

Talluri, K.T. und van Ryzin, G.J. (2004b): The Theory and Practice of Revenue Management. International Series in Operations Research and Management Science, vol. 68. Springer.

Tempelmeier, H. und Günther, H.O. (1994): Produktion und Logistik. Springer.

Thaler, K. (2001): Supply chain management: Prozessoptimierung in der logistischen Kette. Fortis-Verlag.

Weatherford, L.R. (1998): A tutorial on optimization in the context of perishable-asset revenue management problems for the airline industry. In: Operations Research in the airline industry. Springer, S. 68–100.

Weatherford, L.R. und Bodily, S.E. (1992): A taxonomy and research overview of perishable-asset revenue management: yield management, overbooking, and pricing. In: Operations Research. Bd. 40, Nr. 5, S. 831–844.

Zehle, K.O. (1991): Yield-Management–Eine Methode zur Umsatzsteigerung für Unternehmen der Tourismusindustrie. In: Tourismusmanagement und-marketing. Landsberg/Lech: Moderne Industrie, S, S. 483–504.

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, dass alle Stellen der Arbeit, die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Quellen übernommen wurden, als solche kenntlich gemacht sind und dass die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegt wurde.

Hannover, 11. September 2015