

Leibniz Universität Hannover
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Institut für Produktionswirtschaft
Prof. Dr. Stefan Helber

Hausarbeit im Rahmen der Veranstaltung
Entwicklung von Anwendungssystemen im WiSe 2014/2015
(Veranstaltungs-Nr. 173610)

RCPSP
RCPSP

Andreas Hipp	Robert Matern
Adresse	Plathnerstr. 49
PLZ Ort	30175 Hannover
Matr.-Nr. ???	Matr.-Nr. 2798160

Abgabedatum: 24.03.2015

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	iii
Tabellenverzeichnis	iii
Abkürzungsverzeichnis	iv
Symbolverzeichnis	v
1 Einleitung	1
2 Mathematische Modellformulierung des ressourcenbeschränkten Projektplanungsproblems	2
3 Lösung des RCPSP mittels Ruby on Rail und LP-Relaxation?!?	4
4 Schlussbemerkungen	4
Literatur	5
A Anhang	6
A.1 GAMS-Implementierung des Beispiels	6
A.2 Ruby on Rails Programmcode	6

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

RCPSP Resource-Constrained Project Scheduling

SGS Schedule Generation Scheme

Symbolverzeichnis

d_i	Dauer von Vorgang i
FE_i	frühestes Ende von Vorgang i
$i, h = 1, \dots, I$	Vorgänge
k_{ir}	Kapazitätsbedarf von Vorgang i auf Ressource r
kp_r	verfügbare Kapazität von Ressource r je Periode
\mathcal{N}_i	Menge der direkten Nachfolger von Vorgang i
$r = 1, \dots, R$	Ressourcen
SE_i	spätestes Ende von Vorgang i
$t, \tau = 1, \dots, T$	Perioden
\mathcal{V}_i	Menge der direkten Vorgänger von Vorgang i
$X_{jt} \in \{0, 1\}$	gleich 1, falls Vorgang j in Periode t endet, sonst 0

1 Einleitung

Die Projektarbeit spielt über mehrere Dekaden eine wichtige Rolle bei der Aufgabenabwicklung in Wirtschaft und Verwaltung.¹ Dabei wird unter dem Begriff Projekt verstanden:

Definition 1. „Ein Projekt ist eine zeitlich befristete, relativ innovative und risikobehaftete Aufgabe von erheblicher Komplexität, die aufgrund ihrer Schwierigkeit und Bedeutung meist ein gesondertes Projektmanagement erfordert.“²

Nach dieser Definition geht eine zeitliche Restriktion mit einem Projekt einher. Durch das Zerlegen des Projekts in einzelne Arbeitsgänge wird versucht die Komplexität zu reduzieren und eine geordnete Abfolge der Arbeitsgänge zu erstellen, um das Projektziel zu erreichen.³ Projektziele können unterschiedlich kategorisiert werden, z. B. in Sach-, Termin- oder Kostenziele.⁴

Ein Arbeitsgang eines Projekts hat nach DIN 69900 einen definierten Anfang sowie ein definiertes Ende und dient für das Projekt als Ablaufelement zur Beschreibung eines bestimmten Geschehens.⁵ Trotz der Zerlegung besitzen die einzelnen Arbeitsgänge des Projekts eine Beziehung, mit der die Reihenfolge der Ablauffolge bestimmbar ist.⁶ Ein Arbeitsgang ist i. d. R. verbunden mit dem Einsatz von Ressourcen, welche wiederum mit Kosten verbunden sind. Dementsprechend versucht ein effizientes Projektmanagement, neben der Einhaltung des Projektziels, auch den Einsatz der Ressourcen zu minimieren.⁷

Definition 2. „Allgemein bezeichnet der Begriff Projektmanagement alle leitenden und administrativen Aktivitäten, die zur Durchführung eines Projektes notwendig sind. Es beschreibt die Gesamtheit von Führungsaufgaben, -organisation, -techniken und -mitteln zur zielorientierten Durchführung großer Vorhaben.“⁸

Eine Möglichkeit, das Projektziel unter minimaler Ressourcenverwendung zu erreichen, ist die effiziente Planung der Ablauffolge der Arbeitsgänge eines Projekts.⁹ Damit ist es möglich, mehrere Projekte bei einer gegebenen Zeitvorgabe unter Einhaltung von Ressourcenrestriktionen fertigzustellen bzw. bei konstanter Ressourcenkapazität ein Projekt in kürzerer Zeit abzuschließen. Dadurch hat die Projektplanung besondere Bedeutung in dem Projektmanagement.¹⁰

¹Vgl. Zimmermann et al. (2006), S. VI

²Vgl. Voigt und Schewe (2014)

³Vgl. Zimmermann et al. (2006), S. 4

⁴Vgl. Felkai und Beiderwieden (2011), S. 52

⁵Vgl. DIN 69900 (2009), S. 15

⁶Vgl. Kellenbrink (2014), S. 6-7

⁷Vgl. Bartels (2009), S. 11-12

⁸Vgl. Hering (2014), S. 1-3; in Anlehnung an DIN 69901 und ISO 21500:2012-09

⁹Vgl. Bartels (2009), S. 11-12

¹⁰Vgl. Zimmermann et al. (2006), S. VI

Definition 3. „Projektplanung ist die Planung aller Arbeitsgänge eines Projekts durch Zuweisung eines Startzeitpunktes, so dass die Zeitbeziehung zwischen den Vorgängen eingehalten und knappe Ressourcenkapazitäten nicht überschritten werden.“¹⁰

Eine effiziente Projektplanung reduziert die gesamte Fertigstellungsdauer eines Projekts und gestaltet den Verbrauch der zur Verfügung stehenden Ressourcen über die Laufzeit des Projekts wirkungsvoll. Somit handelt es sich um ein mathematisches Optimierungsproblem, bei dem für ein Projekt die Ressourcenbeschränkung über die Laufzeit einzuhalten ist und die Fertigstellungszeit minimiert werden soll. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es...

2 Mathematische Modellformulierung des ressourcenbeschränkten Projektplanungsproblems

Zur Sicherstellung des Planungserfolgs mittels Terminierung eines Projekts muss neben der Reihenfolgerestriktion auch der Ressourcenbedarf der unterschiedlichen Arbeitsgänge sichergestellt werden, da Projekte meist ein beschränktes Ressourcenkontingent haben.¹¹ Mit der Einhaltung des Ressourcenbedarfs ist es für das Projekt möglich, alle in Bearbeitung befindlichen Arbeitsgänge auszuführen und damit das Projekt abzuschließen. Ressourcen können über das ganze Projekt limitiert sein, wie bspw. das Projektbudget, oder können nach einer bestimmten Anzahl von Perioden erneuert werden.¹² Erneuerbaren Ressourcen können bspw. die Produktionskapazität einer Maschine oder der Personaleinsatz für das Projekt sein. In dieser Arbeit wird der Fokus auf erneuerbare Ressourcen gelegt.

Zur Lösung des ressourcenbeschränkten Projektplanungsproblems kann das Modell *Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP)* genutzt werden. Das Modell RCPSP legt durch Festlegung der Aktivitätsstartzeitpunkte unter Einhaltung der Startzeitpunkt- bzw. der Vorrangsbedingung der einzelnen Arbeitsgänge sowie der Kapazitätsbeschränkung der erneuerbaren Ressourcen den Projektgrundablauf zur Zielerreichung der Minimierung der Projektdauer fest.¹³ Die Zielfunktion des RCPSP zur Minimierung der Projektdauer ist weit verbreitet,¹⁴ aber auch andere Ausprägungen sind möglich.¹⁵

Nachfolgend wird das deterministische RCPSP in diskreter Zeit formuliert.¹⁶ Da es sich um eine mathematische Modellformulierung in diskreter Zeit handelt, sind die Zeiteinheiten gleich den Perioden t, τ .

¹¹Vgl. Kellenbrink (2014), S. 11

¹²Vgl. Neumann-Braun et al. (2003), S. 21-22

¹³Vgl. Demeulemeester und Herroelen (2011), S. 23

¹⁴Vgl. Drexel et al. (1997), S. 98

¹⁵Vgl. Talbot (1982), S. 1200

¹⁶???

Modell RCPSP

$$\min Z = \sum_{t=FE_I}^{SE_I} t \cdot X_{I,t} \quad (1)$$

unter Beachtung der Restriktionen

$$\sum_{t=FE_i}^{SE_i} X_{it} = 1 \quad i = 1, \dots, I \quad (2)$$

$$\sum_{t=FE_h}^{SE_h} t \cdot X_{ht} \leq \sum_{t=FE_i}^{SE_i} (t - d_i) \cdot X_{it} \quad i = 1, \dots, I; h \in \mathcal{V}_i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{\tau=\max(t, FE_i)}^{\tau=\min(t+d_i-1, SE_i)} k_{ir} \cdot X_{i\tau} \leq kp_r \quad r = 1, \dots, R; t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$X_{it} \in \{0, 1\} \quad i \in \mathcal{I}; t \in \{FE_i, \dots, SE_i\} \quad (5)$$

Ein Projekt hat I unterschiedliche Arbeitsgänge. Jeder Arbeitsgang i hat eine definierte Menge von zu erledigenden Vorgängerarbeitsgängen $h \in \mathcal{V}_i$ und die Arbeitsgänge müssen zur Fertigstellung des Projekts topologisch abgearbeitet werden. D. h. der Vorgänger h hat stets eine kleinere Ordnungszahl als sein Nachfolger i ($h < i$) und muss für den weiteren Projektverlauf beendet sein. Die Bearbeitungsdauer eines Arbeitsgangs i wird mit dem Parameter d_i festgelegt. Bei dem RCPSP in diskreter Zeit wird die Annahme getroffen, dass die Dauer ganzzahlig ist. Der Startzeitpunkt des Projekts ist $t = 0$ und erstreckt sich über einen Gesamtzeitraum von T Perioden. Um die Reihenfolgebedingungen einzuhalten, werden einem Projekt die zwei Dummy-Arbeitsgänge „Beginn“ ($i = 1$) und „Ende“ ($i = I$) hinzugefügt, welche mit einer Dauer von 0 Zeiteinheiten bewertet werden.¹⁷ Die benötigten Kapazitäten der erneuerbaren Ressource r bei Durchführung von Arbeitsgang i wird durch k_{ir} definiert. Die Ressourcen $r \in R$ sind in einer Periode innerhalb des Umfangs ihrer Kapazität kp_r nutzbar. Da es sich um erneuerbare Ressourcen handelt, sind diese zu jeder neuen Periode in vollem Umfang erneut nutzbar, wobei nichtverbrauchte Ressourcen nicht auf nachfolgende Perioden übertragbar sind.¹⁸ Der Modellformulierung in diskreter Zeit wird die binäre Entscheidungsvariable X_{it} hinzugefügt, damit der Fertigstellungszeitpunkt der einzelnen Arbeitsgänge i festgelegt werden kann.¹⁹

¹⁷Vgl. Zimmermann et al. (2006), S. 66

¹⁸Vgl. Kellenbrink (2014), S. 12

¹⁹Vgl. Pritsker et al. (1969), S. 94

Mit der Zielfunktion (1) wird der Fertigstellungszeitpunkt des Projekts minimiert. Die Nebenbedingung (2) sorgt dafür, dass ein Arbeitsgang i nur jeweils zwischen dem frühesten und dem spätesten Fertigstellungszeitpunkt einmalig durchgeführt wird. Die Reihenfolgerestriktion wird mit der Nebenbedingung (3) eingehalten. Sie stellt sicher, dass jeder Vorgänger $h \in \mathcal{V}_i$ beendet ist, bevor der Arbeitsgang i startet. Der Parameter kp_r legt die Kapazitätsgrenze für eine erneuerbare Ressource r je Periode t fest. Mit der Nebenbedingung (4) wird dieses zum einen formal dargestellt und zum anderen wird der Ressourcenverzehr während der gesamten Bearbeitungsdauer der Fertigstellung beachtet. Mit der Nebenbedingung (5) wird die Binärvariable X_{it} für den Zeitraum $t = \{FE_i, \dots, SE_i\}$ definiert, da aufgrund der Reihenfolgebeziehung (3) der jeweils betrachtete Arbeitsgang nur in diesem Zeitraum fertiggestellt werden kann. Die gemischt-ganzzahlige Modellformulierung lässt sich durch Standard-Lösungsverfahren exakt lösen.²⁰

3 Lösung des RCPSP mittels Ruby on Rail und LP-Relaxation?!?

4 Schlussbemerkungen

²⁰z. B. mittels eines Branch-and-Bound-Verfahrens, Vgl. Kellenbrink (2014), S. 14

Literatur

- Bartels, J.H. (2009): Projektplanung–Grundlagen und Anwendungsbeispiele. In: Anwendung von Methoden der ressourcenbeschränkten Projektplanung mit multiplen Ausführungsmodi in der betriebswirtschaftlichen Praxis. Springer, S. 7–42.
- Demeulemeester, E. und Herroelen, W. (2011): Robust project scheduling. Bd. 3. Now Publishers Inc.
- DIN 69900 (2009): Projektmanagement - Netzplantechnik; Beschreibung und Begriffe. In: Berlin: Beuth.
- Drexl, A.; Kolisch, R. und Sprecher, A. (1997): Neuere Entwicklungen in der Projektplanung. In: Schmalenbachs Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, S. 95–120.
- Felkai, R. und Beiderwieden, A. (2011): Analysieren und Formulieren von Projektzielen. In: Projektmanagement für technische Projekte. Springer, S. 45–64.
- Hering, E. (2014): Projektmanagement für Ingenieure. Springer-Verlag.
- Kellenbrink, C. (2014): Einführung in die ressourcenbeschränkte Projektplanung. In: Ressourcenbeschränkte Projektplanung für flexible Projekte. Springer, S. 5–18.
- Neumann-Braun, K.; Schwindt, C. und Zimmermann, J. (2003): Project scheduling with time windows and scarce resources: temporal and resource-constrained project scheduling with regular and nonregular objective functions. Springer.
- Pritsker, A.A.B.; Waiters, L.J. und Wolfe, P.M. (1969): Multiproject scheduling with limited resources: A zero-one programming approach. In: Management science. Bd. 16, Nr. 1, S. 93–108.
- Talbot, F.B. (1982): Resource-constrained project scheduling with time-resource tradeoffs: The nonpreemptive case. In: Management Science. Bd. 28, Nr. 10, S. 1197–1210.
- Voigt, K.I. und Schewe, G. (2014): Definition Projekt Version 7 - Gabler Wirtschaftslexikon.
- Zimmermann, J.; Stark, C.; Rieck, J. et al. (2006): Projektmanagement. In: Projektplanung. Springer Berlin Heidelberg, S. 1–113.

A Anhang

A.1 GAMS-Implementierung des Beispiels

A.2 Ruby on Rails Programmcode