

Leibniz Universität Hannover
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Institut für Produktionswirtschaft
Prof. Dr. Stefan Helber

Hausarbeit im Rahmen der Veranstaltung
Entwicklung von Anwendungssystemen im WiSe 2014/2015
(Veranstaltungs-Nr. 173610)

RCPSP
RCPSP

Andreas Hipp	Robert Matern
Adresse	Plathnerstr. 49
PLZ Ort	30175 Hannover
Matr.-Nr. ???	Matr.-Nr. 2798160

Abgabedatum: 24.03.2015

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	iii
Tabellenverzeichnis	iii
Abkürzungsverzeichnis	iv
Symbolverzeichnis	v
1 Einleitung	1
2 Mathematische Modellformulierung des ressourcenbeschränkten Projektplanungsproblems	2
3 Implementierung des RCPSP mittels Ruby on Rail	4
4 Kritische Würdigung des Anwendungssystems	4
5 Fazit	4
A Anhang	5
A.1 GAMS-Implementierung des Beispiels	5
A.2 Ruby on Rails Programmcode	5

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

RCPS	Resource-Constrained Project Scheduling
RoR	Ruby on Rails
SGS	Schedule Generation Scheme

Symbolverzeichnis

d_i	Dauer von Vorgang i
FE_i	frühestes Ende von Vorgang i
$i, h = 1, \dots, I$	Vorgänge
k_{ir}	Kapazitätsbedarf von Vorgang i auf Ressource r
kp_r	verfügbare Kapazität von Ressource r je Periode
\mathcal{N}_i	Menge der direkten Nachfolger von Vorgang i
$r = 1, \dots, R$	Ressourcen
SE_i	spätestes Ende von Vorgang i
$t, \tau = 1, \dots, T$	Perioden
\mathcal{V}_i	Menge der direkten Vorgänger von Vorgang i
$X_{jt} \in \{0, 1\}$	gleich 1, falls Vorgang j in Periode t endet, sonst 0

1 Einleitung

Aufgrund seiner Schwierigkeit und Bedeutung bedarf es bei einem Projekt meist einer gesonderten Planung, da es sich um eine zeitlich befristete, relativ innovative und risikobehaftete Aufgabe von erheblicher Komplexität handelt.¹ Dementsprechend von großer Bedeutung ist die Planung von Projekten.² Projektplanung ist die Planung aller Arbeitsgänge eines Projekts durch Zuweisung eines Startzeitpunktes, so dass die Zeitbeziehung zwischen den Vorgängen eingehalten und knappe Ressourcenkapazitäten nicht überschritten werden.² Durch das Zerlegen des Projekts in einzelne Arbeitsgänge wird versucht die Komplexität zu reduzieren und eine geordnete Abfolge der Arbeitsgänge zu erstellen, um das Projektziel zu erreichen.³ Projektziele können unterschiedlich kategorisiert werden, z. B. in Sach-, Termin- oder Kostenziele.⁴

Nach DIN 69900 hat ein Arbeitsgang oder ein einzelner Vorgang eines Projekts einen definierten Anfang sowie ein definiertes Ende und dient für das Projekt als Ablaufelement zur Beschreibung eines bestimmten Geschehens.⁵ Trotz der Zerlegung besitzen die einzelnen Arbeitsgänge des Projekts eine Beziehung, mit der die Reihenfolge der Ablauffolge bestimmbar ist.⁶ Oft wird zur Darstellung der Vorgangsbeziehung ein Vorgangsknoten-Netzplan verwendet.⁷ Ein Arbeitsgang ist i. d. R. verbunden mit dem Einsatz von Ressourcen, welche wiederum mit Kosten verbunden sind. Eine Möglichkeit, das Projektziel unter minimaler Ressourcenverwendung zu erreichen, ist die effiziente Planung der Ablauffolge der Arbeitsgänge eines Projekts.⁸ Damit ist es möglich, mehrere Projekte bei einer gegebenen Zeitvorgabe unter Einhaltung von Ressourcenrestriktionen fertigzustellen bzw. bei konstanter Ressourcenkapazität ein Projekt in kürzerer Zeit abzuschließen.

Zur Bestimmung der optimalen Ablauffolge der einzelnen Arbeitsgänge eines Projekts kann ein Optimierungsmodell verwendet werden, bei der für eine festgelegten Ablauffolge eines Projekts und unter Berücksichtigung der Ressourcenbeschränkung die Fertigstellungszeit minimiert wird. Im Kapitel 2 wird eine solche Modellformulierung für das ressourcenbeschränkte Projektplanungsproblem vorgestellt. Das Projektplanungsproblem unter Einhaltung der Ressourcenbeschränkung wird oft mit der aus dem Englischen stammenden Abkürzung RCPSP beschrieben.⁹ Bei dem RCPSP handelt es sich um eine abstrakte mathematische Modellformulierung. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es das RCPSP in Ruby on Rails (RoR) zu

¹Vgl. ?

²Vgl. ?, S. VI

³Vgl. ?, S. 4

⁴Vgl. ?, S. 52

⁵Vgl. ?, S. 15

⁶Vgl. ?, S. 6-7

⁷????

⁸Vgl. ?, S. 11-12

⁹Resource-Constrained Project Scheduling Problem

implementieren. Bei RoR handelt es sich um ein Framework zur Entwicklung von Webdokumenten bzw. Internetseiten.¹⁰ Es baut auf der Programmiersprache Ruby auf und ist ursprünglich von David Heinemeier Hansson entwickelt.¹¹ Die Implementierung bedarf einer Verknüpfung von RoR und GAMS¹². Unter GAMS wird eine algebraische Modellierungssprache für mathematische Optimierungsprobleme verstanden, mit der das RCPSP gelöst wird.¹³ Im Kapitel 3 wird die Entwicklung des Anwendungssystems zum Lösen des RCPSP ausführlich beschrieben. Ergänzt wird diese Arbeit durch eine kritische Würdigung des Anwendungssystems in Kapitel 4 sowie einem Fazit in Kapitel 5.

2 Mathematische Modellformulierung des ressourcenbeschränkten Projektplanungsproblems

Ein Großteil an Projekten besitzt die Eigenschaft eines beschränkten Ressourcenkontingents.¹⁴ Soll demgemäß die vorgegebene Terminierung des Projektes als zuvor festgesetztes Ziel erreicht werden, muss neben der Reihenfolgerestriktion auch der Ressourcenbedarf der unterschiedlichen Arbeitsgänge sichergestellt werden. Mit der Einhaltung des Ressourcenbedarfs ist es möglich, alle zur Erfüllung des Projektes notwendigen Arbeitsgänge auszuführen und somit letztendlich das Projekt abzuschließen. Neben limitierten Ressourcen, die während des gesamten Projekts nur ein Mal zur Verfügung stehen, wie bspw. das Projektbudget, gibt es Ressourcen, die nach einer bestimmten Anzahl von Perioden erneuert werden können.¹⁵ Erneuerbare Ressourcen sind bspw. die Produktionskapazität einer Maschine oder der Personaleinsatz für ein Projekt. In dieser Arbeit wird der Fokus auf diese erneuerbaren Ressourcen gelegt.

Zur Lösung des ressourcenbeschränkten Projektplanungsproblems kann das Modell *Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP)* genutzt werden. Das RCPSP legt durch Fixierung der Aktivitätsstartzeitpunkte den Projektgrundablauf zur Zielerreichung der Minimierung der Projektdauer fest. Dies geschieht unter Einhaltung der Startzeitpunkt- bzw. der Vorrangsbedingung der einzelnen Arbeitsgänge sowie der Kapazitätsbeschränkung der erneuerbaren Ressourcen.¹⁶ Die im folgenden aufgestellte Zielfunktion des RCPSP zur Minimierung der Projektdauer ist die gängige Version,¹⁷ andere Variationen sind aber ebenfalls möglich und praktikabel.¹⁸

¹⁰???

¹¹???

¹²General Algebraic Modeling System

¹³???

¹⁴Vgl. ?, S. 11

¹⁵Vgl. ?, S. 21-22

¹⁶Vgl. ?, S. 23

¹⁷Vgl. ?, S. 98

¹⁸Vgl. ?, S. 1200

Nachfolgend wird das deterministische RCPSP in diskreter Zeit formuliert.¹⁹ Charakteristisch für eine mathematische Modellformulierung in diskreter Zeit sind die Zeiteinheiten, die den Perioden t, τ entsprechen.

Es wird ein Projekt betrachtet, dass aus I unterschiedlichen Arbeitsgängen besteht. Jeder Arbeitsgang i hat eine definierte Menge von zu erledigenden Vorgängerarbeitsgängen $h \in \mathcal{V}_i$. Desweiteren ist eine topologische Abarbeitung der Arbeitsgänge zur Fertigstellung des Projekts notwendig. D. h. der Vorgänger h hat stets eine kleinere Ordnungszahl als sein Nachfolger i ($h < i$) und muss zur Fortsetzung des Projektverlaufs beendet sein. Die Bearbeitungsdauer eines Arbeitsgangs i wird mit dem Parameter d_i festgelegt. Bei dem RCPSP in diskreter Zeit wird die Annahme getroffen, dass die Dauer durch einen ganzzahligen Parameter abgebildet wird. Der Startzeitpunkt des Projekts ist $t = 0$ und erstreckt sich über einen Gesamtzeitraum von T Perioden. Um die Reihenfolgebedingungen einzuhalten, werden einem Projekt zwei Dummy-Arbeitsgänge „Beginn“ ($i = 1$) und „Ende“ ($i = I$) hinzugefügt, welche mit einer Dauer von 0 Zeiteinheiten bewertet werden.²⁰ Dadurch können der Projektbeginn und das Projektende exakt terminiert werden. k_{ir} stellt die benötigten Kapazitäten der erneuerbaren Ressource r bei der Durchführung von Arbeitsgang i dar. Die Ressourcen $r \in R$ sind in einer Periode innerhalb des Umfangs ihrer Kapazität kp_r nutzbar. Da es sich um erneuerbare Ressourcen handelt, stehen diese zu jeder neuen Periode in vollem Umfang erneut zur Verfügung. Ungenutzte Ressourcen sind jedoch nicht auf nachfolgende Arbeitsgänge und Perioden übertragbar.²¹ Um den Fertigstellungszeitpunkt der einzelnen Arbeitsgänge i festlegen zu können, wird der Modellformulierung in diskreter Zeit die binäre Entscheidungsvariable X_{it} hinzugefügt.²² Diese Binärvariable nimmt den Wert 1 an, falls der Arbeitsgang i zum Zeitpunkt t beendet wird.

Modell RCPSP

$$\min Z = \sum_{t=FE_I}^{SE_I} t \cdot X_{I,t} \quad (1)$$

unter Beachtung der Restriktionen

$$\sum_{t=FE_i}^{SE_i} X_{it} = 1 \quad i = 1, \dots, I \quad (2)$$

¹⁹???

²⁰Vgl. ?, S. 66

²¹Vgl. ?, S. 12

²²Vgl. ?, S. 94

$$\sum_{t=FE_h}^{SE_h} t \cdot X_{ht} \leq \sum_{t=FE_i}^{SE_i} (t - d_i) \cdot X_{it} \quad i = 1, \dots, I; h \in \mathcal{V}_i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{\tau=\max(t, FE_i)}^{\min(t+d_i-1, SE_i)} k_{ir} \cdot X_{i\tau} \leq kp_r \quad r = 1, \dots, R; t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$X_{it} \in \{0, 1\} \quad i \in \mathcal{I}; t \in \{FE_i, \dots, SE_i\} \quad (5)$$

Mittels der Zielfunktion (1) wird versucht, den Fertigstellungszeitpunkt des Projekts zu minimieren. Dafür wird der Zeitraum zwischen dem frühesten und spätesten Fertigstellungszeitpunkt FE_I und SE_I aller durchzuführenden Arbeitsgänge I betrachtet. Nebenbedingung (2) stellt sicher, dass ein Arbeitsgang i zwischen dem jeweiligen für diesen Arbeitsgang geltenden frühesten und spätesten Fertigstellungszeitpunkt nur exakt ein Mal durchgeführt wird. Die Reihenfolgerestriktion wird mit der Nebenbedingung (3) eingehalten. Sie stellt sicher, dass jeder Vorgänger $h \in \mathcal{V}_i$ beendet ist, bevor der Arbeitsgang i startet. Der Term $(t - d_i)$ garantiert für den Arbeitsgang i , dass dieser erst beginnt, sobald der Vorgänger h mit der Dauer d_i abgeschlossen ist. Der Parameter kp_r spiegelt die Kapazitätsgrenze für eine erneuerbare Ressource r je Periode t wieder. In Nebenbedingung (4) findet zum einen eine formale Darstellung dieser Kapazitätsbegrenzung statt. Zum anderen wird der Ressourcenverzehr während der gesamten Bearbeitungsdauer der Fertigstellung beachtet, in dem der Kapazitätsbedarf k_{ir} aller Arbeitsgänge I summiert wird. Eben diese Summe wird schließlich durch kp_r beschränkt. Mit der Nebenbedingung (5) wird die Binärvariable X_{it} für den Zeitraum $t = \{FE_i, \dots, SE_i\}$ formal definiert. Aufgrund der Reihenfolgebeziehung (3) darf der jeweils betrachtete Arbeitsgang nur in diesem Zeitraum fertiggestellt werden.

3 Implementierung des RCPSP mittels Ruby on Rail

4 Kritische Würdigung des Anwendungssystems

5 Fazit

A Anhang

A.1 GAMS-Implementierung des Beispiels

A.2 Ruby on Rails Programmcode