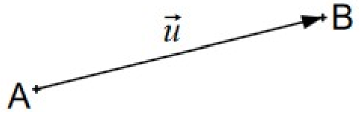
Les vecteurs du plan – Fiche de cours

1. Les vecteurs du plan

a. Définition

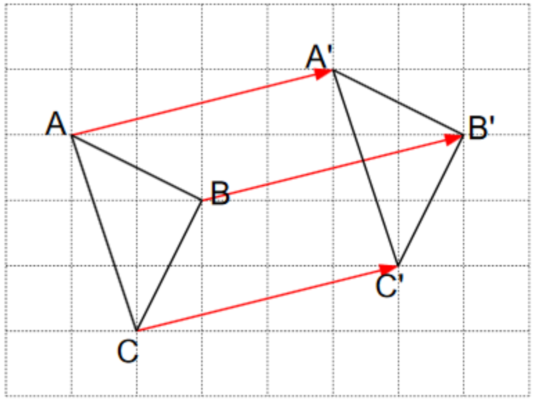
Un vecteur est un objet géométrique défini par :

- Une direction
- Un sens
- Une norme



b. Notion de translation

Une translation est une transformation du plan qui réalise le glissement de tous les points du plan selon un même déplacement

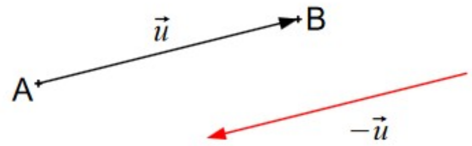


Ce déplacement peut être caractérisé par un vecteur :

$$\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}$$

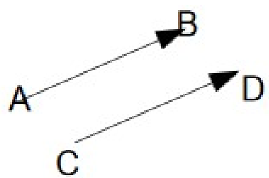
c. Opposé d'un vecteur

L'opposé d'un vecteur est caractérisé comme la translation en sens inverse de ce vecteur



d. Egalité de vecteurs

2 vecteurs sont égaux lorsqu'ils ont :
- même direction
- même sens
- même norme



2. Somme vectorielle

a. Définition

La somme de 2 vecteurs est une opération algébrique égale à un vecteur :

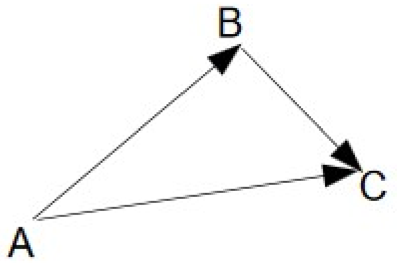
$$\vec{u}+\vec{v}=\vec{w}$$

b. Propriétés algébriques

- commutativité : $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$
- élément neutre : $\vec{u}+\vec{0}=\vec{u}$
- opposé : $\vec{u}+(-\vec{u})=\vec{0}$

c. Propriété géométrique

La relation « dite de Chasles » utilise la somme vectorielle



$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

3. Multiplication par un réel non nul

a. Définition

Multiplier un vecteur par un réel k non nul est :

- un vecteur de même sens si k>0
- un vecteur de sens opposé si k<0

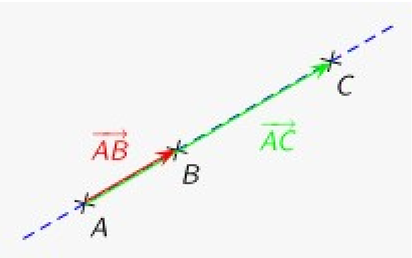
b. Vecteurs colinéaires

Lorsque $\vec{v}=k\vec{u}$ les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

c. Alignement de 3 points

Soient 3 points du plan A, B, C

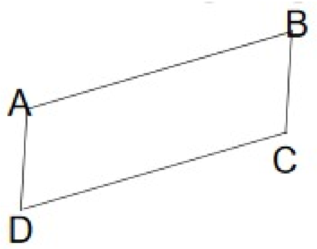
$$\overrightarrow{AC}=k\,\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow A,B,C\ alignés$$



4. Autres propriétés

a. Vecteurs et parallélogramme

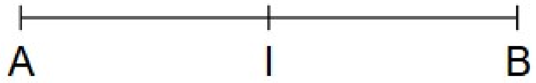
Soient 4 points du plan A, B, C et D :



$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow ABCD\ parallélogramme$$

b. Milieu

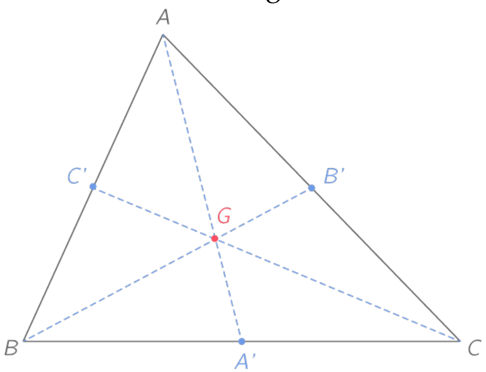
Soient 3 points du plan A, B et I milieu de [AB]



$$I\ milieu\ de\ AB\Leftrightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{IB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

c. Centre de gravité

Soit le triangle ABC et G le centre de gravité



$$G\ centre\ de\ gravité\ de\ ABC\Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{GA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{A'A}$$

4. Vecteurs et coordonnées

a. Coordonnées d'un vecteur

Soient 2 points du plan A $\left(x_A\ ;y_A\right)$ et B $\left(B\ ;y_B\right)$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

b. Egalité de vecteurs

Soient les vecteurs $\vec{u}(x\,;y)\,et\,\vec{v}(x'\,;y')$ du plan

$$\vec{u}=\vec{v} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x=x' \\ y=y' \end{pmatrix}$$

c. Opérations algébriques

- somme

Soient les vecteurs $\vec{u}(x\,;y)\,et\,\vec{v}(x'\,;y')$ du plan

$$\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$$

- multiplication par un réel

Soient le vecteur $\vec{u}(x\,;y)$ et k réel non nul

$$\vec{u}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$$

d. Déterminant de 2 vecteurs

Soient les vecteurs $\vec{u}(x\,;y)\,et\,\vec{v}(x'\,;y')$ du plan

On définit $|\vec{u}\,;\vec{v}|=\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}=xy'-x'y$

$$|\vec{u}\,;\vec{u}|=0 \quad |\vec{u}\,;\vec{v}|=-|\vec{v}\,;\vec{u}|$$

e. Critère de colinéarité

Soient les vecteurs $\vec{u},\vec{v}$ du plan $\vec{u},\vec{v}\ colinéaires \Leftrightarrow |\vec{u}\,;\vec{v}|=0$