Esercizi sui Processi Stocastici

1 Esercizio

Consideriamo il processo:

$$y(t) = e(t) + \frac{1}{2}e(t-1), \qquad e(t) \sim WN\left(m_e, \lambda^2\right)$$

con

$$m_e = 0 \qquad \lambda^2 = 3$$

1.1 Classificare il processo

1.2 Valutare la stazionarietà del processo

1.3 Calcolare la media del processo

1.4 Calcolare la funzione di autocovarianza

1.5 Calcolare la densità spettrale di potenza

1.6 Disegno della densità spettrale di potenza

1.7 Cosa succede se $m_e = 1$?

2 Esercizio

Consideriamo il processo:

$$y(t) = e(t) + \frac{1}{2}y(t-1) - \frac{1}{4}y(t-2), \qquad e(t) \sim WN\left(m_e, \lambda^2\right)$$

con

$$m_e = 0 \qquad \lambda^2 = 1$$

2.1 Classificare il processo

2.2 Valutare la stazionarietà del processo

2.3 Calcolare la media del processo

2.4 Calcolare la funzione di autocovarianza

2.5 Calcolare la densità spettrale di potenza

3 Esercizio

Considera il seguente processo:

$$y(t) = \frac{2 + 3z^{-1} - 2z^{-2}}{1 + \frac{1}{3}z^{-1}} \eta(t), \qquad \eta(t) \sim WN(1, 9)$$

3.1 Classificare il processo

3.2 Valutare la stazionarietà del processo

3.3 Calcolare la media del processo

3.4 Calcolare la varianza del processo

3.5 Calcolare la densità spettrale di potenza

3.6 Disegno della densità spettrale di potenza

4 Esercizio

Considera le seguenti funzioni di autocovarianza:

$$\gamma_1(\tau) = \begin{cases} -2 & \text{se } \tau = 0 \\ 1 & \text{se } \tau = 1 \\ 1 & \text{se } \tau = -1 \\ 0 & \text{se } |\tau| > 1 \end{cases} \qquad \gamma_2(\tau) = \begin{cases} 3 & \text{se } \tau = 0 \\ 2 & \text{se } \tau = 1 \\ 1 & \text{se } \tau = -1 \\ 0 & \text{se } |\tau| > 1 \end{cases}$$

$$\gamma_3(\tau) = \begin{cases} 2 & \text{se } \tau = 0 \\ 3 & \text{se } \tau = 1 \\ 3 & \text{se } \tau = -1 \\ 0 & \text{se } |\tau| > 1 \end{cases} \qquad \gamma_4(\tau) = \begin{cases} 5 & \text{se } \tau = 0 \\ 2 & \text{se } \tau = 1 \\ 2 & \text{se } \tau = -1 \\ 0 & \text{se } |\tau| > 1 \end{cases}$$

calcolare la forma dinamica dei corrispettivi processi (supponendo una media nulla).

4.1 Primo caso

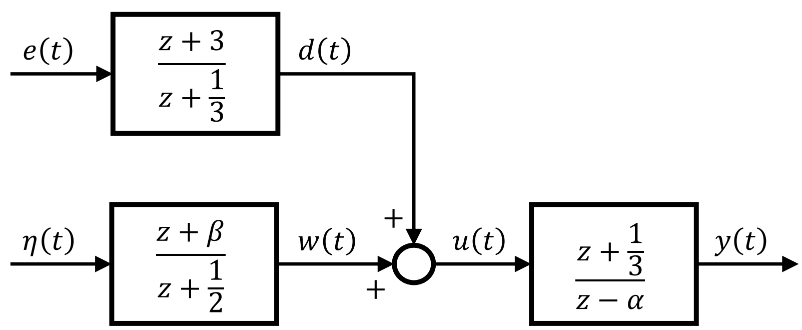
4.2 Secondo caso

4.3 Terzo caso

4.4 Quarto caso

5 Esercizio

Si consideri il seguente processo:



dove $\eta(t) = 3$, $e(t) \sim WN\left(0, \frac{1}{3}\right)$ e $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

5.1 Classificare il processo

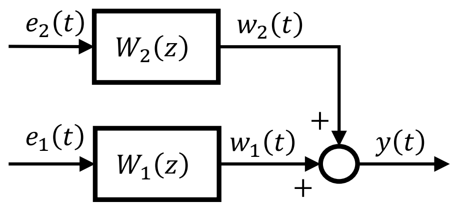
5.2 Valutare la stazionarietà del processo

5.3 Calcolare i valori di α e β tali per cui la media del processo m_y è -1

5.4 Calcolare i valori di α e β tali per cui $m_y = -1$ e la varianza è minima

6 Esercizio

Si consideri il processo (generato dalla somma di due sistemi astinsoticamente stabili):



dove:

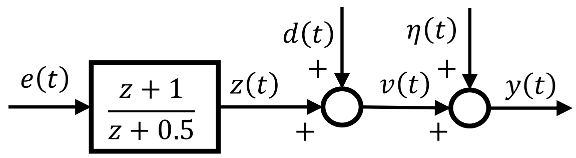
- $e_1(t) \sim WN(0, \lambda_1^2)$
- $e_2(t) \sim WN(0, \lambda_2^2)$
- $e_1(t) \perp e_2(t) \Leftrightarrow \mathbb{E}\left[e_1(t)e_2(t-\tau)\right] = 0 \;\; \forall t, \tau$

6.1 Calcolare la funzione di autocovarianza

6.2 Calcolare la densità spettrale di potenza

7 Esercizio

Si consideri il processo $y(t)$ generato dal seguente schema:



7.1 Valutare la stazionarietà del processo avendo $d(t) \perp e(t) \perp \eta(t)$, $d(t) \sim WN(0,1)$, $e(t) \sim WN(0,2)$, $\eta(t) \sim WN(0,1)$

7.2 Calcolare la densità spettrale di potenza

7.3 Disegno della densità spettrale di potenza

7.4 Valutare la stazionarietà del processo avendo $d(t) = -e(t-1)$, $d(t) \perp \eta(t)$, $e(t) \sim WN(0,1)$, $\eta(t) \sim WN(0,1)$

7.5 Calcolare la densità spettrale di potenza

7.6 Disegno della densità spettrale di potenza