

Esercizi sulla Predizione

1 Esercizio 1

Si consideri il seguente processo stocastico:

$$y(t) = 3e(t) - \frac{9}{4}e(t-1) - \frac{15}{8}e(t-2) + \frac{2}{3}y(t-1) \quad e(t) \sim WN(0, 2)$$

1.1 Valutare la stazionarietà

1.2 Ricavare la forma canonica

1.3 Calcolare il predittore a un passo

1.4 Calcolare la varianza dell'errore di predizione a un passo

1.5 Calcolare il predittore a due passi

1.6 Calcolare la varianza dell'errore di predizione a due passi

1.7 Ricavare il valore della predizione $\hat{y}(5|4)$

Consideriamo il seguente dataset:

$$y(1) = 5$$

$$y(2) = -6$$

$$y(3) = 2$$

$$y(4) = 7$$

calcolare $\hat{y}(5|4)$ (supponendo che $y(t) = 0$ se $t \leq 0$).

2 Esercizio 2

Si consideri il processo:

$$w(t) = \frac{z^2 - \frac{11}{6}z + \frac{1}{2}}{\left(5z^2 - \frac{10}{3}z + \frac{10}{9}\right)\left(z - \frac{1}{3}\right)} \cdot e(t) \quad e(t) \sim WN(1, 1)$$

2.1 Valutare la stazionarietà

2.2 Ricavare la forma canonica

2.3 Calcolare il predittore a un passo e la varianza dell'errore di predizione

2.4 Calcolare il predittore a due passi e la varianza dell'errore di predizione

3 Esercizio 3

Si consideri il seguente processo:

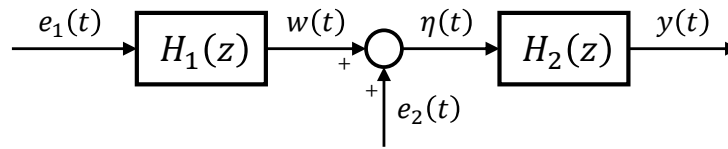
$$y(t) = 2 \cdot u(t-1) + \frac{1}{2} \cdot u(t-2) + e(t) + \frac{2}{3} \cdot e(t-1) + \frac{13}{36} \cdot e(t-2) \quad e(t) \sim WN(0, 1)$$

3.1 Calcolare il predittore a un passo e la varianza dell'errore di predizione

3.2 Calcolare l'ESR del predittore a un passo

4 Esercizio 4

Si consideri il seguente processo stocastico $y(t)$



con:

$$e_1(t) \sim WN(0, 1) \quad e_2(t) \sim WN(1, 1)$$

con $e_1(t) \perp e_2(t)$ e

$$H_1(z) = \frac{5z + 25}{5z + 1} \quad H_2(z) = \frac{3z + 12}{6z^2 + 5z + 1}$$

4.1 Classificare il processo

4.2 Valutare la stazionarietà

4.3 Ricavare la forma canonica

4.4 Calcolare il predittore a un passo e la varianza dell'errore di predizione

4.5 Calcolare il predittore a due passi e la varianza dell'errore di predizione

5 Esercizio 5

Si consideri il seguente processo:

$$y(t) = \frac{1}{3} \cdot y(t-3) + u(t-1) + 3 \cdot u(t-2) + e(t) + \frac{1}{2} \cdot e(t-1) \quad e(t) \sim WN(0, 1)$$

5.1 Ricavare la forma canonica

5.2 calcolare il predittore a un passo e la varianza dell'errore di predizione

6 Esercizio 6

Sia dato il seguente modello a tempo discreto definito nello spazio di stati:

$$\begin{cases} x_1(t+1) &= 0.8x_1(t) + u(t) + e(t) \\ x_2(t+1) &= x_1(t) + 0.5x_2(t) + 4e(t) \\ y(t) &= x_2(t) \end{cases}$$

dove $e(t) \sim WN(0, 1)$ e $u(t)$ è una variabile esogena.

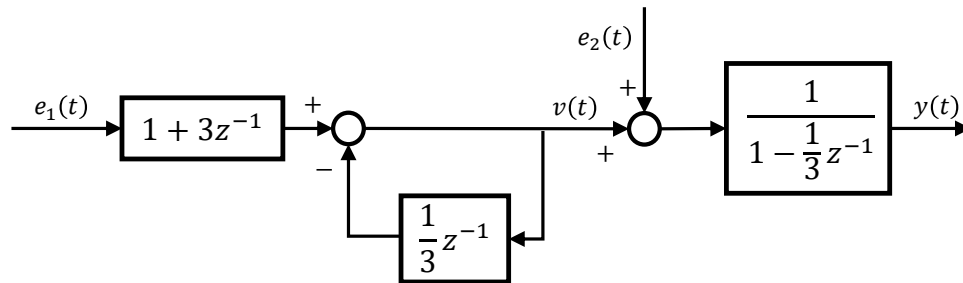
6.1 Trovare il modello ARMAX corrispondente

6.2 Ricavare la forma canonica

6.3 Calcolare il predittore a due passi e la varianza dell'errore di predizione

7 Esercizio 7

Si consideri il processo $y(t)$ generato secondo il seguente schema:

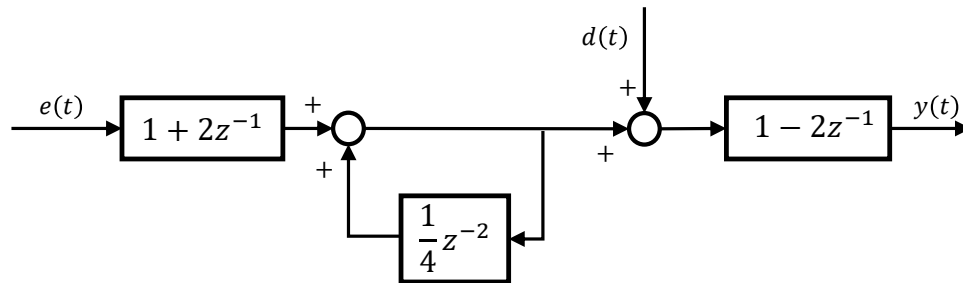


dove $e_1(t) \sim WN(1, 1)$ e $e_2(t) \sim WN(1, 2)$ e sono incorrelati $e_1(t) \perp e_2(t)$

7.1 Calcolare il predittore a tre passi e varianza e media dell'errore di predizione

8 Esercizio 8

Si consideri il processo $y(t)$ generato dal seguente schema:



dove $e(t) \sim WN(0, 1)$, $d(t) = 2 \quad \forall t$

8.1 Calcolare il predittore a un passo e varianza e media dell'errore di predizione

9 Esercizio 9

Si consideri il processo:

$$y(t) = e(t-1) + 2e(t-2) + e(t-4) + 2e(t-5) + 1, \quad e(t) \sim WN(1, 1)$$

9.1 Calcolare e disegnare la varianza dell'errore di predizione in funzione dell'orizzonte di predizione