UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO
Dipartimento di Ingegneria Gestionale, dell'Informazione e della Produzione
Control Automation Lab

# IDENTIFICAZIONE DEI MODELLI E ANALISI DEI DATI (IMAD)

## Lezione 1: Introduzione al corso

**Corso di Laurea Magistrale in INGEGNERIA INFORMATICA**

SPEAKER
Prof. Mirko Mazzoleni

PLACE
Università degli Studi di Bergamo

# Chi sono

- **Name:** Mirko Mazzoleni

- **Attualmente:** Assistant Professor (RTD-B), **Laboratorio di Automatica (CAL UniBG)**

✓ *Ricerca:* System identification, machine learning, fault diagnosis

✓ *Didattica:*
1. Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati (IMAD) – LM Ingegneria Informatica
2. Adaptive learning, estimation and supervision of dynamical systems (ALES)
3. Gestione, analisi e rappresentazione dei dati (GARD) – LT Ingegneria Gestionale

- **Altro:** Co-fondatore AISent srl startup https://aisent.io/ AISENT

- **Contatti**

✓ mirko.mazzoleni@unibg.it

✓ https://mirkomazzoleni.github.io/

✓ http://cal.unibg.it/ **Sito laboratorio CAL UniBG**

✓ Pagina LinkedIn

# Control and Automation Laboratory (CAL) @ University of Bergamo, Italy

**Persone:**

- 7 professori
- 6 studenti di dottorato

- **Didattica** (control systems)
- **Ricerca** (fault diagnosis, identification, MPC)
- **Progetti industriali** (manufacturing, aerospace, packaging,…)

# Outline

# Outline

1. **Presentazione del corso di Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati**
2. Introduzione e motivazione
3. La stima di un modello dai dati: l’approccio supervisionato
4. Sistemi (e modelli) statici
5. Sistemi (e modelli) dinamici
6. Riassunto

# Prerequisiti del corso

È **caldamente consigliato** avere delle buone basi delle seguenti materie

- Fondamenti di automatica ⟹ Il corso di IMAD è del ssd ING-INF\04 – AUTOMATICA !
- Algebra lineare
- Analisi 1 e Analisi 2
- Statistica

**Come «rinfrescare» i prerequisiti?**

- Fondamenti di automatica ⟹ Corso UniBg
- Algebra lineare ⟹ Corso UniBg, corso Gilbert Strang @MIT su YouTube
- Analisi 1 e Analisi 2 ⟹ Corso UniBg
- Statistica ⟹ Corso UniBg, prima parte del libro «Doing Bayesian Data Analysis»

John K. Kruschke, **Doing Bayesian Data Analysis, Second Edition: A Tutorial with R, JAGS, and Stan**. Academic Press (2014)

# Esame

- Esame **scritto** da **2 ore**
- **3 esercizi** numerici + **3 domande** aperte di teoria
- Vedere **«tema d'esame di esempio»** sul sito del corso

**Come prepararsi all'esame?**

- Seguire le lezioni e le esercitazioni
- Studiare la teoria
- Rifare le esercitazioni
- Fare esercitazioni aggiuntive ⇒ Bittanti Sergio, Campi Marco, **Raccolta di Problemi di Identificazione, Filtraggio, Controllo predittivo**. Pitagora Editrice, Bologna (2013)

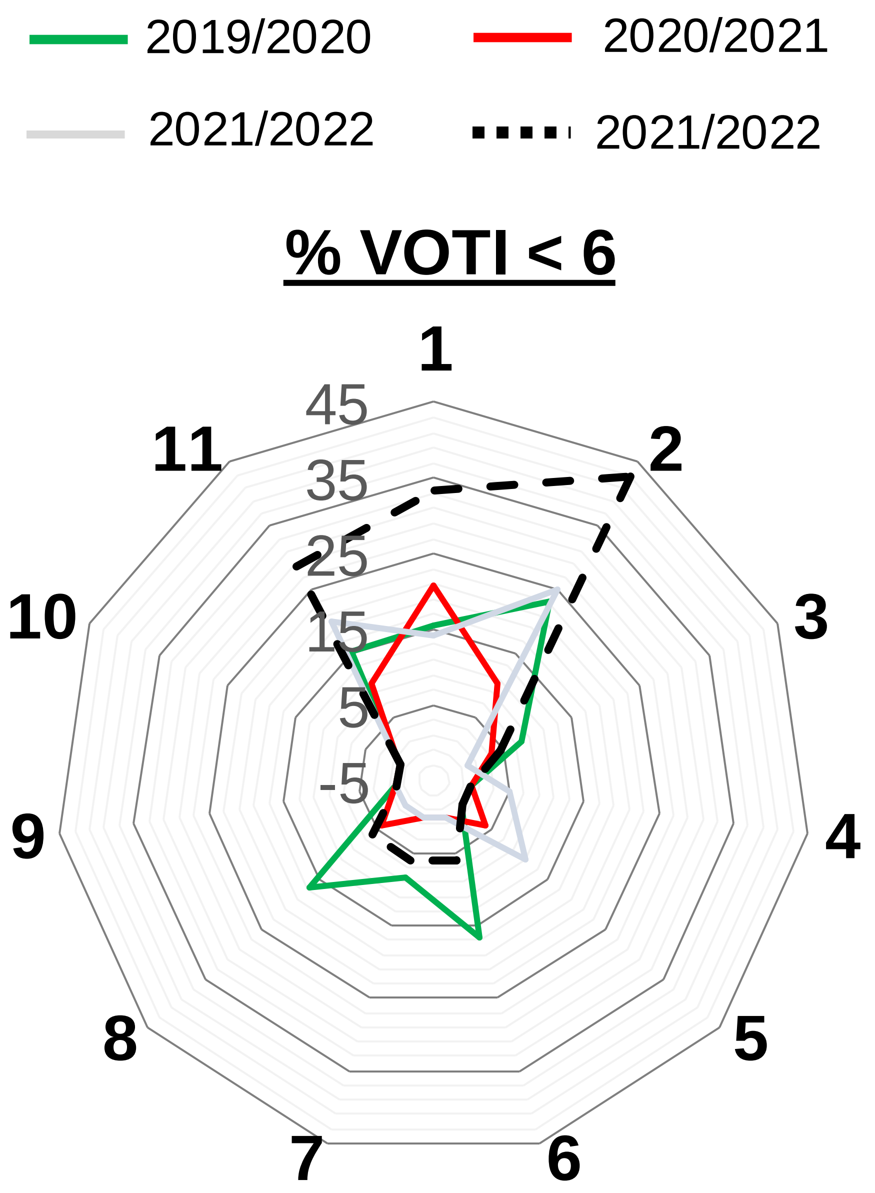
# Obiettivi formativi del corso

Alla fine del corso, dovrete essere in grado di:

- **Applicare** diverse metodologie di stima, a seconda della domanda a cui si vuol fornire una risposta tramite l'analisi del dato
- **Formulare** un problema di stima, individuando le variabili del problema (e.g. dati di input e output)
- **Stimare** un modello **statico** o **dinamico** dai dati, attraverso la risoluzione di un problema di ottimizzazione
- **Scegliere** il modello più opportuno per la tipologia di dati a disposizione
- **Valutare** la bontà del modello stimato dai dati

# Cosa aspettarsi dal corso?

| | Media | N | 2021/2022 % Voti < 6 |
|---|---|---|---|
| Le conoscenze preliminari possedute sono risultate sufficienti per la comprensione degli argomenti previsti nel programma d'esame? | 6,76 | 21 | 33,33 |
| Il carico di studio dell'insegnamento è proporzionato ai crediti assegnati? | 5,86 | 21 | 42,86 |
| Il materiale didattico (indicato e disponibile) è adeguato per lo studio della materia? | 9,19 | 21 | 4,76 |
| Le modalità di esame sono state definite in modo chiaro? | 9,00 | 21 | 0 |
| Gli orari di svolgimento di lezioni, esercitazioni e altre eventuali attività didattiche sono rispettati? | 9,29 | 17 | 0 |
| Il docente stimola/motiva l'interesse verso la disciplina? | 8,29 | 17 | 5,88 |
| Il docente espone gli argomenti in modo chiaro? | 9,00 | 17 | 5,88 |
| Le attività didattiche integrative come esercitazioni, tutorati, laboratori, ecc. (non sono compresi gli addestramenti linguistici) ove esistenti, sono utili all'apprendimento della materia? | 8,65 | 17 | 5,88 |
| L'insegnamento è stato svolto in maniera coerente con quanto dichiarato sul sito Web del corso di studio? | 8,94 | 17 | 0 |
| Il docente è reperibile per chiarimenti e spiegazioni? | 9,10 | 20 | 0 |
| E' interessato/a agli argomenti trattati nell'insegnamento? | 6,71 | 21 | 28,57 |



# Materiali didattici

## Materiali forniti dal docente

- Slide e appunti delle lezioni
- Pdf delle lezioni e delle esercitazioni
- Codice Matlab\Simulink o Python

## Interazione e feedback

- Durante le lezioni ci saranno dei quiz
- Durante la settimana vi darò delle attività da fare e dei test a cui rispondere. Sono **facoltativi** ma vi aiutano a capire il grado di apprendimento prima dell’esame. Inoltre, contribuiranno a dare un **bonus di +3 punti** al voto finale

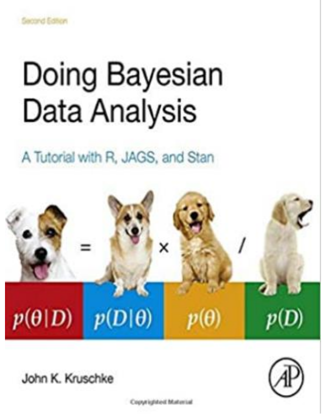
Useremo le **attività** di **MS Teams**

# Materiali didattici

## <u>Libri consigliati</u>

- G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani, **Introduzione all'apprendimento statistico con applicazioni in R**, Piccin (2020)


- John K. Kruschke, **Doing Bayesian Data Analysis, Second Edition: A Tutorial with R, JAGS, and Stan**. Academic Press (2014)




- Bittanti Sergio, **Teoria della predizione e del filtraggio**, Pitagora Editrice, Bologna (2003)

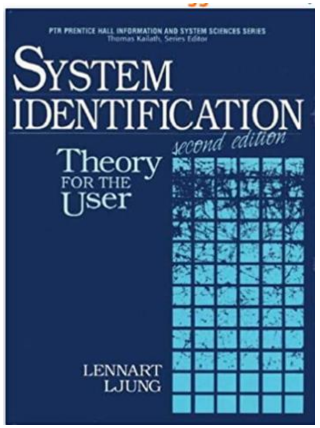

- Bittanti Sergio, **Identificazione dei Modelli e Sistemi Adattativi**, Pitagora Editrice, Bologna (2003)


- Bittanti Sergio, Campi Marco, **Raccolta di Problemi di Identificazione, Filtraggio, Controllo predittivo**. Pitagora Editrice, Bologna (2013)

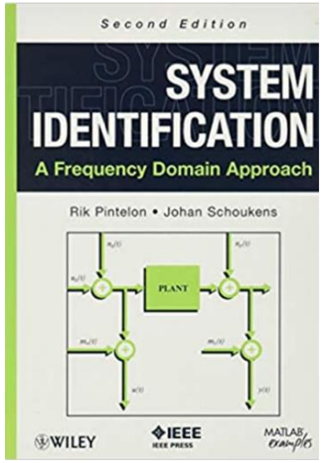
# Materiali didattici

## Libri avanzati di approfondimento

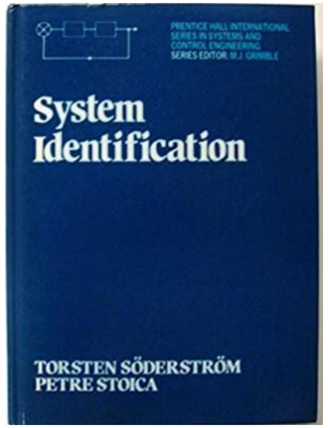
- Lennart Ljung, **System Identification: Theory for the User**, Pearson (1998)



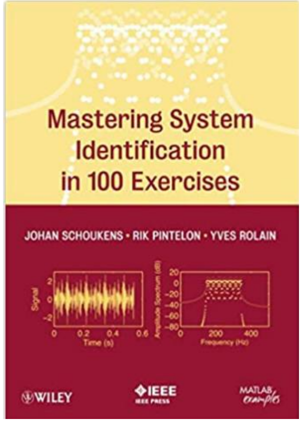

- Rik Pintelon, Johan Schoukens, **System Identification: A Frequency Domain Approach**, IEEE (2012)




- Torsten Soderstrom, Petre Stoica, **System identification** Prentice Hall international (2001)




- Johan Schoukens, Rik Pintelon, Yves Rolain, **Mastering System Identifcation in 100 Exercises**, IEEE (2003)



# Syllabus

## Parte I: sistemi statici

1. **Richiami di statistica**
2. **Teoria della stima**
   2.1 Proprietà degli stimatori
3. **Stima a minimi quadrati**
   3.1 Stima di modelli lineari
   3.2 Algoritmo del gradient descent
4. **Stima a massima verosimiglianza**
   4.1 Proprietà della stima
   4.2 Stima di modelli lineari
5. **Regressione logistica**
   5.1 Stima di un modello di regressione logistica
6. **Fondamenti di machine learning**
   6.1 Bias-Variance tradeoff
   6.2 Overfitting
   6.3 Regolarizzazione
   6.4 Validazione
7. **Cenni di stima Bayesiana**
   7.1 Probabilità congiunte, marginali e condizionate
   7.2 Connessione con Filtro di Kalman

# Syllabus

## Parte II: sistemi dinamici

8. **Processi stocastici**
   8.1 Processi stocastici stazionari (pss)
   8.3 Rappresentazione spettrale di un pss
   8.4 Stimatori campionari media\covarianza
   8.5 Densità spettrale campionaria

9. **Famiglie di modelli a spettro razionale**
   9.1 Modelli per serie temporali (MA, AR, ARMA)
   9.2 Modelli per sistemi input/output (ARX, ARMAX)

10. **Predizione**
    10.1 Filtro passa-tutto
    10.2 Forma canonica
    10.3 Teorema della fattorizzazione spettrale
    10.4 Soluzione al problema della predizione

11. **Identificazione**
    11.3 Identificazione di modelli ARX
    11.4 Identificazione di modelli ARMAX
    11.5 Metodo di Newton

12. **Identificazione: analisi e complementi**
    12.1 Analisi asintotica metodi PEM
    12.2 Identificabilità dei modelli
    12.3 Valutazione dell'incertezza di stima

13. **Identificazione: valutazione**

# IMAD

## Parte I: sistemi statici

**Stima parametrica $\hat{\theta}$**

- **$\theta$ deterministico**
  - ***NO assunzioni su ddp dei dati***
    - ✓ Stima parametri popolazione
    - ✓ Stima modello lineare: minimi quadrati
  - ***SI assunzioni su ddp dei dati***
    - ✓ Stima massima verosimiglianza parametri popolazione
    - ✓ Stima modello lineare: massima verosimiglianza
    - ✓ Regressione logistica
- **$\theta$ variabile casuale**
  - ***SI assunzioni su ddp dei dati***
    - ✓ Stima Bayesiana

**Machine learning**

## Parte II: sistemi dinamici

**Stima parametrica $\hat{\theta}$**

- **$\theta$ deterministico**
  - ***NO assunzioni su ddp dei dati***
    - ✓ Modelli lineari di pss
    - ✓ Predizione
    - ✓ Identificazione
    - ✓ Persistente eccitazione
    - ✓ Analisi asintotica metodi PEM
    - ✓ Analisi incertezza stima (numero dati finito)
    - ✓ Valutazione del modello

# Outline

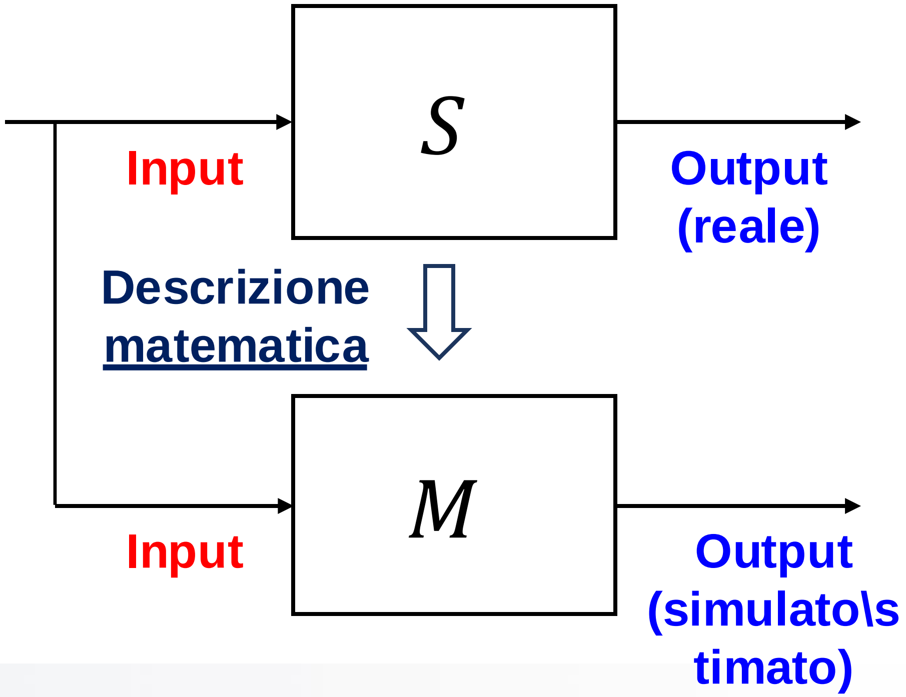
1. Presentazione del corso di Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati
2. **Introduzione e motivazione**
3. La stima di un modello dai dati: l'approccio supervisionato
4. Sistemi (e modelli) statici
5. Sistemi (e modelli) dinamici
6. Riassunto

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

## A) IDENTIFICAZIONE DEI MODELLI

In questo corso parleremo di **modelli matematici** per descrivere **fenomeni** o **sistemi**

- **Sistema:** meccanismo astratto che trasforma **inputs** (cause) in **outputs** (effetti)
- **Modello:** descrizione **matematica** di un sistema




Esempi di sistemi:

- **economici:** relazione tra reddito ed educazione
- **sociali:** relazione tra luogo di abitazione e criminalità
- **fisici:** relazione tra corrente e tensione

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

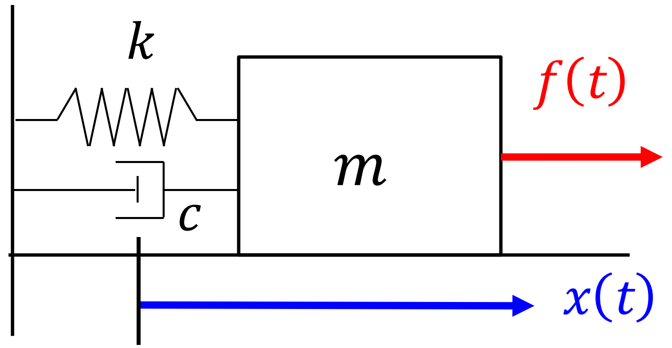
Vi sono tre approcci fondamentali per definire un modello $M$ di un sistema $S$

**1) Modellazione white-box:** basato su **leggi** e **principi** della fisica o conoscenza a priori

**Esempio:** sistema massa-molla-smorzatore

$$m\ddot{x}(t) = f(t) - c\dot{x}(t) - kx(t)$$

- Scrivo le **equazioni** in base alla **fisica** del sistema
- **Conosco/misuro** direttamente i parametri $m, c, k$




**Vantaggi:**
- Conoscenza del significato fisico delle variabili
- Modello generalizzabile

**Svantaggi:**
- Richiede di conoscere tutte le leggi e il valore dei parametri del problema specifico
- Approccio che richiede tempo e costi
- Non fattibile nel caso di sistemi complessi, con molti componenti

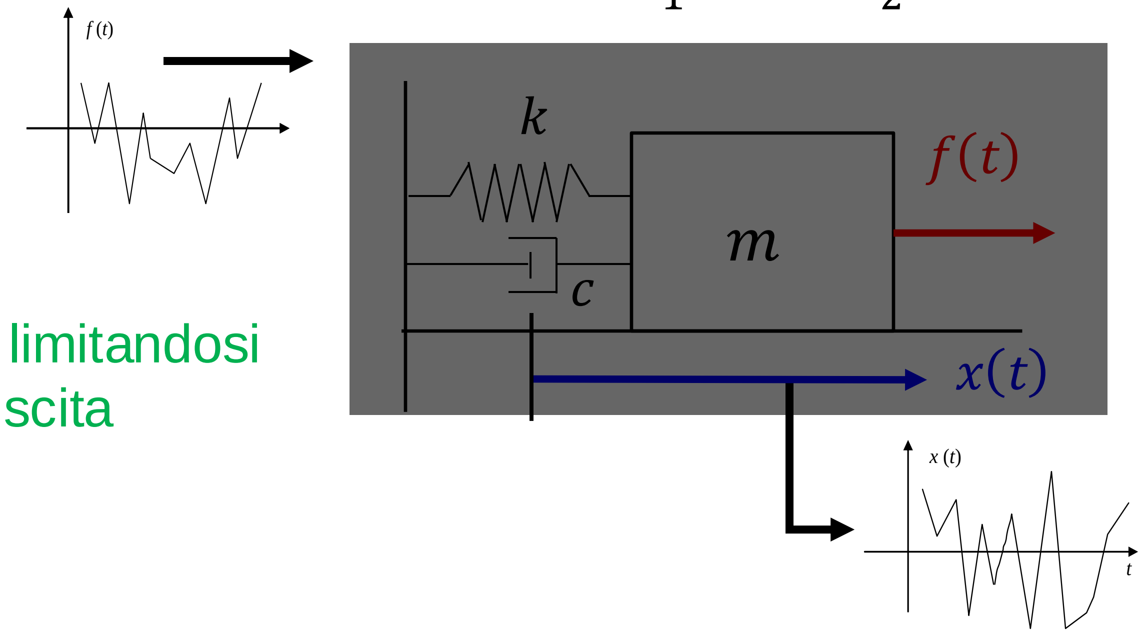
# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

**2) Modellazione black-box:** basata su **dati sperimentali**

**Esempio:** sistema massa-molla-smorzatore

- Faccio un esperimento I/O
- *Identifico* (stimo) i parametri di un **modello (digitale)** generico di ordine adeguato

$$x(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} f(z)$$




**Vantaggi:**
- Prescindono dal particolare problema, limitandosi a caratterizzare la relazione ingresso-uscita
- Veloci da costruire

**Svantaggi:**
- Non interpretabili fisicamente
- Non generali: se il sistema cambia, devo ripetere l'esperimento

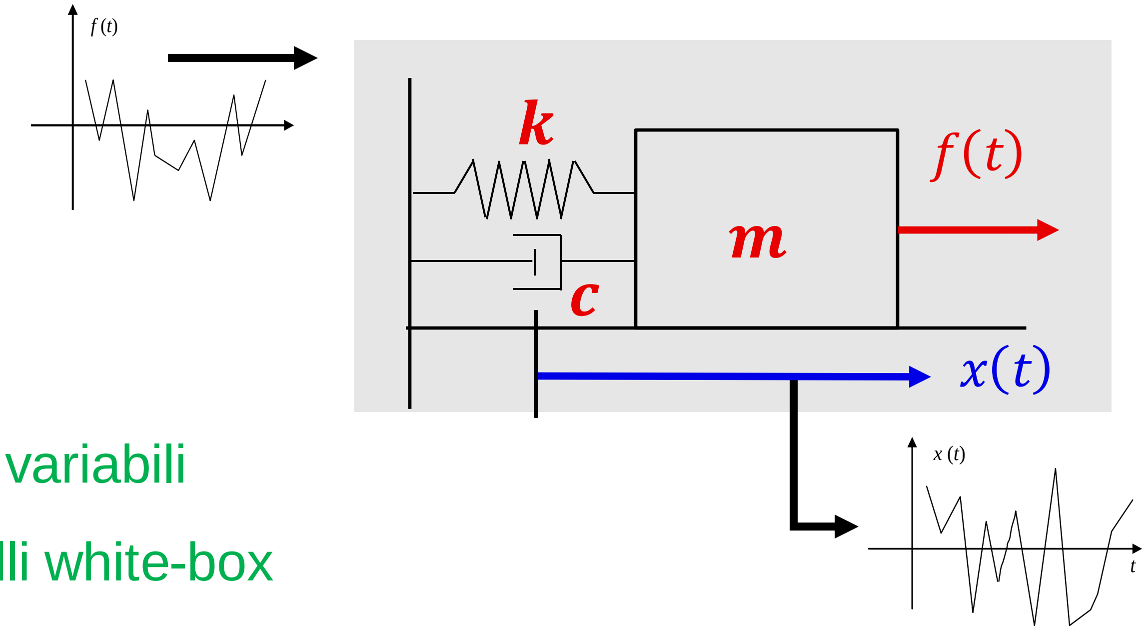
# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

**3) Modellazione gray-box:** basata su **dati sperimentali**

**Esempio:** sistema massa-molla-smorzatore

$$m\ddot{x}(t) = f(t) - c\dot{x}(t) - kx(t)$$

- Conosco le equazioni del sistema
- Faccio un esperimento I/O
- *Identifico* (tutti o alcuni) i **parametri (fisici)** di un **modello fisico**

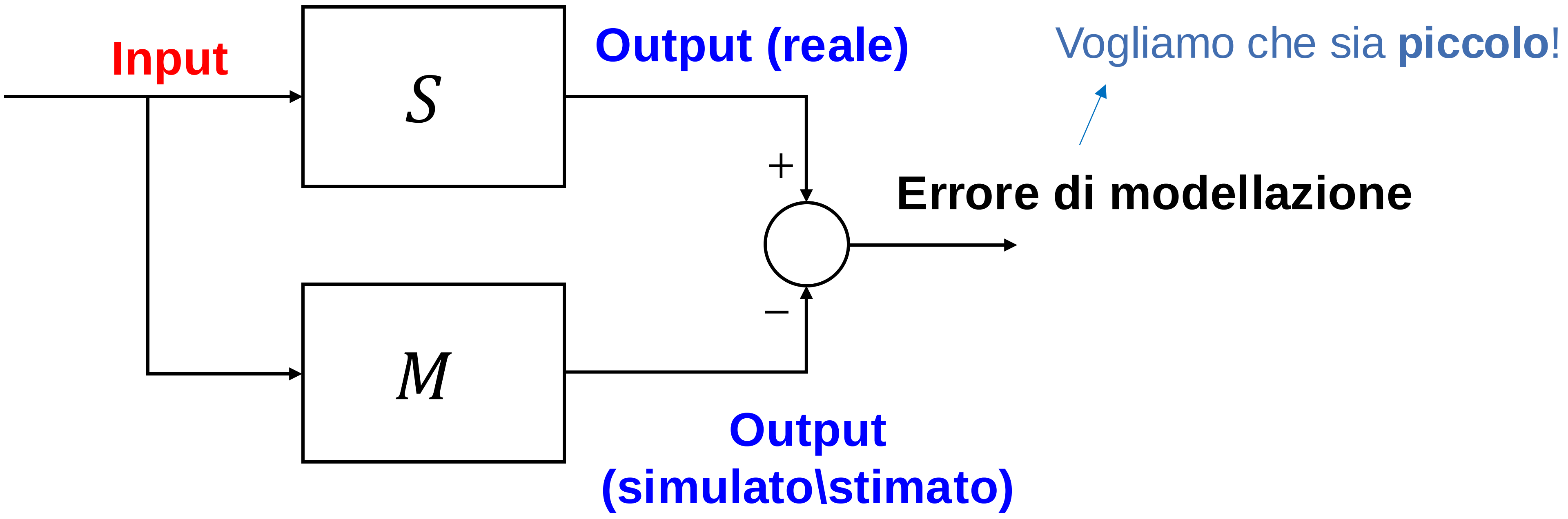



**Vantaggi:**
- Conoscenza del significato fisico delle variabili
- Più veloci da costruire rispetto a modelli white-box

**Svantaggi:**
- Più lenti da costruire rispetto a modelli black-box

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

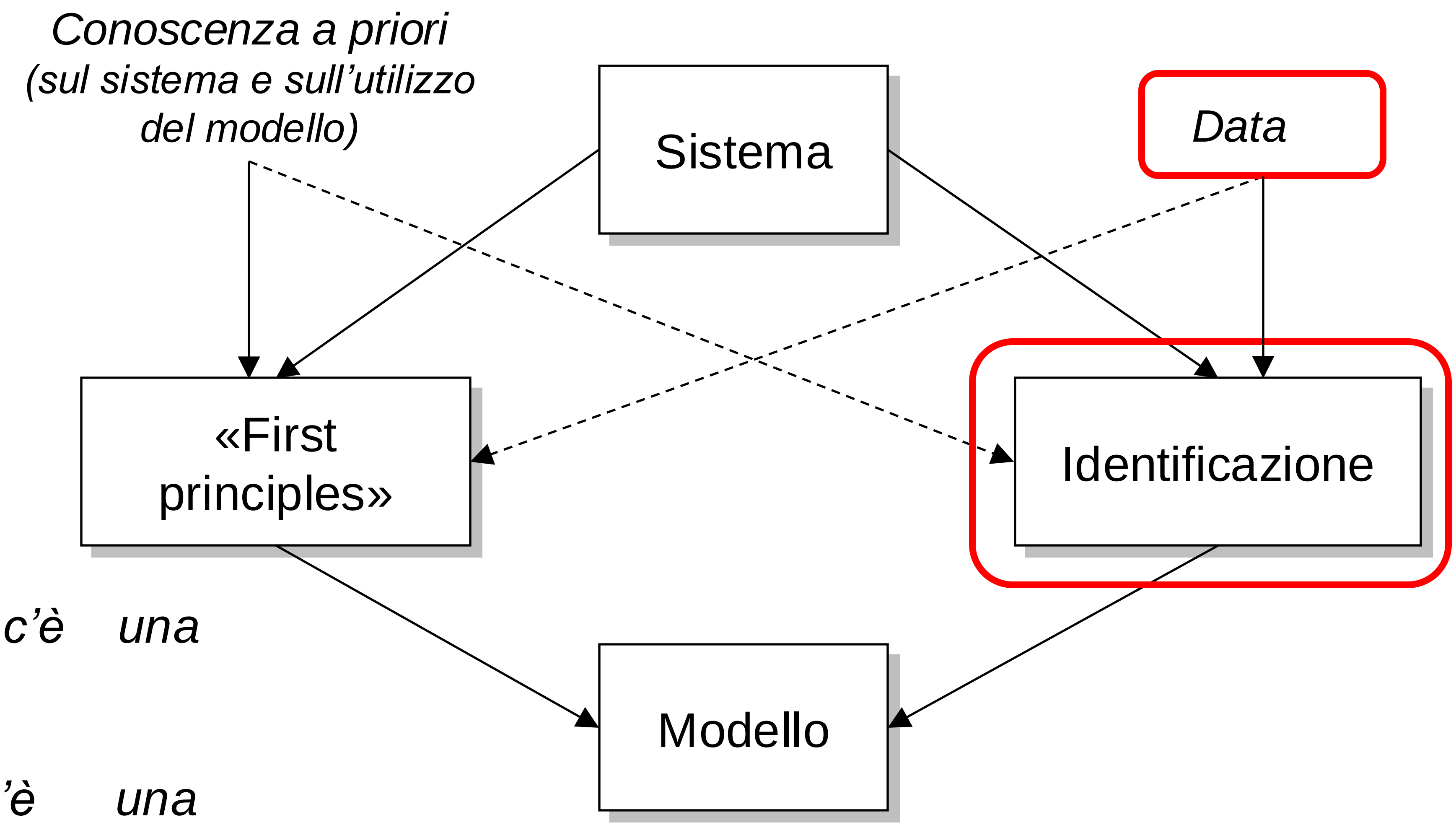
Come faccio a sapere se un modello è «buono»?




Se gli output **reali (misurati)** e **simulati dal modello (calcolati)** sono simili, il modello è in grado di replicare il fenomeno reale

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Questo corso si concentrerà sulla stima di modelli **black-box**




Considereremo:

- sistemi ***statici*** *(«non c'è una dipendenza dal tempo»)*
- sistemi ***dinamici*** *(«c'è una dipendenza dal tempo»)*

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

In conclusione, **Identificazione dei modelli** vuol dire **risolvere un problema di stima**

- in particolare, stima di un modello che descriva i dati

**IDENTIFICAZIONE DEI MODELLI**

$$\Downarrow$$

**PROBLEMA DI STIMA**

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

## B) ANALISI DEI DATI

**Obiettivo 1:** Determinare le caratteristiche statistiche dei dati e delle variabili misurate. Essi sono affetti da **rumore** e **incertezza**

- Media
- Varianza
- Correlazione
- Distribuzione di probabilità

⇨ **STATISTICA DESCRITTIVA**

**Obiettivo 2:** Individuare delle **regolarità** (pattern) nei dati (se ci sono regolarità)

- I dati presentano dei «pattern» riconoscibili o sono random?
- Possiamo **allenare algoritmi** che, **da soli**, individuino questi pattern?

⇨ **MACHINE LEARNING**

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Le tematiche di **identificazione dei modelli** e quelle di **analisi dei dati** sono collegate:

- L'analisi preliminare dei dati dà indicazioni sul modello migliore per descriverli
- Tecniche di analisi dei dati possono essere usate per descrivere la **bontà** del modello
- Una rappresentazione probabilistica dei dati dà luogo ad un **modello probabilistico** capace di **gestire l'incertezza**:
  - ✓ nelle misure
  - ✓ nella conoscenza della realtà (quanto «non conosco?»)

Declineremo le due procedure sia per **sistemi statici** che per **sistemi dinamici**

# Outline

1. Presentazione del corso di Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati
2. Introduzione e motivazione
3. **La stima di un modello dai dati: l’approccio supervisionato**
4. Sistemi (e modelli) statici
5. Sistemi (e modelli) dinamici
6. Riassunto

# La stima di un modello dai dati

Le tecniche di stima (apprendimento, identificazione) di un **modello dai dati** possono essere (largamente) classificate in:

- **Apprendimento supervisionato** (supervised learning): stimare un (o più) **output** $y$ sulla base di uno o più **input** $\boldsymbol{\varphi}$

$$\boldsymbol{\varphi} \longrightarrow y$$

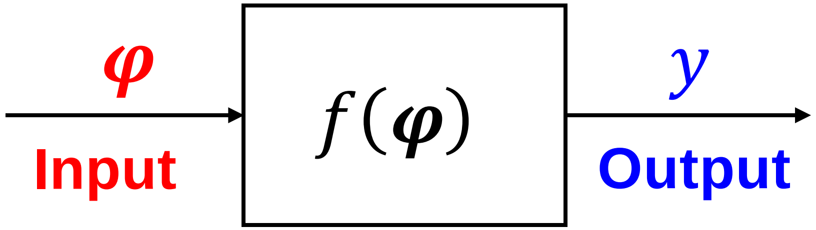
**Input** → **Output**

- **Apprendimento non supervisionato** (unsupervised learning): **non c'è l'output!** L'obiettivo è scoprire relazioni e strutture nel solo input

In questo corso considereremo solo le **tecniche di apprendimento supervisionate** (regressione e classificazione)

# La stima di un modello dai dati

L'obiettivo dell'apprendimento supervisionato è stimare (imparare, identificare) la funzione *ignota* $f(\boldsymbol{\varphi})$, che mappa gli **inputs** $\boldsymbol{\varphi}$ nell'**output** $y$, in modo che $y = f(\boldsymbol{\varphi})$




L'**input** è rappresentato da un vettore $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_0 \ \ \varphi_1 \ \ \cdots \ \ \varphi_{d-1}] \in \mathbb{R}^{d\times 1}$, chiamato **vettore dei regressori** o delle **features**

- Ogni elemento $\varphi_0 \ \ \varphi_1 \ \ \cdots \ \ \varphi_{d-1}$ è chiamato **regressore** o **feature**

L'**output** $y$ può essere

- un **numero** (output *continuo*), cioè $y \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow$ **Regressione**
- una **categoria** (output *discreto*), cioè $y \in \{\text{"Cat. 1"}, \ldots \text{"Cat. C"}\}$ $\Rightarrow$ **Classificazione**

# Outline

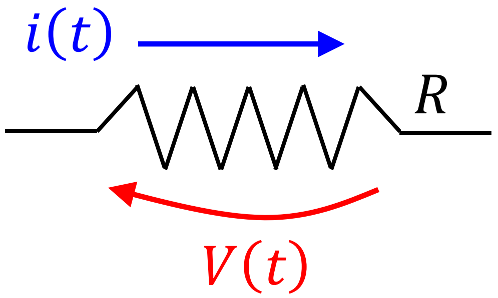
1. Presentazione del corso di Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati
2. Introduzione e motivazione
3. La stima di un modello dai dati: l’approccio supervisionato
4. **Sistemi (e modelli) statici**
5. Sistemi (e modelli) dinamici
6. Riassunto

# Sistemi statici

Con il termine **sistema statico** indichiamo quei sistemi per cui la sola conoscenza delle variabili di **input** è sufficiente a determinare il valore dell'**output**

**Esempio:** legge di Ohm per un resistore

$$i(t) = \frac{V(t)}{R}$$




L'uscita $i(t)$ all'istante $t$ dipende solo dall'ingresso $V(t)$ al medesimo istante $t$

All'interno di questo corso, considereremo le tematiche di **MACHINE LEARNING** come quelle tecniche che permetto di stimare (apprendere) **sistemi statici**

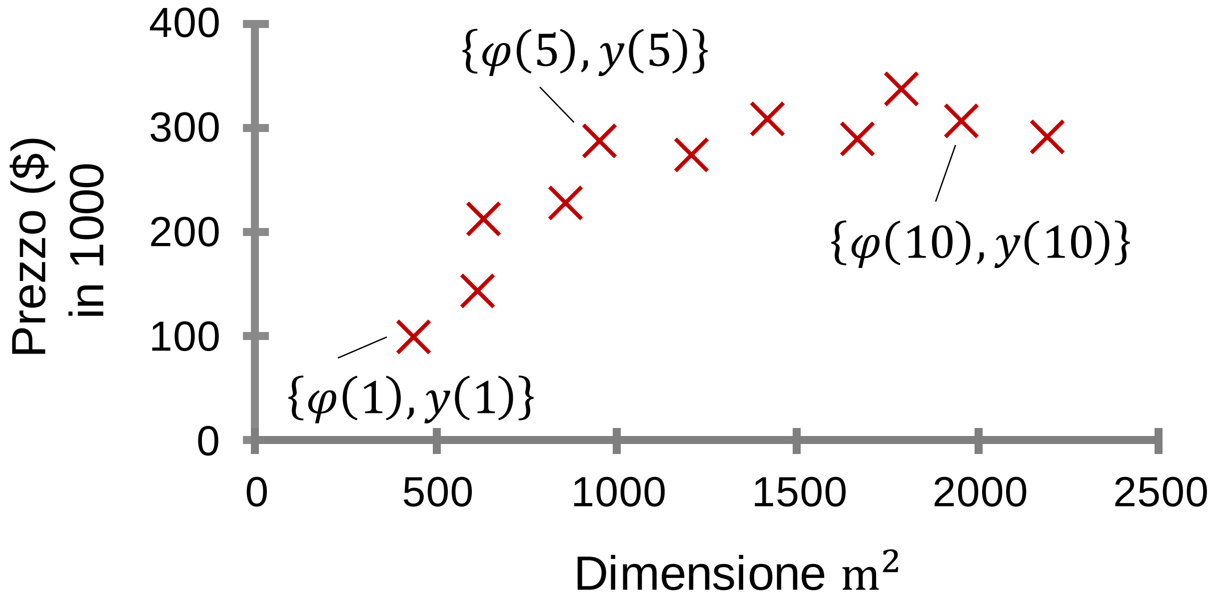
# Esempio 1: stimare il prezzo delle case

Supponiamo di voler stimare il prezzo delle case nell'area di Boston

Vogliamo **imparare** (stimare) la relazione $y = f(\varphi)$ tra:

- $\varphi$: grandezza della casa in $\mathrm{m}^2$ (regressore o feature)
- $y$: prezzo della casa (output)

Per poter fare questo, abbiamo bisogno di un **dataset** $\mathcal{D} = \{\boldsymbol{\varphi}(i), y(i)\}_{i=1}^{N}$ di **osservazioni** dei valori sia di $\boldsymbol{\varphi}$ che di $y$



# Esempio 1: stimare il prezzo delle case

| **Area** $(\mathrm{m}^2)$ | **# Cam. letto** | **Prezzo** $(1000\$)$ |
|---|---|---|
| 523 | 1 | 115 |
| 645 | 1 | 150 |
| 708 | 2 | 210 |
| 1034 | 3 | 280 |
| 2290 | 4 | 355 |
| 2545 | 4 | 440 |

- **Obiettivo**: stimare prezzo case
- L'output $y$ è **continuo**, $y \in \mathbb{R}$

**REGRESSIONE**

$\varphi \in \mathbb{R}$

$\boldsymbol{\varphi} \in \mathbb{R}^{2\times1}$

$y$ ➡ Imparare la relazione **DA** Area **A** Prezzo

$y$ ➡ Imparare la relazione **DA** Area **E** # Camere da letto **A** Prezzo

# Esempio 2: image classification

| Immagine | Output label |
|---|---|
|  | Gatto |
|  | Non gatto |
|  | Gatto |
|  | Non gatto |

- **Obiettivo**: sviluppare un’applicativo per riconoscere se c’è un gatto nell’immagine
- Imparare il mapping **DA** un’immagine **A** una «classe di appartenenza»
- L’output $y$ è una **categoria** (Gatto \ Non gatto)

**CLASSIFICAZIONE**

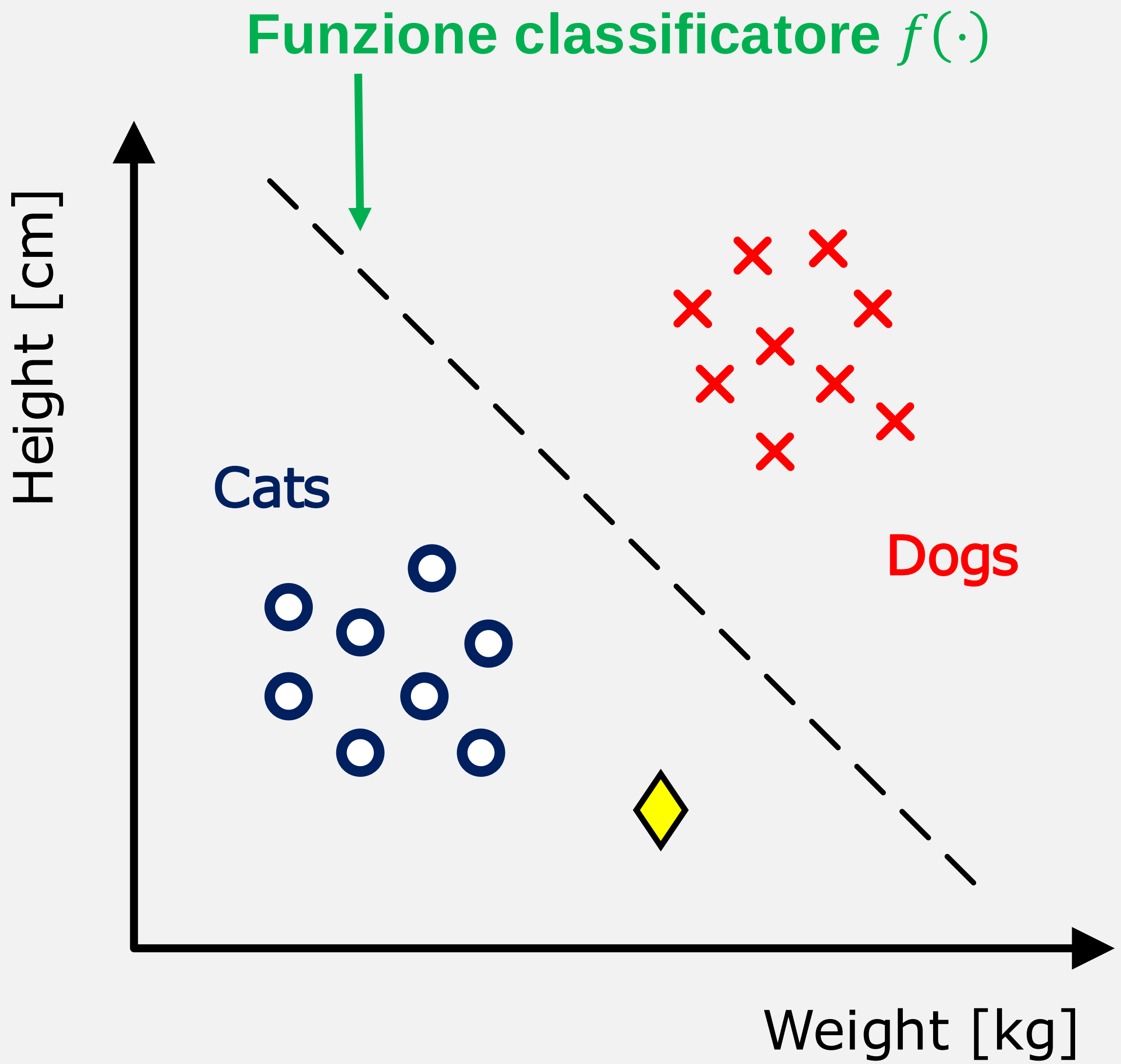
# QUIZ!

Supponiamo di misurare il **peso** e **l'altezza** di alcuni cani e gatti

Vogliamo imparare la funzione $f(\cdot)$ che ci dica se $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1, \varphi_2]^\mathsf{T}$ è un cane o un gatto

- $\varphi_1$: peso
- $\varphi_2$: altezza

**DOMANDA:** Il punto ◊ come è classificato dal modello? ______



# Outline

1. Presentazione del corso di Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati
2. Introduzione e motivazione
3. La stima di un modello dai dati: l’approccio supervisionato
4. Sistemi (e modelli) statici
5. **Sistemi (e modelli) dinamici**
6. Riassunto

# Sistemi dinamici

Con il termine **sistema dinamico** indichiamo quei sistemi per cui la sola conoscenza delle variabili di **input** (in un certo istante di tempo) **non è sufficiente** a determinare il valore dell'**output** al medesimo istante di tempo. Servono anche delle **condizioni iniziali**

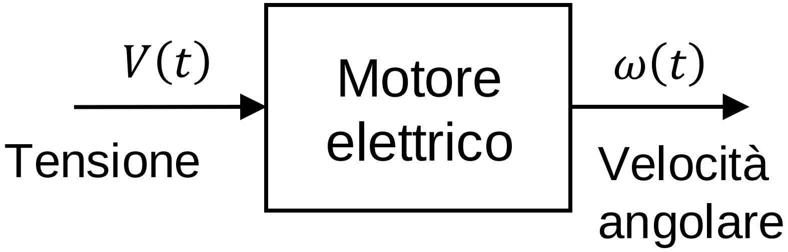
I **modelli dinamici** consentono di descrivere **l'evoluzione futura** delle variabili coinvolte in funzione del loro **andamento passato** e delle **variabili esterne** (ingressi esogeni)

I sistemi dinamici coinvolgono il **tempo:** l'output $y(t)$ dipende da sè stesso a istanti passati $y(t-1), y(t-2), \dots y(t-n_a)$

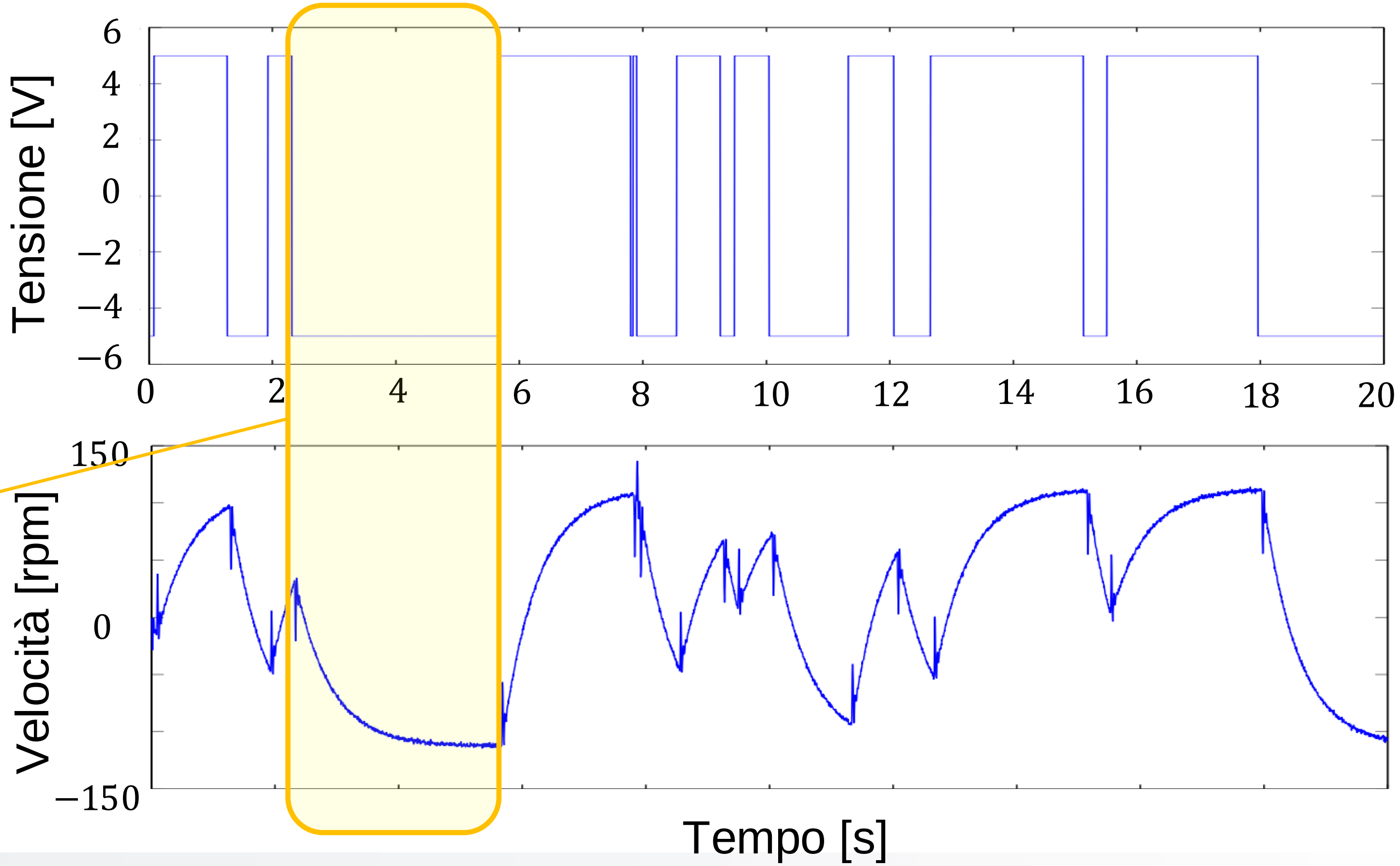
Questa **dipendenza dal passato** conferisce al modello una **«memoria»** (cioè la dinamica), del comportamento passato, il quale influisce il comportamento presente

# Sistemi dinamici

Questa **dipendenza dal passato** conferisce al modello una **«memoria»** (cioè la dinamica), del comportamento passato, il quale influisce il comportamento presente




Vediamo che il sistema è dinamico perché, anche se **l'input è fermo, l'output continua ad evolvere**

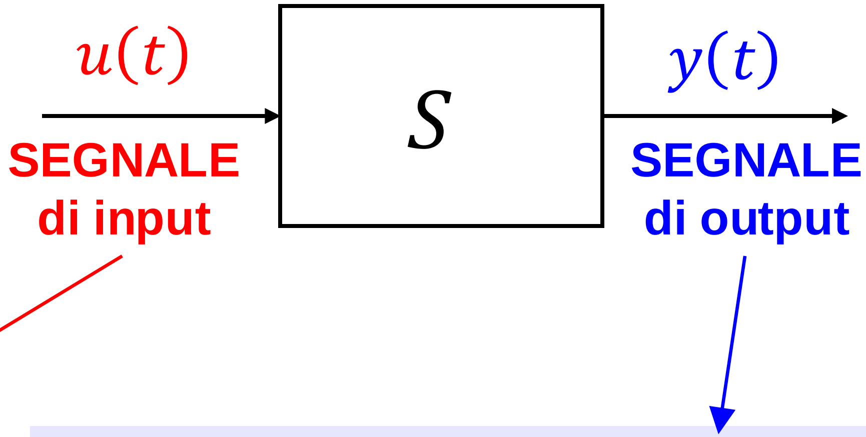


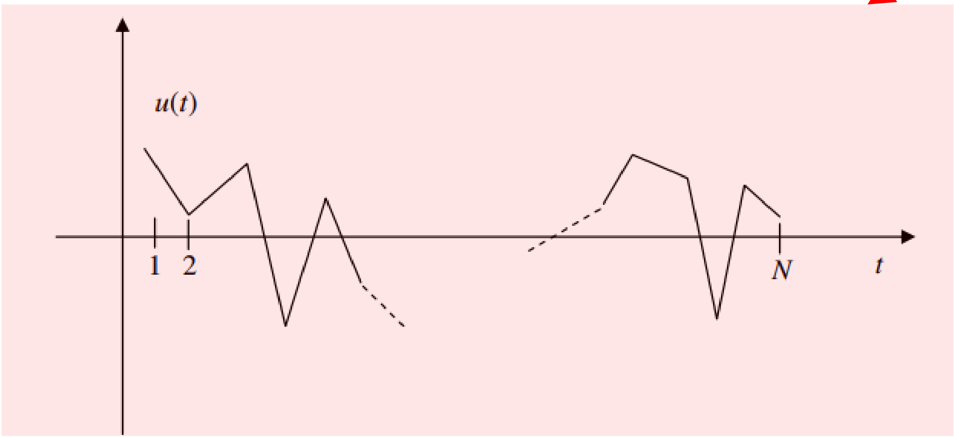
# Sistemi dinamici

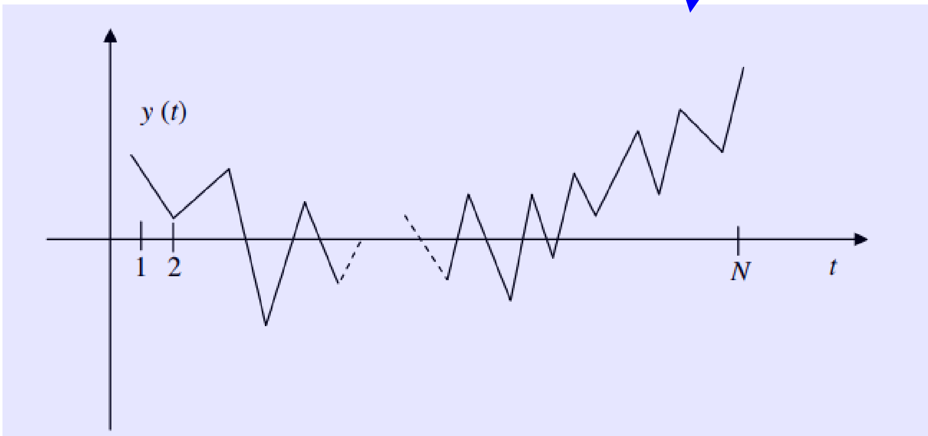
I sistemi dinamici, per la presenza della variabile tempo, vengono utilizzati per modellare le relazioni tra **segnali** di ingresso $u(t)$ e di uscita $y(t)$

Due set di $N$ dati sono collezionati, **campionando i segnali** a istanti temporali $t = 1,2, \dots N$

- Dati di input $\{u(1), u(2), \dots, u(N)\}$
- Dat di output $\{y(1), y(2), \dots, y(N)\}$

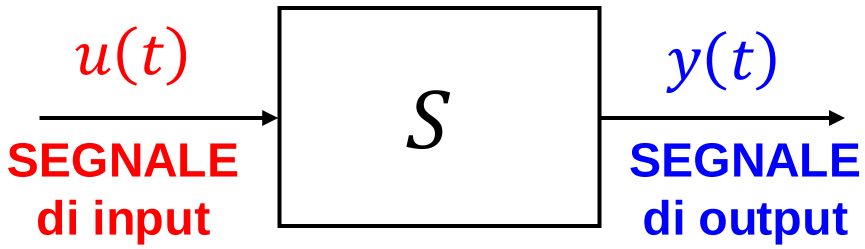


# Sistemi dinamici

Esempi di sistemi dinamici e segnali di input \ output




| Segnale di input | Segnale di output |
|---|---|
| Segnale audio (prima della trasmissione) | Segnale audio (dopo la trasmissione) |
| Corrente | Coppia motore |
| Quantità di un medicinale | Concentrazione di un ormone |
| Millimetri di pioggia | Concentrazione di un inquinante |

# Sistemi dinamici

I sistemi dinamici possono essere definiti a **tempo continuo** o a **tempo discreto**

**I fenomeni naturali** e **fisici** sono intrinsecamente **continui**

- In questo caso, il sistema è descritto attraverso equazioni differenziali, del tipo

$$\frac{dy}{dt} = \dot{y}(t) = -2 \cdot y(t) + 3 \cdot u(t)$$

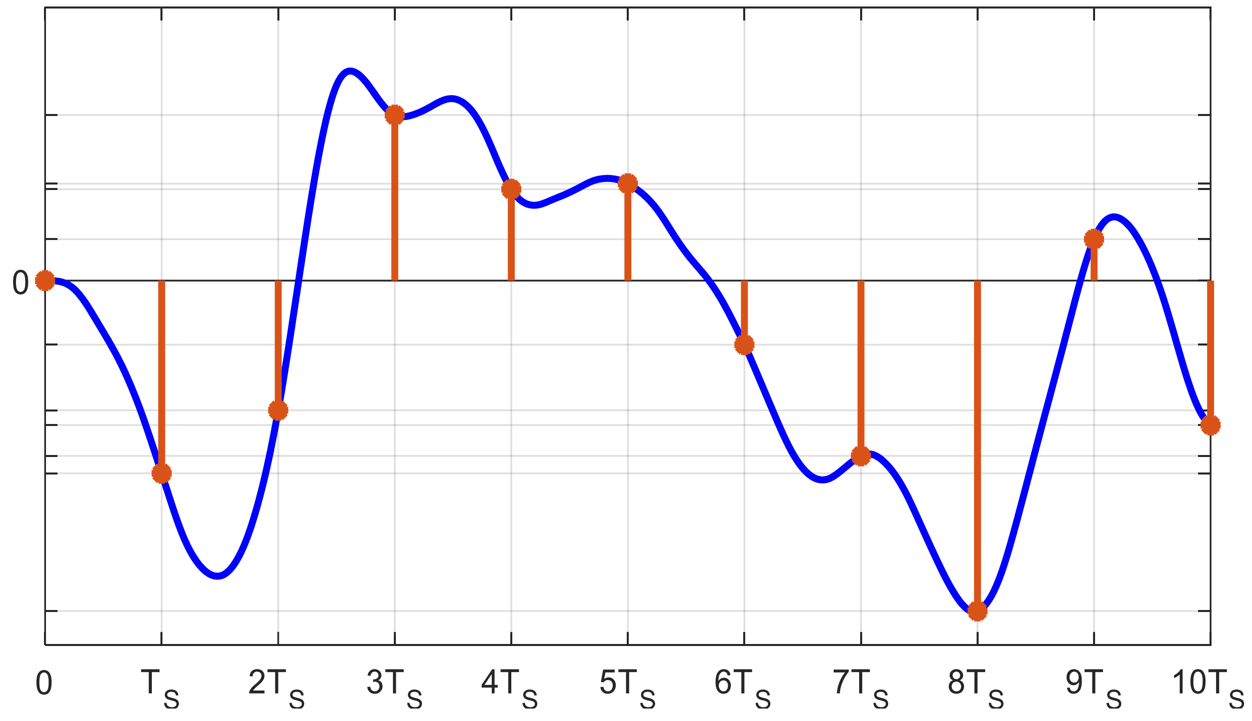
La derivata è la «rappresentazione matematica del comportamento futuro di una funzione». Questa nozione di «futuro» è esattamente ciò di cui abbiamo bisogno per rappresentare la memoria di un sistema dinamico a tempo continuo

# Sistemi dinamici

Tuttavia, il computer può gestire solo una quantità limitata di dati. Pertanto, i segnali devono essere **campionati** con un tempo di campionamento $T_s$, tale da memorizzare una quantità finita di dati a tempi discreti $t \cdot T_s$, con $t = 1, \dots, N$

$$y(t) = y(t \cdot T_s)$$

Nel seguito, lavoreremo solo con **sistemi discreti**. Per semplicità di notazione, useremo $y(t)$ per indicare $y(t \cdot T_s)$



# Sistemi dinamici

L'evoluzione dei **segnali a tempo discreto** può essere descritta dai **sistemi a tempo discreto:**

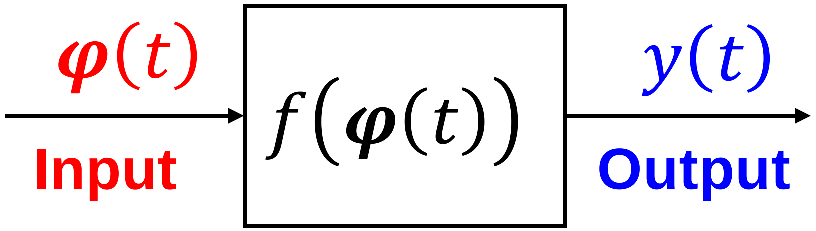
- invece di un'equazione differenziale, abbiamo un'**equazione alle differenze**

$$y(t) = -0.5 \cdot y(t-1) + 3 \cdot u(t)$$

Con l'equazione alle differenze, è molto chiaro che $y(t)$ **dipende dai suoi valori precedenti** (e anche dall'input $u(t)$)

# Modelli di sistemi dinamici: approccio

Allo scopo di identificare modelli di sistemi dinamici, formuleremo il problema di stima proprio come fatto per i sistemi statici



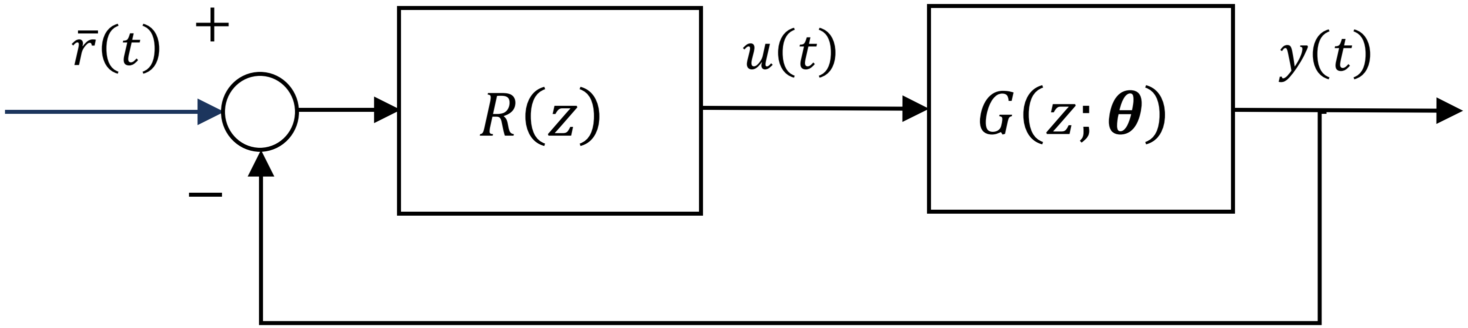

L'unica differenza risiede nella **definizione del vettore dei regressori**. Poiché l'uscita dipende dai segnali di ingresso e di uscita $u(t)$ e $y(t)$, il vettore dei regressori $\boldsymbol{\varphi}(t)$ in un determinato momento $t$ sarà simile a:

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = [y(t-1) \cdots y(t-n_a) \;\; u(t) \;\; \cdots u(t-n_b)]^{\mathsf{T}}$$

# Modelli di sistemi dinamici: motivazione

Modelli di sistemi dinamici sono usati nell'ingegneria per:

- **Progettazione del controllo:** spesso è necessario conoscere la funzione di trasferimento $G(s)$ o $G(z)$ del sistema, al fine di tarare un controllore opportuno




**Problema:** chi ci dice quale è la $G(z;\boldsymbol{\theta})$ del sistema? Quanti poli\zeri ha? E che valore hanno? E quanto vale il guadagno? C'è un ritardo?

⇒ **IDENTIFICAZIONE DEI MODELLI (dinamici)**

**Fondamenti di automatica – 9 CFU**
**Controlli automatici - 6 CFU**
**Controllo avanzato e multivariabile - 6 CFU**

# Modelli di sistemi dinamici: motivazione

Modelli di sistemi dinamici sono usati nell’ingegneria per:

- **Simulazione:** possiamo simulare, con un computer, la risposta (output) di un modello a determinati input. Osservando la risposta del modello, comprendiamo meglio il comportamento del sistema modellato



**Problema:** chi ci dice qual è il valore di certi parametri? E se come facciamo a modellare una relazione nonlineare ignota?

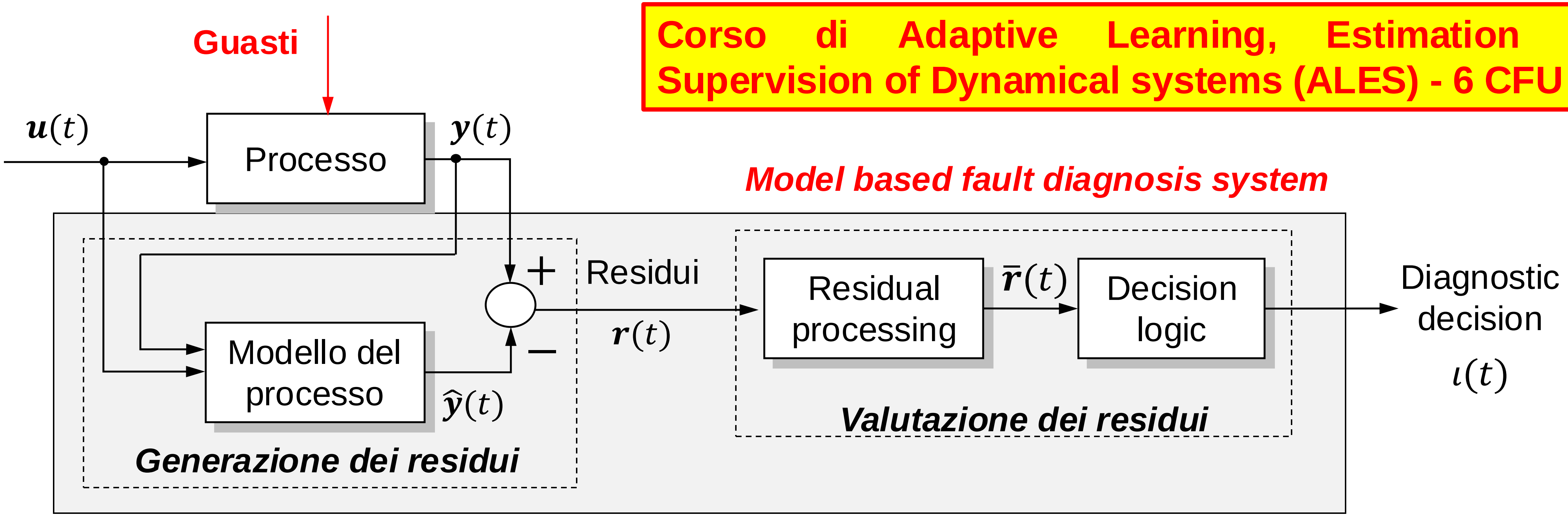
⇨ **IDENTIFICAZIONE DEI MODELLI (dinamici)**

# Modelli di sistemi dinamici: motivazione

Modelli di sistemi dinamici sono usati nell'ingegneria per:

- **Diagnosi dei guasti:** confrontando i segnali misurati con i segnati simulati dal modello, è possibile individuare se il sistema ha dei guasti (sugli attuatori, sensori, o sul processo)

**Corso di Adaptive Learning, Estimation and Supervision of Dynamical systems (ALES) - 6 CFU**

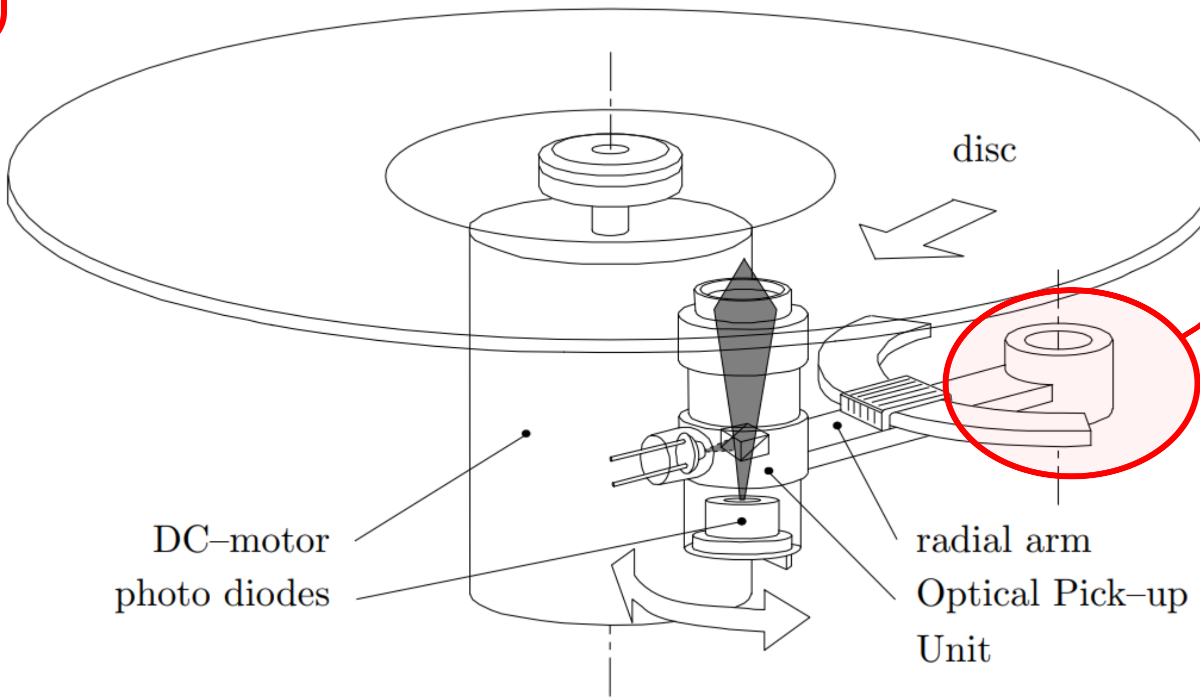


# Esempio 1: controllo del lettore laser per lettore CD

**Obiettivo:** posizionare la testina laser sulla traccia corretta, tramite un braccio meccanico

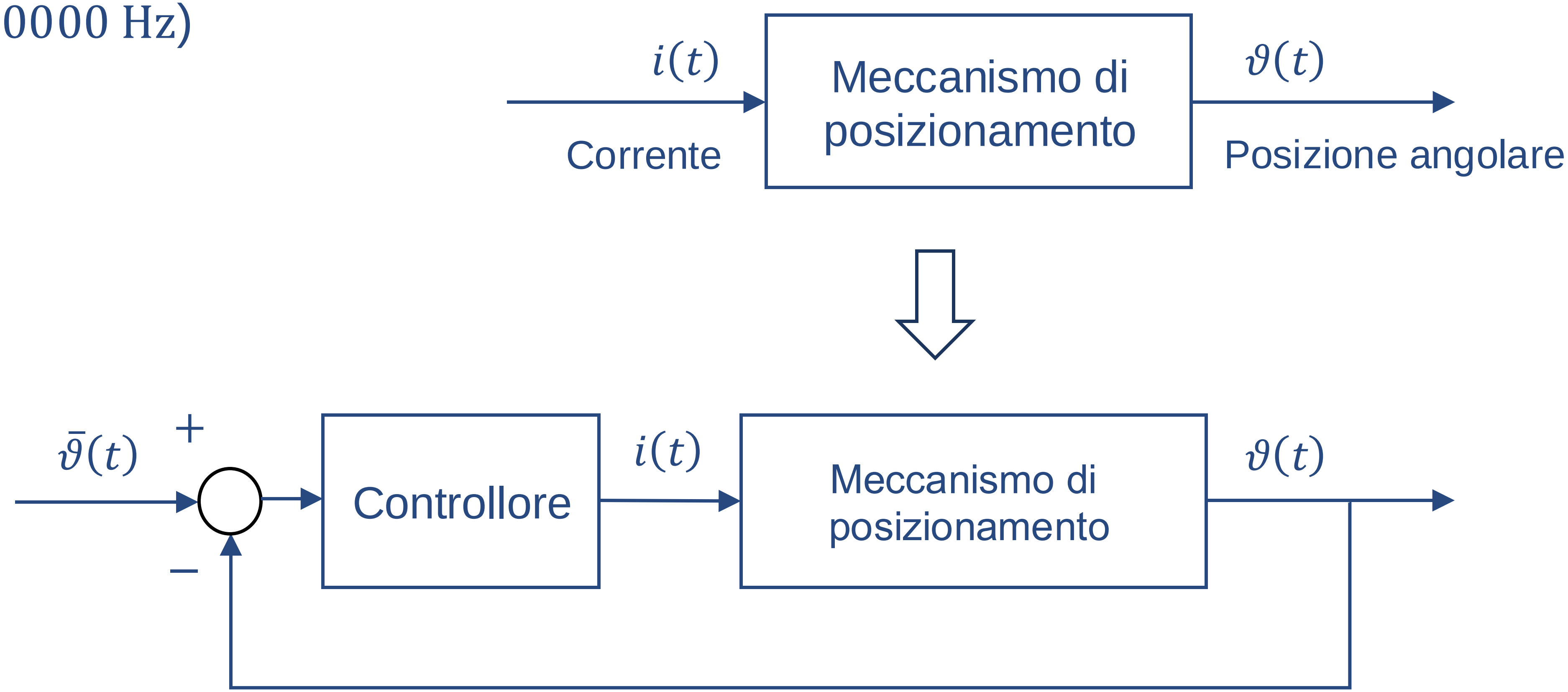
Per fare ciò, vogliamo **controllare la corrente** $i(t)$ al motore del braccio radiale

Questo motore posiziona una testina che emette una fonte laser. La posizione $\vartheta(t)$ del raggio laser è ottenuta tramite fotodiodi



# Esempio 1: controllo del lettore laser per lettore CD

Al fine di raggiungere l'obiettivo, si vuole **progettare un controllore** per il sistema di posizionamento, in modo da avere una banda di controllo di $1000 \text{ Hz}$ (devo avere un **modello «buono» fino a** $10000 \text{ Hz}$)



# Esempio 1: controllo del lettore laser per lettore CD

Proviamo a fare un modello basandoci sulle leggi note della fisica (white-box)

Relazione tra corrente $i(t)$ e coppia $T_m(t)$ di un motore DC: $T_m(t) = k \cdot i(t)$

Trascurando gli attriti, la legge di Newton ci dice che: $J \cdot \ddot{\vartheta}(t) = T_m(t)$

Quindi otteniamo un **doppio integratore:**

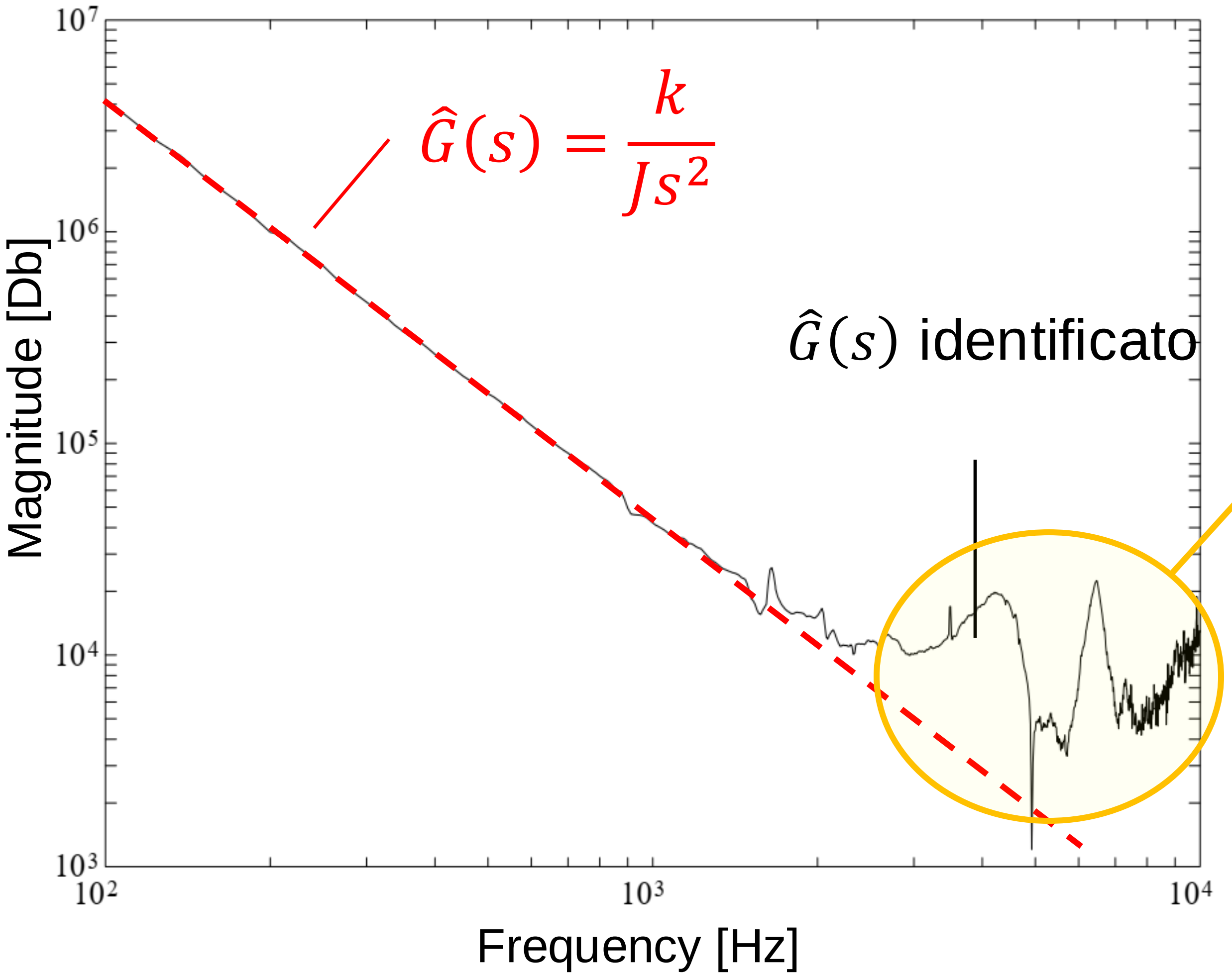
$$\boxed{\hat{G}(s) = \frac{\vartheta(s)}{i(s)} = \frac{k}{Js^2}}$$

- $J$: inerzia
- $k$ : costante elettrica del motore

Il controllore progettato con questo modello non riesce ad ottenere la banda desirata senza causare **vibrazioni indesiderate** ⇒ **Modello non (sufficientemente) corretto!**

# Esempio 1: controllo del lettore laser per lettore CD

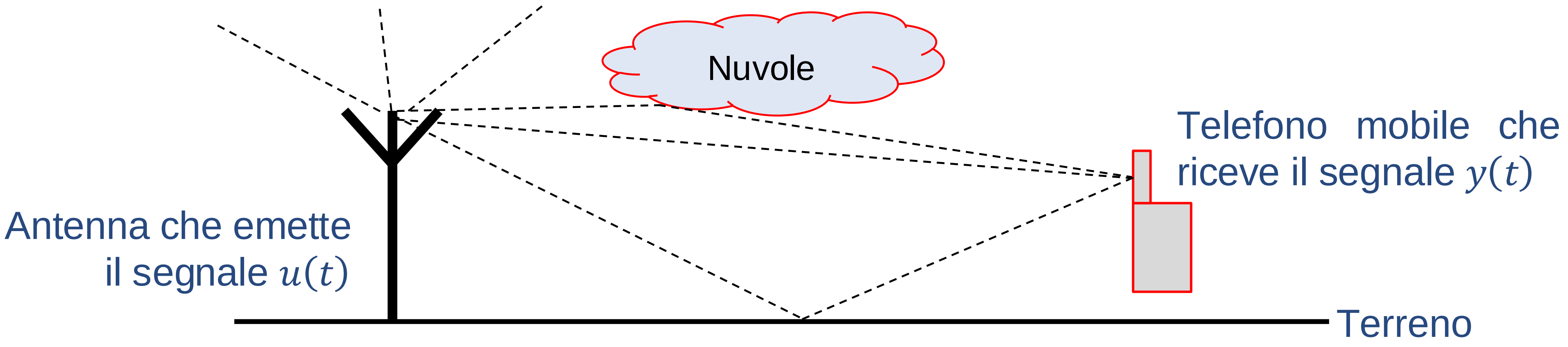
A seguito di un esperimento di **identificazione**, il seguente modello è stato identificato




Si nota la presenza di **modi flessibili** che devono essere tenuti in considerazione durante la progettazione del controllore

Tali modi sono pressoché **impossibili da modellare tramite leggi fisiche**

# Esempio 2: ricezione segnale nella telefonia mobile




Il segnale $y(t)$ che viene ricevuto è composto da **versioni ritardate del segnale emesso** $u(t)$ e da un **rumore** $v(t)$

$$y(t) = g_1 u(t-n_1) + g_2 u(t-n_2) + \cdots + v(t)$$

$$= G_0(z)u(t) + v(t)$$

- $G_0(z) = g_1 z^{-n_1} + \cdots$

# Esempio 2: ricezione segnale nella telefonia mobile

$$y(t) = G_0(z)u(t) + v(t)$$

**Obiettivo:** ricostruire $u(t)$ partendo da $y(t)$

Se il *modello fosse noto* e *non ci fosse rumore*, potremmo calcolare $u(t)$ come

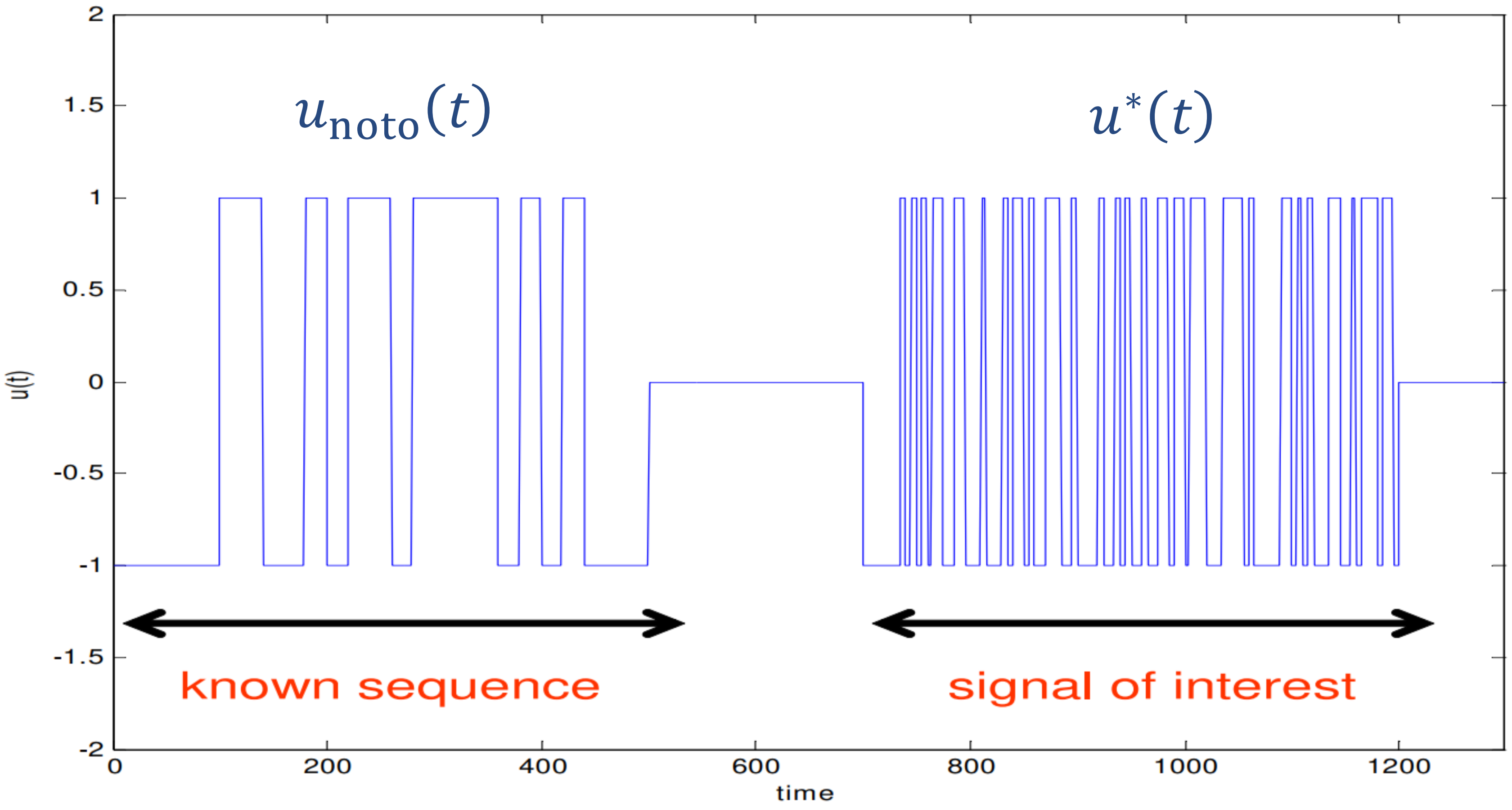
$$u(t) = \frac{1}{G_0(z)} y(t)$$

**Problema:** il modello $G_0(z)$ non è noto perché dipende dalla posizione del telefonino (che è mobile per definizione). Servirebbe un modello per ogni posizione del cellulare…

**Soluzione:** un **modello** $\hat{G}(z)$ **viene identificato ad ogni chiamata** dal software GSM

# Esempio 2: ricezione segnale nella telefonia mobile

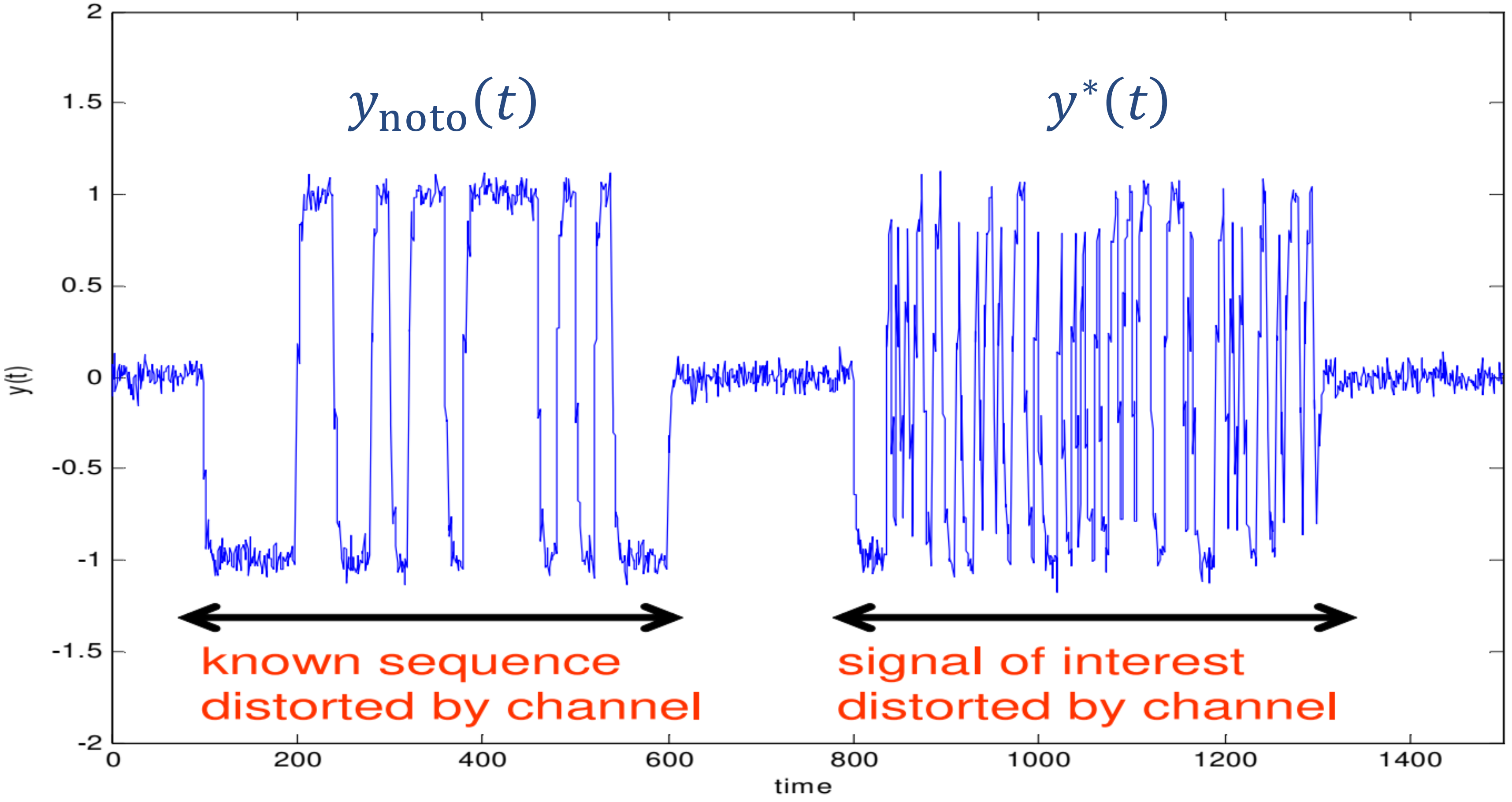
Quando $u(t)$ viene emesso, il **segnale di interesse** $u^*(t)$ è preceduto da un **segnale noto** $u_{\text{noto}}(t)$



# Esempio 2: ricezione segnale nella telefonia mobile

In ricezione, sia $u^*(t)$ che $u_{\text{noto}}(t)$ vengono corrotti dal canale di trasmissione

- Segnale noto ricevuto: $y_{\text{noto}}(t)$
- Segnale di interesse ricevuto: $y^*(t)$



# Esempio 2: ricezione segnale nella telefonia mobile

Poiché $u_{\text{noto}}(t)$ è un segnale noto, il software GSM usa i dati di $u_{\text{noto}}(t)$ e $y_{\text{noto}}(t)$ per **identificare il modello del canale** $\hat{G}(z)$

Dopodichè, il segnale di interesse $u^*(t)$ è **stimato** come:

$$\hat{u}^*(t) = \frac{1}{\hat{G}(z)} y^*(t)$$

# Outline

1. Presentazione del corso di Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati
2. Introduzione e motivazione
3. La stima di un modello dai dati: l’approccio supervisionato
4. Sistemi (e modelli) statici
5. Sistemi (e modelli) dinamici
6. **Riassunto**

# Riassunto di quello che impareremo a fare

## Sistemi statici

Features del problema $\xrightarrow[\textbf{Input}]{\boldsymbol{\varphi}(i)}$ $\boxed{f(\boldsymbol{\varphi}(i))}$ $\xrightarrow[\textbf{Output}]{y(i)}$

## Sistemi dinamici

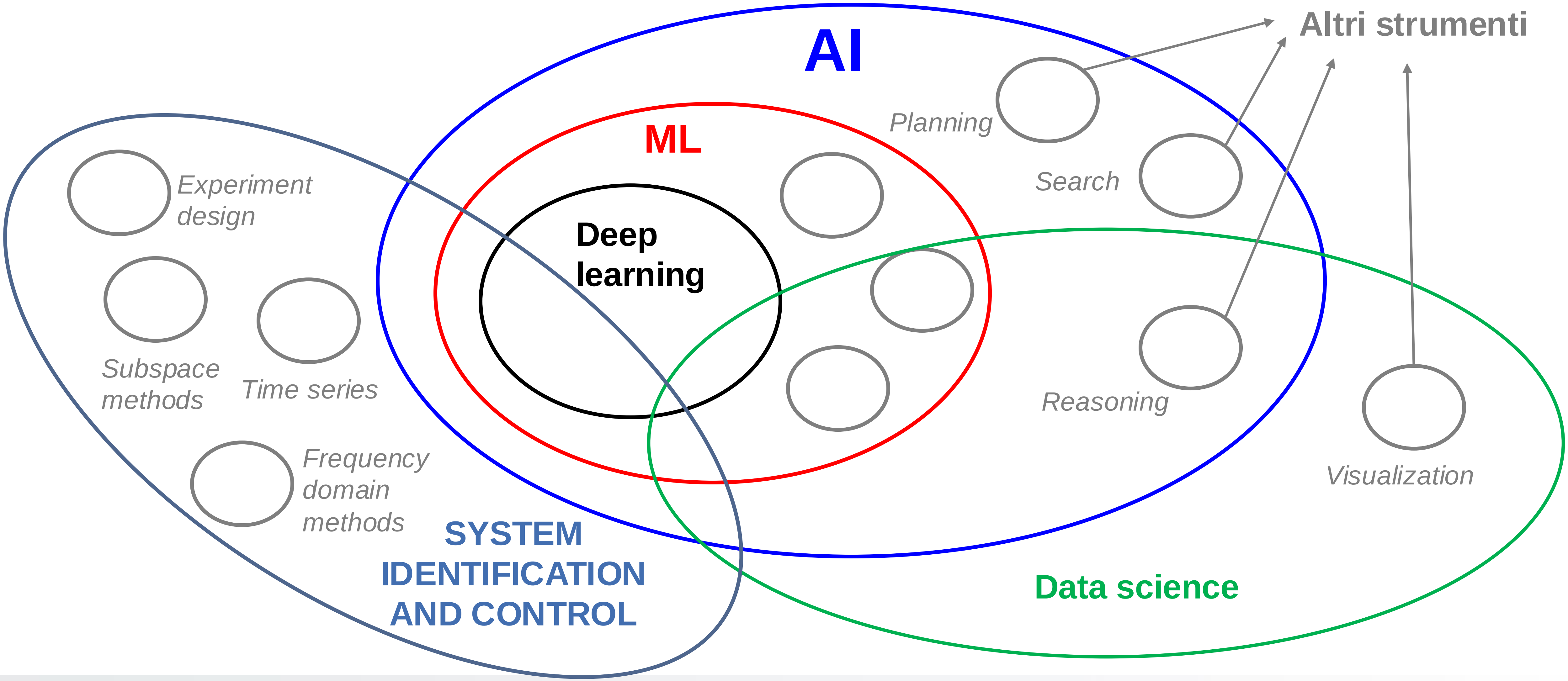
Valori passati di input e output $\xrightarrow[\textbf{Input}]{\boldsymbol{\varphi}(t)}$ $\boxed{f(\boldsymbol{\varphi}(t))}$ $\xrightarrow[\textbf{Output}]{y(t)}$

- Con i **sistemi statici**, indicizzeremo le osservazioni con la lettera $i$
- Con i **sistemi dinamici**, indicizzeremo le osservazioni con la lettera $t$

In ogni caso il nostro obiettivo sarà **stimare $f(\cdot)$ dai dati**

- Nel caso statico, parleremo di **«apprendimento»** *(model learning)*
- Nel caso dinamico, parleremo di **«identificazione»** *(system identification)*

# ML, data science, AI and dynamical systems



# QUIZ!

**DOMANDA:** La stima di sistemi dinamici dai dati (**system identification**) è un problema di:

A. Apprendimento **supervisionato**: nello specifico, è un problema di **regressione**

B. Apprendimento **supervisionato**: nello specifico, è un problema di **classificazione**

C. Apprendimento **non supervisionato**

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI BERGAMO

Dipartimento
di Ingegneria Gestionale,
dell'Informazione e della Produzione