Estadística Multivariante
Derivación matricial

Trabajo B

Antonio R. Moya Martín-Castaño
Elena Romero Contreras
Nuria Rodríguez Barroso
Universidad de Granada
anmomar85@correo.ugr.es
elenaromeroc@correo.ugr.es
rbnuria6@gmail.com

Índice

1. Introducción

2. Diferencial primera y jacobianos

EJERCICIO 2.1: Sea $h : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ definida por $h(\beta) = (y - X\beta)^t(y - X\beta)$ donde $y \in \mathbb{R}^n$ y $X \in \mathbb{M}_{n\times k}$. Haciendo uso de la regla de invarianza de Cauchy demostrar que

$$dh(c; u) = dg(y - Xc; df(c; u)) = dg(y - Xc; -Xu) = -2(y - Xc)^t Xu$$

y con ello $Dh(c) = -2(y - Xc)^t X$.

Solución:

EJERCICIO 2.2: Sea $F(X) = AG(X)B$, donde $A_{m\times r}$ y $B_{s\times p}$ son matrices constantes y $G(X)_{r\times s}$ es una función diferenciable. Calcular $DF(C)$ a partir de la definición de diferencial matricial.

Solución:

EJERCICIO 2.3: Si $X_{n\times n}$ es una matriz simétrica y $F : \mathbb{M}_{n\times q} \to \mathbb{M}_{m\times p}$ es diferenciable, demostrar que $d\text{Vec}(F(X)) = D_n DF(X) d\text{Vech}(X)$, mientras que $d\text{Vec}(F(X)) = N_n DF(X) d\text{Vec}(X)$ donde $N_n = \frac{1}{2}[I_{n^2} + K_{nn}]$.

Solución:

3. Matrices jacobianas y derivadas matriciales

EJERCICIO 3.1: A partir de las relacioens existentes entre la derivada matricial y la matriz jacobiana, verificar las siguientes expresiones:

a) Sea $X_{n\times n}$ y $F(X) = \text{tr}[X]$. Entonces $DF(X) = \text{Vec}^t(I_n)$.

b) Sea ahora $X_{n\times q}$ y $F(X) = X$. Entonces $DF(X) = I_q \otimes I_n = I_{nq}$.

EJERCICIO 3.2: Sea $X_{n\times q}$. Demostra las siguientes igualdades:

a) $\dfrac{\partial X^t}{\partial X} = K_{qn}$.

b) $\dfrac{\partial X}{\partial X^t} = K_{nq}$.

c) $\dfrac{\partial X^t}{\partial X^t} = \text{Vec}(I_q)\text{Vec}^t(I_n)$.

EJERCICIO 3.3: Demostrar que si $X_{n\times n}$ es no singular entonces $\dfrac{\partial X^{-1}}{\partial X} = -\text{Vec}((X^{-1})^t)\text{Vec}^t(X^{-1})$.

Solución:

4. Diferencial segunda y hessianos