UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

RAFAEL DA COSTA BONOTTO

RAPHAEL HENRIQUE SOARES MACHADO

ATIVIDADE PRÁTICA SUPERVISIONADA 02 - FLUXO DE POTÊNCIA - RELATÓRIO

PATO BRANCO

2016

SUMÁRIO

1 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO LINEARIZADO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA ATIVIDADE

A primeira parte da atividade exige que sejam determinados, utilizando o fluxo ótimo de potência linearizado, os seguintes valores de variáveis:

$$\begin{bmatrix} P_{G1} & P_{G2} & P_{G3} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 \end{bmatrix}$$

Estes valores são referentes ao sistema representado na Figura 1.

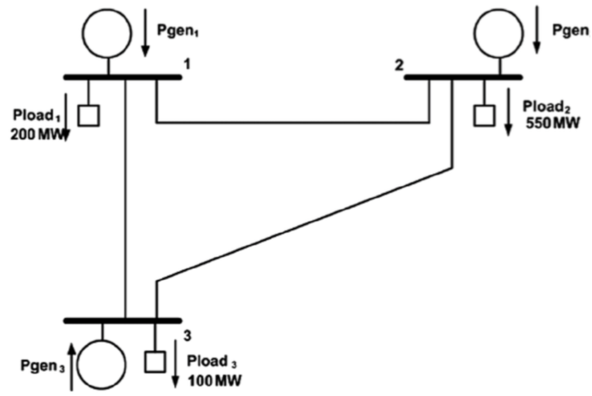

Figura 1: Sistema de três barras

Para esta análise, será considerado que:

- O limite máximo para o fluxo de potência ativa na linha 1-2 seja de $150\ MW$;
- As funções custo para cada gerador são fornecidas pelas Equações 1, 2 e 3.

$$C_1(P_1) = 561 + 7,92 * P_1 + 0,001562 * P_1^2 \tag{1}$$

$$C_2(P_2) = 310 + 7,85 * P_2 + 0,00194 * P_2^2 \tag{2}$$

$$C_3(P_3) = 78 + 7,97 * P_3 + 0,00482 * P_3^2 \tag{3}$$

Como informações adicionais, observa-se que a **barra 1** é adotada como a barra de referência e considera-se uma base de potência de $100\ MVA$. As reatâncias das linhas estão dispostas conforme a Tabela 1.

Tabela 1: Reatância das linhas (por unidade)

Linha	**Reatância da linha (p.u.)**
1-2	x_{12} = 0,1
1-3	x_{13} = 0,125
2-3	x_{23} = 0,2

1.2 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA PROPOSTO

Todos os cálculos referentes a esta solução foram efetuados no *software* MATLAB®

1.2.1 Equacionamento e definição de métodos

A partir do método de determinação do fluxo de potência linearizado, é possível determinar a função restrição a ser utilizada na etapa de otimização.

Dispensando uma explanação extensa, a formulação matricial do estudo de fluxo de potência pelo método linearizado é representado pela expressão:

$$P = B' * \theta \tag{4}$$

Em que:

- P = Potência ativa líquida injetada nos nós das barras.
- θ = Ângulos de fases das tensões nas barras.
- B' = Matriz admitância nodal.

Com relação a Equação 4, entende-se que:

$$B' * \theta - P = 0 \tag{5}$$

Sendo assim, a Equação 5 é a função restrição do sistema a ser otimizado para uma determinada operação, uma vez que o atendimento de todas as cargas deve ser conservado, configurando em uma restrição de igualdade.

Portanto, para cada barra, há uma função restrição $h(P_{Gk}, \theta_{k1}, ..., \theta_{kn})$ que obedece a seguinte relação:

$$h(P_{Gk}, \theta_{k1}, ..., \theta_{kn}) = \left(\sum_{k,n=1}^{n=a} B'_{kn} * \theta_n \right) - P_k \tag{6}$$

Em que, na Equação 6, a refere-se ao número de barras do sistema. Neste caso, o número de barras do sistema proposto é **três**.

Em otimização, o método dos multiplicadores de Lagrange será implementado nesta etapa, uma vez que as funções restrição são bem definidas, conforme apresentado anteriormente pela Equação 6.

A formulação genérica de Lagrange é dada pela expressão abaixo:

$$L(x_1, ..., x_n, \lambda_1, ..., \lambda_n) = (\text{Funções-objetivo}) + \lambda * (\text{Funções-restrição}) \tag{7}$$

As funções-objetivo na Equação 7 são as funções custo apresentadas anteriormente pelas Equações 1, 2 e 3. As funções-restrição são as funções resultantes da relação representada na Equação 6 com relação a restrição de igualdade imposta pela análise do fluxo de potência.

1.2.2 Cálculo dos parâmetros

Para a definição da função-restrição do sistema representado pela Figura 1, utiliza-se novamente a Equação 6.

Determina-se a matriz B' com relação a Tabela 1, representada de acordo com a matriz na Expressão 8.

$$B' = \begin{bmatrix} \frac{1}{0{,}1} + \frac{1}{0{,}125} & -\frac{1}{0{,}1} & -\frac{1}{0{,}2} \\ -\frac{1}{0{,}1} & \frac{1}{0{,}1} + \frac{1}{0{,}2} & -\frac{1}{0{,}2} \\ -\frac{1}{0{,}2} & -\frac{1}{0{,}2} & \frac{1}{0{,}125} + \frac{1}{0{,}2} \end{bmatrix} \tag{8}$$

Desta forma, a matriz B' é representada abaixo na Expressão 9.

$$B' = \begin{bmatrix} 18 & -10 & -8 \\ -10 & 15 & -5 \\ -8 & -5 & 13 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Com isso, utilizando-se da Equação 4, a função-restrição é representada conforme a Equação.

$$\begin{bmatrix} 18 & -10 & -8 \\ -10 & 15 & -5 \\ -8 & -5 & 13 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G1} - P_{C1} \\ P_{G2} - P_{C2} \\ P_{G3} - P_{C3} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Ao multiplicar a grandeza por unidade pelo seu valor de base, com a finalidade de se obter os valores de Potência líquida ($P_{G1} - P_{C1}$) em sua unidade real (MW), e representar a Equação 10 de acordo com a Equação 7, obtêm-se a seguinte relação:

$$100 * \begin{bmatrix} 18 & -10 & -8 \\ -10 & 15 & -5 \\ -8 & -5 & 13 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{G1} - P_{C1} \\ P_{G2} - P_{C2} \\ P_{G3} - P_{C3} \end{bmatrix} = 0 \tag{11}$$

Com a função restrição geral proposta, é possível determinar a função de lagrange separadamente, a partir da Equação 7:

$$L = 5,61 + 7,92 * P_1 + 0,001562 * P_1^2 \tag{12}$$

$$+310 + 7,85 * P_2 + 0,00194 * P_2^2 \tag{13}$$

$$+78 + 7,97 * P_3 + 0,00482 * P_3^2 \tag{14}$$

$$+\lambda_1(100 * 18 * \theta_1 + 100 * -10 * \theta_2 + 100 * -8 * \theta_3 - P_{G1} + P_{C1}) \tag{15}$$

$$+\lambda_2(100 * -10 * \theta_1 + 100 * 15 * \theta_2 + 100 * -5 * \theta_3 - P_{G2} + P_{C2}) \tag{16}$$

$$+\lambda_3(100 * -8 * \theta_1 + 100 * -5 * \theta_2 + 100 * 13 * \theta_3 - P_{G3} + P_{C3}) \tag{17}$$

$$+\lambda_4(\theta_1 - 0) \tag{18}$$

$$+\lambda_5(-150 + \frac{100 * (\theta_1 - \theta_2)}{X_{12}}) \tag{19}$$

Derivando a Função de Lagrange, representada pelas Equações 12 a 19, com relação as variáveis do problema, tem-se que:

$$\frac{dL}{dP_{G1}} = 7,92 + 2 * 0,001562 * P_{G1} - \lambda_1 = 0 \tag{20}$$

$$\frac{dL}{dP_{G2}} = 7,85 + 2 * 0,000194 * P_{G2} - \lambda_2 = 0 \tag{21}$$

$$\frac{dL}{dP_{G3}} = 7,97 + 2 * 0,00482 * P_{G3} - \lambda_3 = 0 \tag{22}$$

$$\frac{dL}{d\theta_1} = 100 * 18 * \lambda_1 + 100 * -10 * \lambda_2 + 100 * -8 * \lambda_3 + \frac{100}{X_{12}} = 0 \tag{23}$$

$$\frac{dL}{d\theta_2} = 100 * -10 * \lambda_1 + 100 * 15 * \lambda_2 + 100 * -5 * \lambda_3 - \frac{100}{X_{12}} = 0 \tag{24}$$

$$\frac{dL}{d\theta_3} = 100 * -8 * \lambda_1 + 100 * -5 * \lambda_2 + 100 * 13 * \lambda_3 = 0 \tag{25}$$

$$\frac{dL}{d\lambda_1} = 100 * 18 * \theta_1 + 100 * -10 * \theta_2 + 100 * -8 * \theta_3 - P_{G1} + P_{C1} = 0 \tag{26}$$

$$\frac{dL}{d\lambda_2} = 100 * -10 * \theta_1 + 100 * 15 * \theta_2 + 100 * -5 * \theta_3 - P_{G2} + P_{C2} = 0 \tag{27}$$

$$\frac{dL}{d\lambda_3} = 100 * -8 * \theta_1 + 100 * -5 * \theta_2 + 100 * 13 * \theta_3 - P_{G3} + P_{C3} = 0 \tag{28}$$

$$\frac{dL}{d\lambda_4} = \theta_1 = 0 \tag{29}$$

$$\frac{dL}{d\lambda_5} = -150 + \frac{100 * (\theta_1 - \theta_2)}{X_{12}} = 0 \tag{30}$$

Portanto, a matriz que apresenta as variáveis a serem obtidas é apresentadas da seguinte forma, conforme apresentado na Matriz 31:

$$\begin{bmatrix} 0,003124 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,00388 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,00482 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1800 & -1000 & -800 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1000 & 1500 & -500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -800 & -500 & 1300 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1800 & -1000 & -800 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1000 & 1500 & -500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -800 & -500 & 1300 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & -1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7,92 \\ -7,85 \\ -7,97 \\ -1000 \\ 1000 \\ 0 \\ -200 \\ -550 \\ -100 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix} \tag{31}$$

2 FLUXO DE POTÊNCIA LINEARIZADO: CONDIÇÃO NORMAL E DE EMERGÊNCIA

2.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA ATIVIDADE

2.2 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA PROPOSTO

2.2.1 Equacionamento e definição de métodos

2.2.2 Cálculo dos parâmetros

REFERÊNCIAS