

**Rapport Projet d'Algorithmique Avancée - MU4IN500**

**Loïc Daudé Mondet**

n°21304461

**Boudrouss Réda**

n°28712638



Sorbonne Université  
France

# Contents

<b>1. Introduction</b>	<b>2</b>
Langage et interpréteur . . . . .	2
Utilisation . . . . .	2
<b>2. Patricia Trie</b>	<b>2</b>
Présentation . . . . .	2
Implémentation . . . . .	3
Analyse . . . . .	3
ComptageMot, ComptageNil, Hauteur, ProfondeurMoyenne et ListeMots . . . . .	3
Recherche et Suppression . . . . .	4
Prefixe . . . . .	4
Fusion . . . . .	5
<b>3. Hybrid trie</b>	<b>6</b>
Présentation . . . . .	6
Implémentation . . . . .	6
Analyse . . . . .	6
ComptageMot, ComptageNil, Hauteur, ProfondeurMoyenne et ListeMots . . . . .	6
Recherche et Suppression . . . . .	8
Prefixe . . . . .	8

# 1. Introduction

Dans le cadre de l'unité d'enseignement d'Algorithmique Avancée (MU4IN500 - AlgAv), nous avons réalisé ce projet portant sur les structures de trie : Trie Hybride, et Patricia Trie afin de représenter un dictionnaire de mot.

## Langage et interpréteur

Nous avons réalisé ce projet en utilisant un sur-ensemble de Javascript, à savoir **Typescript**. Le projet a été codé et testé avec **Deno 2.0.5** mais n'importe quelle version de Deno 2.x.x devrait marcher.

**Javascript** est un langage multiparadigme, pour notre cas son côté fonctionnel et orienté objet nous a permis de réaliser ce projet de manière efficace. Il dispose d'une bibliothèque standard très étoffée notamment en ce qui concerne la manipulation des chaînes de caractères et supporte nativement le JSON. Les moteurs Javascript sont très performants ce qui est crucial quand il s'agit de traiter de grandes quantités de données.

Nous avons choisi d'utiliser **Typescript** car il permet de définir des types pour les variables et les fonctions, ce qui permet de détecter plus facilement les erreurs de programmation et avoir un code plus robuste.

**Deno** est un environnement d'exécution pour Javascript et Typescript, et un des seuls qui supporte nativement le Typescript sans avoir besoin de transpiler le code. Il est sécurisé par défaut, et ne permet pas l'accès au système de fichiers ou au réseau sans autorisation explicite. Il est également très performant et dispose d'une bibliothèque standard très complète.

## Utilisation

`deno run cli` vous permet d'interagir avec les différentes commandes demandées par l'énoncé par exemple :

- `deno run cli insérer 1 temp.txt` permet d'insérer les mots dans le fichier temp.txt dans un Trie Hybrid

`deno test` permet de lancer les tests unitaires. Les tests sont reconnaissables par leur extension sous la forme `.test.ts`. Il y en a un pour chaque trie dans le dossier correspondant.

`deno run bench` permet de lancer les benchmarks. Les benchmarks sont reconnaissables par leur extension sous la forme `.bench.ts`. Il y en a un pour chaque trie dans le dossier correspondant.

# 2. Patricia Trie

## Présentation

Le Patricia Trie est une structure de données qui détient les éléments suivants :

- un label qui est une chaîne de texte
- un tableau de pointeurs vers les fils

Le Patricia Trie est un arbre de recherche qui permet de stocker des mots. Chaque noeud de l'arbre est un label qui est une chaîne de caractère. Les fils d'un noeud sont stockés dans un tableau de pointeur. Chaque fils est associé à un caractère de l'alphabet.

Le principe de base du Patricia Trie est de stocker les mots dans l'arbre en fonction de leur préfixe. Ainsi, les mots qui ont un préfixe commun sont stockés dans le même sous-arbre.

## Implémentation

Notre implémentation du Patricia Trie contient les éléments suivants :

```
class PatriciaTrie {
  root: PatriciaTrieNode;
}

class PatriciaTrieNode {
  label: string;
  is_end_of_word: boolean;
  children: Map<string, PatriciaTrieNode>; // Map c'est une hashmap
}
```

Le Patricia Trie est implémenté en utilisant une classe `PatriciaTrie` qui contient un attribut `root` qui est un pointeur vers le noeud racine de l'arbre.

Les noeuds de l'arbre sont implémentés en utilisant une classe `PatriciaTrieNode`. Chaque noeud contient un label qui est une chaîne de caractère, un attribut `is_end_of_word` qui indique si le noeud est la fin d'un mot, et un attribut `children` qui est une hashmap qui contient les fils du noeud.

Nous avons opté plutôt pour un boolean `is_end_of_word` pour indiquer la fin d'un mot, car cela permet de simplifier l'implémentation de certaines opérations et de ne pas se réduire à un ensemble de caractère. Dans notre cas notre code supporte tout les caractères UTF-8 car c'est le standard en Javascript.

De même, si nous étions dans un langage bas niveau, nous aurions pu utiliser un tableau de pointeur pour les enfants où la position représente un caractère unicode; Mais en Javascript, nous avons préféré utiliser une hashmap pour simplifier l'implémentation, les clés de cette hashmaps sont le premier caractère du label (Créer une case pour chaque caractère UTF-8 n'est pas envisageable). Les différentes opérations des hashmaps et des tableaux sont sensiblement les mêmes en terme de complexité ( $O(1)$  pour l'accès et l'insertion). De plus les Map en Javascript retienne la taille, ce qui simplifie l'implémentation de certaines opérations et permet de ne pas avoir à parcourir l'ensemble des enfants.

## Analyse

### ComptageMot, ComptageNil, Hauteur, ProfondeurMoyenne et ListeMots

Ces opérations procèdent de la même manière, elles parcourent l'arbre en profondeur une fois en utilisant une récursion et recueille les informations dont elles ont besoin. Que ce soit dans le pire des cas ou dans le meilleur des cas, nous sommes obligés de parcourir tous les noeuds de l'arbre pour effectuer ces opérations. La complexité de ces opérations est en  $O(n)$  où  $n$  est le nombre de noeuds de l'arbre.

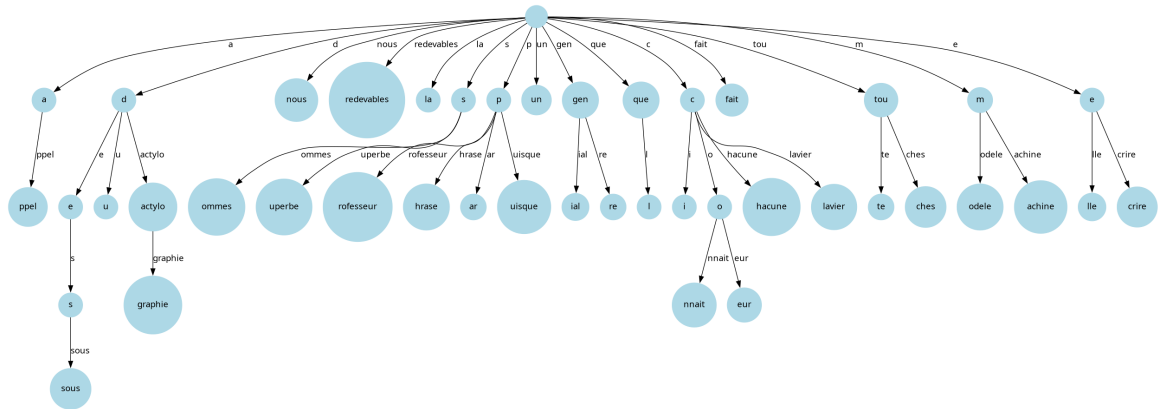


Figure 1: Arbre représentant l'exemple de base avec un Patricia Trie

NB: Pour la méthode `ComptageNil`, au vu de notre implémentation les pointeurs nuls sont abstraits par l'objet `Map` de Javascript, pour le bien de l'exercice nous considérons un `Map` vide comme un pointeur nul.

## Recherche et Suppression

La suppression est semblable à la recherche, car le gros du calcul est fait par la recherche du noeud à supprimer.

Il y a 2 variables qui influent sur la complexité de la recherche et de la suppression :

- $n$  : la longueur du mot recherché
- $m$  : Nombre moyen de caractères dans un label de noeud.

Pour chaque niveau de récursion, nous devons récupérer l'enfant dans `children` ce qui est en  $O(1)$  en moyenne, et comparer le label du noeud avec le mot recherché ce qui est en  $O(m)$  (dans le code, cela est représenté par la fonction `startsWith`).

Le nombre maximal de niveaux de récursion est proportionnel à la longueur de la chaîne  $n$ , divisée par la longueur moyenne des labels  $m$ . Cela donne environ  $n/m$  appels récursifs.

Ainsi, la complexité totale est :

$$O\left(\sum_{i=1}^{n/m} (1 + m)\right) \approx O(n)$$

## Prefixe

La méthode traverse plusieurs niveaux de l'arbre jusqu'à atteindre un noeud où `prefix` devient vide ou non trouvé. À chaque niveau :

- La recherche dans `children` est en  $O(1)$  en moyenne
- La comparaison de label (avec `startsWith`) est en  $O(m)$  (avec  $m$  la longueur moyenne des labels)

La profondeur maximale de l'arbre est  $n/m$  (avec  $n$  la longueur du mot le plus long et  $m$  la longueur moyenne des labels), ce qui nous donne alors en moyenne  $n/m$  récursion, et ensuite la methode **ComptageMot** est appelée une fois.

La complexité de l'appel final **ComptageMot** dans le pire des cas est  $O(n - k) = O(n)$  où  $k$  est les noeuds traversés.

Donc, la complexité totale est :

$$O\left(\sum_{i=1}^{n/m} (1 + m)\right) + O(n) \approx O(n)$$

## Fusion

**1. Parcours des enfants** Pour chaque noeud du second Patricia-Trie (node), on effectue les opérations suivantes :

- Vérification si la clé existe déjà dans this.children. Cette opération est  $O(1)$  grâce à la structure Map.
- Si elle n'existe pas, l'enfant est ajouté directement, ce qui est également  $O(1)$ .
- Si elle existe, on appelle récursivement merge sur les sous-arbres correspondants.

**2. Gestion des préfixes communs** En cas de conflit (préfixes communs), on :

- Calcule la longueur du préfixe commun. Cette opération est proportionnelle à la longueur du label, soit  $O(m)$ .
- Réorganise les labels et les sous-arbres, ce qui implique de modifier ou de créer de nouveaux noeuds. Ces opérations sont constantes par noeud, soit  $O(1)$ .

**3. Récursion** La fonction est appelée récursivement pour chaque enfant. Le nombre total d'appels récursifs est proportionnel au nombre total de noeuds  $n_2$  dans le second Patricia-Trie.

**4. Conclusion** Chaque enfant dans node est traité en  $O(m)$  dans le pire cas, en tenant compte de la vérification et du traitement des préfixes communs. La fonction est appelée récursivement pour tous les enfants, donc pour  $n_2$  noeuds au total. On a donc :

$$O(n_2 \times m)$$

Dans le pire cas où tous les labels ont des longueurs similaires,  $m$  est une constante, et la complexité devient linéaire en fonction du nombre de noeuds dans le second Patricia-Trie :

$$O(n_2)$$

### 3. Hybrid trie

#### Présentation

Le Hybrid trie est une structure de données qui détient les éléments suivant :

- un caractère
- un pointeur left
- un pointeur right
- un pointeur middle

Le Hybrid trie est un arbre de recherche qui permet de stocker des mots. Chaque noeud de l'arbre est un caractère. Le fils est stocké dans le pointeur middle. Les caractères plus petits que le noeud sont stockés dans le pointeur left et les caractères plus grands que le noeud sont stockés dans le pointeur right.

Le principe de base du Hybrid trie est de stocker les mots dans l'arbre en fonction de leur préfixe. Ainsi, les mots qui ont un préfixe commun sont stockés dans le même sous-arbre.

#### Implémentation

Notre implémentation du Hybrid trie contient les éléments suivants :

```
class HybridTrie {
    root: HybridTrieNode | null;
}

class HybridTrieNode {
    character: string;
    is_end_of_word: boolean;
    left: HybridTrieNode | null;
    right: HybridTrieNode | null;
    middle: HybridTrieNode | null;
}
```

Le Hybrid Trie est implémenté en utilisant une classe `HybridTrie` qui contient un attribut `root` qui est un pointeur vers le noeud racine de l'arbre.

Les noeuds de l'arbre sont implémentés en utilisant une classe `HybridTrieNode`. Chaque noeud contient un caractère, un attribut `is_end_of_word` qui indique si le noeud est la fin d'un mot, et trois pointeurs `left`, `right` et `middle` qui pointent respectivement vers les noeuds dont le caractère est plus petit, plus grand ou égal au caractère du noeud.

De même que pour le Patricia Trie, nous avons opté pour un boolean `is_end_of_word` pour indiquer la fin d'un mot, car cela permet de simplifier l'implémentation de certaines opérations et de ne pas se réduire à un ensemble de caractère.

#### Analyse

##### ComptageMot, ComptageNil, Hauteur, ProfondeurMoyenne et ListeMots

Ces opérations procèdent de la même manière, elles parcourent l'arbre en profondeur une fois en utilisant une récursion et recueille les informations dont elles ont besoin. Que ce soit dans le pire des





cas ou dans le meilleur des cas, nous sommes obligés de parcourir tous les noeuds de l'arbre pour effectuer ces opérations. La complexité de ces opérations est en  $O(n)$  où  $n$  est le nombre de noeuds de l'arbre.

### Recherche et Suppression

La suppression est semblable à la recherche, car le gros du calcul est fait par la recherche du noeud à supprimer.

Pour chaque caractère du mot on peut soit rechercher à droite ou à gauche soit au milieu :

- Dans le cas gauche/droite (recherche d'un caractère), la structure de l'arbre est semblable à un arbre binaire de recherche, la complexité est en  $O(h)$  où  $h$  est la hauteur de l'arbre. La hauteur moyenne d'un arbre binaire de recherche est  $h \log n$  où  $n$  est le nombre de noeuds de l'arbre. La complexité de la recherche d'un caractère est donc en  $O(\log n)$ .
- Dans le cas du milieu, la complexité est en  $O(m)$  où  $m$  est la longueur du mot.

Pour un mot de longueur  $m$ , la recherche nécessite  $m$  recherches de caractères. La complexité de la recherche est donc:

$$O(m \times \log n)$$

.

### Prefixe