## GRAU DE MATEMÀTIQUES

## Treball final de grau

# Aspectos combinatorios del producto tensorial de conjuntos dendroidales

Autor: Roger Brascó Garcés

Director: Dr. Javier J. Gutiérrez

Realitzat a: Departament de Topología

Barcelona, 23 de enero de 2022

#### Resumen

<sup>2010</sup> Mathematics Subject Classification. 11G05, 11G10, 14G10

# Agradecimientos

# ${\rm \acute{I}ndice}$

1.	Nociones previas 1				
	1.1.	Catego	orias	1	
		1.1.1.	Functores	1	
	1.2.	Opera	das	1	
		1.2.1.	Operadas coloradas	1	
2.	Conjuntos Simpliciales				
	2.1.	Compl	ejos simpliciales	2	
		2.1.1.	Morfismos simpliciales	2	
	2.2.	Conju	ntos Delta	2	
		2.2.1.	Morfismos Delta	2	
	2.3.	Conju	nto simplicial	2	
3.	Conjuntos Dendroidales				
	3.1.	Árbol	como operadas	3	
		3.1.1.	Caras	3	
		3.1.2.	Funciones degenerativas	3	
		3.1.3.	Identidades de morfismos	3	
		3.1.4.	Árboles no planares	3	
	3.2.	Conjunto Dendroidal			
	3.3.	Producto tensorial de conjuntos dendroidales			
		3.3.1.	Producto tensorial Boardman Vogt	3	
		3.3.2.	Producto Producto tensorial de conjuntos dendroidales	3	
4.	Injertos de árboles				
	4.1. Producto tensorial de árboles lineales			4	
	4.2.	Produ	cto tensorial de árboles	4	
		4.2.1.	Injertos de árboles resultantes	4	
	4.3.	Cálcul	o de árboles resultantes	4	
		4.3.1.	Conjunto de árboles resultantes	4	
		4.3.2.	Generarador de árboles en Python	4	
5	Con	Conclusiones			

## 1. Nociones previas

- 1.1. Categorias
- 1.1.1. Functores
- 1.2. Operadas
- 1.2.1. Operadas coloradas

## 2. Conjuntos Simpliciales

- ${\bf 2.1.}\quad {\bf Complejos\ simpliciales}$
- 2.1.1. Morfismos simpliciales
- 2.2. Conjuntos Delta
- 2.2.1. Morfismos Delta
- 2.3. Conjunto simplicial

#### 3. Conjuntos Dendroidales

- 3.1. Árbol como operadas
- 3.1.1. Caras
- 3.1.2. Funciones degenerativas
- 3.1.3. Identidades de morfismos
- 3.1.4. Árboles no planares
- 3.2. Conjunto Dendroidal
- 3.3. Producto tensorial de conjuntos dendroidales
- 3.3.1. Producto tensorial Boardman Vogt
- 3.3.2. Producto Producto tensorial de conjuntos dendroidales

## 4. Injertos de árboles

- 4.1. Producto tensorial de árboles lineales
- 4.2. Producto tensorial de árboles
- 4.2.1. Injertos de árboles resultantes
- 4.3. Cálculo de árboles resultantes
- 4.3.1. Conjunto de árboles resultantes
- 4.3.2. Generarador de árboles en Python

#### 5. Conclusiones

#### Referencias

- [1] Batut, C.; Belabas, K.; Bernardi, D.; Cohen, H.; Olivier, M.: User's guide to *PARI-GP*, pari.math.u-bordeaux.fr/pub/pari/manuals/2.3.3/users.pdf, 2000.
- [2] Chen, J. R.; Wang, T. Z.: On the Goldbach problem, Acta Math. Sinica, 32(5):702-718, 1989.
- [3] Deshouillers, J. M.: Sur la constante de Šnirel'man, Séminaire Delange-Pisot-Poitou, 17e année: (1975/76), Théorie des nombres: Fac. 2, Exp. No. G16, pág. 6, Secrétariat Math., Paris, 1977.
- [4] Deshouillers, J. M.; Effinger, G.; te Riele, H.; Zinoviev, D.: A complete Vinogradov 3-primes theorem under the Riemann hypothesis, *Electron. Res. Announc. Amer. Math. Soc.*, 3:99-104, 1997.
- [5] Dickson, L. E.: History of the theory of numbers. Vol. I: Divisibility and primality, Chelsea Publishing Co., New York, 1966.
- [6] Hardy, G. H.; Littlewood, J. E.: Some problems of 'Partitio numerorum'; III: On the expression of a number as a sum of primes, *Acta Math.*, 44(1):1-70, 1923.
- [7] Hardy, G. H.; Ramanujan, S.: Asymptotic formulae in combinatory analysis, *Proc. Lond. Math. Soc.*, 17:75-115, 1918.
- [8] Hardy, G. H.; Wright, E. M.: An introduction to the theory of numbers, 5a edición, Oxford University Press, 1979.
- [9] Helfgott, H. A.: Minor arcs for Goldbach's problem, arXiv:1205.5252v4 [math.NT], diciembre de 2013.
- [10] Helfgott, H. A.: Major arcs for Goldbach's problem, arXiv:1305.2897v4 [math.NT], abril de 2014.
- [11] Helfgott, H. A.: The ternary Goldbach conjecture is true, arXiv:1312.7748v2 [math.NT], enero de 2014.
- [12] Helfgott, H. A.; Platt, D.: Numerical verification of the ternary Goldbach conjecture up to 8,875 · 10<sup>30</sup>, arXiv:1305.3062v2 [math.NT], abril de 2014.
- [13] Klimov, N. I.; Pil'tjaĭ, G. Z.; Šeptickaja, T. A.: An estimate of the absolute constant in the Goldbach-Šnirel'man problem, *Studies in number theory*, *No.* 4, págs. 35-51, Izdat. Saratov. Univ., Saratov, 1972.
- [14] Liu, M. C.; Wang, T.: On the Vinogradov bound in the three primes Goldbach conjecture, *Acta Arith.*, 105(2):133-175, 2002.
- [15] Oliveira e Silva, T.; Herzog, S.; Pardi, S.: Empirical verification of the even Goldbach conjecture and computation of prime gaps up to  $4 \cdot 10^{18}$ , *Math. Comp.*, 83:2033-2060, 2014.
- [16] Ramaré, O.: On Šnirel'man's constant, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci., 22(4):645-706, 1995.

- [17] Riesel, H.; Vaughan, R. C.: On sums of primes, Ark. Mat., 21(1):46-74, 1983.
- [18] Rosser, J. B.; Schoenfeld, L.: Approximate formulas for some functions of prime numbers, *Illinois J. Math.*, 6:64-94, 1962.
- [19] Schnirelmann, L.: Über additive Eigenschaften von Zahlen, Math. Ann., 107(1):649-690, 1933.
- [20] Tao, T.: Every odd number greater than 1 is the sum of at most five primes, *Math. Comp.*, 83:997-1038, 2014.
- [21] Travesa, A.: Aritmètica, Colecció UB, No. 25, Barcelona, 1998.
- [22] Vaughan, R. C.: On the estimation of Schnirelman's constant, *J. Reine Angew. Math.*, 290:93-108, 1977.
- [23] Vaughan, R. C.: *The Hardy-Littlewood method*, Cambridge Tracts in Mathematics, No. 125, 2a edición, Cambridge University Press, 1997.
- [24] Vinogradov, I. M.: Sur le théorème de Waring, C. R. Acad. Sci. URSS, 393-400, 1928.
- [25] Vinogradov, I. M.: Representation of an odd number as a sum of three primes, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 15:291-294, 1937.