Universitat de Barcelona
Facultat de Matemàtiques i Informàtica

# El producto tensorial de conjuntos dendroidales

Roger Brascó Garcés

9 de Febrero de 2022

Departamento de Matemáticas e Informática
Universidad de Barcelona

# Introducción

# Nociones previas

# Categorías

**Definición**

Una *categoría* $\mathcal{C}$ consiste en:

$$\mathcal{C} = (\mathrm{Ob}(\mathcal{C}), \hom(\mathcal{C}), \circ, \mathrm{id})$$

Además, esta estructura cumple los siguientes axiomas:

- *Asociatividad*.
- *Unidad*.

# Funtores

**Definición**

Sean $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ dos categorías. Un *funtor* $F$ de $\mathcal{C}$ en $\mathcal{D}$, que denotaremos por $F\colon \mathcal{C} \to \mathcal{D}$ consiste en:

- Una aplicación $\mathrm{Ob}(\mathcal{C}) \to \mathrm{Ob}(\mathcal{D})$.
- Para cada par de objetos $A, B \in \mathcal{C}$ una aplicación

$$\mathcal{C}(A, B) \longrightarrow \mathcal{D}(F(A), F(B)).$$

Además, estas aplicaciones son compatibles con la composición y la unidad.

# Opéradas

**Definición**

Una *opérada* $P$ consiste en una sucesión de conjuntos $\{P(n)\}_{n\geq 0}$ junto con la siguiente estructura:

- Un elemento *unidad* $1 \in P(1)$.
- Un *producto composición*

$$P(n) \times P(k_1) \times \cdots \times P(k_n) \longrightarrow P(k)$$

  para cada $n$ y $k_1, \ldots, k_n$ tal que $k = \sum_{i=1}^{n} k_i$.
- Para cada $\sigma \in \Sigma_n$ una *acción por la derecha* $\sigma^* \colon P(n) \to P(n)$.

Además el producto composición es asociativo, equivariante y compatible con la unidad.

# Opéradas coloreadas

**Definición**

Sea $C$ un conjunto. Una opérada $C$-coloreada $P$ consiste en, para cada $(n+1)$-tupla de colores $(c_1, \ldots, c_n, c)$ con $n \geq 0$, un conjunto $P(c_1, \ldots, c_n; c)$, junto con la siguiente estructura:

- Un elemento *unidad* $1_c \in P(c; c)$ para cada $c \in C$.
- Un *producto composición* con $n$ $(n+1)$-tuplas de colores $(c_1, \ldots, c_n; c)$.
- Para cada elemento $\sigma \in \Sigma_n$ una *acción por la derecha* en sus entradas.

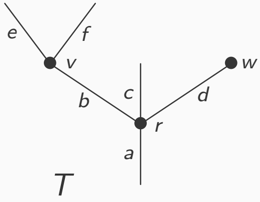
Además el producto composición es asociativo, equivariante y compatible con las unidades.

**Definición**

Sea $P$ una opérada $C$-coloreada y $Q$ una opérada $D$-coloreada. Un *morfismo de opéradas* $f : P \to Q$ consiste en una aplicaciones entre los conjuntos de colores

# Árboles como opéradas coloreadas

Sea $T$ el siguiente árbol:




(2.1)

# Árboles como opéradas coloreadas

**Definición**

Sea $T$ un árbol planar con raíz. Denotaremos la opérada coloreada no-simétrica generada por $T$ como $\Omega_p(T)$.

# Categorías $\Omega_p$ y $\Omega$

**Definición**

La *categoría de árboles planares con raíz* $\Omega_p$ es la subcategoría plena de la categoría de opéradas coloreadas no-simétricas cuyos objetos son $\Omega_p(T)$ para cada árbol $T$.

**Definición**

La *categoría de árboles con raíz* $\Omega$ es la subcategoría plena de la categoría de opéradas coloreadas cuyos objetos son $\Omega(T)$ para todo árbol $T$.

# Conjuntos Dendroidales

# Conjuntos Dendroidales

**Definición**

La categoría *dSets* de *conjuntos dendroidales* es la categoría de prehaces en $\Omega$.
Los objetos son funtores $\Omega^{\mathrm{op}} \to \mathrm{Set}$ y los morfismos vienen dados por las transformaciones naturales.
El conjunto $X_T$ lo llamaremos conjunto de *déndrices con forma $T$*.

# Producto Tensorial

# Producto Tensorial de Boardman–Vogt

# Producto Tensorial de Conjuntos Dendroidales

# Conjunto de Shuffles

# Shuffles

H

# Estructura de orden parcial

H

# Generar Shuffles en Python

# Conclusiones

# Conclusiones

H

# Gracias por vuestra atención