

Universidad Monteávila  
Álgebra Lineal  
Ingenierías Ciencia de Datos, Mecatrónica y Telemática  
Ejercicios de vectores en el espacio

- (1) Describir los subconjuntos de  $\mathbb{R}^3$  que satisfacen cada una de las siguientes ecuaciones y usar GeoGebra para obtener una representación gráfica.
  - (a)  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$
  - (b)  $x^2 - 2x + 6 + y^2 - 4y + z^2 + 2z \leq 9$
- (2) Considere la ecuación vectorial  $\vec{x} = \vec{p} + t(\vec{q} - \vec{p})$ , donde  $\vec{p}$  y  $\vec{q}$  corresponden a distintos puntos  $P$  y  $Q$  en  $\mathbb{R}^2$  o  $\mathbb{R}^3$ .
  - (a) Explique porqué esta ecuación describe el segmento de recta  $PQ$  cuando  $t$  varía de 0 a 1.
  - (b) Para cuál valor de  $t$ ,  $\vec{x}$  es el punto medio de  $PQ$ , y cuál es  $\vec{x}$  en este caso?
  - (c) Encuentre el punto medio de  $PQ$  cuando  $P = (2, -3)$  y  $Q = (0, 1)$ .
  - (d) Encuentre el punto medio de  $PQ$  cuando  $P = (1, 0, 1)$  y  $Q = (4, 1, -2)$ .
  - (e) Encuentre los dos puntos que dividan  $PQ$  del inciso (c) en tres partes iguales.
  - (f) Encuentre los dos puntos que dividan  $PQ$  del inciso (d) en tres partes iguales.
- (3) Encontrar la ecuación vectorial y cartesiana de la recta que pasa por los puntos  $P = (0, 1, -1)$  y  $Q = (-2, 1, 3)$ .
- (4) Hallar la ecuación de la recta que pasa por  $P$  con vector director  $\vec{d}$  en forma cartesiana y forma paramétrica.
  - (a)  $P = (1, 0, 1), \vec{d} = [-1 \ 3 \ 2]$ .
  - (b)  $P = (0, 0, 0), \vec{d} = [1 \ -1 \ 4]$ .
  - (c)  $P = (3, 0, -2), \vec{d} = [2 \ 5 \ 0]$ .
- (5) Hallar la ecuación cartesiana del plano que pasa por  $P$  con vector normal  $\vec{n}$ .
  - (a)  $P = (0, 1, 0), \vec{n} = [3 \ 2 \ 1]$ .
  - (b)  $P = (3, 0, -2), \vec{n} = [2 \ 5 \ 0]$ .
- (6) Encontrar la ecuación cartesiana del plano que pasa por  $P, Q$  y  $R$ .
  - (a)  $P = (1, 1, 1), Q = (4, 0, 2), R = (0, 1, -1)$ .
  - (b)  $P = (1, 1, 0), Q = (1, 0, 1), R = (0, 1, 1)$ .
- (7) Determinar cuáles de los siguientes planos son paralelos o perpendiculares.
  - (a)  $2x + 3y - z = 1$ .
  - (b)  $4x - y + 5z = 0$ .
  - (c)  $x - y - z = 3$ .
  - (d)  $4x + 6y - 2z = 0$ .
- (8) Encuentre la forma vectorial de la ecuación de la recta en  $\mathbb{R}^3$  que pasa por el punto  $P = (-1, 0, 3)$  y es perpendicular al plano con ecuación general  $x - 3y + 2z = 5$ .
- (9) Encuentre la forma vectorial de la ecuación de la recta en  $\mathbb{R}^3$  que pasa por el punto  $P = (-1, 0, 3)$  y es paralela a la recta con ecuaciones paramétricas

$$x = 1 - t$$

$$y = 2 + 3t$$

$$z = -2 - t.$$

- (10) Encuentre la ecuación del plano que pasa por  $P = (0, -2, 5)$  y es paralelo al plano con ecuación general  $6x - y + 2z = 3$ .