Universidad Monteávila
Álgebra Lineal
Ingenierías Mecatrónica y Telemática
Segundo examen corto - A. Fecha: 09 de octubre de 2025

Apellido(s): ________________________ Nombre(s): ________________________

Cédula: ________________________

1	2	TOTAL
/5	/5	/10

(1) Escoger una (y solo una) de las siguientes dos preguntas, indicar la letra que corresponde con la pregunta seleccionada y resolver.

Pregunta seleccionada:

(a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los punto $(1, 3)$ y $(4, 5)$.

(b) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, 2)$ y es paralela a la recta de ecuación $y = -2$.

1. Soluciones

(a) Paso 1: Calcular la pendiente m.

$$m = \frac{5-3}{4-1} = \frac{2}{3}.$$

Paso 2: Usar la forma punto-pendiente con el punto $(1, 3)$:

$$y - 3 = \frac{2}{3}(x - 1).$$

Paso 3: Simplificar a la forma $y = mx + b$:

$$y - 3 = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + 3$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}.$$

Respuesta: $\boxed{y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}}$

(b) La recta $y = -2$ es horizontal, por lo que su pendiente es 0. Una recta paralela a ella también será horizontal, es decir, de la forma $y = k$.

Como pasa por $(2, 2)$, donde la coordenada y es 2, la ecuación es: $y = 2$

Respuesta: $\boxed{y = 2}$

(2) Escoger una (y solo una) de las siguientes dos cónicas, indicar la letra que corresponde con la cónica seleccionada y resolver.

Cónica seleccionada:

(a) $x^2 + 2x + 4 - y = 0$

(b) $4 - 18x + 9x^2 - 4y + y^2 = 0$

describir sus características principales y trazar su gráfica.

2. Soluciones

(a) $x^2 + 2x + 4 - y = 0$

Paso 1: Reordenar la ecuación.

$$x^2 + 2x + 4 = y$$

Paso 2: Completar el cuadrado

$$(x + 1)^2 - 1 + 4 = y$$

$$(x + 1)^2 + 3 = y$$

$$y = (x + 1)^2 + 3$$

Se trata de una parábola vertical que abre hacia arriba, su eje de simetría es la recta $x = -1$ y su vértice es el punto $(-1, 3)$

No tiene raíces reales, por lo tanto no corta el eje x.

También es válido: el eje de simetría es la recta $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1$ y el vértice es $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = (-1, 3)$.

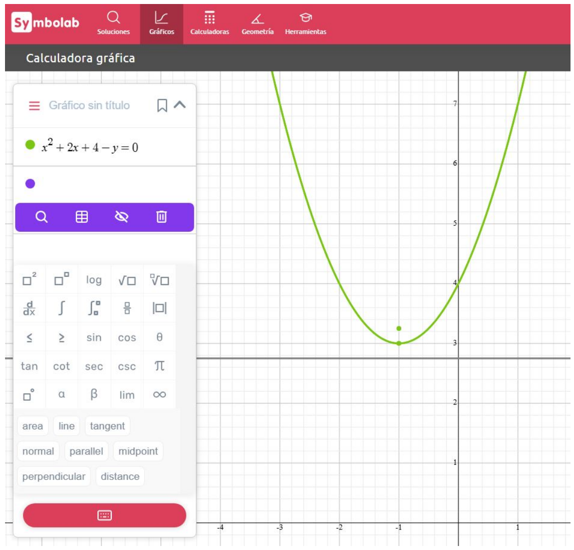
Posibles cortes con los ejes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2}$$

Como el discriminante es negativo, no corta al eje x.

Corta al eje y en $y = 4$

Como gráfico han debido presentar (a mano, por supuesto) algo similar a



(b) $4 - 18x + 9x^2 - 4y + y^2 = 0$

Agrupamos términos: $(9x^2 - 18x) + (y^2 - 4y) + 4 = 0$

Completamos cuadrados

$$
\begin{gathered}
[9(x-1)^2 - 9] + [(y-2)^2 - 4] + 4 = 0 \\
9(x-1)^2 - 9 + (y-2)^2 - 4 + 4 = 0 \\
9(x-1)^2 + (y-2)^2 - 9 = 0 \\
9(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9
\end{gathered}
$$

$$\frac{(x-1)^2}{1} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$

Es una elipse vertical con centro $(1, 2)$.

Los ejes de simetría se ubican sobre las rectas $x = 1$ y $y = 2$.

De acuerdo con la notación usual:

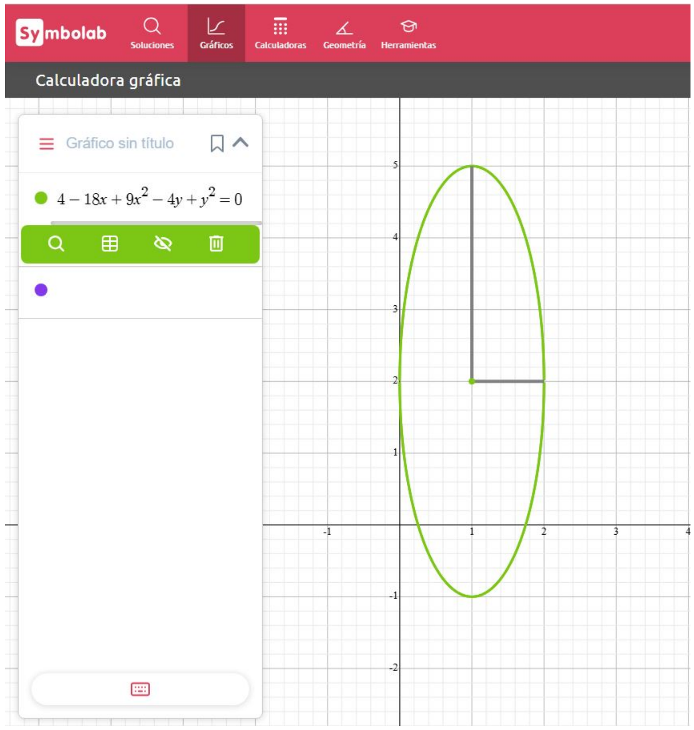
Como $a^2 = 1$ se tiene que $a = 1$, el eje menor es el horizontal y su longitud es $2a = 2$.

Como $b^2 = 9$ se tiene que $b = 3$, el eje mayor es el horizontal y su longitud es $2b = 6$.

Los vértices principales se obtienen como $(1, 2 \pm 3)$ y son $(1, 5)$ y $(1, -1)$.

Los vértices secundarios se obtienen como $(1 \pm 1, 2)$ y son $(0, 2)$ y $(2, 2)$.

Como gráfico han debido presentar (a mano, por supuesto) algo similar a



Universidad Monteávila
Álgebra Lineal
Ingenierías Mecatrónica y Telemática
Segundo examen corto - B. Fecha: 09 de octubre de 2025

Apellido(s): ________________________ Nombre(s): ________________________

Cédula: ________________________

1	2	TOTAL
/5	/5	/10

(1) Escoger una (y solo una) de las siguientes dos preguntas, indicar la letra que corresponde con la pregunta seleccionada y resolver.

Pregunta seleccionada:

(a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los punto $(1, 1)$ y $(2, 3)$.

(b) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(4, 4)$ y es paralela a la recta de ecuación $y = -4$.

Soluciones

a) Paso 1: Calcular la pendiente m

$$m = \frac{3-1}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$$

Paso 2: Usar la forma punto-pendiente con el punto $(1, 1)$

$$y - 1 = 2(x - 1)$$

Paso 3: Simplificar a la forma $y = mx + b$

$$y - 1 = 2x - 2$$

$$y = 2x - 1$$

Respuesta $\boxed{y = 2x - 1}$

(b) La recta $y = -4$ es horizontal, por lo que su pendiente es 0. Una recta paralela a ella también será horizontal, es decir, de la forma $y = k$.

Como pasa por $(4, 4)$, donde la coordenada y es 4, la ecuación es $y = 4$

Respuesta: $\boxed{y = 4}$

(2) Escoger una (y solo una) de las siguientes dos cónicas, indicar la letra que corresponde con la cónica seleccionada y resolver.

Cónica seleccionada:

(a) $x^2 + 2x + 4 + y = 0$

(b) $4 - 4x + x^2 - 18y + 9y^2 = 0$

describir sus características principales y trazar su gráfica.

Soluciones

(a) $x^2 + 2x + 4 + y = 0$

Paso 1: Reordenar la ecuación:

$$y = -x^2 - 2x - 4$$

Paso 2: Completar cuadrados:

$$y = -(x^2 + 2x) - 4$$

$$y = -(x^2 + 2x + 1 - 1) - 4$$

$$y = -(x + 1)^2 + 1 - 4$$

$$y = -(x + 1)^2 - 3$$

Se trata de una parábola vertical que abre hacia abajo, su eje de simetría es la recta $x = -1$ y su vértice es el punto $(-1, -3)$

No tiene raíces reales, por lo tanto no corta el eje x.

También es válido: el eje de simetría es la recta $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1$ y el vértice es $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = (-1, -3)$.

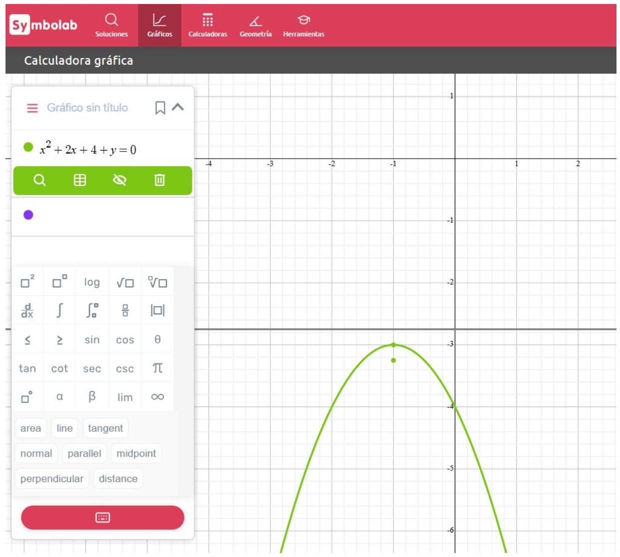
Posibles cortes con los ejes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2}$$

Como el discriminante es negativo, no corta al eje x.

Corta al eje y en $y = -4$

Como gráfico han debido presentar (a mano, por supuesto) algo similar a



(b) $4 - 4x + x^2 - 18y + 9y^2 = 0$

Agrupamos términos en x y en y:

$$(x^2 - 4x + 4) + (9y^2 - 18y) = 0$$

Completamos cuadrados:

$$(x-2)^2 + 9(y-1)^2 - 9 = 0$$
$$(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 9$$
$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{1} = 1$$

Es una elipse horizontal con centro $(1,2)$.

Los ejes de simetría se ubican sobre las rectas $x = 1$ y $y = 2$.

De acuerdo con la notación usual:

Como $a^2 = 9$ se tiene que $a = 3$, el eje mayor es el horizontal y su longitud es $2a = 6$.

Como $b^2 = 1$ se tiene que $b = 1$, el eje menor es el vertical y su longitud es $2b = 2$.

Los vértices principales se obtienen como $(2 \pm 3, 1)$ y son $(5,1)$ y $(-1,1)$.

Los vértices secundarios se obtienen como $(2, 1 \pm 1)$ y son $(2,2)$ y $(2,0)$.

Como gráfico han debido presentar (a mano, por supuesto) algo similar a