

Universidad Monteávila  
 Álgebra Lineal  
 Ingenierías Ciencia de Datos, Mecatrónica y Telemática  
 Ejercicios de Geometría Analítica

- (1) Encontrar la ecuación de la recta que satisface las condiciones dadas.
  - (a) Pasa por  $(2, 3)$  y  $(6, -5)$ .
  - (b) Pasa por  $(5, -6)$  y  $(4, 0)$ .
  - (c) Pasa por  $(-2, 4)$  y es paralela a la recta de ecuación  $3x + y - 5 = 0$ .
  - (d) Pasa por  $(5, -7)$  y es paralela al eje  $y$ .
  - (e) Pasa por el origen y es paralela a la recta que pasa por  $(1, 0)$  y  $(-2, 6)$ .
  - (f) Pasa por  $(2, 3)$  y es perpendicular a  $x - 4y + 1 = 0$ .
  - (g) Pasa por  $(0, -2)$  y es perpendicular a  $3x + 4y + 5 = 0$ .
  - (h) Pasa por  $(-5, -4)$  y es perpendicular a la recta que pasa por  $(1, 1)$  y  $(3, 11)$ .
  - (i) Pasa por el origen y es perpendicular a todas las rectas con pendiente 2.
- (2) ¿Cómo demostraría o refutaría de manera analítica que el cuadrilátero con vértices  $(0, 4)$ ,  $(-1, 3)$ ,  $(-2, 8)$  y  $(-3, 7)$  es un paralelogramo?
- (3) Halle la ecuación de la mitad superior de la circunferencia  $x^2 + (y - 3)^2 = 4$ . Repita lo anterior con respecto a la mitad derecha de la circunferencia.
- (4) Halle la ecuación de la mitad inferior de la circunferencia  $(x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 9$ . Repita lo anterior con respecto a la mitad izquierda de la circunferencia.
- (5) Trazar el conjunto de puntos en el plano  $xy$ , cuyas coordenadas satisfagan la desigualdad dada.
  - (a)  $x^2 + y^2 \geq 9$
  - (b)  $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 \leq 25$
  - (c)  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$
  - (d)  $x^2 + y^2 > 2y$
- (6) Representar gráficamente el conjunto de los puntos del plano  $xy$  que satisfacen cada una de las siguientes condiciones.
 

(a) $y = -3x$	(b) $y - 2x = 0$	(c) $-x + 2y = 1$	(d) $2x + 3y = 6$
(e) $x = y^2$	(f) $y = x^3$	(g) $y = x^2 - 4$	(h) $x = 2y^2 - 4$
(i) $y = x^2 - 2x - 2$	(j) $y^2 = 16(x + 4)$	(k) $y = x(x^2 - 3)$	(l) $y = (x - 2)^2(x + 2)^2$
(m) $x = -\sqrt{y^2 - 16}$	(n) $y^3 - 4x^2 + 8 = 0$	(o) $(x - 1)^2 + y^2 = 0$	(p) $y = \sqrt{x - 3}$
(q) $y = 2 - \sqrt{x + 5}$	(r) $y =  x - 9 $	(s) $x =  y  - 4$	(t) $ x  +  y  = 4$
- (7) Identificar el tipo de curva que corresponde con cada una de las siguientes ecuaciones, encontrar sus características especiales, graficarla a mano y comprobar el resultado con un programa informático.
 

(a) $\frac{(x-5)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{49} = 1$	(b) $\frac{(x-1)^2}{49} + \frac{(y-3)^2}{36} = 1$
(c) $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{36} = 1$	(d) $x^2 - 2x - 4y + 17 = 0$
(e) $\frac{(y-4)^2}{36} - x^2 = 1$	(f) $\frac{(y-\frac{1}{4})^2}{4} - \frac{(x+3)^2}{9} = 1$
(g) $y^2 - 8y + 2x + 10 = 0$	(h) $y^2 - 4y - 4x + 3 = 0$
(i) $(x + 5)^2 + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$	(j) $x^2 + 5x - \frac{1}{4}y + 6 = 0$
(k) $4x^2 = 2y$	(l) $4x^2 - 16y^2 = 64$
(m) $5x^2 - 5y^2 = 25$	(n) $y^2 - 5x^2 = 20$
(o) $9x^2 - 16y^2 + 144 = 0$	(p) $\frac{(x+2)^2}{10} - \frac{(y+4)^2}{25} = 1$
- (8) Deducir la ecuación de la hipérbola que satisface cada una de las siguientes condiciones
  - (a) Vértices en  $(\pm 2, 0)$ , pasa por  $(2\sqrt{3}, 4)$ .

- (b) Vértices en  $(0, \pm 3)$ , pasa por  $(\frac{5}{3}, 5)$ .
- (c) Centro en  $(-1, 3)$ , un vértice en  $(-1, 4)$ , pasa por  $(-5, 3 + \sqrt{5})$ .
- (d) Centro en  $(3, -5)$ , un vértice en  $(3, -2)$ , pasa por  $(1, -1)$ .
- (9) Deducir la ecuación de la elipse que satisface cada una de las siguientes condiciones
- (a) Vértices en  $(0, \pm 3)$ , extremos del eje menor en  $(\pm 1, 0)$ .
- (b) Vértices en  $(\pm 4, 0)$ , extremos del eje menor en  $(0, \pm 2)$ .
- (c) Vértices en  $(-3, -3)$ ,  $(5, -3)$ , extremos del eje menor en  $(1, -1)$ ,  $(1, -5)$ .
- (d) Vértices en  $(1, -6)$ ,  $(1, 2)$ , extremos del eje menor en  $(-2, -2)$ ,  $(4, -2)$ .
- (10) Deducir la ecuación de una parábola que satisface cada una de las siguientes condiciones
- (a) Vértice en  $(0, 0)$ , pasa por  $(-2, 8)$ , eje a lo largo del eje  $y$
- (b) Vértice en  $(0, 0)$ , pasa por  $(1, \frac{1}{4})$ , eje a lo largo del eje  $x$
- (11) **Ingresos** Un fabricante encuentra que el ingreso generado por vender  $x$  unidades de cierta mercancía está dado por la función  $R(x) = 80x - 0.4x^2$ , donde el ingreso  $R(x)$  se mide en dólares. ¿Cuál es el ingreso máximo, y cuántas unidades deben fabricarse para obtener este máximo?
- (12) **Ventas** Un vendedor de bebidas gaseosas en una conocida playa analiza sus registros de ventas y encuentra que, si vende  $x$  latas de gaseosa en un día, su utilidad (en dólares) está dada por

$$P(x) = -0.001x^2 + 3x - 1800$$

¿Cuál es su utilidad máxima por día, y cuántas latas debe vender para obtener una utilidad máxima?

- (13) **Publicidad** La efectividad de un anuncio comercial por televisión depende de cuántas veces lo ve una persona. Después de algunos experimentos, una agencia de publicidad encontró que, si la efectividad  $E$  se mide en una escala de 0 a 10, entonces

$$E(n) = n - \frac{1}{20}n^2$$

donde  $n$  es el número de veces que una persona ve un anuncio comercial determinado. Para que un anuncio tenga máxima efectividad, ¿cuántas veces debe verlo una persona?

- (14) **Productos farmacéuticos** Cuando cierto medicamento se toma oralmente, la concentración del medicamento en el flujo sanguíneo del paciente después de  $t$  minutos está dada por  $C(t) = 0.06t - 0.0002t^2$ , donde  $0 \leq t \leq 240$  y la concentración se mide en mg/L. ¿Cuándo se alcanza la máxima concentración de suero, y cuál es esa máxima concentración?
- (15) **Agricultura** El número de manzanas producidas por cada árbol en una huerta de manzanos depende de la densidad con la que estén plantados los árboles. Si  $n$  árboles se plantan en un acre de terreno, entonces cada árbol produce  $900 - 9n$  manzanas. Por tanto, el número de manzanas producidas por acres

$$A(n) = n(900 - 9n)$$

¿Cuántos árboles deben plantarse por acre para obtener la máxima producción de manzanas?