Universidad Monteávila

Álgebra Lineal

Ingeniería Informática en Ciencia de Datos

Segundo examen corto - A. Fecha: 09 de octubre de 2025

Apellido(s): ________________________ Nombre(s): ________________________

Cédula: ________________________

1	2	TOTAL
/5	/5	/10

(1) Escoger una (y solo una) de las siguientes dos preguntas, indicar la letra que corresponde con la pregunta seleccionada y resolver.

Pregunta seleccionada:

(a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(4, 5)$ y es paralela a la recta de ecuación $y = \dfrac{x}{2} + 1$.

(b) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, 1)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $y = 3$.

Soluciones

(a) La pendiente de la recta dada es $m = \frac{1}{2}$. Como las rectas paralelas tienen la misma pendiente, la recta buscada tiene pendiente $m = \frac{1}{2}$ y pasa por $(4, 5)$.

Usamos la forma punto-pendiente: $y - y_1 = m(x - x_1)$, $y - 5 = \frac{1}{2}(x - 4)$, $y - 5 = \frac{1}{2}x - 2$, $y = \frac{1}{2}x + 3$.

Respuesta: $\boxed{y = \dfrac{1}{2}x + 3}$

(b) La recta $y = 3$ es horizontal, por lo que su pendiente es 0. Una recta perpendicular a una recta horizontal es vertical, de la forma $x = k$.

Como pasa por $(1, 1)$, entonces $k = 1$.

Respuesta: $\boxed{x = 1}$

(2) Escoger una (y solo una) de las siguientes dos cónicas, indicar la letra que corresponde con la cónica seleccionada y resolver.

Cónica seleccionada:

(a) $-4 + 6x - 2x^2 + y = 0$

(b) $-18x + 9x^2 - 16y + 4y^2 = 11$

describir sus características principales y trazar su gráfica.

Soluciones

(a) Dada la ecuación: $-4 + 6x - 2x^2 + y = 0$

Reordenamos: $y = 2x^2 - 6x + 4$

Es una parábola vertical Completamos el cuadrado:

$$y = 2(x^2 - 3x) + 4$$

$$y = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 4$$

$$y = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} + 4$$

$$y = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$$

Se trata de una parábola que abre hacia arriba (porque el coeficiente de x^2 es positivo), su eje de simetría es la recta $x = \frac{3}{2}$, su vértice es el punto $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

También es válido: el eje de simetría es la recta $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{4} = \frac{3}{2}$ y el vértice es el punto $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

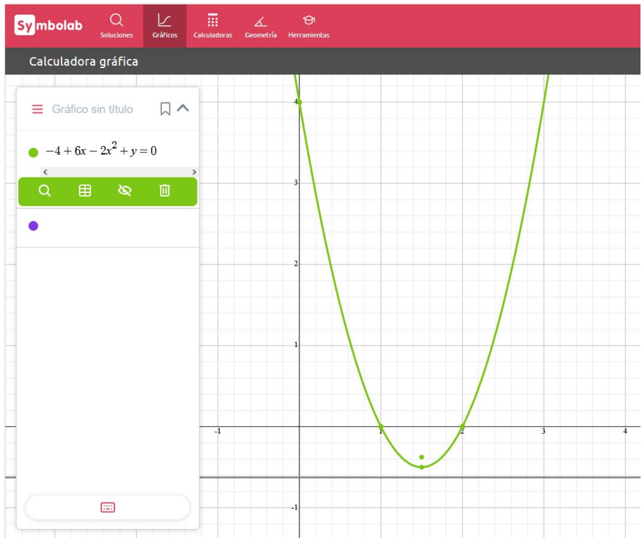
Posibles cortes con los ejes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{4} = \frac{6 \pm 2}{4} = 1 \text{ ó } 2.$$

Corta el eje x en los puntos $x = 1$ y $x = 2$.

Corta al eje y en $y = 4$,

Como gráfico han debido presentar (a mano, por supuesto) algo similar a



(b) Dada la ecuación: $-18x+9x^2-16y+4y^2=11$

Agrupamos términos: $9x^2-18x+4y^2-16y=11$

Completamos cuadrados:

$$9(x^2-2x)+4(y^2-4y)=11$$

$$9[(x-1)^2-1]+4[(y-2)^2-4]=11$$

$$9(x-1)^2-9+4(y-2)^2-16=11$$

$$9(x-1)^2+4(y-2)^2-25=11$$

$$9(x-1)^2+4(y-2)^2=36$$

$$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$$

Es una elipse vertical con centro $(1,2)$.

Los ejes de simetría se ubican sobre las rectas $x=1$ y $y=2$.

De acuerdo con la notación usual:

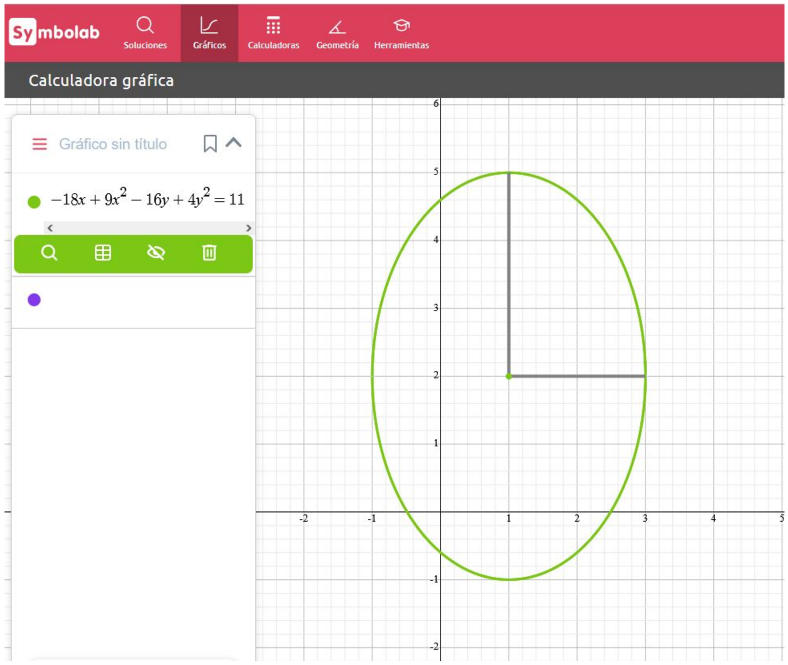
Como $a^2=4$ se tiene que $a=2$, el eje menor es el horizontal y su longitud es $2a=4$.

Como $b^2=9$ se tiene que $b=3$, el eje mayor es el vertical y su longitud es $2b=6$.

Los vértices principales se obtienen como $(1,2\pm 3)$ y son $(1,5)$ y $(1,-1)$.

Los vértices secundarios se obtienen como $(1\pm 2,2)$ y son $(-1,2)$ y $(3,2)$.

Como gráfico han debido presentar (a mano, por supuesto) algo similar a



Universidad Monteávila

Álgebra Lineal

Ingeniería Informática en Ciencia de Datos

Segundo examen corto - B. Fecha: 09 de octubre de 2025

Apellido(s): ______________________ Nombre(s): ______________________

Cédula: ______________________

1	2	TOTAL
/5	/5	/10

(1) Escoger una (y solo una) de las siguientes dos preguntas, indicar la letra que corresponde con la pregunta seleccionada y resolver.

Pregunta seleccionada:

(a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(4, 5)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $y = \dfrac{x}{2} + 1$.

(b) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, 1)$ y es paralela a la recta de ecuación $y = 3$.

Soluciones

(a) La pendiente de la recta dada es $m = \frac{1}{2}$.

La pendiente de la recta perpendicular será

$$m_{\text{perp}} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

Usamos la fórmula punto-pendiente con el punto $(4, 5)$:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Sustituyendo:

$$y - 5 = -2(x - 4)$$

Desarrollando:

$$y - 5 = -2x + 8 \qquad y = -2x + 13$$

Respuesta: $\boxed{y = -2x + 13}$

(b) La recta $y = 3$ es horizontal, lo que significa que su pendiente es $m = 0$. Una recta paralela también será horizontal, así que su ecuación será:

$$y = 1$$

ya que debe pasar por el punto $(1, 1)$.

Respuesta: $\boxed{y = 1}$.

(2) Escoger una (y solo una) de las siguientes dos cónicas, indicar la letra que corresponde con la cónica seleccionada y resolver.

Cónica seleccionada:

(a) $-4 + 6x - 2x^2 - y = 0$

(b) $-16x + 4x^2 - 18y + 9y^2 = 11$

describir sus características principales y trazar su gráfica.

Soluciones

(a) Dada la ecuación $-4 + 6x - 2x^2 - y = 0$

Reordenamos: $y = -2x^2 + 6x - 4$

Es una parábola vertical. Completamos el cuadrado:

$$y = -2(x^2 - 3x) - 4$$

$$y = -2\left[x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right] - 4$$

$$y = -2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right] - 4$$

$$y = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} - 4$$

$$y = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

Se trata de una parábola que abre hacia abajo (porque el coeficiente de x^2 es negativo), su eje de simetría es la recta $x = \frac{3}{2}$, su vértice es el punto $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

También es válido: el eje de simetría es la recta $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$ y el vértice es $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

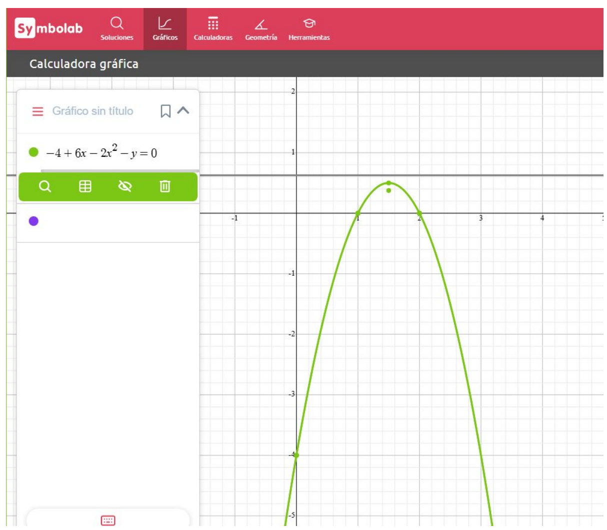
Posibles cortes con los ejes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-32}}{-4} = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{-4} = \frac{-6 \pm 2}{-4} = 1 \text{ ó } 2.$$

Corta el eje x en los puntos $x = 1$ y $x = 2$.

Corta al eje y en $y = -4$,

Como gráfico han debido presentar (a mano, por supuesto) algo similar a



(b) $-16x + 4x^2 - 18y + 9y^2 = 11$

Agrupamos términos: $4x^2 - 16x + 9y^2 - 18y = 11$

Completamos cuadrados:

$$[4(x-2)^2 - 16] + [9(y-1)^2 - 9] = 11$$

$$4(x-2)^2 + 9(y-1)^2 - 25 = 11$$

$$4(x-2)^2 + 9(y-1)^2 = 36$$

$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$$

Es una elipse horizontal con centro $(2, 1)$.

Los ejes de simetría se ubican sobre las rectas $x = 2$ y $y = 1$

De acuerdo con la notación usual:

Como $a^2 = 9$ se tiene que $a = 3$, el eje mayor es el horizontal y su longitud es 6.

Como $b^2 = 4$ se tiene que $b = 2$, el eje menor es el vertical y su longitud es 4.

Los vértices principales se obtienen como $(2 \pm 3, 1)$ y son $(5, 1)$ y $(-1, 1)$.

Los vértices secundarios se obtienen como $(2, 1 \pm 2)$ y son $(2, -1)$ y $(2, 3)$.

Como gráfico han debido presentar (a mano, por supuesto) algo similar a