

# ÁLGEBRA LINEAL

## 1. Los números reales

- a) Operaciones básicas con los números reales: suma, producto, resta y división.
- b) Ley de los signos.
- c) Propiedades de orden y desigualdades sencillas.
- d) Distancia en la recta y valor absoluto.
- e) Razones, proporciones y porcentajes.
- f) Orden de las operaciones y la regla “PEMDAS”.

## 2. Introducción a la geometría analítica del plano

- a) Correspondencia entre puntos del plano y pares ordenados de números reales.
- b) El teorema de Pitágoras y distancia entre dos puntos del plano en función de sus coordenadas.
- c) Teorema del coseno.
- d) Semejanza de triángulos y ecuación cartesiana de la recta en el plano. Concepto de pendiente e interpretación geométrica.
- e) Ecuación de la circunferencia y de la elipse, completación de cuadrados para hallar las características básicas de este tipo de curvas expresadas en forma implícita.
- f) La función cuadrática y la parábola: deducción de la fórmula de las raíces de un polinomio de grado 2, gráfico de la función cuadrática, ubicación del vértice y relación con el coeficiente director y el signo del discriminante. Problemas sencillos de máximos y mínimos.
- g) Ecuación de la hipérbola.
- h) Trazado de gráficos con ayuda de programas informáticos.

## 3. Vectores en el plano

- a) Motivación, ejemplos de magnitudes vectoriales y magnitudes escalares.
- b) Definición básica de vector como segmento orientado en el plano, concepto de vector libre y vector ligado, suma y diferencia de vectores mediante la ley del paralelogramo.
- c) Correspondencia entre vectores en el plano y pares ordenados de números reales, suma, diferencia y producto de un vector por un escalar en términos de sus coordenadas.

- d) Ecuación vectorial de la recta, deducción de la ecuación cartesiana a partir de la ecuación vectorial.
- e) Norma y producto escalar, desigualdad de Cauchy Schwarz, proyección de un vector en una dirección dada.

#### 4. Vectores en el espacio

- a) Coordenadas tridimensionales, correspondencia entre ternas de números reales, puntos y vectores en el espacio  $\mathbb{R}^3$ .
- b) Operaciones con vectores, suma, resta, producto por un escalar, ley del paralelogramo en el espacio.
- c) Distancia entre dos puntos del espacio, norma y producto escalar en  $\mathbb{R}^3$ .
- d) Ecuación paramétrica y cartesiana de la recta en el espacio.
- e) Ecuación paramétrica y cartesiana del plano en el espacio.

#### 5. Espacios vectoriales

- a) Definición y ejemplos.
- b) Concepto de subespacio y ejemplos.
- c) Concepto de independencia lineal, base, dimensión y sistemas de coordenadas abstracto.
- d) Concepto general de producto interno en un espacio vectorial.
- e) Desigualdad de Cauchy-Schwarz y norma asociada a un producto interno.
- f) Bases ortogonales, ortonormales y proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.

#### 6. Sistemas de ecuaciones lineales y matrices

- a) Ecuaciones lineales en dos variables, resolución analítica y gráfica, interpretación geométrica de los casos posibles: infinitas soluciones, solución única y sin solución.
- b) Ecuaciones lineales en varias variables y su relación con matrices.
- c) Matrices escalonadas y matrices reducidas.
- d) Método de Gauss y de Gauss Jordan para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, análisis de los distintos casos posibles.
- e) Aplicaciones a problemas varios relacionados con la ingeniería.

#### 7. Álgebra matricial

- a) El conjunto de las matrices  $m \times n$  como espacio vectorial.
- b) Producto de matrices y sus propiedades básicas.
- c) Matrices cuadradas

- 1) La matriz identidad y la inversa de una matriz.
- 2) Cálculo de la inversa de una matriz utilizando el método de Gauss-Jordan.
- d) Transpuesta de una matriz y matrices simétricas.

## 8. Determinantes

- a) Determinante de una matriz  $2 \times 2$ , definición, ejemplos y su relación con la inversa de la matriz.
- b) Definición del determinante de una matriz  $3 \times 3$  en función del determinante de una matriz  $2 \times 2$ , ejemplos y reglas para calcularlo.
- c) Definición del determinante de una matriz  $n \times n$  en función del determinante de una matriz  $(n-1) \times (n-1)$ , ejemplos, cálculo de determinantes usando programas informáticos.
- d) Propiedades básicas de los determinantes, determinante del producto de matrices y multilinealidad de la función determinante.
- e) Determinantes y matrices inversas, condiciones equivalentes para que una matriz tenga inversa.
- f) Menor, cofactor y matriz adjunta, inversa de una matriz en términos de la matriz adjunta.
- g) Regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

## 9. Transformaciones lineales

- a) Definición de transformación lineal, ejemplos.
- b) Matriz asociada a una transformación lineal, correspondencia entre matrices y transformaciones lineales.
- c) Transformaciones lineales definidas por sus valores en una base.
- d) Operaciones básicas con transformaciones lineales y su relación con las operaciones correspondientes con sus matrices asociadas.
- e) Núcleo y rango de una transformación lineal, teorema del núcleo, condiciones equivalentes de biyectividad de una transformación lineal.

## 10. Autovalores, autovectores y diagonalización

- a) Definiciones, resultados básicos y ejemplos.
- b) Polinomio característico y cálculo de los autovalores de una transformación lineal y de una matriz; cálculo de los autovectores partiendo de los autovalores.
- c) Semejanza de matrices y cambio de base.

- d) Diagonalización: Condiciones para que una matriz cuadrada sea semejante a una matriz diagonal.
- e) Diagonalización ortogonal de matrices simétricas.

## REFERENCIAS

- [1] APOSTOL, T. *Calculus Volumen I. Segunda edición* Reverté (1999), (España).
- [2] BALDOR, A. *Álgebra, Tercera edición* Grupo Editorial Patria (2016), México.
- [3] BALDOR, A. *Geometría y trigonometría. Tercera edición* Grupo Editorial Patria (2011), México.
- [4] DEL VALLE, J. *Álgebra lineal para estudiantes de Ingeniería y Ciencias* Mc Graw Hill (2011), (México).
- [5] GROSSMAN, S. *Álgebra lineal. Séptima edición.* Mc Graw Hill (2012), (México).
- [6] LAY, D. *Álgebra lineal y sus aplicaciones. Cuarta edición.* Pearson (2012), (México).
- [7] OLVER, P. AND SHAKIBAN, C. *Applied linear algebra, Second Edition* Springer (2018), (Suiza).
- [8] POOLE, D. *Álgebra lineal, una introducción moderna. Cuarta edición.* Cengage (2017), (México).
- [9] ZILL, D. *Precálculo con avances de cálculo, quinta edición* Mc Graw Hill, (2008), China.
- [10] ZILL, D. *Álgebra, trigonometría y geometría analítica* Mc Graw Hill, (2012), México.