Universidad Monteávila
Álgebra Lineal
Ingenierías Ciencia de Datos, Mecatrónica y Telemática
Ejercicios de Geometría Analítica

(1) Encontrar la ecuación de la recta que satisface las condiciones dadas.
  (a) Pasa por $(2,3)$ y $(6,-5)$.
  (b) Pasa por $(5,-6)$ y $(4,0)$.
  (c) Pasa por $(-2,4)$ y es paralela a la recta de ecuación $3x+y-5=0$.
  (d) Pasa por $(5,-7)$ y es paralela al eje y.
  (e) Pasa por el origen y es paralela a la recta que pasa por $(1,0)$ y $(-2,6)$.
  (f) Pasa por $(2,3)$ y es perpendicular a $x-4y+1=0$.
  (g) Pasa por $(0,-2)$ y es perpendicular a $3x+4y+5=0$.
  (h) Pasa por $(-5,-4)$ y es perpendicular a la recta que pasa por $(1,1)$ y $(3,11)$.
  (i) Pasa por el origen y es perpendicular a todas las rectas con pendiente 2.

(2) ¿Cómo demostraría o refutaría de manera analítica que el cuadrilátero con vértices $(0,4)$, $(-1,3)$, $(-2,8)$ y $(-3,7)$ es un paralelogramo?

(3) Halle la ecuación de la mitad superior de la circunferencia $x^2+(y-3)^2=4$. Repita lo anterior con respecto a la mitad derecha de la circunferencia.

(4) Halle la ecuación de la mitad inferior de la circunferencia $(x-5)^2+(y-1)^2=9$. Repita lo anterior con respecto a la mitad izquierda de la circunferencia.

(5) Trazar el conjunto de puntos en el plano xy, cuyas coordenadas satisfagan la desigualdad dada.
  (a) $x^2+y^2\geq 9$ (b) $(x-1)^2+(y+5)^2\leq 25$
  (c) $1\leq x^2+y^2\leq 4$ (d) $x^2+y^2>2y$

(6) Representar gráficamente el conjunto de los puntos del plano xy que satisfacen cada una de las siguientes condiciones.
  (a) $y=-3x$ (b) $y-2x=0$ (c) $-x+2y=1$ (d) $2x+3y=6$
  (e) $x=y^2$ (f) $y=x^3$ (g) $y=x^2-4$ (h) $x=2y^2-4$
  (i) $y=x^2-2x-2.$ (j) $y^2=16(x+4)$ (k) $y=x(x^2-3)$ (l) $y=(x-2)^2(x+2)^2$
  (m) $x=-\sqrt{y^2-16}$ (n) $y^3-4x^2+8=0$ (o) $(x-1)^2+y^2=0$ (p) $y=\sqrt{x-3}$
  (q) $y=2-\sqrt{x+5}$ (r) $y=|x-9|$ (s) $x=|y|-4$ (t) $|x|+|y|=4$

(7) Identificar el tipo de curva que corresponde con cada una de las siguientes ecuaciones, encontrar sus características especiales, graficarla a mano y comprobar el resultado con un programa informático.
  (a) $\frac{(x-5)^2}{4}-\frac{(y+1)^2}{49}=1$ (b) $\frac{(x-1)^2}{49}+\frac{(y-3)^2}{36}=1$
  (c) $\frac{(x+1)^2}{25}+\frac{(y-2)^2}{36}=1$ (d) $x^2-2x-4y+17=0$
  (e) $\frac{(y-4)^2}{36}-x^2=1$ (f) $\frac{(y-\frac{1}{4})^2}{4}-\frac{(x+3)^2}{9}=1$
  (g) $y^2-8y+2x+10=0$ (h) $y^2-4y-4x+3=0$
  (i) $(x+5)^2+\frac{(y+2)^2}{16}=1$ (j) $x^2+5x-\frac{1}{4}y+6=0$
  (k) $4x^2=2y$ (l) $4x^2-16y^2=64$
  (m) $5x^2-5y^2=25$ (n) $y^2-5x^2=20$
  (o) $9x^2-16y^2+144=0$ (p) $\frac{(x+2)^2}{10}-\frac{(y+4)^2}{25}=1$

(8) Deducir la ecuación de la hipérbola que satisface cada una de las siguientes condiciones
  (a) Vértices en $(\pm 2,0)$, pasa por $(2\sqrt{3},4)$.

(b) Vértices en $(0, \pm 3)$, pasa por $(\frac{5}{5}, 5)$.
(c) Centro en $(-1, 3)$, un vértice en $(-1, 4)$, pasa por $(-5, 3 + \sqrt{5})$.
(d) Centro en $(3, -5)$, un vértice en $(3, -2)$, pasa por $(1, -1)$.

(9) Deducir la ecuación de la elipse que satisface cada una de las siguientes condiciones
(a) Vértices en $(0, \pm 3)$, extremos del eje menor en $(\pm 1, 0)$.
(b) Vértices en $(\pm 4, 0)$, extremos del eje menor en $(0, \pm 2)$.
(c) Vértices en $(-3, -3)$, $(5, -3)$, extremos del eje menor en $(1, -1)$, $(1, -5)$.
(d) Vértices en $(1, -6)$, $(1, 2)$, extremos del eje menor en $(-2, -2)$, $(4, -2)$.

(10) Deducir la ecuación de una parábola que satisface cada una de las siguientes condiciones
(a) Vértice en $(0, 0)$, pasa por $(-2, 8)$, eje a lo largo del eje y
(b) Vértice en $(0, 0)$, pasa por $(1, \frac{1}{4})$, eje a lo largo del eje x

(11) **Ingresos** Un fabricante encuentra que el ingreso generado por vender x unidades de cierta mercancía está dado por la función $R(x) = 80x - 0.4x^2$, donde el ingreso $R(x)$ se mide en dólares. ¿Cuál es el ingreso máximo, y cuántas unidades deben fabricarse para obtener este máximo?

(12) **Ventas** Un vendedor de bebidas gaseosas en una conocida playa analiza sus registros de ventas y encuentra que, si vende x latas de gaseosa en un día, su utilidad (en dólares) está dada por

$$P(x) = -0.001x^2 + 3x - 1800$$

¿Cuál es su utilidad máxima por día, y cuántas latas debe vender para obtener una utilidad máxima?

(13) **Publicidad** La efectividad de un anuncio comercial por televisión depende de cuántas veces lo ve una persona. Después de algunos experimentos, una agencia de publicidad encontró que, si la efectividad E se mide en una escala de 0 a 10, entonces

$$E(n) = \frac{1}{n} - \frac{1}{20}n^2$$

donde n es el número de veces que una persona ve un anuncio comercial determinado. Para que un anuncio tenga máxima efectividad, ¿cuántas veces debe verlo una persona?

(14) **Productos farmacéuticos** Cuando cierto medicamento se toma oralmente, la concentración del medicamento en el flujo sanguíneo del paciente después de t minutos está dada por $C(t) = 0.06t - 0.0002t^2$, donde $0 \leq t \leq 240$ y la concentración se mide en mg/L. ¿Cuándo se alcanza la máxima concentración de suero, y cuál es esa máxima concentración?

(15) **Agricultura** El número de manzanas producidas por cada árbol en una huerta de manzanos depende de la densidad con la que estén plantados los árboles. Si n árboles se plantan en un acre de terreno, entonces cada árbol produce $900 - 9n$ manzanas. Por tanto, el número de manzanas producidas por acres

$$A(n) = n(900 - 9n)$$

¿Cuántos árboles deben plantarse por acre para obtener la máxima producción de manzanas?