# 基于行车振动效应的预制装配式钢板组合梁桥 行车舒适度研究

唐立恒, 王慧光, 周子豪, 闫双龙, 王佐才

合肥工业大学, 土木与水利工程学院, 安徽 合肥

收稿日期: 2021年12月20日; 录用日期: 2022年1月6日; 发布日期: 2022年1月20日

## 摘 要

预制装配式钢板组合梁桥是一种利用混凝土桥面板和钢主梁承担荷载的组合梁桥。该桥梁结构形式顺应 行业发展趋势,在工程中得到了广泛应用。但由于车桥质量比相差较大,在行车荷载激励下容易引起桥 梁振动,同时桥梁的振动会反作用于车辆,使行车舒适度降低。为此,本文拟采用一套液压阻尼装置, 针对不同车速、桥面不平顺度等工况,对桥梁的动力响应进行研究与控制,以期提升行车舒适度。

## 关键词

行车振动效应,舒适度评价,振动控制

# Research of the Comfort Level of Prefabricated Composite Steel Plate Beam Bridge Based on the Vibration Effect of Driving Vehicle

Liheng Tang, Huiguang Wang, Zihao Zhou, Shuanglong Yan, Zuocai Wang

School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei Anhui

Received: Dec. 20<sup>th</sup>, 2021; accepted: Jan. 6<sup>th</sup>, 2022; published: Jan. 20<sup>th</sup>, 2022

### **Abstract**

Prefabricated steel plate composite beam bridge is a composite beam bridge which uses concrete deck and steel girder to bear loads. The bridge structure conforms to the development trend of the industry and has been widely used in engineering. However, due to the large difference of ve-

文章引用: 唐立恒, 王慧光, 周子豪, 闫双龙, 王佐才. 基于行车振动效应的预制装配式钢板组合梁桥行车舒适度研究[J]. 土木工程, 2022, 11(1): 49-61. DOI: 10.12677/hjce.2022.111007

hicle-bridge mass ratio, the bridge vibration is easy to be caused under the driving load excitation. At the same time, the vibration of the bridge will react on the vehicle and reduce the driving comfort. Therefore, a set of hydraulic damper is proposed in this paper to control the dynamic response of the bridge under different vehicle speeds and roughness of the deck in order to improve driving comfort.

## **Keywords**

**Driving Vibration Effect, Comfort Level Evaluation, Vibration Control** 

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0). http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/



Open Access

## 1. 引言

预制钢板组合梁桥是混凝土桥面板和钢主梁两种不同受力材料和构件形式的组合梁桥,利用在截面 压缩区用高抗压强度的混凝土材料、截面拉伸区用高抗拉强度钢材的形式。充分发挥钢材和混凝土材料 的优势,并通过连接件保证两种材料在连接处的协同工作[1]。

与传统厚重的钢筋混凝土桥梁相比,钢板组合梁桥有着结构轻盈、快速装配、施工周期短、顺应行业发展趋势的特点。但同时,车辆质量与钢板组合梁桥质量比相差大,桥梁在车辆活载下易发生振动[2]。剧烈的振动不仅影响桥梁结构的安全,致使结构疲劳受损,同时降低行车的舒适度体验。因此对钢板组合梁桥行车舒适度进行研究与控制是十分必要的。

本文以预制装配式钢板组合梁桥为对象,在车桥耦合振动理论的基础上研究不同行车工况组合下的 桥梁振动效应,分析其行车舒适度,并与安装液压阻尼器后的行车舒适度对比,检验其效果。

### 2. 行车舒适度理论

行车舒适度是指车辆在行驶的过程中保持相对平稳,保证车辆的振动不会导致乘客感到不舒适的一种性能[3]。在汽车行驶时,长时间处于振动环境中,人体也会感到疲劳、乏力,这对驾驶员来说,无疑是不舒适的,甚至是不安全的[4]。

目前,国内外本研究领域内有很多种行车舒适度的评价方法,如: 吸收功率法、UIC513 评价方法、疲劳时间法、BS6841-1987 (英国标准)、Sperling 平稳性指标法、等舒适度评价方法、ISO2631 平顺性评价法,虽然学界中评价方法较多,但尚无一种方法是一致公认的[5]。因此本文综合考虑各因素选取加速度干扰评价方法进行舒适度评价[6]。

#### 加速度干扰评价方法

车辆在道路上行驶容易受到道路自身线形、驾驶员操作技术以及道路的路况等级的影响,所以车辆在行驶的过程中车速是在不停变化的[7]。为了能够描述车速在一定范围内的变化,20 世纪 50 年代 Hermann 提出了加速度干扰的概念,并且将其定义为车辆加速度与平均加速度的标准差,即对车辆速度 摆动的描述,用 $\delta$ 表示。并且通过研究测试得到了加速度干扰与行车舒适性之间的关系[8],如表 1 所示。

$$\delta = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \left[ a(t) - \overline{a} \right]^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}}$$
 (1)

$$\overline{a} = \frac{1}{T} \int_0^T a(t) dt \tag{2}$$

**Table 1.** The relationship between acceleration disturbance and driving comfort 表 1. 加速度干扰与行车舒适性的关系

$\delta(\mathrm{m/s^2})$	行车舒适度程度	
<0.315	没有不舒适	
0.315~0.63	有一点不舒适	
0.63~1	比较不舒适	
1~1.25	不舒适	
1.25~2.5	很不舒适	
>2.5	极不舒适	

# 3. 工程概况

## 3.1. 桥梁参数

本文以一段长  $30 \times 4 = 120 \text{ m}$  的 4 跨连续钢板组合梁桥为例,桥面宽 12 m,混凝土桥面板采用 C50 混凝土,钢主梁采用 Q345D 工字钢,桥梁相关截面参数如下图 1 所示。

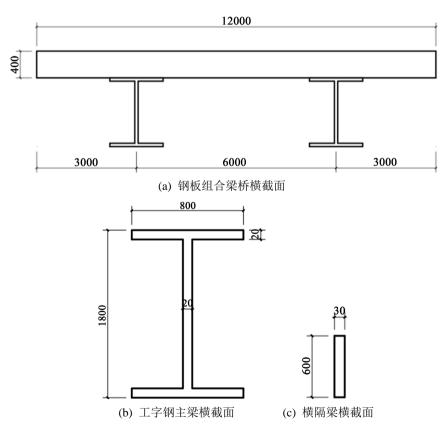


Figure 1. Basic cross-sectional parameters for steel plate combination girder bridge 图 1. 钢板组合梁桥基本截面参数

钢板组合梁桥结构轻盈,桥梁在车辆活载下易发生振动,降低行车的舒适度体验。为此拟采用液压阻尼器提高桥梁舒适度,在距离桥梁支座 3 m 位置处以 45°安装液压阻尼器,两端分别与桥墩和钢梁下翼缘相连,每跨布置 4 组减振装置。

#### 3.2. 阻尼器原理

液压阻尼器是一种减震装置,一般由缸体、活塞、阻尼孔、粘滞流体阻尼材料和活塞杆等部分组成,如图 2 所示,活塞在缸筒内作往复运动,活塞上有适量小孔成为阻尼孔,缸筒内装满粘滞流体阻尼材料。 当活塞与缸筒之间发生相对运动时,由于活塞前后的压力差使流体阻尼材料从阻尼孔中通过,产生阻尼力,将结构振动的部分能量通过阻尼器中粘滞流体阻尼材料的粘滞耗能耗散掉,达到减小结构振动反应的目的。

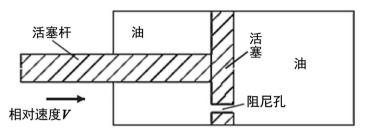


Figure 2. Mechanism of hydraulic damper **②** 2. 液压阻尼器原理

### 3.3. 桥梁模型建立

采用 ANSYS 软件建立了精细化的钢板组合梁桥有限元模型,如下图 3 所示:混凝土桥面板采用 SOLID65 单元,工字钢主梁与横隔梁均采用 SHELL43 单元,工字钢主梁与混凝土面板之间的剪力连接 件采用 CONTA174 单元与 TARGE170 单元模拟,模型共计 7059 个节点,7260 个单元。

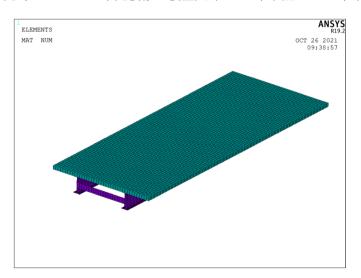


Figure 3. Finite element model of steel plate composite girder bridge 图 3. 钢板组合梁桥有限元模型

为验证钢板组合梁桥有限元模型的正确性,利用 Block Lanczos 法进行模态分析,并提取前二阶振型进行分析,其动力特性参数如表 2 所示。实测的多座桥梁的 1,2 阶自振周期分别是 0.35 秒,0.10 秒,由实测自振周期与 Block Lanczos 法提取的自振周期对比,可证明有限元模型的正确性。

**Table 2.** Bridge dynamic characteristics parameters **表 2.** 桥梁动力特性参数

 阶数	模型频率/Hz	模型周期/s	振型特征
1	2.961	0.338	对称竖弯
2	9.122	0.110	反对称竖弯

## 3.4. 车辆模型

采用两车体三轴 12 自由度刚体模型,如图 4 所示,考虑轮对的沉浮,车体 1 与车体 2 的沉浮、侧滚、点头,共 12 个自由度,即车辆的自由度向量为  $d = \begin{bmatrix} Z_{aL}^1, Z_{aR}^1, Z_{aL}^2, Z_{aR}^2, Z_{aL}^3, Z_{aR}^3, Z_{r_1}, \phi_{r_1}, \theta_{r_1}, Z_{r_2}, \phi_{r_2}, \theta_{r_2} \end{bmatrix}$ ,利用 d' Alembert principle 可列出与 6 个轮胎相连的上部弹簧的压力为:

$$\begin{split} F_{uL}^1 &= -K_{uL}^1 \left( Z_{r1} + b\phi_{r1} - L_1\theta_{r1} - Z_{aL}^1 \right) - C_{uL}^1 \left( \dot{z}_{r1} + b\dot{\phi}_{r1} - L_1\dot{\theta}_{r1} - \dot{z}_{aL}^1 \right) \\ F_{uR}^1 &= -K_{uR}^1 \left( Z_{r1} - b\phi_{r1} - L_1\theta_{r1} - Z_{aR}^1 \right) - C_{uR}^1 \left( \dot{z}_{r1} - b\dot{\phi}_{r1} - L_1\dot{\theta}_{r1} - \dot{z}_{aR}^1 \right) \\ F_{uL}^2 &= -K_{uL}^2 \left( Z_{r1} + b\phi_{r1} + L_2\theta_{r1} - Z_{aL}^2 \right) - C_{uL}^2 \left( \dot{z}_{r1} + b\dot{\phi}_{r1} + L_2\dot{\theta}_{r1} - \dot{z}_{aR}^2 \right) \\ F_{uR}^2 &= -K_{uR}^2 \left( Z_{r1} - b\phi_{r1} + L_2\theta_{r1} - Z_{aR}^2 \right) - C_{uR}^2 \left( \dot{z}_{r1} - b\dot{\phi}_{r1} + L_2\dot{\theta}_{r1} - \dot{z}_{aR}^2 \right) \\ F_{uL}^3 &= -K_{uL}^3 \left( Z_{r2} + b\phi_{r2} + L_4\theta_{r2} - Z_{aL}^3 \right) - C_{uL}^3 \left( \dot{z}_{r1} + b\dot{\phi}_{r1} - L_1\dot{\theta}_{r1} - \dot{z}_{aR}^1 \right) \\ F_{uR}^3 &= -K_{uR}^1 \left( Z_{r1} - Z_{aL}^3 - b\phi_{r2} + L_4\theta_{r2} - Z_{aR}^3 \right) - C_{uR}^1 \left( \dot{z}_{r1} - b\dot{\phi}_{r1} - L_1\dot{\theta}_{r1} - \dot{z}_{aR}^1 \right) \end{split}$$

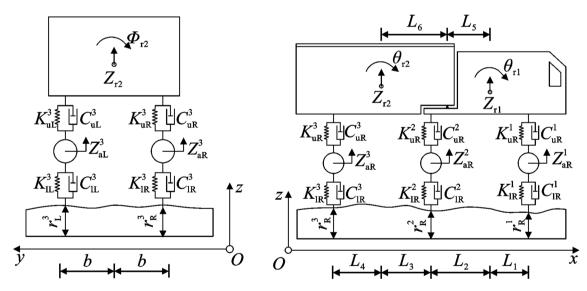


Figure 4. Vehicle dynamics model 图 4. 车辆模型

以 $F_2$ 表示两个车体在球铰处的相互作用力(受压为正),车体1的动力平衡方程为:

$$\begin{split} \sum F_{r1} &= -F_z - g M_{r1} - M_{r1} \ddot{z}_{r1} - F_{uL}^1 - F_{uR}^1 - F_{uL}^2 - F_{uR}^2 = 0 \\ & \sum I_{yz}^1 = -J_{yz}^1 \ddot{\phi}_{r1} + F_{uR}^1 b - F_{uL}^1 b + F_{uR}^2 b - F_{uL}^2 b = 0 \\ & \sum I_{zx}^1 = -F_z L_5 - J_{zx}^1 \ddot{\phi}_{r1} + F_{uR}^1 L_1 + F_{uL}^1 L_1 - F_{uR}^2 L_2 - F_{uL}^2 L_2 = 0 \end{split}$$

车体 2 的动力平衡方程为:

$$\begin{split} \sum F_{r2} &= F_z - g M_{r2} - M_{r2} \ddot{z}_{r2} - F_{uR}^3 - F_{uL}^3 = 0 \\ &\sum I_{yz}^2 = -J_{yz}^2 \ddot{\phi}_{r2} + F_{uR}^3 b - F_{uL}^3 b = 0 \\ &\sum I_{zx}^2 = -F_z L_6 - J_{zx}^2 \ddot{\phi}_{r1} - F_{uR}^3 L_4 - F_{uL}^3 L_4 = 0 \end{split}$$

## 3.5. 桥梁运动方程

将桥梁化为多自由度体系,将桥梁的运动方程以矩阵形式表示:

$$M_b \ddot{d}_b + C_b \dot{d}_b + K_b d_b = F_{bv}$$

式中, $M_b$ 、 $C_b$ 和 $K_b$ 分别表示为桥梁的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $d_b$ 为桥梁的位移矩阵; $F_{bv}$ 为车辆作用在桥面的作用力矩阵[9]。

## 4. 动力响应控制及行车舒适度评价

将建立的有限元模型导入多体动力学软件 UM 对桥梁进行车桥耦合振动分析,研究桥梁的动力响应 特性,通过液压阻尼器进行振动控制,并进行舒适度评价。

### 4.1. 车速影响

汽车在桥上行驶时,速度是一个重要参数,在不同速度下的车辆产生的车桥耦合作用有明显的不同, 桥梁的动力响应也有所不同,这里通过改变车辆的速度来分析组合梁桥车桥动力响应及液压阻尼器减振 效果随车速变化的一般规律。

#### 4.1.1. 动力响应分析

选取具有代表性的低中高车速进行分析,即以车速分别为 60 km/h、90 km/h、120 km/h 的一辆载重汽车(不考虑路面不平顺)匀速行驶过四跨的连续梁桥为例,进行车桥耦合动力效应分析;取三者首跨竖向振动位移时程曲线及竖向振动加速度时程曲线如下图 5~10 所示:

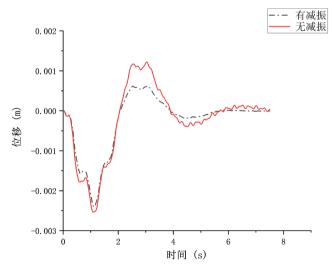


Figure 5. Time-course diagram of nodal displacement in the first span of the bridge at 60 km/h 图 5. 60 km/h 车速下桥梁首跨跨中节点位移时程图

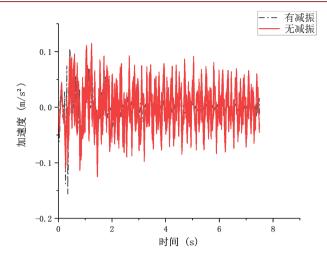


Figure 6. Time-course diagram of nodal acceleration in the first span of the bridge at 60 km/h 图 6. 60km/h 车速下桥梁首跨跨中节点加速度时程图

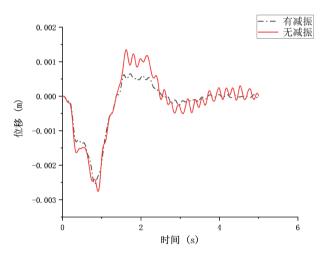


Figure 7. Time-course diagram of nodal displacement in the first span of the bridge at 90 km/h 图 7. 90 km/h 车速下桥梁首跨跨中节点位移时程图

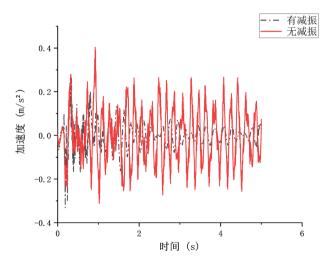
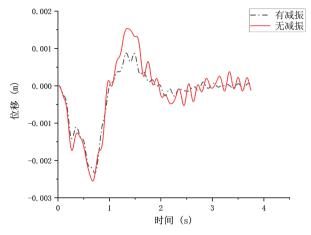


Figure 8. Time-course diagram of nodal acceleration in the first span of the bridge at 90 km/h 图 8. 90 km/h 车速下桥梁首跨跨中节点加速度时程图



**Figure 9.** Time-course diagram of nodal displacement in the first span of the bridge at 120 km/h 图 9. 120 km/h 车速下桥梁首跨跨中节点位移时程图

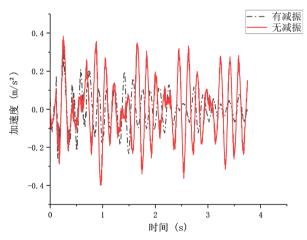


Figure 10. Time-course diagram of nodal acceleration in the first span of the bridge at 120 km/h 图 10. 120 km/h 车速下桥梁首跨跨中节点加速度时程图

取低中高车速三者的峰值位移与加速度干扰值,列下表进行减振前后对比:

**Table 3.** Summary of peak displacement and acceleration disturbance values at different vehicle speeds 表 3. 低中高车速位移峰值及加速度干扰值汇总

速度	装置有无	位移峰值	加速度干扰值
60	无	-2.54	0.0477
	有	-2.41	0.0337
90	无	-2.76	0.1211
	有	-2.54	0.0889
120	无	-2.55	0.1683
	有	-2.29	0.1299

综合低中高车速进行分析,组合梁桥动力响应主要表现为,随着车辆在桥上行驶,组合梁桥首跨跨中的竖向振动位移响应均表现为先增大后减小,在车辆匀速行驶至跨中位置附近时出现峰值竖向位移, 驶过首跨后,位移响应明显降低,保持一定大小均匀波动;组合梁桥首跨跨中的竖向加速度响应均表现 在最大加速度出现在首跨,车辆驶过首跨后,加速度总体减小,且通过其后三跨时,各跨之间的加速度 无明显差异,总体走势基本一致。

由表 3 得出: 从位移峰值、加速度干扰值数值上来看,并未体现出很强的规律性。但在施加液压阻尼器之后,低速(60 km/h)时,位移峰值绝对值由 2.54 下降为 2.41,降低约 5.12%,其加速度干扰值由 0.0477下降为 0.0337,降低约 29.35%;中速(90 km/h)时,位移峰值由 2.76 下降为 2.54,降低约 7.97%,其加速度干扰值由 0.1211下降为 0.0899,降低约 26.59%;高速(120 km/h)时,位移峰值绝对值由 2.55 下降为 2.19,降低约 10.20%,其加速度干扰值由 0.1683 下降为 0.1299,降低约 22.82%;在不同车速下,设置液压阻尼装置始终对位移峰值与加速度干扰值有一定的降低,即组合梁桥的振动响应得到舒缓与下降。

## 4.1.2. 不同车速下行车舒适度评价

对组合梁桥首跨跨竖向振动加速度时程曲线分析,拓展到 10~150 km/h 速度范围进行汇总,并利用上文所述评价方法,对不同车速条件下有无液压阻尼器桥梁的行车舒适度进行整体评价,如图 11 所示:

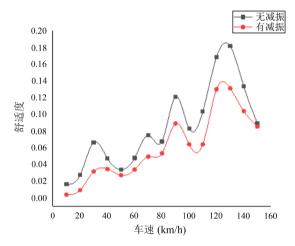


Figure 11. The relationship between driving comfort and speed curve 图 11. 舒适度与车速关系曲线

从图 11 可得知,加速度干扰值并不是随着车速的增加而线性增大,而是随车速的整体变化呈现波动状况上升,在车速较小时,动力响应随着车速的增大而增大,当车速增大到某一特定值时,此时组合梁桥的动力响应达到较大,之后当车速继续增大时,组合梁桥的振动还来不及开始,车辆就已经驶出了桥面。在 120~140 km/h 速度范围内对桥梁的冲击作用最为明显出现,出现峰值。同时,从中可以看出,不同车速下行车设置液压阻尼装置的桥梁的加速度干扰值明显小于未设置液压阻尼装置的桥梁的加速度干扰值,尤其在峰值出加速度干扰值显著降低,行车舒适度提高显著。

#### 4.2. 桥面不平顺度影响

当桥面存在不平顺时,车辆在其上行驶时会引起车身不同程度的振动,轻微的振动并不会引起乘客的不适,但当整个振动幅度到达一定程度时,乘客的不适感就会变得尤为明显。因此,同样需要考虑路面不平顺对桥梁动力响应的影响。

#### 4.2.1. 动力响应分析

选取具有代表性的低中高桥面不平顺进行分析,即以桥面不平顺度分别为 B、C、D 的一辆载重汽车 (车速控制在 90 km/h)匀速行驶过四跨的连续梁桥为例,进行车桥耦合动力效应分析;取三者首跨竖向振动位移时程曲线及竖向振动加速度时程曲线如下图 12~17 所示:

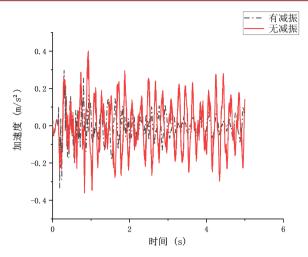


Figure 12. Mid-span nodal displacement of the first span of a bridge under Class B roughness 图 12. B 级不平顺下桥梁首跨跨中节点位移

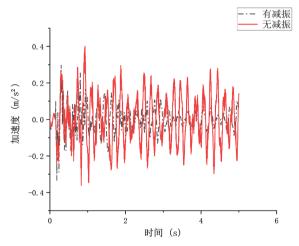


Figure 13. Mid-span nodal acceleration of the first span of a bridge under Class B roughness 图 13. B 级不平顺下桥梁首跨跨中节点加速度

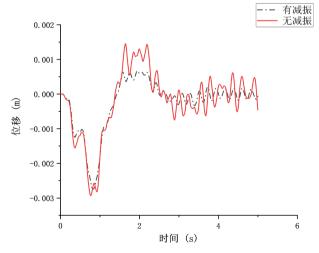


Figure 14. Mid-span nodal displacement of the first span of a bridge under Class C roughness 图 14. C 级不平顺下桥梁首跨跨中节点位移

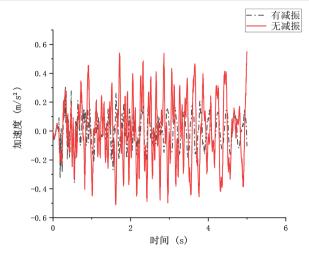


Figure 15. Mid-span nodal acceleration of the first span of a bridge under Class C roughness 图 15. C 级不平顺下桥梁首跨跨中节点加速度

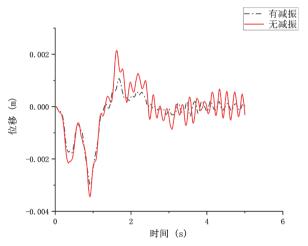


Figure 16. Mid-span nodal displacement of the first span of a bridge under Class D roughness 图 16. D 级不平顺下桥梁首跨跨中节点位移

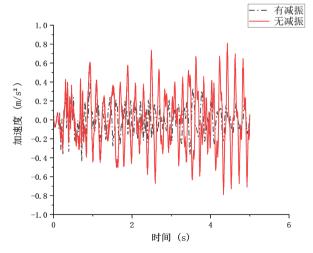


Figure 17. Mid-span nodal acceleration of the first span of a bridge under Class D roughness 图 17. D 级不平顺下桥梁首跨跨中节点加速度

取低中高不平顺三者的峰值位移与加速度干扰值,列下表进行减振前后对比:

Table 4. Summary of different roughness displacement peaks and acceleration disturbance value	S
表 4. 低中高不平顺位移峰值及加速度干扰值汇总	

不平顺度	装置有无	位移峰值	加速度干扰值
В	无	2.70	0.1370
	有	2.47	0.0939
С	无	2.93	0.1624
	有	2.74	0.1122
D	无	3.44	0.2199
	有	3.00	0.1533

由表 4 得出:从位移峰值、加速度干扰值数值上来看,并未体现出很强的规律性。但在施加液压阻尼器之后,低不平顺(B)平顺时,位移峰值绝对值由 2.70 下降为 2.47,降低约 8.52%,其加速度干扰值由 0.1370 下降为 0.0939,降低约 31.46%;中不平顺(C)时,位移峰值绝对值由 2.93 下降为 2.74,降低约 6.48%,降低约 8.52%,其加速度干扰值由 0.1624 下降为 0.1122,降低约 30.91%;高不平顺(D)时,位移峰值绝对值由 3.44 下降为 3.00,降低约 12.79%,其加速度干扰值由 0.2199 下降为 0.1533,降低约 30.27%;在不同不平顺下,设置液压阻尼装置同样始终对位移峰值与加速度干扰值有一定的降低,即组合梁桥的振动响应得到舒缓与下降。

#### 4.2.2. 不同不平顺下行车舒适度评价

对组合梁桥首跨跨竖向振动加速度时程曲线分析,拓展到完全平顺至不平顺等级 D 范围进行汇总,并利用上文所述评价方法,对桥面不平顺条件下有无液压阻尼器桥梁的行车舒适度进行整体评价,如图 18 所示:

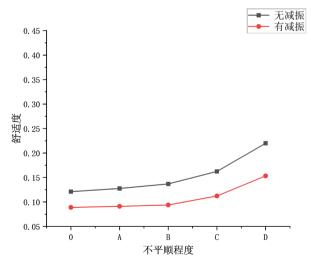


Figure 18. The relationship between driving comfort and road surface roughness curve 图 18. 舒适度与路面不平顺程度关系曲线

从上述不同路面等级下桥梁行车舒适度曲线中可以看出,路面不平顺度对桥梁动力响应的影响很大, 路面不平顺等级越高,产生的加速度干扰值越大,行车舒适性越差。 与此同时,加速度干扰值变化速率随着路面不平顺度等级的增大而增大,即不平度等级越高,加速 度干扰值的增大越快。

同样的,不同路面等级下行车设置液压阻尼装置桥梁的加速度干扰值始终小于未设置液压阻尼装置桥梁的加速度干扰值。即无论何种路面等级,桥梁设置液压阻尼器始终会给行车舒适度带来有利影响。

## 5. 总结

通过比较加装液压阻尼器前后预制装配式钢板组合梁桥的动力响应与行车舒适度评价,可得以下结论:

- 1) 随着车速的增加,加速度干扰值并不是线性增大的,而是随车速的整体变化呈现波动状况上升。
- 2) 随着路面不平顺等级提高,桥梁加速度干扰值越大,行车舒适性越差。同时,不平度等级越高, 桥梁加速度干扰值的增速越快。
- 3) 不同车速与路面不平顺工况下,设置液压阻尼装置的桥梁的加速度干扰值明显小于未设置液压阻 尼装置的桥梁的加速度干扰值,对于减缓桥梁动力响应,提高行车舒适度具有积极意义。
- 4) 该装置对于工程中常见的工况类型具有较好的适应能力,能够有效提供竖向阻尼,显著降低桥梁 跨中位移与加速度响应,提高预制装配式钢板组合梁桥行车舒适度。

# 参考文献

- [1] 胡可, 丁雅杰, 王佐才, 任伟新. 基于分布式 TMD 的预制钢板组合梁桥的行车振动及控制[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2020, 43(3): 382-388.
- [2] 夏飞龙. 王林凯, 王胜斌, 吴肖波. 新型钢板组合梁桥车桥耦合振动控制研究[J]. 交通科技, 2021(1): 16-20.
- [3] 祝云峰. 基于车桥耦合振动的行车舒适度分析[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2017.
- [4] 刘洋. 公路斜拉桥车桥耦合振动及行车舒适度分析[D]: [硕士学位论文]. 长沙: 中南大学, 2012.
- [5] 王英杰. 考虑车体柔性的车-桥动力响应分析及行车舒适性影响因素研究[D]: [博士学位论文]. 北京: 北京交通大学, 2011.
- [6] 宋聪聪. 基于加速度干扰的公路线形舒适性评价方法研究[D]: [硕士学位论文]. 广州: 华南理工大学, 2017.
- [7] 周振宇, 万华森. 行车舒适性评价方法综述[J]. 物流科技, 2020, 43(1): 124-127.
- [8] 吴飞. 李红玉, 裴辉腾, 吴婷婷. 某大跨拱桥车桥耦合振动及行人舒适度分析[J]. 武汉理工大学学报, 2021(4): 57-60+66.
- [9] 陈敦, 王根会, 穆彦虎, 彭惠. 铁路大跨度简支钢桁梁桥车-桥耦合振动研究[J]. 地震工程学报, 2017, 39(5): 820-828+852.