

Escuela de Doctorado de Ciencias, Tecnologías e Ingeniería

Programa de Doctorado en Física y Ciencias del Espacio

TESIS DOCTORAL

Título del trabajo

Presentado por: Roque Caballero Navarro

Curso académico 2023-2024

Título del trabajo

Roque Caballero Navarro

Roque Caballero Navarro Título del trabajo.

Tesis doctoral. Curso académico 2023-2024.

Responsable de tutorización

A. García Hernández Dept. Theoretical Physics and Cosmology

J. C. Suárez

Dept. Theoretical Physics and Cosmology

Programa de Doctorado en Física y Ciencias del Espacio

Escuela de Doctorado de Ciencias, Tecnologías e Ingeniería

Universidad de Granada

Declaración de originalidad

D./Dña. Roque Caballero Navarro

Declaro explícitamente que el trabajo presentado como Tesis Doctoral, correspondiente al curso académico 2023-2024, es original, entendido esto en el sentido de que no he utilizado para la elaboración del trabajo fuentes sin citarlas debidamente.

En Granada a 25 de enero de 2024

Fdo: Roque Caballero Navarro

Dedicatoria (opcional) Ver archivo preliminares/dedicatoria.tex

Índice general

Agı	radecimientos	KI
Su	mmary	X
Int	roducción	XII
ı.	El Ciclo del Litio	•
1.	¿Por qué el Litio?	3
	1.1. Introducción	3
2.	El ciclo del litio	į
	2.1. Introducción	
	2.2. El Li primordial	
	2.3. Evolución del Li en la presecuencia principal (PMS)	
	2.4. Evolución del Li en la secuencia principal (MS)	ç
	2.5. Mecanismos de destrucción de Li	10
	2.5.1. Li y metalicidad	10
	2.5.2. Li y convección	11
	2.5.3. Li y difusión	11
	2.5.4. Li y exoplanetas	12
	2.5.5. Li y rotación	14
	2.5.6. A qué se debe esta merma de Li	
	2.6. El litio y las reacciones nucleares	15
II.	Ciencia de datos	19
3.	Ciencia de datos	2
	3.1. Introducción	21
	3.2. Proceso de la ciencia de datos	2:
	3.3. Herramientas	23
	3.3.1. Octave	23
	3.3.2. TOPCAT	23
	3.4. Catálogo de datos	24
III.	Rotación y campos magnéticos de intensidad fija	29
4.	Rotación y campos magnéticos de intensidad constante	3
	4.1. Introducción	31

Índice general

	4.2.	El Sol y la rotación	33
	4.3.	Efectos de los campos magnéticos	35
	4.4.	Efectos del frenado magnético	37
		4.4.1. Formalismos de frenado magnético	38
	4.5.		41
		4.5.1. Formalismo para la distribución de AML	41
5	Mod	Jules for Experiments in Stellar Astrophysics - MESA	43
Э.	5.1.	lules for Experiments in Stellar Astrophysics - MESA Introducción	
	5.1.	5.1.1. El proyecto MESA	43 44
	5.2	¿Cómo trabajar con MESA?	45
	J. _ .	5.2.1. ¿Cómo extender MESA?	47
		5.2.2. Módulos de interés de MESA	50
	5.3.	C/ : 1: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	52
	<i>J</i> . <i>J</i> .	5.3.1. Visualización con pgstart	52
		5.3.2. Visualización con terceras herramientas	52
	5.4.	Extendiendo MESA - Parte I	52
	<i>J</i> 1	5.4.1. Simulaciones acordes al marco teórico estándar de MESA	53
		5.4.2. Simulaciones extendiendo el marco teórico estándar de MESA	57
		5.4.3. Rutina de inicialización para las simulaciones	58
		5.4.4. Rutina de par de torsión	59
		5.4.5. Rutina de frenado magnético	60
		5.4.6. Rutina de distribución de pérdida de momento angular	62
	Docu	ultados do fuenado maso ático do intensidad fila	
6.	Resu	illados de frenado magnetico de intensidad fila	65
6.		ultados de frenado magnético de intensidad fija Configuración de los modelos	65
6.	6.1.	Configuración de los modelos	65
6.	6.1.	Configuración de los modelos	65 65
6.	6.1.	Configuración de los modelos	65 65 68
6.	6.1.	Configuración de los modelos	65 65 68 70
6.	6.1.	Configuración de los modelos	65 65 68
6.	6.1. 6.2.	Configuración de los modelos	65 65 68 70 75
	6.1.6.2.6.3.	Configuración de los modelos	65 65 68 70 75
IV.	6.1. 6.2. 6.3.	Configuración de los modelos	65 68 70 75 79
	6.1. 6.2. 6.3.	Configuración de los modelos	65 68 70 75 79 81
IV.	6.1. 6.2. 6.3. Rota 7.1.	Configuración de los modelos	65 68 70 75 79 81 83 83
IV.	6.1. 6.2. 6.3. Rota 7.1. 7.2.	Configuración de los modelos Modelos de evolución estelar 6.2.1. Evolución de Li sin MB 6.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad fija 6.2.3. Evolución alternativa del Li con MB Conclusiones Conclusiones Ción y campos magnéticos de intensidad variable Introducción Frenado magnético según Gallet & Bouvier (2013)	65 65 68 70 75 79 81 83 83 83
IV.	6.1. 6.2. 6.3. Rota 7.1.	Configuración de los modelos Modelos de evolución estelar 6.2.1. Evolución de Li sin MB 6.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad fija 6.2.3. Evolución alternativa del Li con MB Conclusiones Conclusiones	65 65 68 70 75 79 81 83 83 83 86
IV.	6.1. 6.2. 6.3. Rota 7.1. 7.2. 7.3.	Configuración de los modelos . Modelos de evolución estelar . 6.2.1. Evolución de Li sin MB . 6.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad fija . 6.2.3. Evolución alternativa del Li con MB . Conclusiones . Conclusiones . Conclusiones magnéticos de intensidad variable . Introducción . Frenado magnético según Gallet & Bouvier (2013) . Efectos de la longitud de mezcla . 7.3.1. MLT α variable según Sonoi et al. (2019)	65 68 70 75 79 81 83 83 83 86 87
IV.	6.1. 6.2. 6.3. Rota 7.1. 7.2.	Configuración de los modelos Modelos de evolución estelar 6.2.1. Evolución de Li sin MB 6.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad fija 6.2.3. Evolución alternativa del Li con MB Conclusiones Atación y campos magnéticos de intensidad variable Introducción Frenado magnético según Gallet & Bouvier (2013) Efectos de la longitud de mezcla 7.3.1. MLT α variable según Sonoi et al. (2019) Extendiendo MESA - Parte II	65 65 68 70 75 79 81 83 83 86 87 87
IV.	6.1. 6.2. 6.3. Rota 7.1. 7.2. 7.3.	Configuración de los modelos Modelos de evolución estelar 6.2.1. Evolución de Li sin MB 6.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad fija 6.2.3. Evolución alternativa del Li con MB Conclusiones Co	65 65 68 70 75 79 81 83 83 83 86 87 87
IV.	6.1. 6.2. 6.3. Rota 7.1. 7.2. 7.3.	Configuración de los modelos Modelos de evolución estelar 6.2.1. Evolución de Li sin MB 6.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad fija 6.2.3. Evolución alternativa del Li con MB Conclusiones Conclusione	65 65 68 70 75 79 81 83 83 86 87 87 87 88
IV.	6.1. 6.2. 6.3. Rota 7.1. 7.2. 7.3.	Configuración de los modelos Modelos de evolución estelar 6.2.1. Evolución de Li sin MB 6.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad fija 6.2.3. Evolución alternativa del Li con MB Conclusiones Co	65 65 68 70 75 79 81 83 83 83 86 87 87
IV. 7.	6.1. 6.2. 6.3. Rota 7.1. 7.2. 7.3.	Configuración de los modelos . Modelos de evolución estelar . 6.2.1. Evolución de Li sin MB . 6.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad fija . 6.2.3. Evolución alternativa del Li con MB . Conclusiones . Atación y campos magnéticos de intensidad variable . Introducción . Frenado magnético según Gallet & Bouvier (2013) . Efectos de la longitud de mezcla . 7.3.1. MLT α variable según Sonoi et al. (2019) . Extendiendo MESA - Parte II . 7.4.1. Rutina de frenado magnético de intensidad variable . 7.4.2. Rutina de α´lculo de intensidad de campo magnético . 7.4.3. Rutina de α´lculo de intensidad variable . Iltados de frenado magnético de intensidad variable . Iltados de frenado magnético de intensidad variable .	65 65 68 70 75 79 81 83 83 86 87 87 87 88

Índice general

	8.2.	Modelos de evolución estelar	91
		8.2.1. Evolución del Li con MB de intensidad variable	91
		8.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad y α_{MLT} variables	91
	8.3.	Comparativa MB intensidad fija vs variable	91
	8.4.	Conclusiones finales	91
A.	Prim	er apéndice	93
Ac	rónim	os	95
Glo	osario		97
Bik	oliogra	afía	99

Agradecimientos

 $A grade cimientos \ (opcional, ver archivo\ preliminares/agrade cimiento.\ tex).$

Summary

Investigating the apparent anomalies in lithium (Li) surface abundance observed in the Sun and young stellar globular clusters within contemporary astrophysical contexts holds significant promise for advancing our comprehension of the mechanisms influencing Li depletion throughout stellar evolution. This study delves into the intricate interplay between rotational mixing and rotational hydrostatic effects in pre-main sequence (PMS) and main sequence (MS) stars by employing simulated grids of rotating models. The Li evolution of solar models is scrutinized under the combined influence of Mixing Length Theory (MLT) and magnetic braking (MB), where the magnetic field strength (B) and MLT parameterization (A_{MLT}) dynamically evolve with key solar parameters. A novel approach, avoiding fixed values for these parameters, is proposed, yielding results consistent with observational data.

Accurate solar models, reflective of the dynamic nature of B and $\alpha_{\rm MLT}$ throughout stellar evolution, are generated and tested against observational data from young open clusters obtained through the Gaia-ESO Survey (GES). The inclusion of variable B and $\alpha_{\rm MLT}$ values congruently reproduces results in line with previous work in which these approaches have been addressed separately. We go a step further by incorporating them jointly in our models and study the combined effect they produce on the rotational history and surface Li abundances in solar models, obtaining results that are still in line with those works, and compatible with observational data.

The findings suggest a robust lower limit of 1.133 dex for surface Li abundances in Sun-like stars, aligning with solar observations and shedding light on the intricate balance of physical processes governing Li content in stellar atmospheres. Likewise, we obtain theoretical values of α_{MLT} in accordance with the [1.76, 1.78] interval obtained in previous works. In view of these promising results, our models offer a consistent and comprehensive alternative to those with fixed values, and with an isolated treatment of B and α_{MLT} . We have managed to simultaneously obtain results, which although are not exactly matching the Sun's actual measurements, are however compatible with its surface Li abundance, angular velocity and predicted α_{MLT} values.

Introducción

La investigación de las aparentes anomalías en la abundancia superficial de litio (Li) observadas en el Sol y en cúmulos globulares estelares jóvenes dentro de contextos astrofísicos contemporáneos es muy prometedora para avanzar en nuestra comprensión de los mecanismos que influyen en el agotamiento del Li a lo largo de la evolución estelar. Este estudio profundiza en la intrincada interacción entre la mezcla rotacional y los efectos hidrostáticos rotacionales en estrellas de pre-secuencia principal (PMS) y de secuencia principal (MS) empleando simulaciones de modelos en rotación.

La evolución del Li para modelos solares se examina bajo la influencia combinada de la Teoría de la Longitud de Mezcla (MLT) y el frenado magnético (MB), donde la intensidad del campo magnético (B) y la parametrización MLT (α_{MLT}) juegan un papel clave.

– ESTO HABRÁ QUE COLOCARLO EN SU SITIO CUANDO HABLEMOS DE LOS MODELOS CON B Y ALFA VARIABLE –

La evolución del Li para modelos solares se examina bajo la influencia combinada de la Teoría de la Longitud de Mezcla (MLT) y el frenado magnético (MB), donde la intensidad del campo magnético (B) y la parametrización MLT (α_{MLT}) evolucionan dinámicamente con parámetros solares clave, como son la velocidad angular (Ω), la temperatura efectiva (T_{eff}) o la densidad (ρ). Se propone un enfoque novedoso, que evita valores fijos para estos parámetros y produce resultados coherentes con los datos observacionales.

Se generan modelos solares precisos, que reflejan la naturaleza dinámica de B y $\alpha_{\rm MLT}$ a lo largo de la evolución estelar, y se contrastan con datos observacionales de cúmulos abiertos jóvenes obtenidos a través del Gaia-ESO Survey (GES). La inclusión de valores variables de B y $\alpha_{\rm MLT}$ reproduce congruentemente resultados en línea con trabajos anteriores en los que estas aproximaciones se han abordado por separado. Damos un paso más al incorporarlos conjuntamente en nuestros modelos y estudiamos el efecto combinado que producen sobre la historia rotacional y las abundancias superficiales de Li en modelos solares, obteniendo resultados que siguen en línea con esos trabajos, y compatibles con los datos observacionales.

Los resultados sugieren un límite inferior robusto de 1.133 dex para las abundancias superficiales de Li en estrellas similares al Sol, alineándose con las observaciones solares y arrojando luz sobre el intrincado equilibrio de los procesos físicos que gobiernan el contenido de Li en las atmósferas estelares. Asimismo, obtenemos valores teóricos de $\alpha_{\rm MLT}$ acordes con el intervalo [1.76, 1.78] obtenido en trabajos anteriores. A la vista de estos prometedores resultados, nuestros modelos ofrecen una alternativa consistente y completa a aquellos con valores fijos, y con un tratamiento aislado de B y $\alpha_{\rm MLT}$. Hemos conseguido obtener simultáneamente resultados, que aunque no coinciden exactamente con las medidas reales del Sol, son sin embargo compatibles con su abundancia superficial de Li, velocidad angular y valores $\alpha_{\rm MLT}$ predichos.

Parte I. El Ciclo del Litio

1. ¿Por qué el Litio?

1.1. Introducción

El estudio de las abundancias de Litio en las estrellas, particularmente aquellas similares al Sol, es crucial por varias razones. En primer lugar, el Litio es uno de los pocos elementos producidos en la nucleosíntesis del Big Bang. Su abundancia proporciona una prueba crítica para la teoría del Big Bang y nos permite sondear las condiciones del universo primitivo. Además, el Litio es sensible a las temperaturas estelares, y su tasa de destrucción aumenta rápidamente a temperaturas superiores a 2.5 millones de Kelvin, que son típicas para los interiores estelares.

En segundo lugar, la abundancia de Litio puede arrojar luz sobre la estructura interna y los procesos de mezcla dentro de las estrellas. En los modelos estelares estándar, se espera que el Litio se agote en el sobre convectivo exterior de una estrella debido a su transporte a capas más profundas y calientes donde se destruye. Sin embargo, las observaciones a menudo muestran más agotamiento de Litio del que predicen estos modelos, lo que sugiere procesos de mezcla adicionales. Estudiar las abundancias de Litio puede ayudar a refinar nuestra comprensión de estos procesos y mejorar los modelos estelares.

El estudio de las abundancias de Litio es particularmente relevante al examinar cúmulos abiertos. Los cúmulos abiertos son grupos de estrellas que se han formado a partir de la misma nube molecular gigante, lo que significa que comparten una edad y composición química inicial comunes. Esto los convierte en excelentes laboratorios para estudiar la evolución estelar y la nucleosíntesis. El contenido de Litio en estas estrellas puede proporcionar valiosos conocimientos sobre los procesos de mezcla interna y la edad del cúmulo. A medida que las estrellas de un cúmulo envejecen, su abundancia de Litio superficial disminuye debido a la mezcla y la quema. Al comparar las abundancias de Litio observadas en las estrellas de un cúmulo abierto con modelos teóricos, podemos estimar la edad del cúmulo y obtener conocimientos sobre la eficiencia de los procesos de mezcla.

Además, dado que todas las estrellas en un cúmulo inicialmente tienen la misma abundancia de Litio, cualquier diferencia observada debe ser debido a procesos que ocurren dentro de las estrellas. Esto nos permite investigar cómo factores como la masa, la temperatura, la rotación y la presencia de campos magnéticos afectan a la destrucción de Litio, contribuyendo a nuestra comprensión de los interiores estelares. Por lo tanto, el estudio de las abundancias de Litio en cúmulos abiertos juega un papel crucial en el avance de nuestro conocimiento de las estrellas y su evolución.

aaaa Least Common Multiple (LCM) GCD Latex

2. El ciclo del litio

2.1. Introducción

La abundancia de Li observada en la fotosfera de las estrellas es un indicador de su composición interior y de los procesos de mezclado que en su él tienen lugar. Adicionalmente, estas abundancias (además de otras métricas) se utilizan para comprobar la validez de los modelos estelares. Para que esto sea posible hay que tomar como premisa inicial que la abundancia de Li generada en la nucleosíntesis asociada al Big Bang es conocida y este elemento solo se destruye a través de reacciones nucleares. A pesar de décadas de esfuerzos teóricos, se sigue sin encontrar una explicación coherente con los modelos para las discrepancias encontradas en las comparaciones sobre la abundancia de Li para estrellas pertenecientes a cúmulos de diferentes edades y que se encuentran en el mismo estado evolutivo, o bien en la presecuencia principal (Pre-Main Sequence, PMS), o bien en la secuencia principal (Main Sequence, MS). Los modelos no son capaces de explicar las abundancias detectadas en las etapas tardías de la MS [TRo1].

Es sabido que parte de la pérdida de Li se produce durante la PMS y que además ésta se acentúa según decrece la masa de la estrella y, a igualdad de masa, según aumenta la metalicidad de la misma. Para reproducir la dependencia entre la edad y masa de las estrellas con la merma de las concentraciones de Li, estos modelos necesitan de una combinación de procesos de mezclado cada vez más complejos, como overshooting, mezclado debido a procesos rotacionales o difusión microscópica, o la presencia de campos magnéticos. A pesar de décadas de esfuerzos teóricos, aún no se ha podido encontrar una explicación coherente derivada de modelos para las discrepancias de abundancia de Li detectadas en estrellas pertenecientes a cúmulos de diferentes edades y que se encuentran en el mismo estado evolutivo, ya sea en la PMS o en la MS. Además, estos modelos teóricos no son capaces de explicar las abundancias de elementos químicos detectadas en las etapas tardías de la MS [TRo1].

En la presente tesis estamos interesados en investigar cómo la presencia de campos magnéticos pueden influir en las abundancias de Li detectadas en las atmósferas de las estrellas de tipo solar. El Li es un elemento que se destruye fácilmente en las capas interiores de este tipo de estrellas. Este proceso ocurre principalmente durante la PMS en mayor medida, aunque puede darse también durante la MS. Adicionalmente, cabe la posibilidad de que se dé en las capas exteriores si existe un proceso eficiente de mezclado en la estrella, en el que puede influir la presencia de campos magnéticos. Por tanto, el estudio de la abundancia de Li en la superficie de la estrella puede ser clave para entender el proceso de evolución del momento angular de la misma.

Los denominados modelos estándar, modelos que incluyen la convección sólo como proceso de mezcla y no consideran otras opciones de transporte como la difusión o la pérdida de momento angular (Angular Moment Loss, AML), han sido los principales implicados en la

elaboración de estas predicciones [SRo5]. El Li se destruye a una temperatura $T_{\rm Li} \approx 2.5 x 10^6~K$ cuando un átomo de Li colisiona con un protón produciendo dos átomos de He, algo que tiene lugar durante las reacciones protón-protón tipo II (P-P II), y por tanto se destruye directamente en las envolturas estelares cuando la temperatura en la base de la zona de convección (Base Convective Zone, BCZ) alcanza ese valor. El Sol en particular, y las estrellas de tipo solar en general, se caracterizan por tener una CZ que cubre gran parte del radio estelar durante la PMS lo que hace que su límite inferior supere T_{Li} [Ibe65]. Este agotamiento se detiene durante la aproximación al inicio de la MS (Zero-Age Main Sequence, ZAMS) cuando la zona de convección retrocede y la temperatura en la BCZ es más fría que $T_{\rm Li}$. En los modelos estelares estándar sólo la masa y la composición química inicial determinan a qué distancia de la superficie estelar se alcanza la temperatura $T_{\rm Li}$, por lo que se espera que estrellas dentro de cúmulos con masa similar alcancen la ZAMS con iguales abundancias superficiales de Li. Además, también deberían mostrar una evolución del Li muy similar hasta su aproximación a la edad terminal de la MS (Terminal-Age Main Sequence, TAMS). Durante este mismo periodo los mecanismos de convección desencadenan un proceso de mezcla que homogeneiza la composición química de la envoltura convectiva, desde su límite inferior hasta la superficie estelar. Sin embargo, se han observado diferentes abundancias de Li en distintas poblaciones estelares [?,]y referencias en las mismas]Somers2014.

2.2. El Li primordial

Los modelos teóricos de estrellas no informan sobre la cantidad inicial de Li que tiene una estrella, sólo describen cómo se agota. Por tanto, para hacer una estimación precisa de la abundancia inicial de Li, es un requisito poder comparar previamente las observaciones y los modelos. Nuestro Sol representa una excepción única, ya que nos permite conocer la abundancia actual de este elemento en su fotosfera, $A(^7\text{Li}) = 1.1 \pm 0.1 \, dex^1$ [Jefo4], donde $A(^7\text{Li})$ se define según la Ec. 1

$$A(^{7}\text{Li}) = log \frac{N(Li)}{N(H)} + 12 \tag{1}$$

donde N es el número de átomos del elemento en cuestión por unidad de volumen y 12 representa la abundancia del H, el cual se toma como punto de referencia para evitar que aparezcan números negativos.

Por otro lado, la abundancia inicial de $A(^7\mathrm{Li}) = 3.34\,dex$ se obtiene a partir de mediciones de meteoritos [RPo6]. Según la teoría establecida para las estrellas recién nacidas, tenemos que la abundancia inicial de Li puede estimarse con bastante precisión a partir de mediciones fotosféricas en estrellas de tipo T-Tauri, o de las estrellas F más calientes que forman parte de cúmulos algo más antiguos. Para estas últimas, la teoría actual de la evolución estelar sugiere que el Li aún no debe estar agotado. Los resultados obtenidos a partir de las medidas en ambos tipos de estrellas nos permiten fijar la abundancia inicial de Li en el intervalo $3.0\,dex < A(^7\mathrm{Li}) < 3.4\,dex$ [RPo6].

¹Contracción procedente del inglés para decimal exponent.

2.3. Evolución del Li en la presecuencia principal (PMS)

La PMS es la continuación directa de la fase protoestelar. Inicialmente, a medida que el objeto estelar joven evoluciona a lo largo del tiempo, su luminosidad es fundamentalmente consecuencia directa de un proceso de acreción suficientemente fuerte que es capaz de mantener la fusión activa de deuterio [SSW83]. Una vez que cesa la acumulación de material, la protoestrella, rodeada sólo por un disco residual de material, desciende a lo largo de su traza de Hayashi de una forma casi vertical. Esta fase de la evolución estelar se localiza en el diagrama Hertzspring-Russell 2 y en la misma la estrella es totalmente convectiva. A medida que la estrella desciende por la traza de Hayashi se van contrayendo y su radio disminuye, a la par que lo hace su luminosidad. Su temperatura superficial ($T_{\rm eff}$)tiende a mantenerse en torno 3000..5000K aunque la interior va en aumento a consecuencia de la contracción del gas que conforma la estrella y el aumento de presión. Llegado un punto con suficiente temperatura en el interior de la estrella, ésta desarrolla una zona convectiva y la estrella entra en la traza de Heney, donde se producen reacciones nucleares, marcando así la entrada en la MS.

Durante la evolución estelar en esta fase, el Li se quema a temperaturas relativamente bajas $(2.5 - 3.0\ 10^6 K)$ y, en las estrellas de baja masa $(<1.2\ M_{\odot})$, el mezclado que se produce en la zona convectiva de la estrella puede hacer que el material ya agotado de Li alcance en relativamente poco tiempo la fotosfera de la estrella. Por esta razón, las mediciones de abundancia de Li fotosférica nos brindan uno de los pocos métodos de sondeo de interiores estelares y, a su vez, representan un importante banco de pruebas contra el que enfrentar los resultados que se obtienen a partir de los modelos evolutivos para PMS. Entender cómo se produce el agotamiento del Li durante la PMS también nos ofrece la posibilidad de poder estimar la edad de las estrellas más jóvenes y, por supuesto, es un punto de partida para poder cuantificar cualquier agotamiento subsiguiente de Li que se produzca a lo largo de la MS.

La Figura 2.1 muestra la fase de PMS para modelos de distintas masas iniciales. Asimismo, se indican la fase de quema de Li y el momento de aparición del núcleo radiativo. Como se puede ver, las estrellas con M <0.35 M_☉ que se encuentran en la PMS tienen una estructura relativamente sencilla: son totalmente convectivas hasta que consiguen alcanzar la Termination Age Main Sequence (TAMS). A medida que la estrella va reduciendo su volumen según desciende a lo largo de la traza de Hayashi, su núcleo se va calentando, pero el gradiente de temperatura se mantiene muy cerca del gradiente adiabático, el cual delimita la frontera entre un núcleo radiativo o convectivo. Esta situación se mantiene para la práctica totalidad de la estrella, con la excepción de las capas superficiales. El Li comienza a arder en reacciones de captura protónica cuando la temperatura central, Tc=2.5 106K y, debido a que la tasa de reacción es tan sensible a la temperatura para densidades típicas de PMS [RPo6] y a que el mezclado convectivo se produce de forma tan rápida, todo el Li se quema en una pequeña fracción de tiempo. Por otra parte, se ha contrastado que la edad a la que se produce el agotamiento de Li es inversamente proporcional a la masa de la estrella, es decir, aumenta según disminuye la masa hasta que se alcanza el límite de M <0.06 M_☉, ya que en este tipo de estrellas nunca llegará a alcanzarse una temperatura lo suficientemente alta como para poder quemar Li.

En las estrellas M >0.35 M_☉, el proceso de agotamiento del Li es bastante más complejo.

²Diagrama en el que se enfrenta la luminosidad de la estrella contra su temperatura

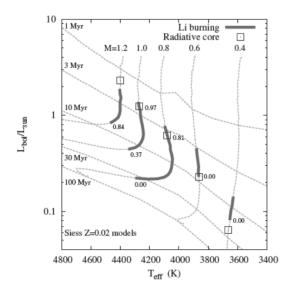


Figura 2.1.: Secuencias evolutivas (en M_{\odot}) e isócronas (en Myr) para estrellas de baja masa comprendidas entre 0.4 y 1.2 M_{\odot} y metalicidad Z=0.02. Se indican las franjas temporales en las que se produce el agotamiento fotosférico de Li y el desarrollo de un núcleo radiativo. Los números a la derecha de los intervalos de destrucción de Li indican la fracción fotosférica de éste que queda en el punto donde se desarrolla el núcleo radiativo y al final de su combustión, figura de Jeffries (2004).

Tienen densidades centrales más bajas y a medida que la Tc aumenta durante la contracción del PMS, la opacidad cae lo suficiente como para que el gradiente de temperatura se vuelva subadiabático, es decir, inhibe el proceso de mezclado y se forma un núcleo radiativo que empuja hacia afuera para incluir una fracción rápidamente creciente de la masa estelar. Para $M < M_{\odot}$ solo existe una pequeña ventana de oportunidad en la que poder quemar un poco de Li antes de que se desarrolle el núcleo radiativo (aproximadamente a 2 Myr para 1 M_{\odot}). Como se puede observar en la Figura 2.1, para $M < 0.6 M_{\odot}$ el núcleo radiativo se desarrolla antes de que la quema de Li esté completa. A falta de mezcla por convección, el material agotado de Li no puede llegar a la fotosfera y una vez que la temperatura en la base de la zona de convección cae por debajo del umbral de combustión de Li, el agotamiento de Li fotosférico se detiene. Para una estrella de 1 M_{\odot} , el agotamiento de Li fotosférico comienza aproximadamente a los 2 Myr y debería de terminar al alcanzar los 15 Myr.

Los estudios sobre el Li en los cúmulos muy jóvenes indican que las estrellas de tipo solar sufren muy poco (si es que lo hay) agotamiento de Li durante las fases de la PMS [Jefo4]. Al mismo tiempo, se ha dedicado una gran cantidad de esfuerzo observacional al muestreo de abundancia de Li y también del Be $[MIG^+11, DIG^+14]$ con el objetivo de poner restricciones empíricas más severas a los mecanismos propuestos.

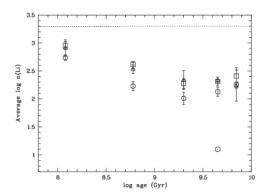


Figura 2.2.: Abundancia media de Li en función de la edad. Las masas y edades han sido estimadas a partir de las temperaturas efectivas hacienda uso de isócronas. Las abundancias de Li se denotan mediante la notación log n(Li) = N (Li)/N (H) + 12. Los diferentes símbolos indican estrellas con diferentes masas, a saber: 1 \pm 0.02 M $_{\odot}$ (círculos), 1.05 \pm 0.02 M $_{\odot}$ (cuadrados) y 1.1 \pm 0.02 M $_{\odot}$ (triángulos). El Sol (\odot) también se muestra. La línea horizontal indica la abundancia primigenia de Li, figura de [RP06].

2.4. Evolución del Li en la secuencia principal (MS)

Como ya mencionó en el trabajo [ZZR72] hace algo más de cuatro décadas, la medición de Li en cúmulos más antiguos que los Hyades es una herramienta clave para investigar el agotamiento que sufre el Li en la MS, además de las escalas de tiempo en las que ocurre este proceso. Ahora, más de 40 años después, se han llevado nuevas mediciones de Li para varios cúmulos antiguos, incluyendo NGC 752 y M 67 [SRP06] que han permitido caracterizar de manera más completa la dispersión de Li en estrellas de tipo solar y con metalicidad y edad similar al Sol [SR05].

Basándonos en los resultados de los modelos de evolución estándar que solo tienen en cuenta los procesos de convección como los mecanismos a través de los cuales se produce el mezclado, solo debería agotarse el Li en la PMS, ya que es en esta fase cuando las estrellas exhiben una envolvente convectiva profunda con una base lo suficientemente caliente como para quemar el Li. Por otra parte, estos mismos modelos predicen que este proceso se detiene en la MS para estrellas de tipo solar o aquéllas más calientes. Sin embargo, los estudios llevados a cabo con cúmulos abiertos han revelado A(Li) 10 veces inferior respecto a los valores esperados en estrellas en su MS [SRo5], y de hecho, nuestro propio Sol presenta un agotamiento una A(Li) 100 veces inferior si comparamos con la abundancia de Li detectada en los meteoritos [Lodo3].

La Figura 2.2 muestra que la evolución del Li desde aproximadamente 100 Myr hasta 6-8 Gyr es similar para los 3 rangos de masas. Se observa que los valores log n(Li) declinan a una ratio casi constante a medida que la estrella envejece. Esto ocurre así hasta aproximadamente los 2 Gyr, momento a partir del cual el agotamiento del Li parece virtualmente detenerse y las abundancias tienden a converger hacia los valores del Spite plateau, la línea de base en la A(Li) encontrada para estrellas antiguas (o de población II) y que por tanto se formaron a partir de material no alterado por otros procesos, que orbitan el halo galáctico.

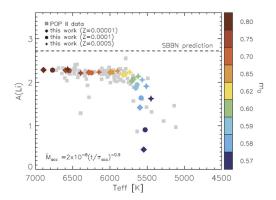


Figura 2.3.: La abundancia de Li derivada para estrellas de baja metalicidad situadas en la secuencia principal es aproximadamente tres veces menor que el valor de Li primordial predicho por la SBBN, figura de [FBMM15].

2.5. Mecanismos de destrucción de Li

En este apartado procedemos a enumerar las diferentes opciones que actualmente defienden las principales líneas de investigación para intentar establecer una relación causa-efecto para la discrepancia de la abundancia de Li detectada en las fotosferas de estrellas de tipo solar.

2.5.1. Li y metalicidad

Durante más de tres décadas, las estrellas con baja metalicidad ([Fe/H] <-1.0 dex), también denominadas de Población II, se han caracterizado por exhibir una relación bastante estable entre la abundancia de Li y su metalicidad [GDRB $^+$ 16]. Este nivel quedó inicialmente vinculado a la abundancia primordial asociada al Li, aunque esta situación ha cambiado a la luz de los resultados obtenidos por la misión Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP), que han propiciado que la abundancia de este elemento predicha por el modelo Estándar de Nucleosíntesis para el Big Bang (SBBN) haya pasado a estimarse en 2.6 dex [SVP $^+$ 03]. Este dato, sin embargo, entra en contradicción con la abundancia de Li medida en enanas viejas de baja metalicidad (A(Li) \simeq 2.2 dex) situadas en el halo de la galaxia conocido como el Spite plateau [SSSS82]. Además, para estrellas de baja metalicidad (2.3) se ha encontrado que la abundancia de Li no parece guardar relación con la metalicidad de la estrella [FBMM15].

Se han realizado investigaciones para intentar vislumbrar si existe una relación entre las concentraciones de Li y la metalicidad de la nube de la que surgen las estrellas [Pin97, BDSo1]). Parece que esto no es así y el agotamiento del Li observado no sugiere que dependa de manera concluyente del contenido en elementos metálicos presente en esa nube primordial [GDRB+16]. Se ha contrastado que tanto para los cúmulos jóvenes (alta metalicidad) como para los antiguos (baja metalicidad), cuyos niveles de metalicidad varían aproximadamente ±0.2 dex con respecto a la metalicidad de nuestro Sol, parecen compartir una distribución de Li muy similar [SR05]. Adicionalmente, se ha medido que la abundancia de Li medida en el Sol es mucho más baja que la que presentada por otras estrellas similares situadas en su vecindad [RTLP03]. Esta variación es más acusada que la detectada para otros tipos de elementos presentes en él.

Por otro lado, otros autores [SRo5] defienden que la amplia gama de abundancias de Li observadas en estrellas similares al Sol y cercanas a éste es más fácilmente explicable si se establece una dependencia entre la abundancia de Li, la edad y masa de la estrella.

2.5.2. Li y convección

Una gran cantidad de trabajo teórico y observacional se ha dedicado a la comprensión de Li y su evolución, las evidencias acumuladas no concuerdan con las predicciones de los modelos estándar [SRo5]; entendiendo por estándar a aquellos modelos que incluyen sólo los mecanismos de convección como proceso de mezcla y no tienen en cuenta fenómenos que podrían influir también como el transporte, como la difusión, las ondas de gravedad (nos referimos a ondas en el fluido de la estrella inducidas por la gravedad), la pérdida de momento angular o la presencia de planetas.

En las estrellas de tipo solar, la quema de Li se produce a una temperatura aproximada de $2.5 \times 10^6 K$ mediante las reacciones de captura protónica que acontecen en interiores estelares. Por lo tanto, si se mantiene de manera continuada en el tiempo el mecanismo que transporta el Li entre la zona de convección exterior químicamente mixta y las regiones más profundas que poseen temperaturas lo suficientemente altas, éste acabará siendo destruido y su abundancia fotosférica disminuirá, llegando en algunos casos prácticamente a desparecer de la superficie estelar $[DIG^+14]$.

A su vez, la abundancia de Li medida en la fotosfera nos sirve también para realizar la calibración de modelos de evolución estelar. Sin embargo, es preciso mencionar que para que este planteamiento sea coherente, hay que suponer que la abundancia inicial de Li es conocida y que éste es única y exclusivamente destruido mediante reacciones nucleares.

2.5.3. Li y difusión

Un factor determinante para conocer la fase evolutiva en la que se encuentra una estrella es su composición química interna. Los modelos estándar consideran, como hemos apuntado anteriormente, a los procesos desencadenados por reacciones nucleares y por convección como los únicos que pueden modificar este perfil químico. Sin embargo, la difusión química de elementos también puede alterar este perfil y puede considerarse como otro mecanismo que contribuye a la disminución de la abundancia de litio en la superficie que tiene lugar a lo largo de MS. Este sería otro factor a tener en cuenta que contribuiría a poder explicar por qué la abundancia solar fotosférica es mucho menor que la meteórica. Sin embargo, este proceso estelar a largo plazo no puede ser observado directamente en las estrellas.

En el trabajo de [RMR04], mostraron que la menor abundancia de Li observada en las estrellas de tipo Población II es el resultado del agotamiento de Li producido por el efecto de difusión atómica que entra en competencia con los procesos de mezclado en las zonas radiativas de estas estrellas.

La difusión microscópica acorta la vida útil de la secuencia principal y conduce a un agotamiento de los elementos superficiales. El modelo solar requiere la inclusión de difusión microscópica, de lo contrario ni siquiera la edad del Sol se podría producir correctamente [TBL93].

2.5.4. Li y exoplanetas

El descubrimiento de un gran número de exoplanetas durante las dos últimas décadas [MQ95, BADD+18] ha significado un importante empuje para la comunidad científica en el campo de la astrofísica. Aparte de las consecuencias directas derivadas de poder estudiar los nuevos planetas descubiertos más allá de nuestro sistema solar, lo que ya es de por sí extremadamente interesante, no lo es menos la observación de sus estrellas anfitrionas, ya que éstas pueden llegar a aportar información muy valiosa acerca de las características globales, composición y formación de los sistemas planetarios extrasolares que albergan.

La hipótesis de que la variabilidad de concentración de Li en las estrellas puede ser debida a una posible correlación entre la presencia de planetas es una línea de trabajo de diversos estudios [IMS⁺09, DIG⁺14, FFDM⁺14]. Estas investigaciones apuntan a que esta presencia podría ser el desencadenante de la discrepancia en la abundancia de Li medidas en estrellas de tipo solar. Para nuestro Sol, ésta es unas 140 veces inferior a la que le correspondería a su modelo estelar [IMS⁺09], aunque la temperatura en la BCZ no es lo suficientemente alta como para quemarlo.

En un primer momento, esta línea de investigación no se encontraba suficientemente fundamentada en evidencias que apoyasen este planteamiento, y esto se debía a la escasa disponibilidad de datos sobre estrellas que tuviesen sistemas planetarios asociados. En los últimos años, gracias a satélites como CoRoT [BAB+06] y Kepler [BKB+10], dedicados a la búsqueda de planetas extrasolares, se han podido obtener datos de un gran número de estrellas con sistemas planetarios asociados. Esta nueva situación ha derivado en la realización de nuevos trabajos, o en la revisión de otros anteriores, en los que se han podido realizar nuevos estudios comparativos más amplios y sin sesgo en lo que se refiere a poder comparar estrellas con y sin sistemas planetarios. Estos nuevos trabajos han arrojado evidencias, tanto a favor como en contra, sobre la existencia de una relación directa entre la menor abundancia de Li en las estrellas con planetas con respecto a las que no tienen. Entre los primeros, tenemos el trabajo de [IMS⁺09], en el que sus autores afirman que tras el análisis comparativo de un total de 133 estrellas en el rango de temperaturas que va de los 5600..5900K, de las que 30 de ellas albergan planetas y 103 no, encontraron que la gran mayoría de aquéllas que poseían planetas presentaron una disminución acusada en la abundancia de Li respecto de las que no tenían planetas (2.4). También indican que por encima y por debajo de ese rango de temperaturas no parece existir relación alguna con la presencia o no de planetas, extremo que justifican al alegar que para estrellas con una temperatura superficial por encima de los 5850K, las capas convectivas de las estrellas más masivas que el Sol no son lo suficientemente profundas y además se encuentran demasiado alejadas como para alcanzar las regiones interiores de las estrella donde se alcanza una temperatura suficiente para quemar el Li.

Incluso su trabajo va más allá al afirmar que la menor abundancia de Li en estrellas con una temperatura efectiva restringida al rango $T_{\odot}\pm80$ K ($T_{\odot}=5777$ K) es una constante en las estrellas con planetas que se encuentran en su MS y que este resultado es independiente de la temperatura efectiva o la masa de las mismas. Por otro lado, el Li apenas se ve afectado en las estrellas menos evolucionadas, más calientes ($T_{\rm eff}>6000$ K) y masivas, ya que éstas presentan una capa convectiva delgada. Por tanto, en este tipo de estrellas no existe una relación directa entre la temperatura de las mismas y la concentración de Li.

Recientemente, se ha postulado otra alternativa por la que la presencia de planetas alrededor de una estrella podría afectar la evolución de la abundancia de Li fotosférico [Bouo8]. El

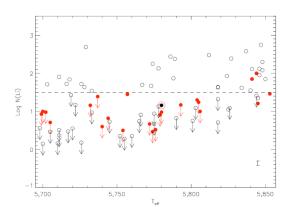


Figura 2.4.: Abundancia de Li vs temperatura efectiva en estrellas de tipo solar con y sin planetas. Las estrellas con planetas vienen representadas por los círculos rojos y las sin planetas por los círculos vacíos. El Sol queda representado por el punto negro rodeado de un círculo rojo, figura de [IMS⁺09].

autor mantiene que, en el contexto de las estrellas de tipo solar en las que se han detectado exoplanetas respecto de las que no los albergan, la menor concentración de Li en las primeras puede ser el resultado de su historia rotacional. Afirma que, mediante el desarrollo de modelos de evolución de tipo solar incluyendo rotación, tanto para rotadores lentos (unas 5 veces mayor la velocidad de rotación del Sol) como rápidos (unas 70 veces mayor), que hacen evolucionar desde la PMS hasta la edad actual de nuestro Sol, han conseguido encontrar pruebas de que las estrellas con una rotación menor desarrollan un alto grado de rotación diferencial entre el núcleo radiativo y la envolvente convectiva, mientras que los rotadores rápidos evolucionan con poco desacoplamiento entre núcleo y envoltura. A raíz de esta fuerte rotación diferencial en la base de la envoltura convectiva, en los rotadores lentos el proceso de destrucción del Li se vuelve más eficiente, concluyendo que las estrellas que albergan exoplanetas y presentan un agotamiento del Li debieron de ser rotadores lentos durante ZAMS y que esto se debió a una interacción duradera entre la estrella y el disco plotoplanetario durante la PMS. De este planteamiento también se desprende que la vida de los discos debe ser más longeva (>5 Myr) de lo esperado y, posiblemente, también sea una condición necesaria para que se produzca la formación de planetas masivos y su posterior migración hacia zonas más exteriores del sistema planetario.

Asimismo, no faltan tampoco los referentes bibliográficos que defienden que no existe relación directa alguna entre la menor abundancia de Li detectada en la atmósfera de las estrellas que albergan planetas y las que no los tienen. En el trabajo de [BRM+10] se procede a analizar 117 estrellas con propiedades semejantes a nuestro Sol. Sus autores sostienen que las evidencias encontradas por otros investigadores en la dirección de la existencia de una relación entre las abundancias de Li detectadas y las estrellas que albergan planetas, se deben única y exclusivamente a consideraciones sesgadas y errores sistemáticos producidos durante el análisis de los datos recopilados. Por el contrario, estos mismos autores sostienen que sí existen evidencias claras entre la abundancia de Li de una estrella con su edad y la metalicidad de la misma. Por otra parte, la ingestión de un planeta "fallido" podría ser la causa por la que se produce un aumento de la abundancia de este elemento en la superficie de las estrellas.

2.5.5. Li y rotación

El impacto de la rotación tanto en la PMS como en el agotamiento del Li para las estrellas de tipo solar ha sido ampliamente debatido en el pasado [Pin97, Jef04, SP14] y revisado más recientemente sobre la base de la disponibilidad de medidas más precisas [BLV+16]. Los resultados sugieren una conexión entre la velocidad de rotación de las estrellas y la A(Li) detectada en sus atmósferas estelares, de modo que las estrellas que giran más rápido destruyen menos Li que las que lo hacen de manera más lenta. De alguna manera los resultados publicados por [BLV+16] son inesperados ya que apuntan en una dirección diametralmente opuesta a los de trabajos anteriores, en los que se predecía que las estrellas que rotan más rápidamente deberían de destruir una mayor cantidad de Li.

Para explicar esta tendencia, es necesario recurrir a mecanismos adicionales que vinculen el agotamiento del Li y la rotación. Esta aparente contradicción de los resultados de diferentes trabajos no tiene por qué se tal. De hecho se plantean diferentes ideas que pueden ayudar a entender las discrepancias, entre las que se encuentra el acoplamiento de las estrellas con sus disco proto-estelar, que influiría en los mecanismos de mezclado ocasionados por la rotación [Bouo8, EHMM12], la influencia de campos magnéticos [EMM09] que tienen la propiedad de transmitir el momento angular (AM) de forma mucho más eficaz que inducir la mezcla [DP07]. Como consecuencia de este incremento en la eficiencia del transporte del AM, se reduce la cantidad de rotación diferencial entre las zonas radiativa y convectiva de la estrella (se fomenta una rotación de cuerpo sólido), así como las inestabilidades rotacionales inducidas. La acreción de material [BC10] también se postula como una posibilidad para explicar la menor A(Li) para estrellas en el mismo rango de masas y edad. Episodios periódicos de acreción de material por parte de la estrella conducen a desarrollar temperaturas centrales significativamente más altas. A consecuencia de ello, una mayor cantidad de Li puede ser destruido.

2.5.6. A qué se debe esta merma de Li

Como hemos enumerado en los puntos anteriores, existe una propuesta amplia de potenciales mecanismos que podrían, por una parte, gobernar el ciclo de vida del Li, y por otra, ayudar a entender a qué se deben las discrepancias entre las observaciones y los resultados arrojados por los modelos. Sirva como ejemplo la línea de trabajo de [RFLA12] en el que sus autores miden las abundancias de Li de una gran muestra de estrellas para encontrar correlaciones entre éstas y otras propiedades. Tales correlaciones deberían poder ayudar a determinar exactamente cómo se destruye el Li en las estrellas y cómo la abundancia galáctica de este elemento ha cambiado durante la vida de la Vía Láctea.

De manera genérica, estos mecanismos pueden agruparse en dos ideas principales. Por un lado, los que abogan por la propuesta de que la abundancia de este elemento en la superficie de las estrellas podría ser menor de la que los modelos predicen debido a que el Li podría haberse transformado en elementos más pesados mediante reacciones nucleares. El mayor inconveniente de este planteamiento es que la temperatura requerida para fusionar el Li y crear otros elementos es normalmente más elevada que la que puede ser alcanzada por las capas externas convectivas presentes en estrellas similares a nuestro Sol. Por esa razón, se ha propuesto una segunda explicación alternativa que plantea que el Li podría haberse mezclado en las capas más profundas de la estrella y de este modo, haber desaparecido de las zonas exteriores [Pin97].

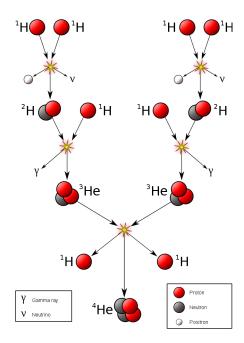


Figura 2.5.: Cadena de reacciones protón-protón I (pp-I)

2.6. El litio y las reacciones nucleares

Hasta aquí hemos presentado los posibles mecanismos que influyen de manera más o menos directa en la destrucción del Li, pero finalmente éste se destruye porque se produce una "quema" del mismo cuando las condiciones en el interior estelar son las adecuadas para que se produzcan una serie de reacciones nucleares. Como consecuencia, para poder obtener las abundancias de Li aL final de la TAMS, primeramente necesitamos conocer qué reacciones nucleares son las responsables de su creación. De acuerdo a Cox y Giuli [CG68], en las condiciones de temperatura y densidad que se dan en el interior de una estrella de tipo solar (1.0 ${\rm M}_{\odot}$), el tiempo de vida de los elementos más ligeros: ${}^2{\rm H}$, ${}^3{\rm H}$, ${}^6{\rm Li}$, ${}^9{\rm B}$, ${}^{10}{\rm B}$ y ${}^{11}{\rm B}$ y los resultantes de combinarse con el H a través de las reacciones de cadena protón-protón en sus variantes I, II y III, tienen un tiempo de vida que va desde los pocos segundos hasta los aproximadamente ${}^{10}{\rm A}$ años. Por lo tanto, todos estos elementos deberían de consumirse en las etapas iniciales de vida de la estrella, tan pronto su interior ronde los ${}^{10}{\rm A}$ K.

La cadena de reacción protón-protón I es la cadena de reacciones dominantes en estrellas de tamaño solar o menor. El primer paso conduce a la fusión de dos núcleos de hidrógeno ¹H (protones) a deuterio ²H, liberando un positrón y un neutrino al transformar un protón en un neutrón. El positrón resultante de dicha reacción se aniquila inmediatamente con un electrón y su masa se convierte en energía liberada a través de dos fotones gamma. Tras esta reacción, el deuterio producido en el primer paso se puede fusionar con otro hidrógeno para producir un isótopo ligero de helio ³He. A partir de este punto la reacción se subdivide en tres ramas diferentes que desembocan todas en la generación de un núcleo ⁴He. En la variante I (Figura 2.5), éste se produce por la fusión de dos núcleos de ³He.

En las otras dos variantes, II (2.6) y III (2.7), se requiere del ⁴He previamente producido y ambas cadenas surgen a consecuencia de los dos caminos que el ⁷Be puede tomar. Como

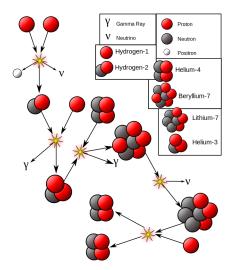


Figura 2.6.: Cadena de reacciones protón-protón II (pp-II)

podemos observar un primer paso en común para las tres cadenas es la fusión de dos protones en deuterio.

De particular interés para este trabajo es la variante II, ya que en ella es donde se produce 7 Li. En esta variante de la reacción se requieren temperaturas del orden de $1.4x10^7...2.3x10^7$ K. Bajo estas condiciones los isótopos estables de 3 He se fusionan con núcleos de 4 He para dar lugar a 7 Be, que tras capturar un electrón forma 7 Li. Finalmente, 7 Li se fusiona con un protón para dar lugar a dos núcleos de 4 He.

La variante III es la rama dominante cuando se alcanzan temperaturas superiores a los $2.3x10^7$ K. En esta rama, el 7 Li se fusiona con un protón para formar un núcleo de 7 Li, que se descompone en un núcleo de 8 Be y un positrón. Luego, el 8 Be se descompone en dos núcleos de 4 He.

Los tres tipos de variantes ocurren de manera simultánea en el interior de las estrellas, pero unas son más frecuentes que otras. De acuerdo a las investigaciones teóricas, parcialmente soportadas por las medidas de neutrinos procedentes del Sol, se calcula que el 86 % de las reacciones se corresponden con las de tipo I, un 14 % con la de tipo II, y solo un 0.02 % con las de tipo III [Sch18].

De manera similar, la vida media de los isótopos involucrados en el ciclo CNO (Figura 2.8) al recombinarse con el H dominante en esas primeras etapas debería de rondar los 10^6 - 10^7 años. Sin embargo, este ciclo de fusión a través del cual las estrellas también generan He a partir del H es más representativo de estrellas con una masa superior a 1.3 M_{\odot} .

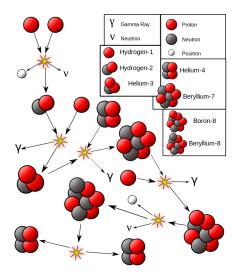


Figura 2.7.: Cadena de reacciones protón-protón III (pp-III)

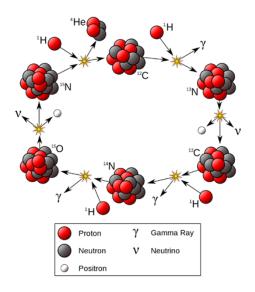


Figura 2.8.: Cadena de reacciones del ciclo CNO

Parte II. Ciencia de datos

3. Ciencia de datos

3.1. Introducción

La ciencia de datos es un campo interdisciplinario que utiliza algoritmos, procedimientos y procesos para examinar grandes cantidades de datos con el fin de descubrir patrones ocultos, generar conocimientos y dirigir la toma de decisiones. Utiliza técnicas y teorías extraídas de muchos campos dentro del contexto de las matemáticas, estadísticas, programación, análisis, IA y aprendizaje automático para descubrir conocimientos accionables a partir de conjuntos de datos.

En el contexto de la astrofísica, la ciencia de datos juega un papel crucial. Los astrofísicos y físicos de partículas utilizan instrumentación de última generación en telescopios y aceleradores para estudiar el Universo tanto en las escalas más grandes como en las más pequeñas. Los enormes conjuntos de datos a escala de petabytes que resultan de las diferentes observaciones y experimentos se explotan en busca de indicios, pistas que pueden arrojar luz sobre la naturaleza de la materia oscura, la energía oscura, la evolución de los agujeros negros y la física más allá del "modelo estándar"de la cosmología y la física de partículas.

El desafío es reformular el modelado de datos que los astrofísicos necesitan hacer de tal manera que se puedan aplicar arquitecturas de aprendizaje automático de última generación, sin comprometer el alto nivel de control de errores sistemáticos, ni la comprensión detallada de la incertidumbre estadística, que las preguntas de física que se están abordando con extrema precisión en el siglo XXI exigen. Por lo tanto, las simulaciones nos permiten probar qué teorías son consistentes con el Universo que podemos observar. Esta es una clara demostración del poder y la necesidad de la ciencia de datos para avanzar en nuestra comprensión del universo.

3.2. Proceso de la ciencia de datos

El proceso de ciencia de datos es un enfoque sistemático que implica varios pasos para extraer valiosos conocimientos de los datos. Comienza con la definición del problema, que implica entender los objetivos que se persiguen y formular preguntas que pueden ser respondidas con datos. Los siguientes pasos implican la recopilación y limpieza de los datos, seguidos por el análisis exploratorio de los mismos para entender los patrones y tendencias subyacentes. Esto es continuado por la construcción y evaluación del modelo para predecir resultados o descubrir estructuras dentro de los datos. Finalmente, el modelo se despliega, se contrastan los resultados con las observaciones, y los hallazgos se comunican a las partes interesadas.

Desde una perspectiva científica, el proceso de ciencia de datos es crucial ya que proporciona una metodología estructurada para manejar y analizar grandes volúmenes de datos. Permite a los científicos probar hipótesis, descubrir patrones, hacer predicciones e impulsar la toma

3. Ciencia de datos

de decisiones. Cada paso en el proceso sirve a un propósito específico y contribuye al objetivo general de extraer información significativa de los datos. Por ejemplo, la limpieza de datos asegura la calidad de los datos, el análisis exploratorio de datos ayuda a entender los datos, y la construcción del modelo permite hacer predicciones e inferencias.

Además, la naturaleza iterativa del proceso de ciencia de datos se alinea con el método científico de investigación, que implica formar hipótesis, realizar experimentos y refinar teorías basadas en los resultados. Este proceso iterativo nos permite un aprendizaje y mejora continua. Además, el énfasis en la comunicación en el proceso de ciencia de datos asegura que los hallazgos puedan ser compartidos e implementados de manera efectiva, contribuyendo al avance del conocimiento en varios campos. Por lo tanto, el proceso de ciencia de datos no sólo es un aspecto fundamental de la toma de decisiones basada en datos, sino también un contribuyente significativo al progreso científico.

Dentro del proceso de datos podemos enumerar una serie de etapas encaminadas a establecer una sistemática a la hora de su ejecución. El proceso no debe contemplarse como un marco rígido que no admite alteraciones al mismos, sino como que debe ser utilizado como una herramienta que debe ser adaptada a nuestras necesidades. Dependiendo de los objetivos establecidos, de la calidad de los datos que están a nuestra disposición, algunas de las siguientes etapas se harán más necesarias que otras, más intensas en lo que a la asignación de recursos se refiere. Entre los diferentes podemos enumerar los siguientes:

- 1. Definición del problema Este es el primer paso donde definimos el problema que estás tratando de resolver. Implica entender los objetivos de la investigación, para a continuación formular preguntas que pueden ser respondidas con datos e identificar las fuentes de datos necesarias.
- Recopilación de datos En este paso, recopilamos los datos necesarios para nuestro análisis. Esto podría implicar la consulta de sitios web, el acceso a bases de datos, generación de simulaciones.
- 3. *Limpieza de datos* Una vez que tenemos los datos recopilados, es hora de limpiarlos. Esto implica manejar valores faltantes, eliminar duplicados, corregir errores y lidiar con valores atípicos.
- 4. Análisis exploratorio de datos Este es un paso crucial donde exploramos y visualizamos los datos para entender los patrones subyacentes, las tendencias y los valores atípicos. Es una paso fundamental porque nos ayuda a generar conocimiento y formar hipótesis para un análisis más profundo.
- 5. *Ingeniería de características* Esto implica crear nuevas características a partir de las existentes para representar mejor los patrones subyacentes en los datos. Es un paso esencial para mejorar el rendimiento de los modelos de aprendizaje automático.
- 6. Construcción del modelo Aquí, elegimos un modelo apropiado, lo entrenamos con los datos que previamente hemos obtenido para luego evaluar su rendimiento. Normalmente esto implica dividir los datos en conjuntos de entrenamiento y prueba, seleccionar un algoritmo correcto y fijar sus parámetros.
- 7. Evaluación del modelo En este paso, evaluamos el rendimiento del utilizando métricas apropiadas. Es importante usar una métrica que se alinee con los objetivos que hemos prefijados en el paso inicial.

- 8. Despliegue del modelo Una vez que estamos satisfecho con el rendimiento del modelo, es hora de desplegarlo. Esto podría implicar integrar el modelo en un sistema de producción, establecer un sistema de monitoreo y desarrollar un plan para el mantenimiento del mismo.
- 9. Comunicación Finalmente, comunicamos nuestros hallazgos a las partes interesadas. Esto podría implicar la creación de artículos científicos, informes, o presentaciones que expliquen claramente tu metodología, hallazgos e implicaciones de negocio de nuestro trabajo.

Como hemos adelantado, los pasos anteriores no de dejan de ser un marco de trabajo genérico que debe de ser adaptado a nuestras necesidades específicas. En nuestro caso en particular, no hemos recurrido al uso de herramientas de aprendizaje automático, por lo que la correspondiente etapa no ha formado parte de nuestro proceso de ciencia de datos. Del mismo modo, nuestro modelo no ha sido incorporado, integrado con ningún sistema. De momento este no ha sido el caso pero no sería una insensatez pensar que pudiese pasar a incorporarse como una extensión a la herramienta que hemos utilizado para nuestras simulaciones, si lo autores de la misma lo considerasen oportuno.

3.3. Herramientas

3.3.1. Octave

GNU Octave es un lenguaje de programación de alto nivel destinado principalmente a cálculos numéricos. Es un conjunto de software libre y de código abierto que proporciona una interfaz de línea de comandos conveniente para resolver problemas lineales y no lineales numéricamente. La sintaxis de Octave es en gran medida compatible con MATLAB, lo que lo convierte en una alternativa popular para los usuarios que necesitan una solución rentable.

Octave proporciona capacidades para la solución numérica de problemas lineales y no lineales, y para realizar otros experimentos numéricos. También proporciona amplias capacidades gráficas para la visualización y manipulación de datos. Octave puede ser extendido por paquetes, permitiendo a los usuarios añadir más funcionalidades según sea necesario. Puede ser ejecutado en modo GUI, como una consola, o invocado como parte de un script de shell. Octave está disponible para varios sistemas operativos, incluyendo GNU/Linux, macOS, BSD y Microsoft Windows.

3.3.2. **TOPCAT**

TOPCAT, acrónimo de *Tool for OPerations on Catalogues And Tables*, es un visor y editor gráfico altamente versátil e interactivo para datos tabulares. Está diseñado para trabajar con datos astronómicos, pero puede ser utilizado para cualquier tipo de datos en formato tabular. Proporciona un entorno dinámico donde los datos pueden ser cargados, visualizados, editados y analizados. TOPCAT soporta varios formatos de datos y puede gestionar tanto archivos locales como remotos, lo que lo convierte en una herramienta flexible para la manipulación de datos.

En cuanto a la extracción de datos, TOPCAT permite a los usuarios ver y editar datos de

3. Ciencia de datos

celdas a través de un navegador, y tiene visores para imágenes y espectros. También se incluye un visor de trazado del cielo para datos astronómicos. Además, proporciona funciones estadísticas para analizar los datos, y capacidades de coincidencia cruzada para comparar diferentes catálogos. La herramienta también soporta *scripting* para tareas automatizadas. Estas características hacen de TOPCAT una herramienta integral para la extracción y análisis de datos en el campo de la astronomía y más allá.

Aunque TOPCAT fue diseñado principalmente para trabajar con datos astronómicos, también puede ser utilizado para cualquier tipo de datos tabulares. Esto significa que puede ser útil en una variedad de campos que requieren la manipulación y análisis de datos tabulares. Por ejemplo, en la investigación científica, los datos a menudo se presentan en forma tabular y requieren análisis detallados. TOPCAT puede ser útil aquí para visualizar y analizar estos datos. Además, en el campo de la informática, los datos tabulares son comunes, por ejemplo, en bases de datos o archivos CSV. Por lo tanto, aunque TOPCAT tiene un enfoque en la astronomía, sus capacidades lo hacen aplicable en una variedad de campos donde se manejan datos tabulares. Sin embargo, los detalles específicos pueden depender del tipo de datos y de las necesidades del usuario.

TOPCAT es particularmente útil para el *Virual Observatory* (VO). Ésta es una aplicación de escritorio para el análisis interactivo de datos en formato tabular, especialmente catálogos de fuentes. TOPCAT puede acceder a servicios de datos externos. También puede comunicarse con otras herramientas astronómicas a través del protocolo *Simple Application Messaging Protocol* (SAMP). Esto permite una integración perfecta de TOPCAT en el entorno del VO, permitiendo a los usuarios recuperar y analizar datos de varios servicios.

Cuando se trata de extraer datos de diferentes catálogos astronómicos, TOPCAT proporciona una gama de funcionalidades, como las de leer y escribir tablas en varios formatos como FITS, VOTable, CSV. Esto hace posible trabajar con una amplia variedad de catálogos astronómicos. Por ejemplo, puedes usar TOPCAT para acceder a un catálogo de estrellas contenidas en la base de datos Gaia. Además, TOPCAT ofrece características para el cruce de correspondencias, que es crucial al comparar diferentes catálogos. También admite *scripting* para tareas automatizadas, lo cual puede ser particularmente útil al trabajar con catálogos grandes o realizar tareas repetitivas.

En resumen, TOPCAT es una herramienta integral que proporciona capacidades robustas para trabajar con el VO y extraer datos de varios catálogos astronómicos. Está diseñado para facilitar la manipulación de tablas, para que los usuarios puedan concentrarse en hacer ciencia.

3.4. Catálogos de datos

Una etapa fundamental de toda investigación es la de la confrontación de los datos arrojados con los modelos contra los disponibles en la literatura ya existente,

3.4.1. Gaia

El catálogo Gaia es un mapa tridimensional completo de la Vía Láctea, creado utilizando datos del telescopio espacial Gaia. Éste contiene datos de alrededor de 1.46 mil millones de

estrellas, entre los que se encuentra sus posiciones en el cielo, paralaje y movimiento propio. Además, incluye sus magnitudes en diferentes bandas espectrales para una gran cantidad de ellas. El catálogo Gaia es particularmente útil para estudiar estrellas similares al Sol, ya que proporciona un censo único de estrellas dentro de 100 pc de nuestro Sol. Esto lo convierte en un recurso invaluable para los astrónomos y astrofísicos que buscan comprender mejor las propiedades y la evolución de estas estrellas.

3.4.2. Gaia-ESO Spectroscopic Survey (GES)

GES es un catálogo público enfocado al análisis espectroscópico de un número importante de estrellas recogidas en el catálogo Gaia. Se llevó a cabo con el instrumento FLAMES en el VLT. Su objetivo es proporcionar una visión homogénea de las distribuciones de cinemática y abundancias elementales en la Vía Láctea. Dentro de la iniciativa GES se han observado más de 100 000 estrellas, proporcionando velocidades radiales y rotacionales proyectadas, parámetros estelares tales como: temperatura efectiva, gravedad superficial y metalicidad, abundancias de varios elementos, entre los que se encuentra el Litio, y parámetros específicos para rastrear la acreción y actividad en estrellas jóvenes. El catálog GES es único en lo que se refiere a la observación de estrellas de todos los tipos espectrales con análisis dedicados y especializados, lo que la hace particularmente útil para estudiar estrellas similares al Sol.

3.4.3. Combinando Gaia y GES

La combinación de los datos de los catálogos Gaia y GES puede proporcionar una visión completa de las propiedades y evolución de las estrellas similares al Sol. El catálogo Gaia proporciona datos de posición precisos y paralajes, mientras que la GES ofrece información espectroscópica detallada. Esta combinación permite una comprensión más completa de estas estrellas, incluyendo su cinemática, composiciones químicas y potencial para albergar planetas. Al proporcionar una visión más completa y detallada de estas estrellas, podemos obtener una comprensión más profunda de las propiedades y evolución de las estrellas similares al Sol, lo que representa una fuente de información que se antoja invaluable para la investigación en astrofísica. Estamos ante un conjunto de herramientas poderoso para cualquier astrofísico que estudie estrellas similares al Sol.

En el caso de las abundancias de Litio, y como ya hemos apuntado, éste es un elemento clave en el estudio de la astrofísica estelar, ya que su abundancia puede proporcionar información valiosa sobre la edad y la historia de las estrellas. Sin embargo, la determinación precisa de las abundancias de Litio puede ser un desafío debido a la complejidad de las líneas espectrales del Litio. GES nos asiste en nuestra investigación aportando su análisis especializado y dedicado de estrellas de todos los tipos espectrales, convirtiéndose así en una herramienta fundamental a la hora de afrontar este desafío.

Por otra parte, tenemos información precisa sobre la velocidad angular de las estrellas. Gaia es capaz de medir la velocidad angular de las estrellas con una precisión sin precedentes, y ésta nos aporta información es crucial para estudiar y entender la rotación de las estrellas, su evolución y estructura interna. Combinado esta información con las abundancia de Litio podemos establecer hipótesis y validar las mismas acerca del impacto de la velocidad angular sobre el Litio. Paralelamente, la velocidad angular juega un papel crucial en el análisis de la presencia e intensidad de un campo magnético en las estrellas. Los campos magnéticos son

3. Ciencia de datos

responsables de la pérdida de momento angular en las estrellas jóvenes y son la principal fuente de energía detrás de una amplia gama de fenómenos dinámicos (llamaradas, emisión de rayos X, manchas estelares) que ocurren en las capas superficiales del Sol y otras estrellas. Por lo tanto, la medición precisa de la velocidad angular de una estrella puede proporcionar información valiosa sobre la presencia e intensidad de su campo magnético.

Otra fuente de información valiosa para nuestra investigación procedente de ambos catálogos es la referida a los cúmulos abiertos. Los cúmulos abiertos son grupos de estrellas que se formaron a partir de la misma nube de gas y polvo. Por lo tanto, todas las estrellas de un cúmulo abierto tienen aproximadamente la misma edad y composición química inicial. Esto los convierte en laboratorios naturales para estudiar la evolución de las estrellas a través de sus diferentes etapas. Gaia ha observado una gran cantidad de cúmulos abiertos, proporcionando datos detallados sobre sus miembros. En paralelo, GES también ha observado un gran número de ellos en un rango amplio de edades. La combinación de ambas fuentes permite estudiar la estructura y dinámica de este tipo de cúmulos, y usarlos para restringir y mejorar los modelos de evolución estelar, algo que hemos puesto en práctica en nuestra investigación.

Como acabamos de adelantar, la investigación de los campos magnéticos en estrellas similares al Sol. y en particular de aquéllas que se encuentran en cúmulos abiertos, se beneficia enormemente de los datos proporcionados por ambos catálogos. Los campos magnéticos juegan un papel importante en todas las etapas de la evolución estelar. En estrellas similares al Sol, se generan en las capas convectivas exteriores. Estudiar los campos magnéticos a gran escala de estas estrellas puede mejorar nuestra comprensión sobre los mismos y proporcionar restricciones observacionales para los modelos que estudian cómo se generan, la topología que presentan y sus intensidades. Los datos de los catálogos nos asisten a la hora de identificar y estudiar las estrellas con alta actividad magnética, lo que puede proporcionar pistas sobre la dinámica interna de las estrellas y su evolución. Combinando esta información con la velocidad angular, nos puede proporcionar con indicios de cómo se interrelacionan ambos fenómenos. Adicionalmente, cruzando estos datos con la información de los cúmulos abiertos, obtenemos una visión más clara de cómo los campos magnéticos varían entre las estrellas de la misma edad y composición química.

La abundancia de Litio puede proporcionar información valiosa sobre la edad y la historia de las estrellas. En particular, puede ayudar a rastrear la mezcla convectiva en el interior de las estrellas, que está influenciada por la rotación estelar. La rotación, a su vez, puede ser modulada por la presencia de campos magnéticos a través del frenado magnético.

Además, en estrellas jóvenes y de baja masa, la presencia de fuertes campos magnéticos puede inhibir la convección, alterando el transporte de energía desde el interior de la estrella. Esto puede afectar la tasa de quema de Litio, lo que resulta en una mayor abundancia de Litio en la superficie de la estrella de lo que se esperaría de lo contrario.

Por lo tanto, al estudiar las abundancias de Litio en las estrellas, los astrónomos pueden obtener pistas sobre la intensidad de los campos magnéticos en el interior de las estrellas. Sin embargo, la interpretación de las abundancias de

Source: Conversation with Bing, 1/25/2024 (1) Effect of magnetic fields on Lithium depletion of solar-type stars. https://www.cambridge.org/core/services/aop-cambridge-core/content/view/054CD22 of-magnetic-fields-on-lithium-depletion-of-solar-type-stars.pdf.

En resumen, cada uno de estos enfoques ofrece una perspectiva única y valiosa sobre la naturaleza y la evolución de estrellas. La combinación de los catálogos Gaia y GES proporciona una visión completa y detallada de las estrellas similares al Sol. La información sobre las abundancias de Litio, la velocidad angular y los datos de los cúmulos abiertos, en particular, puede arrojar luz sobre la cinemática, la composición química, la edad y la historia de estas estrellas, así como ser una herramienta muy potente para ofrecer una perspectiva única y valiosa sobre la naturaleza y la evolución de los campos magnéticos estelares. En resumen, una fuente de datos invaluable para cualquier astrofísico que estudie estrellas similares al Sol.

Source: Conversation with Bing, 1/25/2024 The Gaia-ESO Survey: Calibrating the lithium—age relation with open https://arxiv.org/pdf/2009.00610.pdf. Interferometric Observations of Magnetic Fields in Forming Stars. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fspas.2019.00003/full. ESO Survey: 3D dynamics of young groups and clusters from GES and Gaia https://arxiv.org/pdf/2311.08358.pdf. Stellar magnetic fields and surface structures - Uppsala University. https://www.physics.uu.se/research/astronomy-and-space-physics/research/stars/magnetism/. The Role of Magnetic Fields in Protostellar Outflows and Star Formation. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fspas.2019.00054/full. The Gaia-ESO Survey: Membership probabilities for stars in 32 open https://arxiv.org/pdf/2006.09423v1.pdf. undefined. https://doi.org/10.3389/fspas.2019.00054. Source: Conversation with Bing, 1/25/2024 [1310.5562] Magnetic fields of Sun-like stars - arXiv.org. https://arxiv.org/abs/1310.5562. undefined. https://doi.org/10.1017/S1743921314002026. Membership of stars in open clusters using random forest with gaia data https://link.springer.com/article/10.1140/epjs/s11734-021-00205-x. Evidence of New Magnetic Transitions in Sun-like Stars from Gaia Data. https://doi.org/10.48550/arXiv.1310

Parte III.

Rotación y campos magnéticos de intensidad fija

4. Rotación y campos magnéticos de intensidad constante

4.1. Introducción

El impacto de la rotación tanto en la PMS como en el agotamiento del Li para las estrellas de tipo solar ha sido ampliamente debatido en el pasado [Pin97, Jef04, SP14] y revisado más recientemente sobre la base de la disponibilidad de medidas más precisas [BLV+16]. Sin embargo, estos estudios previos se centraron principalmente en los efectos hidrostáticos y no consideraron la influencia de un acoplamiento entre el campo magnético estelar y su posible efecto de desacelaración. Se piensa que la AML tiene una influencia directa en los procesos de mezcla y que el transporte del momento podría producirse por una serie de mecanismos tales como: pérdida de masa, campos magnéticos y ondas gravitatorias (modos g). Respecto a estos dos últimos, las ondas gravitatorias [CT05, PBG16] y los campos magnéticos [EMMo9] tienen la propiedad de transmitir el momento angular (AM) de forma mucho más eficaz que inducir la mezcla [DP07]. Como consecuencia de este incremento en la eficiencia del transporte del AM, se reduce la cantidad de rotación diferencial entre las zonas radiativa y convectiva de la estrella (se fomenta una rotación de cuerpo sólido), así como las inestabilidades rotacionales inducidas. Además, también se originarían campos magnéticos en los límites entre estas zonas, en las llamadas tacoclinas [Asc14, GSd+16], que interaccionarían con las partículas del viento solar que se verían obligadas a rotar en sincronía con el campo magnético imperante y por tanto, frenarían la rotación estrella. Esto es lo que se conoce como el efecto de frenado magnético (Magnetic Braking, MB).

A día de hoy, los modelos estándar no son capaces de replicar de forma satisfactoria los valores observados de abundancia de Li en las superficies estelares con las predicciones que estos modelos arrojan. Esta falta de concordancia nos hace pensar que ciertos mecanismos físicos que influyen en la destrucción del Li están siendo modelizados de forma inadecuada o simplemente no se tienen en cuenta, como por ejemplo el frenado magnético. A la vista de estos hallazgos, parece evidente que aún quedan cuestiones abiertas por resolver sobre el tema de los procesos que participan, directa o indirectamente, en los mecanismos de mezcla que no están incorporados en los modelos estelares estándar. Por ello, es imprescindible una adecuada consideración de las interacciones entre rotación y campos magnéticos a la hora de estudiar la distribución del AM.

La abundancia de Li observada en la fotosfera de las estrellas es un indicador de su composición interior y de los procesos de mezclado que en su interior tienen lugar. Adicionalmente, estas abundancias (además de otras métricas) se utilizan para comprobar la validez de los modelos estelares. Para que esto sea posible hay que tomar como premisa inicial que la abundancia de Li generada en la nucleosíntesis asociada al Big Bang es conocida y este elemento solo se destruye a través de reacciones nucleares. A pesar de décadas de esfuerzos teóricos, se sigue sin encontrar una explicación coherente con los modelos para las discrepancias encontradas en las comparaciones sobre la abundancia de Li para estrellas pertenecientes a cúmulos de diferentes edades y que se encuentran en el mismo estado evolutivo, o bien en

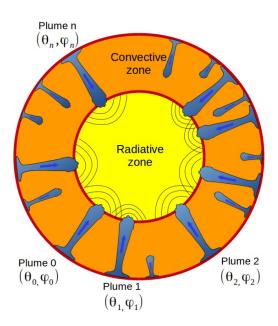


Figura 4.1.: Vista esquemática de la estrella. Los penachos convectivos se producen en las capas superiores de la estrella y se adentran en la región convectiva. Crecen por arrastre turbulento de materia en sus bordes y alcanzan la parte superior de la zona radiativa. Allí, cada una de ellas, caracterizada por su posición angular (θ_i,ϕ_i) , libera una parte de su energía cinética y genera ondas internas que pueden propagarse hacia el centro. (Figura tomada de [PBG16])

la PMS, o bien en MS. Los modelos no son capaces de explicar las abundancias detectadas en las etapas tardías de la MS [TRo1].

Es sabido que parte de la pérdida de Li se produce durante la PMS y que además ésta se acentúa según decrece la masa de la estrella y, a igualdad de masa, según aumenta la metalicidad de la misma. Para reproducir la dependencia entre la edad y masa de las estrellas con la merma de las concentraciones de Li, estos modelos necesitan de una combinación de procesos de mezclado cada vez más complejos, como overshooting, mezclado debido a procesos rotacionales o difusión microscópica. Para las estrellas de tipo solar, nos encontramos con dos factores que tienen que ser explicados desde el punto de vista de la abundancia de Li:

- 1. La deficiencia generalizada de Li en el Sol y en estrellas de tipo tardío presentes en cúmulos a diferentes edades.
- 2. La gran dispersión en abundancia de Li que existe en estrellas con una determinada temperatura efectiva detectada en los cúmulos abiertos.

Existen datos observacionales que sugieren que las estrellas que giran más rápido preservan el Li mejor que las que lo hacen más lentamente. Este hecho se puede deber a que por encima de cierto umbral de velocidad de rotación, ésta impide de manera drástica la penetración vertical de penachos generados por movimientos convectivos que, cuando están presentes, contribuyen a hacer más eficiente el proceso de destrucción de Li [BPG⁺17].

Adicionalmente y según el modelo estándar de nucleosíntesis para el Big Bang, la abundancia de Li original puede estimarse en 2.6 dex [SVP+03] pero la abundancia de litio detectadas en meteoritos se conoce que está en el orden A(Li) = [3.26-3.34] dex [RPo6, GASo7], lo que apunta hacia un enriquecimiento desde que se produjo el Big Bang. Por otro lado, la abundancia medida en las estrellas de tipo solar es del orden de ALi = 1.05 dex [GASo7], lo que implica la existencia de procesos de destrucción del Li en su interior. Esta discrepancia entre las abundancias medidas en meteoritos y en estrellas de tipo solar es lo que ha pasado a denominarse el "problema del litio".

Continuando con la importancia del Li y teniendo en cuenta que tanto éste, como los demás elementos ligeros berilio y boro, se queman a temperaturas relativamente bajas en interiores estelares, tenemos que estos elementos sólo sobreviven en las capas más externas de una estrella, donde la temperatura es menor. Adicionalmente, su presencia es un trazador muy potente relacionado con los mecanismos de mezcla en funcionamiento en estructuras estelares, ya que nos puede aportar información acerca de qué tal eficientes son a la hora de transportar estos elementos a zonas más interiores donde serían destruidos.

4.2. El Sol y la rotación

Nuestro Sol, como estrella que es y como ocurre con el resto de los cuerpos celestes, gira en torno a su eje. El tiempo que tarda en completar una revolución completa sobre este es de aproximadamente 26 días. Decimos aproximadamente porque la duración del día solar es diferente dependiendo de la latitud que se tome como referencia. Si comparamos las velocidades de rotación solar y la terrestre con respecto al diámetro de los correspondiente cuerpos celestes, se obtiene que un punto situado sobre la superficie solar girar aproximadamente cuatro veces más rápido de lo que lo haría sobre la Tierra.

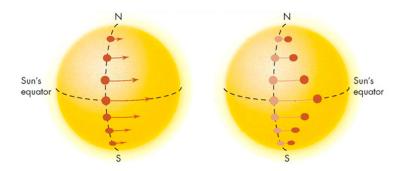


Figura 4.2.: Rotación diferencial presente en el Sol. Tomando como referencia un meridiano solar y situando sobre este diferentes puntos de referencias a diferentes latitudes, se observa que la velocidad con la que estos giran es mayor a medida la distancia al ecuador solar disminuye. Crédito McGraw-Hill.

Esto ocurre porque, a diferencia de la Tierra, el Sol no es un cuerpo rígido. Por lo tanto, al estudiar la rotación del Sol, no se puede considerar como una estructura compacta. El Sol es en realidad una enorme esfera de plasma, más parecida a una enorme bola de gas que a una estructura sólida rígida.

Si tomamos como referencia medidas de la rotación solar a lo largo de un período largo de tiempo podemos observar que, dependiendo de la latitud que tomemos como referencia, la velocidad de rotación se va incrementando conforme la distancia al ecuador solar se reduce. Es decir, el Sol gira más rápidamente en el ecuador que en sus polos 4.2. Este comportamiento que se conoce como rotación diferencial fue descrito por Richard Carrington (1826-1875) tras analizar el movimiento de las manchas solares [Car63]. Carrington dedujo la siguiente ley empírica mediante donde Ω_* es la cantidad angular de la rotación diaria y ϕ es la latitud heliográfica, que corresponde a la latitud en la Tierra [Ban09].

$$\Omega_* = 14.4 - 2.8 \sin^2 \phi \tag{2}$$

El período de rotación d_* en días se calcula como:

$$d_* = \frac{360}{\Omega_*} \tag{3}$$

En la región ecuatorial la rotación dura solo 25 días, mientras que en los polos el Sol gira más lentamente 4.3. Aquí el día solar tiene una duración aproximada de 30 días. A pesar de esta rotación diferencial entre regiones situadas en latitudes diferentes, no se produce un aplanamiento reseñable del disco solar ya que la velocidad de rotación es pequeña, de media 2km/s [Gil12].

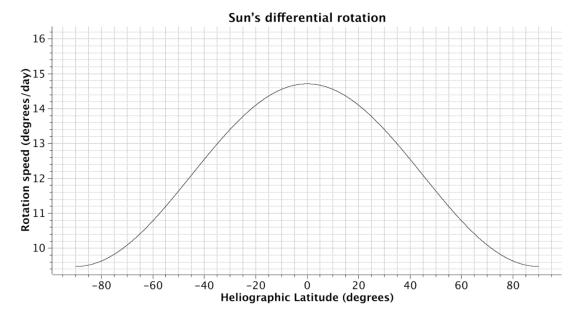


Figura 4.3.: Valor predicho teóricamente para la velocidad de rotación del Sol en función de la latitud. Sobre el ecuador solar se obtiene la máxima velocidad angular y esta va disminuyendo a medida que aumenta la latitud. Crédito CESAR ESAC.

4.3. Efectos de los campos magnéticos

Aún se desconoce el origen de los campos magnéticos en las estrellas. Los campos magnéticos organizados detectados en algunas estrellas O [WGM⁺10] podrían ser campos fósiles [?, ver]para más detalles]Dudorov2014, o campos producidos mediante un mecanismo de dinamo [CLB⁺09]. Además, la presencia de campos magnéticos con intensidades del orden de kG [HA14] ha sido una condición sine qua non para tratar ciertos datos observados en estrellas de tipo T Tauri en sistemas PMS jóvenes en acreción [JK07].

La masa de las estrellas juega un papel determinante en la existencia o no de una envoltura convectiva externa. A su vez, la presencia de esta región convectiva condiciona la evolución de los campos magnéticos. Las estrellas masivas no tienen zonas convectivas externas aunque pueden exponer un núcleo convectivo. En cambio, las estrellas menos masivas, como el Sol, tienen envolturas convectivas y un núcleo radiativo. En ambos tipos de estrellas se pueden generar fuertes campos magnéticos en la tacoclina pero con notables diferencias [?, v.g.]para más detalles]Chabrier2006,Charbonneau2010.

En el Sol, la materia que lo compone se encuentra en su mayoría presente en forma de plasma. Es este estado, la envoltura electrónica se encuentra desacoplada del núcleo atómico y bajo ciertas condiciones físicas pueden moverse libremente, por lo que pueden poner en movimiento una carga electrónica. Bajo estas condiciones, la materia solar puede alcanzar la conductividad del cobre [Bano9].

4.3.0.1. El mecanismo de dinamo

Una dinamo es el proceso por el cual la energía mecánica se convierte convierte en energía electromagnética por inducción. La energía mecánica se debe al movimiento de los fluidos y la energía electromagnética resultante produce los campos magnéticos observados. Para que una estrella tenga un campo magnético generado por dinamo, debe contener una región fluida conductora de electricidad que experimente movimientos para generar inducción. Sin embargo, existen otras condiciones necesarias para el vigor y la morfología de los movimientos que se derivan del hecho de que el campo magnético no debe decaer debido a la disipación óhmica. La necesidad básica para mantener un mecanismo de dinamo es una región fluida eléctricamente conductora en el interior de la estrella.

El Sol se rige por un fuerte campo magnético que se genera con una intensidad de campo magnético de B z 10 5 G [Asc14] en la tacoclina, la delgada capa de cizalla intercalada entre la zona radiativa y la convectiva. Los tubos de flujo magnético flotante se elevan a través de la zona de convección (debido a la inestabilidad convectiva que obedece a la ley de Schwarz). que obedece al criterio de Schwarzschild) y emergen en la superficie solar en las regiones activas, donde forman manchas solares con intensidades de campo magnético de B z 10 3 G y bucles coronales con intensidades de campo de B z 10 2 G en los puntos de apoyo fotosféricos, y de B z 10 G en las mayores alturas coronales. Se cree que la rotación diferencial en la superficie solar enrolla el campo magnético superficial, que se fragmenta bajo la tensión magnética, circula meridionalmente hacia los polos y se reorienta desde el estado de tensión toroidal (con líneas de campo orientadas en dirección este-oeste) en el máximo solar a un campo dipolar poloidal (que conecta el polo norte con el polo sur) en el mínimo solar. mínimo solar.

4.3.0.2. Campos magnéticos internos

Nuestro Sol es una estrella activa en lo que se refiere al campo magnético. Según los modelos teóricos este campo magnético es generado por una dinamo en la tacoclina y con una intensidad en torno a $B\approx 10^5\,\mathrm{G}$ [MMo3, DK14]. En el momento de su generación, las líneas de ese campo magnético tendrán una orientación poloidal y se verán afectadas por la rotación diferencial y obligadas a adoptar una tipología toroidal (el efecto ω). Por otro lado, también puede darse el caso contrario, partiendo de un campo magnético toroidal obtener una configuración poloidal. Esto sería posible gracias a los movimientos convectivos de material que se producen en el CZ de la estrella y suponer que este material se comporta como un conductor perfecto. Esta segunda condición permite suponer que las líneas de campo magnético están çongeladas. en el fluido conductor y por tanto deben moverse solidariamente con él (efecto α) [Sta14].

4.3.0.3. Campos magnéticos superficiales

La intensidad del campo magnético medida en la superficie del Sol es de aproximadamente $B \approx 1\,\mathrm{G}$ [WD67, DVM00, Mor12], el doble del valor del de la Tierra. Además su topología es variada y compleja. El modelo de dinamo establece que el campo magnético producido en el interior de la estrella alcanza la superficie con la ayuda de procesos convectivos que tienen lugar en la CZ y da lugar a regiones magnéticamente activas en

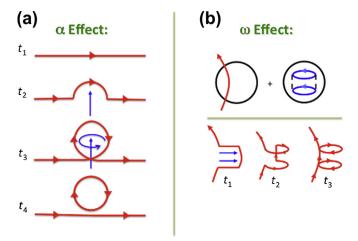


Figura 4.4.: Esquema de los mecanismos canónicos de generación de dinamo. Las líneas de campo magnético están en rojo y los campos de velocidad en azul. (a) En el efecto, un flujo helicoidal estira (t_2) y luego retuerce (t_3) el campo magnético. Una pequeña cantidad de difusión en el punto de torsión (t_4) puede generar un bucle de campo magnético ortogonal al campo original. (b) En el efecto ω , una rotación diferencial a gran escala afecta una línea de campo poloidal y la estira en dirección zonal $(t_1 - t_3)$ generando bucles magnéticos toroidales a partir de la línea de campo poloidal. El círculo negro indica el límite exterior de la región de la dinamo. [Sta14]

la superficie solar. Además, las estrellas en rotación que exponen una CZ exterior significativa pueden producir campos magnéticos superficiales a través de un mecanismo de dinamo [?, v.g.]]Brandenburg2004,Charbonneau2010,Brun2017. Sea cual sea el origen de los campos magnéticos superficiales, se predice un acoplamiento con el viento estelar, provocando así una pérdida de masa y, si ésta es lo suficientemente fuerte, produzcan MB [?, v.g.]]UdDoula2002,Ud-Doula2007,Ud-Doula2008,Meynet2010.

4.4. Efectos del frenado magnético

En su enfoque más aceptado, el MB está vinculado al trabajo de Skumanich [Sku72] en el que desarrolla una ley empírica de su evolución en paralelo a la edad de la estrella. Para calibrar esta ley, Skumanich se basó en datos obtenidos de estrellas de tipo G encontradas en la MS. La influencia del MB en la evolución de la estrella está estrechamente relacionada con el transporte del AM. Según [MEM10], se distinguen dos mecanismos principales atendiendo a cómo se produce el transporte del AM:

- Rotación diferencial: el transporte de AM es impulsado por corrientes meridionales e inestabilidades de cizalla.
- 2. Rotación de cuerpo sólido: cuando el transporte de AM es muy eficiente, la rotación de cuerpo sólido se mantiene durante toda la MS.

El AML causado por MB depende directamente de la cantidad de masa perdida por la estrella

debido a los vientos estelares. El coeficiente de pérdida de masa estimado para una estrella de tipo solar, aproximadamente $10^{-14} \rm M_{\odot}~yr^{-1}$ [Noeo8], y el AML resultante derivado de ese valor pueden considerarse relativamente modesto como para influir decisivamente en la evolución de la estrella. Además, el efecto combinado de los movimientos convectivos y la rotación diferencial conducen a la generación de campos magnéticos. Esos campos magnéticos acaban alcanzando la superficie de la estrella, de modo que el AML puede incrementarse en varios órdenes de magnitud [Lan12]. Ese incremento es consecuencia del campo magnético que obliga a las partículas ionizadas del viento estelar a girar con la misma velocidad angular, vientos que se extienden una distancia varias veces superior al radio de la estrella [?, ver]para más detalles]UdDoula2002,Ud-Doula2007,Ud-Doula2008.

Además, a lo largo de la evolución de la estrella, parámetros directamente observables como su velocidad de rotación, temperatura efectiva, gravedad superficial o abundancia de elementos químicos sufren variaciones. Estos parámetros influyen, directa o indirectamente, en la pérdida de momento angular causada por el campo magnético de la estrella.

4.4.1. Formalismos de frenado magnético

Comenzamos enumerando los aspectos más relevantes y las suposiciones realizadas en la modelización de la evolución de la rotación, el frenado magnético y el momento angular en MESA. Estos serán considerados para el cálculo del AML como resultado del par aplicado por un viento estelar acoplado magnéticamente.

En presencia de pérdida de masa, el material del viento estelar elimina el AM, lo que provoca un efecto de giro a la baja. Esto es muy importante, por ejemplo, en las estrellas masivas, que se sabe que rotan rápidamente y tienen fuertes vientos estelares. También se ha observado que las estrellas de masa intermedia fuertemente magnéticas suelen tener tasas de rotación mucho más lentas que otras estrellas de su población parental [MGo6]. En esas estrellas, la presencia de dicho campo magnético interactuará con la pérdida de masa y el radio Alfv'en (R_A) juega un papel importante en esta interacción.

En el resto de este trabajo, describimos dos enfoques semi-empíricos para el cálculo del AML como resultado del par aplicado por un viento estelar acoplado magnéticamente. Esto se ha implementado como una extensión del código de evolución estelar Modules for Experiments in Stellar Astrophysics [?, MESA;]]Paxton2011, Paxton2013, Paxton2015, Paxton2018, Paxton2019.

4.4.1.1. Frenado magnético de intesidad fija según Ud-Doula & Owocki (2002)

Un parámetro relevante para caracterizar la influencia de un campo magnético dado sobre el viento estelar es el denominado parámetro magnético de confinamiento del viento (η_*). Representa una relación energética (Ec. 5) y define un parámetro característico de la eficacia relativa de los campos magnéticos para circunscribir y/o canalizar el flujo de salida del viento [UDOo2].

$$\eta_* = \frac{B^2/8\pi}{3} \tag{4}$$

$$\eta_* = \frac{B^2 / 8\pi}{\rho \nu^2 / 2} \tag{5}$$

donde $B^2/8\pi$ es la densidad de energía del campo magnético, $\frac{1}{2}\rho v^2$ la densidad de energía cinética, B la intensidad del campo magnético, ρ la densidad de masa, y ν la velocidad del viento estelar.

Haciendo uso de η_* , el R_A se define como el punto en el que se equilibran la densidad de energía del campo magnético, marcada B, y la densidad de energía cinética, definida por ρ y (ν) . Es decir, donde el coeficiente entre ambos es igual a 1. En caso de que R_A sea mayor que el radio de la estrella, entonces el flujo del viento tendrá que seguir el campo magnético. Como consecuencia, el material saldrá de la superficie estelar con un AM específico mayor, ya que el radio de co-rotación ha aumentado y corresponderá aproximadamente al R_A . Este efecto se conoce como MB.

Las estrellas con masas iniciales similares pero diferentes relaciones de pérdida de masa (\dot{M}) acabarán evolucionando de forma muy diferente. Las partículas ionizadas transportadas por el viento solar no sólo contribuyen a la pérdida de masa, sino también a la pérdida de energía cinética que se deposita en el medio interestelar. Dada una estrella con un viento esféricamente simétrico, \dot{M} se caracteriza por la siguiente expresión:

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho \nu \tag{6}$$

Usando (5) and (29), η_* puede ser aproximado por:

$$\eta_* = \frac{B^2 r^2}{\dot{M}\nu} \tag{7}$$

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho \nu \tag{8}$$

$$K_e = 0.5 \dot{M} \nu_{esc} \tag{9}$$

$$\eta_* = \frac{B^2 r^2}{\dot{M}_{1/2}} \tag{10}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1. \tag{11}$$

A su vez, de las características observables del viento solar, nos importan especialmente los parámetros relacionados con la cantidad de masa que es capaz de arrancar de las capas externas de la estrella en un intervalo de tiempo dado, y la velocidad que alcanza el propio viento medida a gran distancia de la estrella, la velocidad terminal (ν_{∞}). En general, un flujo de salida canalizado magnéticamente tendrá una geometría de corriente compleja pero, por conveniencia, la Ec. 29 simplemente caracteriza la fuerza del viento en términos de una tasa de pérdida de masa distribuida simétricamente sobre una esfera. ν puede caracterizarse por la variación radial de la velocidad del flujo saliente en términos de la ley de velocidad (Ec. 12), donde r representa la distancia desde el centro de la estrella hasta el punto donde se va a medir la velocidad, y R_* es el radio de la estrella:

$$\nu(r) = \nu_{\infty}(1 - R_*/r) \tag{12}$$

donde ν_{∞} es la velocidad terminal del viento definida como la velocidad que alcanza el viento, la materia que fluye a gran distancia de la estrella central, donde ya no es acelerada por la fuerza impulsora del viento pero su desaceleración debida a la interacción con el medio interestelar (ISM) es despreciable [NSo2].

Los vientos impulsados por líneas de las estrellas OB masivas tienen velocidades terminales que son directamente proporcionales a la velocidad de escape fotosférica [LCoo] según:

$$v_{\infty} \simeq 1.92 \ v_{\rm esc}$$
 (13)

$$\nu_{\rm esc} = \sqrt{\frac{2\,G\,\mathrm{M_*}}{\mathrm{R_*}}}\tag{14}$$

donde la Ec. 31 describe la velocidad de escape newtoniana desde la superficie estelar, donde G es la constante gravitatoria, R_* el radio, y M_* la masa de la estrella.

Haciendo uso de (31), ν_{∞} puede reformularse como:

$$u_{\infty} \simeq 1.92 \ x \ 618 \left(\sqrt{\frac{R_{\odot}}{R_*}} \frac{M_*}{M_{\odot}} \right)$$
 (15)

donde R_{\odot} es el radio, y M_{\odot} la masa del Sol.

Dado que la versión de MESA utilizada en este trabajo no incluye el tratamiento de los campos magnéticos superficiales (sí tiene en cuenta el transporte por campos magnéticos internos de momento angular y elementos químicos) y, por tanto, tampoco los efectos de frenado magnético, es necesario extender el simulador para incluir este fenómeno. En la presente tesis hemos seguido el trabajo teórico sobre el AM en el Sol realizado por [WD67], haciendo uso de la Ec. 32 para el cálculo del AML.

Se ha observado que las estrellas de masa intermedia fuertemente magnéticas suelen tener tasas de rotación mucho más lentas que otras estrellas de su población parental [MGo6]. En esas estrellas, los campos magnéticos interactúan con la pérdida de masa, donde el radio Alfv'en (R_A) juega un papel importante. Haciendo uso de η_* (Ec. 5), R_A se define como el punto en el que la densidad de energía del campo magnético y la densidad de energía cinética se equilibran. En caso de que R_A sea mayor que el radio estelar, entonces el flujo del viento tendrá que seguir el campo magnético. Como consecuencia, el material abandona la superficie estelar con un AM específico mayor, ya que el radio de co-rotación ha aumentado y corresponde aproximadamente a R_A . Siguiendo a [WD67] el AML puede calcularse mediante:

$$\dot{J} = \frac{2}{3}\dot{M}\Omega R_A^2 \tag{16}$$

donde \dot{M} es la tasa de pérdida de masa, Ω la velocidad angular en la superficie de la estrella y R_A el radio Alfvén.

La expresión anterior se puede reescribir según [UDOTo8] de modo que dependa de η_* en lugar de R_A como sigue:

$$\dot{J} = \frac{2}{3}\dot{M}\Omega R_*^2 \eta_* \tag{17}$$

que es una expresión más conveniente para ser implementada en MESA porque se basa en valores directamente expuestos durante las simulaciones.

4.5. Efectos de la distrubución de AML

4.5.1. Formalismo para la distribución de AML

Como expresa la Eq. 28, la cantidad de AML depende de R_A , Ω y \dot{M} . Para valores grandes de R_A , la estrella sufre una desaceleración significativa. El valor de R_A depende de los siguientes parámetros variables: intensidad del campo magnético (B), $T_{\rm eff}$ y Ω . Con respecto a \dot{M} y como se indica en la tabla 6.1, para calcular la pérdida de masa se utilizó la fórmula empírica desarrollada por Reimers [Rei75] para estrellas en la rama gigante asintótica (AGB). Para una estrella de tipo solar el \dot{M} durante la EM es relativamente pequeño, alrededor de $10^{-14} M_{\odot} \ yr^{-1}$ [Noe08].

MESA asigna un valor Ω para cada celda k (Ω_k) que se ajusta para que el momento angular resultante se conserve tras calcular la nueva masa de la celda k (m_k) y su distancia al centro de la estrella (r_k). A continuación, se asigna un valor de AM a cada celda k (J_k). En este punto, nuestro MB se activa, modificando J_k . Para ello, se proporciona una contribución adicional (J_k). Esta contribución es el resultado del par externo ejercido por el campo magnético una vez que se ha distribuido entre las diferentes capas que componen la CZ según dicta la Eq. 18:

$$\dot{J}_k = \dot{J}_* \, \frac{m_k r_k^2}{m_* r_*^2} \tag{18}$$

La distribución se realiza en dos iteraciones. En la primera iteración, a cada celda k se le asigna la cantidad máxima de j_k que puede acomodar en el paso de tiempo establecido por la simulación. Las cantidades de j_k no acomodadas por las celdas se acumulan como momento angular residual (j_{res}). En una segunda pasada, el valor j_{res} residual acumulado recogido en la iteración anterior se redistribuye entre aquellas celdas que pueden acomodar más par. De esta forma conseguimos conservar el momento angular.

5. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics - MESA

5.1. Introducción

Para la realización de este tesis doctoral nos hemos apoyado en la herramienta de evolución estelar *Modules for Experiments in Stellar Astrophysics* (MESA). Este simulador incorpora módulos que se actualizan de manera periódica en base a los avances derivados de los trabajos más novedosos sobre ecuaciones de estado, opacidad, velocidades de reacción nuclear, datos de difusión de elementos y condiciones de límite atmosférico. Es una herramienta muy útil para poder contrastar mediciones obtenidas con los resultados arrojados por un determinado modelo, o para hacer predicciones a partir de modelos y contrastar los resultados que obtenemos de estos con las mediciones disponibles en otros trabajos de investigación.

En el caso particular de esta tesis doctoral estamos interesados en estudiar los mecanismos que intervienen en la destrucción de Li en estrellas similares a nuestro Sol, y particularmente en ella. Como hemos comentado a día de hoy no existe una opinión unánime en la comunidad científica, más allá de que los modelos de evolución estelar no producen resultados coherentes con las observaciones, de qué procesos gobiernan el proceso de agotamiento del Li estelar y de cuándo se ponen en marcha o se detienen. Existen diversos planteamientos de procesos que intentan dar una respuesta a este enigma. En este trabajo nos vamos a centrar en cómo influyen en modelos de estrellas de tipo solar, con 1.0 M_{\odot} y con una metalicidad (Z) similar al Sol, los efectos de la rotación y de la pérdida de momento angular causada por la presencia de campos magnéticos que inducen un efecto de frenado magnético. Estos campos magnéticos tendrán, en una primera aproximación, una intensidad fija a lo largo de toda la evolución temporal del modelo. Posteriormente se extenderá el modelo para simular campos magnéticos de intensidad variable. Adicionalmente, los modelos simulados se basan en la teoría de la longitud de mezcla para modelar la convección estelar. Este formalismo depende del parámetro libre longitud de mezcla (α_{MLT}), parámetro que mayoritariamente tiene un valor preestablecido y fijo durante toda la simulación. En nuestro trabajo, realizaremos simulaciones manteniendo estable el valor de α_{MLT} pero también introduciremos la posibilidad de hacerlo evolucionar temporalmente en base a otros parámetros estelares.

En estas circunstancias, nos encontramos en que el primer problema a solventar es el de cómo incorporar estas extensiones al simulador MESA, al mismo tiempo que se respeta su estructura modular y, sobre todo, sin provocar efectos indeseables en el resto de parámetros de la simulación. Para dar solución a este punto tenemos que basarnos en los planteamientos teóricos documentados en el Capítulo 4 e implementarlos, en forma de rutinas en código Fortran, que puedan ser utilizadas en conjunto con el resto de módulos de MESA.

Por otra parte, se hace también necesario el comprender los diferentes parámetros y procesos que MESA utiliza a la hora de calcular las abundancias de los diferentes elementos que podemos encontrar en una estrella a lo largo de su evolución, tanto en su interior como en su atmósfera. Por tanto, aquí tenemos otra área de estudio que pasa por conocer las diferentes

capacidades ya disponibles en el simulador que tengan impacto sobre el agotamiento del Li, entender cuándo pasan a ser relevantes en el proceso evolutivo de la estrella, cuáles son los parámetros que gobiernan su funcionamiento, las relaciones que guardan entre ellos y, por último, qué valores son los más recomendables para dar soporte al escenario de simulación que acabamos de plantear.

Una vez tengamos la parametrización adecuada para nuestro planteamiento teórico, pasaremos a simular de manera sistemática, haciendo uso de nuestras nuevas rutinas, un conjunto de modelos con diferentes valores para los parámetros relevantes de nuestros modelos: velocidad angular, intensidad del campo magnético y valor de $\alpha_{\rm MLT}$. Los resultados de abundancia de Li que obtengamos en cada uno de los escenarios planteados los enfrentaremos con los que arroja MESA sin hacer uso de nuestra rutina. Esta comparación de resultados nos deberá de dar un primer indicio de si nuestro planteamiento realmente tiene algún efecto notable sobre la abundancia Li detectado en la superficie estelar. Finalmente, en base a los resultados obtenidos, analizaremos las consecuencias que nuestras rutinas han tenido sobre ellos y presentaremos una serie de conclusiones de por qué obtenemos estos datos y cómo se interpretan los mismos en base a los estudios teóricos y observaciones obtenidas por otras líneas de investigación.

5.1.1. El proyecto MESA

Como indica su contribuidor y desarrollador principal [PCCG14, xxxxxx] (Paxton, et al., 2011, 2013, 2015) MESA es un conjunto de librerías de código abierto, robustas y eficientes escritas en el lenguaje de programación Fortran 95 que es susceptible de ser utilizado en una amplia gama de aplicaciones en astrofísica estelar computacional. Está categorizado dentro de los denominados códigos de evolución estelar unidimensional (1-D) y combina un gran número de módulos numéricos y físicos que le permiten simular una amplia gama de escenarios de evolución estelar, que van desde los que incluyen estrellas de muy baja masa hasta lo que caracterizan estrellas masivas, además de tener en cuenta fases avanzadas de evolución, como el flash del helio, pulsos térmicos o la rama asintótica gigante (AGB). Utiliza un modelo de malla o zonas adaptables, que representa las diferentes capas y celdas en las que se estructura el modelo estelar, y emplea sofisticados controles de evolución temporal.

MESA se caracteriza por resolver las ecuaciones de estructura y composición de forma simultánea. Incluye módulos con el último "estado del arte" capaces de resolver las ecuaciones de estado, opacidad, velocidades de reacción nuclear, difusión de elementos y condiciones de límite atmosférico necesarias para realizar la evolución estelar. Cada módulo está construido a partir de una biblioteca desarrollada en Fortran 95 y diseñada de forma modular, diferenciando entre una interfaz pública destinada a ser utilizada por otros módulos y una parte privada donde se implementa la lógica necesaria que permanece inaccesible al resto de módulos. Esta buena práctica permite desarrollar nuevos módulos o revisar los existentes de manera independiente.

Por un lado, MESA aborda la física estelar, su estructura y su evolución con métodos numéricos modernos y sofisticados. Por otro, utiliza una física actualizada que le confiere una amplia gama de aplicaciones en diferentes escenarios. Los métodos numéricos y computacionales empleados por MESA le permiten evolucionar de manera consistentemente a través de fases exigentes planteadas por los modelos estelares.

MESA se basa en el principio de código abierto: cualquiera puede descargar el código fuente en el que se basa, compilarlo y ejecutarlo para sus propias necesidades de investigación, además de poder ampliar su funcionalidad, como se mostrará a continuación en este trabajo. El propósito de ser distribuido como código abierto es el de involucrar y llegar al mayor número de miembros de la comunidad astrofísica para que hagan uso de la herramienta, y al mismo tiempo alentarla para que hagan contribuciones al proyecto, ya sea en forma de pruebas, detección y corrección de errores o añadiendo nuevas capacidades al simulador.

5.2. ¿Cómo trabajar con MESA?

Cuando se descarga e instala MESA (en el presente trabajo no entramos al detalle de cómo hacer esto) veremos que bajo el directorio de instalación existe una serie amplia de subdirectorios adicionales. La mayoría de ellos contienen el código para los diferentes módulos que componen MESA y que proporciona alguna funcionalidad específica. De todos ellos, el módulo más importante es *star*, ya que es éste el módulo que interacciona y controla la ejecución de los demás. Adicionalmente es también el módulo encargado gestionar el estado interno de la estrella y de calcular el paso temporal a utilizar en cada iteración durante el proceso de simulación.

Por otra parte, MESA se apoya en ficheros de proyecto en los que se fijan los diferentes parámetros iniciales, bajo qué condiciones tiene que evolucionar la estrella, opciones de paradas y representación gráfica que deben utilizarse durante la simulación. MESA ofrece en su distribución un buen número de proyectos pre configurados para diferentes escenarios de evolución estelar. A continuación, pasamos a comentar en más detalle el contenido del fichero de configuración de proyecto que en MESA se denomina *inlist*.

5.2.0.1. Fichero de configuración

MESA utiliza el fichero *inlist* como el punto de configuración y entrada para las simulaciones. Este fichero está compuesto de tres secciones principales. Cada una de ellas contiene un conjunto de opciones que controlan diferentes aspectos de MESA:

- star_job aquí encontramos las opciones que controlan cómo evoluciona la estrella
- controls opciones para el módulo star de MESA
- pgstar opciones para la salida gráfica por pantalla

La diferencia entre las secciones *star_job* y controls puede llegar a ser muy sutil. Aun así, intentaremos dar unas reglas generales para tratar de averiguar en qué sección esperaríamos encontrar determinadas opciones de configuración.

La sección *star_job* contiene opciones relacionadas con la respuesta a preguntas como las siguientes:

- ¿Cómo debería MESA obtener un modelo inicial a partir del que realizar la simulación?
- ¿Existe algún tipo de ajuste que MESA debería realizar sobre el modelo inicial?
- ¿Qué datos aplicables a la microfísica del simulador debe leer MESA?

■ ¿Dónde debe almacenarse la salida de MESA?

Por otra parte, la sección controls es la adecuada para opciones de configuración encaminadas a responder a las siguientes cuestiones:

- ¿Cuándo se da por finalizada la simulación?
- ¿Qué procesos de transporte debe tener en cuenta MESA?
- ¿Qué tolerancias numéricas debe aplicar los métodos de resolución numérica que incorpora MESA?

Para conocer en más detalle las opciones, lo mejor es remitirse a la documentación estándar de MESA disponible en su sitio oficial¹. Otra opción disponible, es la de consultar los ficheros de código donde se encuentran los valores por defecto asignados a cada una de las opciones del simulador. Para cada una de las secciones comentadas anteriormente, MESA dispone de un fichero específico (\$MESA_DIR hace referencia al directorio donde se encuentra instalado el software):

- \$MESA_DIR/star/defaults/star_job.defaults
- \$MESA_DIR/star/defaults/controls.defaults
- \$MESA_DIR/star/defaults/pgstar.defaults

Las opciones tienden a estar agrupadas según la funcionalidad del simulador que regulan. Es recomendable que cuando se esté buscando una determinada opción, antes de entrar al detalle de cada una de las entradas en los ficheros, se intente identificar mediante las preguntas listadas anteriormente en qué fichero podríamos encontrarla y, una vez accedamos al contenido del mismo, revisemos las diferentes cabeceras disponibles a modo de comentarios que en ellos se encuentra.

5.2.0.2. Controlando la salida

MESA genera por defecto una cantidad ingente de información. Existen dos tipos de ficheros de salida con información de la simulación: uno con información histórica sobre cantidades globales (masa, luminosidad) almacenadas a diferentes intervalos de tiempo y otro tipo con perfiles del interior estelar que almacena información con cantidades que varían de forma espacial (densidad, presión) en un determinado instante de tiempo. El contenido de estos ficheros no se encuentra directamente accesible en el fichero inlist, sino en los siguientes ficheros específicos para cada uno de ellos:

- \$MESA_DIR/star/defaults/history_columns.list
- \$MESA_DIR/star/defaults/profile_columns.list

Los ficheros anteriores contienen las configuraciones por defecto que ofrece MESA. Si necesitamos modificar alguna de las opciones que aparece en ellos, lo recomendable es no hacerlo directamente sobre estos ficheros, sino hacer una copia de los mismos en nuestro directorio de trabajo y realizar las modificaciones oportunas en ellos.

¹http://mesa.sourceforge.net

Adicionalmente, si se diese la situación (como ha sido en este trabajo) de que se quieren mostrar valores de propiedades diferentes a los que aparecen por defecto en alguno de estos dos ficheros, cabe la posibilidad de añadirlos haciendo uso, como veremos más adelante, del fichero run_star_extras.f.

5.2.1. ¿Cómo extender MESA?

A veces se hace necesario extender la funcionalidad de MESA porque la que viene por defecto en el simulador no cumple con las necesidades del problema que queremos abordar. Para estas situaciones, MESA ofrece la opción de extender su funcionalidad de un modo relativamente sencillo y elegante y sin necesidad de tener que modificar el código fuente del simulador en sí. Con esto se garantiza que el simulador no queda alterado en su funcionamiento estándar a raíz de una alteración del código base y permite que otros usuarios de MESA no tengan que alterar sus instalaciones para poder ejecutar simulaciones que hacen uso de funcionalidades no estándar.

MESA proporciona el archivo *run_star_extras.f* que ofrece una variedad de puntos de extensión (hooks) destinados a implementar acciones que no pueden hacerse únicamente mediante el uso del fichero de proyecto *inlists*. Entre estas acciones adicionales tenemos la posibilidad de cambiar parámetros en cada paso de la simulación o la de reemplazar muchas de las rutinas de física predeterminadas que trae el simulador.

5.2.1.1. Activación de capacidades extras

El primer paso para hacer uso de las capacidades extendidas de MESA es el de proceder a activarlas. Para ello debemos editar el fichero *run_star_extras.f.* Veremos que el contenido del mismo es bastante simple, se limita a incluir otro fichero que es el que contiene el conjunto de rutinas predeterminadas que se entrega con MESA. Las rutinas definidas en ese fichero que se incorpora son las que queremos personalizar, pero sin afectar a las versiones originales. Para ello, procederemos a reemplazar esta declaración de inclusión por el contenido del archivo referenciado, así conseguimos tener nuestra propia copia local y personal.

5.2.1.2. Extensión mediante hooks

MESA proporciona una forma de sustituir la mayoría de las rutinas físicas que ofrece por defecto sin la necesidad de, como apuntábamos anteriormente, tener que modificar el código original del programa mediante el uso de los denominados *hooks* o puntos de extensión. Para ello se necesitan seguir los siguientes pasos:

- 1. Activar el hook deseado en el fichero *run_star_extra.f* situado en el directorio *src* del proyecto en el que estamos trabajando
- 2. Indicar nuestra versión del módulo de física a sustituir/ampliar

Seguidamente debemos localizar qué *hook* nos interesa modificar de entre todos los que ofrece MESA. Lo primero que debemos hacer es conocer los que MESA pone a nuestra disposición. Un *hook* no deja de ser más que un fichero escrito en Fortran que implementa un conjunto de rutinas numéricas relacionadas con un determinado proceso físico que se ejecuta durante

la evolución de una estrella. Cada una de estas rutinas es susceptible de ser sustituida por una versión propia con nuestro planteamiento físico.

Los dos conceptos más importantes que se necesita saber a la hora de poder usar *run_star_extras.f* de una manera efectiva son:

- El flujo de control de un paso de ejecución de MESA
- El contenido de la estructura star_info

Las diferentes rutinas presentes en *run_star_extras.f* se invocan en diferentes puntos durante la ejecución de MESA. En el Listado 5.1, y a modo de pseudocódigo en Fortran, podemos encontrar un aspecto del bucle principal de control sobre el que itera MESA.

```
subroutine run1_star(...)
 2
       ! star is initialized here
 3
 4
       ! before evolve loop calls:
 5
           extras_controls
           extras_startup
 6
 7
       call before_evolve_loop(...)
8
9
       ! evolve one step per loop
10
       evolve_loop: do while(continue_evolve_loop)
11
         call before_step_loop(...)
12
13
         ! may need to repeat this loop
14
         step_loop: do
15
           if (stop_is_requested(s)) then
16
             continue_evolve_loop = .false.
17
             result = terminate
18
19
           end if
20
           result = star_evolve_step(...)
21
22
           if (result == keep_going)
23
             result = star_check_model(...)
           if (result == keep_going)
25
             result = extras_check_model(...)
26
           if (result == keep_going)
27
             result = star_pick_next_timestep(...)
           if (result == keep_going)
28
29
             exit step_loop
30
31
           ! redo, retry, or backup must be done
           ! inside the step_loop
32
33
           if (result == redo) then
34
             result = star_prepare_to_redo(...)
35
           end if
36
           if (result == retry) then
37
             result = star_prepare_to_retry(...)
38
           end if
39
           if (result == backup) then
40
             result = star_do1_backup(...)
             just_did_backup = .true.
41
42
           else
43
             just_did_backup = .false.
44
           end if
           if (result == terminate) then
45
             continue_evolve_loop = .false.
```

```
47
             exit step_loop
48
           end if
49
         end do step_loop
50
51
         ! once we get here, the only options
52
         ! are keep_going or terminate.
53
54
         ! after_step_loop calls:
55
           extras_finish_step
         call after_step_loop(...)
56
57
58
         if (result /= keep_going) then
59
            exit evolve_loop
60
         end if
61
62
         ! write out data
63
         ! do_saves calls:
64
65
             how_many_extra_history_columns
             data_for_extra_history_columns
67
             how_many_extra_profile_columns
68
         ! data_for_extra_profile_columns
69
         call do_saves(...)
70
71
        end do evolve_loop
72
73
        ! after_evolve_loop calls:
74
        ! extras_after_evolve
75
        call after_evolve_loop(...)
76
     end subroutine run1_star
```

Listado 5.1: Bucle de control principal sobre el que itera MESA en cada paso temporal

El corazón del simulador MESA es la sección *step_loop*. Es en ella donde se sitúa toda la maquinaria mediante la que MESA evalúa y resuelve las ecuaciones de la estructura estelar.

Por otro lado, en la estructura de datos *star_info* MESA almacena toda la información sobre la estrella que está evolucionando. Por convención en el código, el nombre de la variable se utiliza a lo largo del mismo, incluyendo también el que aparece en *run_star_extras.f* para hacer referencia a esta estructura².

La estructura *star_info* contiene el modelo estelar propiamente dicho, es decir, información sobre las zonas o capas que componen la estrella que se está simulando, su perfil termodinámico, perfil de composición, etc. También contiene todos los valores que hemos asignado a los parámetros que aparecen en el fichero de proyecto *inlist*, así como los valores por defecto para el resto de parámetros físicos que no hemos indicado de forma explícita.

Además de todo lo que hemos comentado hasta ahora, MESA también pone a nuestra disposición un conjunto de listas de valores que nos facilitará el poder pasar valores fijados en el fichero *inlist* del proyecto a nuestras rutinas de código. Estos vectores de elementos, con un tamaño máximo de 100 valores y que no forman parte del conjunto estándar de parámetros, son: *x_ctrl*, *x_integer_ctrl*, y *x_logical_ctrl* y nos permiten almacenar valores de tipo real, entero y lógico respectivamente (ver Listado 5.2).

 $^{^2}$ En Fortran, el operador de porcentaje (%) se utiliza para acceder a los componentes de la estructura, así que s $^\infty$ x hace referencia al campo x contenido en la estructura s.

Listado 5.2: Paso de parámetros no estándar a través del fichero de proyecto inlist

5.2.1.3. Extensión ficheros de salida

Anteriormente hacíamos referencia a cómo controlar la información estándar que MESA ofrece a través de los dos tipos de fichero de salida: history y profile (ver apartado PONER REFERENCIA para más detalles). Adicionalmente a esta opción, tenemos la posibilidad de enviar a alguno de estos dos ficheros información que, o bien la calcula ya de por sí MESA, pero no está pensada para ser volcada en estos ficheros, o bien puede representar valores que vienen derivados de nuestras rutinas y que, por lo tanto, no forman parte de la parametrización estándar de MESA.

Para cualquiera de los dos casos comentados existen un par de rutinas dentro del fichero *run_star_extras.f* que nos permiten, mediante sencillas modificaciones en los métodos *how_many_extra_history_columns* y *data_for_extra_history_columns*, añadir cuántos parámetros queramos³. Para ello, simplemente hay que indicar la cantidad de nuevos parámetros en los que estamos interesados, el nombre de los mismos y de dónde obtener sus valores.

INTRODUCIR UNA CAPTURA DEL FICHERO DE CONFIGURACIÓN Y DEL CÓDIGO ASIGNANDO VALORES

5.2.2. Módulos de interés de MESA

Para empezar, vamos a enumerar los módulos de MESA que hemos encontrado de especial relevancia a estudiar para el objetivo de este trabajo. Principalmente hemos basado nuestra búsqueda en localizar aquéllos que pueden tener relación directa con los procesos de destrucción del Li o con las reacciones nucleares que se producen en el interior estelar. Para cada uno de ellos ofrecemos un pequeño resumen.

5.2.2.1. Módulo químico - chem

El módulo *chem* MESA está compuesto de una colección de datos, funciones y subrutinas encaminadas a la gestión de los elementos químicos y sus isótopos. Contiene información básica sobre cada uno ellos, desde el hidrógeno hasta el uranio. Adicionalmente incluye rutinas para realizar conversiones entre pesos, números atómicos y el nombre de los isótopos. Contiene listados completos sobre las abundancias solares de los diferentes elementos según diferentes estudios (para más información ver [PBD+10]).

³En realidad, existe un máximo de 100 parámetros adicionales.

5.2.2.2. Reacciones termonucleares – rates

El módulo *rates* contiene los cocientes de reacciones termonucleares de [CFCF88], y [AAR⁺99], siendo esta última opción la utilizada por defecto [PBD⁺10]. El conjunto de cocientes de reacciones incluido abarca más de 300 elementos e incluye las reacciones débiles necesarias para la quema de hidrógeno (emisión de positrones y captura de electrones), así como las reacciones de conversión neutrón-protón.

5.2.2.3. Reacciones nucleares - net

El módulo net implementa redes de reacción nuclear. Por defecto, incluye una red básica de 8 isótopos: 1 H, 3 He, 4 He, 12 C, 14 N, 16 O, 20 Ne, 24 Mg, y otras extendidas para cálculos más detallados incluyendo el ciclo CNO, captura de partículas α y reacciones de captura protónica. Además de utilizar las redes existentes, MESA nos permite definir nuestras propias redes de reacción construidas a partir de las ya existentes (opción más sencilla) o completamente desde cero [PBD $^{+}$ 10].

Como indicaremos más detalladamente cuando analicemos la configuración final del fichero de proyecto inlist, las reacciones que más nos interesan son las de las cadenas protón-protón en sus variantes I, II y III (ver sección ?? para más detalles).

5.2.2.4. Teoría de longitud de mezcla - mlt

El módulo *mlt* implementa la teoría de longitud de mezcla estándar, o por sus siglas en inglés mixing lenght theory (MLT) [PBD⁺10]. En la dinámica de fluidos, el modelo o teoría de longitud de mezcla es una parametrización que intenta describir la transferencia de calor y material causado por una inestabilidad convectiva en el seno de un fluido. Este modelo ha sido utilizado en numerosos campos, incluyendo la ciencia atmosférica, oceanografía y estructura estelar, que es el caso que nos atañe. La "longitud de mezcla" se define como la distancia recorrida por una celda o burbuja de material sometida a una inestabilidad térmica convectiva.

5.2.2.5. Módulo de difusión – diffusion

El módulo *diffusion* lo utiliza MESA para calcular la difusión de partículas y la sedimentación gravitacional resolviendo las ecuaciones de Burger [BBM69] a través del método propuesto por [TBL93]. El módulo de difusión trata los elementos presentes en el modelo estelar como pertenecientes a çlases "definidas por el usuario en términos de rangos de masas atómicas. Para cada clase, el usuario especifica un isótopo representativo y todos los miembros de esa clase son tratados idénticamente, con sus velocidades de difusión determinadas por el isótopo representativo. La rutina utiliza la fracción de masa de la clase correspondiente para obtener su coeficiente de difusión [PMS+15]. Como detallaremos más adelante, esta opción por defecto del módulo no es la más adecuada para obtener las abundancias de Li.

El cálculo de la difusión puede restringirse a zonas en las que la temperatura es superior a un valor mínimo o en las que la fracción de masa del elemento indicado es superior a cierto umbral.

5.2.2.6. Otros parámetros de interés

Además de los módulos listados anteriormente existen otra serie de parámetros que ofrece MESA que están relacionados también con el planteamiento teórico presentado en este trabajo. En concreto nos estamos refiriendo a los parámetros de masa estelar, contenido de H y He presente en la nube protoestelar, así como la metalicidad de la misma (Z).

Finalmente, también tendremos en cuenta la rotación superficial de la estrella, ya que, como se ha venido diciendo, este fenómeno físico es considerado un factor que influye en el agotamiento del Li, tanto potenciándolo, como llegando a inhibirlo.

5.3. ¿Cómo visualizar los resultados de MESA?

5.3.1. Visualización con pgstart

COMENTAR LA PARTE de pgstart

5.3.2. Visualización con terceras herramientas

En determinadas ocasiones, las opciones de visualización ofrecidas por MESA no es la más adecuada o conveniente para nuestros propósitos. Quizás porque no muestra el parámetro en el que estamos interesados, o si lo hace, deseamos otro tipo de formato de visualización. Aunque en la mayoría de los casos, la necesidad de recurrir a terceras herramientas para la visualización se debe a que necesitamos realizar algún tipo de preprocesamiento sobre los mismos. (ENUMERAR LAS DIFERENTES ETAPAS DE TRATAMIENTO DE LOS DATOS)

En nuestra investigación hemos recurrido a la herramientas *Octave* (ver 3.3.1) para las etapas de (ENUMERAR LAS ETAPAS) y a *TopCat* (ver 3.3.2) para

5.4. Extendiendo MESA - Parte I

Una vez obtenida una visión relativamente aceptable de las capacidades del simulador, el siguiente paso lógico consistió en ejercitar simulaciones teniendo en mente los siguientes propósitos:

- Obtener la soltura suficiente con la herramienta, en lo que se refiere a su funcionamiento y parametrización, con el fin de obtener un punto de partida que nos sirva de referencia a la hora de comprobar los resultados obtenidos al incorporar nuestras rutinas
- Extender la funcionalidad del simulador MESA para que éste sea capaz de simular la presencia de campos magnéticos, tanto de intensidad fija como variable, el frenado magnético que estos producen, así como la evolución del parámetro α_{MLT} en la evolución de su estrella anfitriona

Con estos dos objetivos principales en mente, la concepción de los diferentes escenarios de simulación se realizó de forma condicionada al planteamiento teórico analizado en la primera parte de este trabajo. En particular, estos escenarios deberían de tener en cuenta los

siguientes procesos/características que intervienen, de alguna u otra forma, en la evolución de las abundancias de Li:

- Reacciones nucleares en las que interviene el Li
- Metalicidad y velocidad de rotación de la estrella
- Procesos de difusión
- Procesos de sedimentación
- Presencia de campo magnético de intensidad fija y variable
- ullet Evolución temporal de $lpha_{
 m MLT}$

A la hora de extrapolar el subyacente teórico de este trabajo a los escenarios de simulación, se decidió hacer una división en base al soporte que ofrecía MESA de manera estándar para los conceptos teóricos que hemos acabado de enumerar y para aquéllos que no. De esta forma, nos encontramos que, a excepción del punto 5 y 6, el resto estaban soportados por MESA. A partir de esta división se establecieron dos líneas de trabajo complementarias. La primera encaminada a simular los procesos teóricos 1-4 que influyen sobre la evolución del Li, por un lado, y a utilizar los valores generados por esas simulaciones como marco de referencia por otro. La segunda línea de trabajo se encaminó a extender MESA para que soportara la influencia de campos magnéticos y $\alpha_{\rm MLT}$ variable en la evolución de su estrella anfitriona.

5.4.1. Simulaciones acordes al marco teórico estándar de MESA

En esta línea de trabajo nos centramos en hacer uso de las funciones y parametrizaciones estándar que ofrece MESA para dar soporte a los puntos teóricos enumerados anteriormente y que recogemos de nuevo aquí:

- Reacciones nucleares en las que interviene el Li
- Metalicidad y velocidad de rotación de la estrella
- Procesos de difusión
- Procesos de sedimentación

Como estamos interesados en observar cómo actúan esos y procesos parámetros físicos sobre la abundancia del Li en las fotosferas de estrellas de tipo solar (1.0 M_{\odot}) a lo largo de su evolución desde la PMS hasta la TAMS, nuestros modelos de simulación comienzan por fijar los siguientes parámetros:

- Establecer una metalicidad similar al Sol
- Detener la simulación al alcanzar la Termination Age Main Sequence (TAMS)
- Obtener las abundancias para los elementos H, He, Be

La composición química del Sol, incluyendo su metalicidad y masa inicial del modelo quedó fijada por medio de los siguientes parámetros (Listado 5.3) de MESA:

```
1  &star_job
2  ! Solar composition,
3  ! check the following file:
```

```
! $MESA_DIR/star/test_suite/
5
       ! example_solar_model/inlist_solar_model
6
       set_uniform_initial_composition = .true.
7
      initial_h1 = 7.0001067228923031D-01
8
       initial_h2 = 0
9
       initial_he3 = 2.7955281905284692D-05
10
       initial_he4 = 2.7952486377094160D-01
11
       ! set metal fractions z fractions
12
       initial_zfracs = 3 !GS98
13
14
15
16
      ! starting specifications
17
      ! or 1.0d0 in Msun units
18
      initial_mass = 0.8d0
```

Listado 5.3: Parametrización de la masa inicial de la estrella

Posteriormente necesitamos indicar la condición de parada en la TAMS. Este momento en la evolución de una estrella queda asociado a la etapa en la que la estrella abandona la secuencia principal al haber agotado prácticamente todo el H que se encontraba en su núcleo. MESA nos ofrece la posibilidad establecer una condición de parada cuando las abundancias de ciertos elementos en el núcleo de la estrella alcanzan un cierto valor máximo o mínimo (Figura 8XXXXXXX?). En nuestro caso, utilizamos esta opción para indicar que cuando la abundancia del isótopo ¹H caiga por debajo de 0.000000001, la simulación se detenga (ver Listado 5.4.

Para poder obtener las abundancias de Li AL final de la TAMS, primeramente necesitamos conocer qué reacciones nucleares son las responsables de su creación y si éstas están o no incluidas por defecto en la configuración de MESA. Como se adelantó en la sección 2.6, estas reacciones son las de cadena protón-protón en sus variantes I, II y III.

```
1   &controls
2   ! stop when the center mass fraction of
3   ! h1 drops below this limit
4   xa_central_lower_limit_species(1) = 'h1'
5   xa_central_lower_limit(1) = 1d-9
```

Listado 5.4: Parametrización de la condición de parada de la simulación cuando se produce el agotamiento de H en el núcleo de la estrella

Por tanto, ya tenemos identificas la red de reacciones a activar en la configuración de MESA: reacciones nucleares de tipo protón-protón. Es en este punto donde volvemos a hacer referencia al módulo net (ver 5.2.2.3). Si recordamos, se indicaba que MESA viene pre configurado con una red de reacciones nucleares en las que sólo trata con 8 isótopos. Si queremos incluir más, debemos modificar la red inicial por otra que los incluya.

Con los parámetros anteriores incluidos en el proyecto, indicamos a MESA que sustituimos la red de reacciones nucleares por defecto por una nueva denominada *pp_extras.net*. Las redes son simples ficheros de texto en los que se indica al simulador las reacciones nucleares que debe tener en cuenta y cuál es el aspecto de éstas. En concreto, en la elegida le indicamos que tenga en cuentas las reacciones protón-protón en sus variantes I, II, III.

Una vez activada la nueva red de reacciones nucleares en nuestro fichero de proyecto, conseguimos obtener las abundancias para el Li, las cuales son informadas en los ficheros de

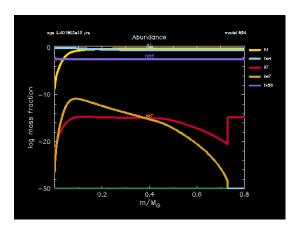


Figura 5.1.: Gráfica de abundancias en la que aparecen los elementos H, He, Fe, Li y Be. El eje de abscisas ha sido reescalado

salida estándar que genera MESA. Adicionalmente estamos interesados en obtener el perfil de evolución de estos elementos a lo largo del tiempo de evolución de la estrella y en función del radio de la estrella (Figura 13XXXXXXXXXX). Para ello recurrimos a utilizar las capacidades gráficas de MESA y mostramos la abundancia de estos elementos. Dado que sus concentraciones son muy pequeñas en comparación del H, debemos de proceder a ajustar el eje de abscisas del gráfico.

Dado que nuestro modelo solo abarca las fases evolutivas PMS y MS, decidimos eliminar las reacciones en las que interviene el Fe ya que no vamos a evolucionar nuestra estrella hasta el punto en que comienza a generarse este elemento. Adicionalmente, configuramos MESA para que, a cada paso en la simulación y para cada celda, tenga en cuenta si se producen o dejan de existir isótopos a consecuencia de las reacciones nucleares que están teniendo lugar. Dados los valores de abundancias tan pequeños que se obtienen para el Li y Be, del orden de 10^{-9} para el primero y 10^{-31} para el segundo, optamos por activar esta opción para que el tratamiento de las reacciones nucleares sea lo más riguroso y exacto posible.

Continuando con el marco físico a simular, pasamos a centrarnos en la activación de los mecanismos que, acorde a la teoría, tienen influencia en el agotamiento del Li:

- Proceso de difusión
- Proceso de rotación

Como ya se indicaba en el apartado 5.2.2.5:

(MESA) calcula la difusión de partículas y la sedimentación gravitacional resolviendo las ecuaciones de Burger a través del método propuesto por Thoul [TBL93]. El módulo de difusión trata los elementos presentes en el modelo estelar como pertenecientes a çlases"definidas por el usuario en términos de rangos de masas atómicas.

De esta información se desprende que el hecho de que al activar la difusión también activamos la sedimentación gravitacional y, de manera indirecta, el módulo *mlt* encargado de calcular los coeficientes de difusión que entran en juego en proceso de mezclado producido a consecuencia de los movimientos convectivos que se produce en el interior de la estrella.

Cabe también mencionar el tratamiento por "clases" que realiza MESA. Los isótopos presentes en nuestra red de reacciones nucleares que tienen un peso atómico similar son tratados de forma conjunta por la rutina de difusión en lo que se refiere a su velocidad de difusión. Ésta queda determinada por el isótopo representativo de la "clase". La agrupación en clases tiene la ventaja de que las simulaciones se ejecutan de una manera más rápida ya que se ahorran cálculos. Por otra parte, tiene el inconveniente de que los resultados pueden llegar a ser menos exactos. En este trabajo hemos optado por desactivar la agrupación en clases a costa de aumentar los tiempos de simulación.

En lo que se refiere a la rotación de las capas superficiales de la estrella, MESA permite especificar una velocidad en km/s, que en nuestro caso ha quedado fijada en 20 km/s al ser un valor similar al que tenemos en el Sol.

En el Listado 5.5 mostramos la configuración adicional a añadir al proyecto de MESA para poder simular los conceptos teóricos discutidos hasta este momento.

```
&star_job
 2
       ! Change default net in order to include
3
       !reactions for Li and Be
 4
       change_initial_net = .true.
 5
       new_net_name = 'pp_extras.net'
       ! If enable_adaptive_network is true,
 6
 7
       ! then at each step,
8
       ! the system calculates a new set of isos.
9
       ! This can cause significant slowdowns
10
       enable_adaptive_network = .true.
11
12
       ! Activate surface rotation and set velocity
13
       change_v_flag = .true.
14
       new_v_flag = .true.
15
       set initial surface rotation v = .true.
16
       new_surface_rotation_v = 20 ! km/sec
17
18
       ! Rotation off until near ZAMS
19
       change_rotation_flag = .false.
20
       new_rotation_flag = .true.
21
22
     &controls
       ! toggle element diffusion
23
24
       do_element_diffusion = .true.
25
      ! If true, don't lump elements into
       ! classes for diffusion.
26
27
       ! Instead, each isotope in the network
28
       ! is treated as its
29
       ! own separate class. This can cause
30
       ! significant slowdowns
31
       ! for large nets, so it is off by default.
32
       diffusion_use_full_net = .true.
33
       diffusion_use_cgs_solver = .false.
34
35
    &pgstar
36
       ! show HR diagram
37
       ! this plots the history of L, Teff
38
       ! over many timesteps
39
       HR_win_flag = .true.
40
41
       ! configure file output
42
    HR_file_flag = .true.
```

```
43
       HR_file_interval = 1
44
45
       ! show the abundance profile
46
47
       Abundance_win_flag = .true.
48
       num_abundance_line_labels = 1
49
50
       ! set how many elements must be shown
51
       Abundance_num_isos_to_show = 5
       Abundance_which_isos_to_show(1) = 'li7'
52
53
       Abundance_which_isos_to_show(2) = 'be7'
       Abundance_which_isos_to_show(3) = 'h1'
54
       Abundance_which_isos_to_show(4) = 'he4'
55
56
       Abundance_which_isos_to_show(5) = 'fe56'
57
58
       ! set the max and min value for the y-axis
       Abundance_log_mass_frac_min = -30
```

Listado 5.5: Parametrización de los procesos relacionados con el Li y de las gráficas de salida.

Llegado este punto, hemos conseguido obtener una configuración de proyecto base que recoge las características esenciales de la estrella a simular en MESA, pone en marcha los procesos físicos relacionados con la evolución del Li y es capaz de informar, tanto a través de los ficheros de salida estándar como de las representaciones gráficas, sobre las abundancias de Li a lo largo de la evolución de la estrella en sus etapas de PMS y MS. Como decimos, esta configuración de proyecto y los valores arrojados por la simulación que lo utiliza, nos servirán para establecer el marco de referencia contra el que comparar los valores obtenidos en las nuevas simulaciones que extienden la funcionalidad de MESA.

-CONTINUAR POR AQUÍ -

5.4.2. Simulaciones extendiendo el marco teórico estándar de MESA

Una vez que hemos llegado a un punto en el que tenemos una configuración de proyecto que nos permite obtener las abundancias de Li de forma detallada, y además hemos conseguido activar los procesos de difusión y rotación superficial en nuestro modelo, damos paso a una segunda línea de trabajo consistente en extender el funcionamiento de MESA para incorporar nuestras propias rutinas de extensión al simulador. Las consideraciones previas a tener en cuenta son las siguientes:

-INCLUIR AQUÍ ENUMERACIÓN DE PASOS A GRANDES RASGOS-

- Entender el ciclo de control aplicado a los pasos de simulación
- Extender la rutina de inicialización para incorporar nuestros parámetros
- Extender

El planteamiento teórico no es especialmente difícil, lo complicado del mismo es la parte que afecta a MESA. En concreto, localizar las secciones concretas de código en las que se calcula el valor de la gravedad local que afecta a cada elemento de masa que tiene en cuenta la simulación. A esto hay que sumarle el hecho de que MESA está construido de una forma modular, así que es de esperar que no tengamos una única sección de código en el programa

donde se calcule este valor de gravedad, sino que cada módulo que, de algún u otro modo, contribuya a la difusión química de los elementos tiene que ser revisado.

Con diferencia, el localizar dónde invocar a nuestra rutina de código es la parte más complicada de todo el presente trabajo. Tenemos que detectar los módulos implicados en la difusión de los elementos, con el riesgo que implica que nos dejemos alguno por identificar, analizar su código fuente en detalle para llegar a entender su funcionamiento y realizar la invocación en el punto exacto a nuestra rutina, para alterar así el valor de gravedad calculado por MESA para un determinado diferencial de masa. Adicionalmente, se hace totalmente necesario el revisar la bibliografía en la que se basa la implementación de las rutinas presentes en cada módulo para dotar de contexto y significado a las líneas de código. De otro modo, es casi imposible extraer el trasfondo científico que se encuentra en ellas codificado.

-REVISAR PARA ELIMINAR REFERENCIAS A GRAVEDAD. HACERLO GENÉRICO-

Inicialmente teníamos dos módulos candidatos por los que empezar a estudiar su implementación, el de difusión y el de mlt. Por tener éste último un menor número de líneas de código (aproximadamente unas 1800) y encontrarse la implementación restringida a un solo módulo, empezamos por él. Tras una revisión a fondo del mismo se llegó a generar una versión modificada del mismo que calculaba un nuevo valor de gravedad local relacionado con el elemento de masa diferencial. Este nuevo valor tenía en cuenta tanto la masa del planeta, como su distancia a la estrella.

Seguidamente pasamos a analizar el código fuente del módulo de difusión que, como mencionábamos, se basa en la implementación de las ecuaciones propuestas en el trabajo de Thoul, et al. (1994). Ya desde los primeros momentos nos dimos cuenta de que el esfuerzo de localizar dónde deberíamos de invocar a nuestra rutina se iba a complicar. La implementación de este módulo es bastante más laboriosa, larga (más de 3500 líneas) y se encuentra repartida entre varios módulos que, a diferencia de lo que ocurría con el de mlt, algunos de ellos no ofrecían la posibilidad de ser extendidos de una manera cómoda. Además de esto, la implementación que se sigue en MESA acaba generando una matriz de coeficientes de difusión en los que el efecto de la gravedad está representado de manera implícita, es decir, no se calcula un valor de gravedad local asociada a un elemento diferencial de masa en un paso previo, de forma análoga a como ocurre en el módulo de mlt, para finalmente acabar derivando el valor del coeficiente de difusión. En este caso se resuelve el sistema de ecuaciones y la contribución de la gravedad sobre el elemento de masa queda recogida en las soluciones al mismo. A la propia dificultad de entender la implementación del código, se sumaba el hecho de tener que deshacer el cálculo de los coeficientes para poder incluir el efecto de nuestra rutina, y esto era algo que se antojaba harto complicado al no disponerse del conocimiento necesario. Estábamos en un punto muerto.

-REVISAR PARA ELIMINAR REFERENCIAS A GRAVEDAD-

5.4.3. Rutina de inicialización para las simulaciones

EXPLICAR EL CONJUNTO DE PARÁMETROS QUE SE LEEN DEL INLIST, Y SIGNIFICA-DO. TAMBIÉN LOS FLAGS DE DEPURACIÓN

```
subroutine extras_controls(id, ierr)
integer, intent(in) :: id
integer, intent(out) :: ierr
```

```
type (star_info), pointer :: s
5
              ierr = 0
6
              call star_ptr(id, s, ierr)
7
              if (ierr /= 0) return
8
9
              original_diffusion_dt_limit = s% diffusion_dt_limit
10
              s% other_wind => Reimers_then_Blocker
              ! inject our torque routine
11
12
              s% other_torque => other_torque_hook
13
14
              !debug flags
15
              debug_use_other_torque = s% x_logical_ctrl(1)
16
              debug_reset_other_torque = s% x_logical_ctrl(2)
17
              debug_get_cz_info = s% x_logical_ctrl(3)
18
              debug_get_core_info = s% x_logical_ctrl(4)
19
              debug_new_alpha = s% x_logical_ctrl(7)
20
              debug_mag_field = s% x_logical_ctrl(8)
21
              debug_j_dot = s% x_logical_ctrl(9)
22
23
              !If true, once the radiative core is developed, report always true
24
              !in is_radiative_core function
25
              keep_on_rad_core = s% x_logical_ctrl(6)
26
27
              !eps thershold
28
              eps_threshold = s% x_ctrl(2)
29
30
              !disk locking
31
              disk_lt = s\% x_ctrl(3)
32
              disk_omega = s% x_ctrl(4)
33
34
              !Variable MLT alpha
35
              var_mlt_alpha = s% x_logical_ctrl(10)
36
37
              ! Once you have set the function pointers you want,
              ! then uncomment this (or set it in your star_job inlist)
38
39
              ! to disable the printed warning message,
40
              ! Uncomment these lines if you wish to use the functions in this file,
41
              ! otherwise we use a null_ version which does nothing.
42
              s% extras_startup => extras_startup
43
              s% extras_start_step => extras_start_step
              s% extras_check_model => extras_check_model
44
45
              s% extras_finish_step => extras_finish_step
46
              s% extras_after_evolve => extras_after_evolve
47
              s% how_many_extra_history_columns => how_many_extra_history_columns
48
              s% data_for_extra_history_columns => data_for_extra_history_columns
49
              s% how_many_extra_profile_columns => how_many_extra_profile_columns
50
              s% data_for_extra_profile_columns => data_for_extra_profile_columns
51
52
              s% job% warn_run_star_extras =. false.
           end subroutine extras_controls
```

Listado 5.6: Rutina de inicialización de las simulacions.

5.4.4. Rutina de par de torsión

EXPLICAR QUE SUSTITUIMOS LA RUTINA POR DEFECTO CON LA NUESTRA

```
subroutine other_torque_hook(id, ierr)
use const_def
```

```
3
                  \textbf{integer} \;,\;\; \textbf{intent(in)} \;:: \;\; \textbf{id}
                  integer, intent(out) :: ierr
 4
 5
                  type (star_info), pointer :: s
 6
 7
                  ierr = 0
 8
                  call star_ptr(id, s, ierr)
 9
                  if (ierr /= 0) return
10
 11
                  !If disk locking is actived & the star is younger that disk
12
13
                  !locking period &
14
                   !star rotates faster than disk locking rotational velocitiy
15
                   \textbf{if} ((\texttt{disk\_lt>0}). \textbf{and}. (\texttt{s\%star\_age} < \texttt{disk\_lt}). \textbf{and}. (\texttt{s\%omega(1)} > \texttt{disk\_omega)}) \ \ \textbf{then} 
16
                      call other_torque_disk_lock(id, ierr)
17
18
                       call other_torque_mag_brk(id, ierr)
19
                  endif
20
21
              end subroutine other_torque_hook
```

Listado 5.7: Rutina de par de torsión.

5.4.5. Rutina de frenado magnético

EXPLICAR QUE LOS DOS TIPOS DE RUTINAS: INTESIDAD FIJA, INTENSIDAD VARIABLE

```
! This routine implements a magnetic braking effect.
 2
                 ! It distributes among the zones which conforms the convective shell the
 3
                 ! loss of angular momentum
                 subroutine other_torque_mag_brk(id, ierr)
 4
 5
                     use const_def
                     integer\,,\ intent(in)\ ::\ \text{id}
 6
 7
                     integer, intent(out) :: ierr
 8
                     type (star_info), pointer :: s
 9
                     integer :: k
10
                     real(dp) :: B, j_dot, r_st
 11
                     \textbf{type} \hspace{0.1in} (\hspace{0.1in} \textbf{star} \_ \textbf{zone} \_ \textbf{info}) \hspace{0.1in}, \hspace{0.1in} \textbf{target} \hspace{0.1in} :: \hspace{0.1in} \textbf{sz} \_ \textbf{info} \hspace{0.1in}, \hspace{0.1in} \textbf{core} \_ \textbf{info}
12
                     type (star_zone_info), pointer :: sz_info_ptr, core_info_ptr
13
                     \textbf{real}(\texttt{dp})\,,\,\,\textbf{dimension}(:)\,,\,\,\textbf{pointer}\,\,::\,\,\texttt{mag\_brk\_jdot}
14
                     \textbf{integer} \ :: \ \texttt{jdot\_routine} \ ! \ \texttt{how} \ \ \texttt{to} \ \ \texttt{distribute} \ \ \texttt{the} \ \ \texttt{j\_dot}
15
                     !controls if jdot distribution must only affect the convective zone
16
                     logical :: only_cz
17
                     !controls if jdot distribution must wait till a radiative core is develop
18
                     \textbf{logical} \ :: \ \texttt{wait\_rad\_core}
19
                     \textbf{integer} \ :: \ \textbf{activated} \ ! \ \textbf{signals} \ \ \textbf{when} \ \ \textbf{the} \ \ \textbf{jdot} \ \ \textbf{routine} \ \ \textbf{is} \ \ \textbf{activated}
20
21
                     !Pointer to structure which conveys information about the convectice
22
                     !and core zones
23
                     sz_info_ptr => sz_info
24
                     core_info_ptr => core_info
25
26
                     ierr = 0
27
                     call star_ptr(id, s, ierr)
28
                     if (ierr /= 0) return
29
30
31
                     !Reset support structures
```

```
32
              allocate(mag_brk_jdot(s% nz))
              s% extra_jdot(:) = 0
33
34
              s% extra_omegadot(:) = 0
35
              activated = 0
36
              call reset_x_ctrl(s, idx_low_x_ctrl, idx_high_x_ctrl)
37
              call reset_core_info(core_info_ptr)
38
              call reset_convective_info(sz_info_ptr)
39
40
              !Wait till radiative core is develop?
41
              wait_rad_core = s% x_logical_ctrl(5)
42
43
              !Loss of angular momentum distribution method
44
              jdot_routine = s% x_integer_ctrl(1)
45
              only_cz = .true.
              if (jdot_routine /= 0) then
46
47
                    only_cz = .false.
48
              end if
49
50
              !Get information about the convective zone
51
              if (only_cz) then
52
                  !Get information about the outter convective zone
53
                 call get_convective_info(s, sz_info_ptr)
54
              else
55
                  !Get information about the outter convective zone till star surface
56
                 call get_convective_to_surf_info(s, sz_info_ptr)
57
              end if
58
59
              !Get information about the core
60
              call get_core_info(s, core_info_ptr)
61
62
              !Calculate amount of loss of angular moment
63
              !Magentic field intensity
64
              B = s\% x_ctrl(1)
65
              if (B < 0) then
66
                 B = calculate_mag_field_intensity_gb(s)
67
68
                 j_dot = calculate_jdot_rate_gb(s, B)
69
              else
70
                 j_dot = calculate_jdot_rate_cantiello(s, B)
71
              end if
72
73
74
              ! The MB routine is activated under the following conditions:
75
              ! - use_other_torque flag is activated in inlist
              ! AND
76
77
              ! - the star is losing mass
              ! AND
78
79
              ! - the magnetic field intensitive is bigger than 0.0 (allow to
80
              ! execute the routine if use_other_torque=.true.)
81
              ! AND
82
              ! (
                  - a radiative core developed isn't required (configured in inlist)
83
              !
84
              !
                  OR
85
              !
                   - a radiative core is required AND this was developed
86
              !)
87
              if ((s% use_other_torque) .and. (s% mstar_dot<0.0) .and. (B>0.0) .and. &
                  (.not. wait_rad_core .or. (wait_rad_core .and. is_core_rad(s)))) then
89
90
                  activated = 1
91
```

```
92
                    !Distribute the loss of angular momentum
 93
                    \textbf{call} \  \, \texttt{distribute\_j\_dot(s, j\_dot, sz\_info\_ptr, mag\_brk\_jdot)}
94
 95
                    !It happens that s% extra_jdot is longer than s% nz but mag\_brk\_jdot
                    !is just defined
96
 97
                    !for s% nz elements
98
                    s% extra_jdot(1:s% nz) = mag_brk_jdot
99
                 end if
100
             end subroutine other_torque_mag_brk
```

Listado 5.8: Rutina de frenado magnético.

5.4.5.1. Rutina de frenado magnético de intensidad constante

EXPLICAR QUE SUSTITUIMOS LA RUTINA POR DEFECTO CON LA NUESTRA

```
real function calculate_jdot_rate_cantiello(s, bf_star) result(new_j_dot)
 2
                use const_def
 3
                type (star_info), pointer, intent(in) :: s
                real(dp), intent(in) :: bf_star
 5
 6
                \textbf{real}(\texttt{dp}) \ :: \ \texttt{r\_st} \,, \ \texttt{m\_st} \,, \ \texttt{i\_st} \,, \ \texttt{alfven\_r}
 7
                real(dp) :: omega_surf, m_dot, eta_surf, v_inf, v_esc
 8
 9
                !Star data
10
                r_st = s% r(1)
11
                m_st = s\% m(1)
12
                omega\_surf = s\% omega(1)
                !omega_surf = s% omega_avg_surf
13
14
15
                ! escape and infinite velocities
                ! 100000 transform from km/s to cm/s \,
16
17
                v_{esc} = (618 * ((Rsun/r_st)*(m_st/Msun))**0.5) * 100000
18
                v_{inf} = 1.92 * v_{esc}
19
20
                !\,m\_dot = s\% \ star\_mdot \ !\,This \ gives \ the \ mass \ loss \ rate \ in \ Mstar/year
21
                m_dot = s% mstar_dot !This in g/s
22
23
                eta_surf = ((r_st * bf_star)**2)/(abs(m_dot) * v_inf)
24
                !Formula 2.3 Cantiello's MESA assigment
25
26
                new_j_dot = two_thirds * m_dot * omega_surf * (r_st**2) * eta_surf
27
          end function
```

Listado 5.9: Rutina de par de torsión.

5.4.6. Rutina de distribución de pérdida de momento angular

EXPLICAR QUE LOS DOS TIPOS DE RUTINAS: INTESIDAD FIJA, INTENSIDAD VARIABLE

```
subroutine distribute_j_dot(s, total_j_dot, sz_info, mb_jdot_list)

type (star_info), pointer, intent(in) :: s

real(dp), intent(in) :: total_j_dot

type (star_zone_info), pointer, intent(in) :: sz_info

real(dp), dimension(:), pointer, intent(out) :: mb_jdot_list
integer :: k
```

```
7
                \textbf{real}(\texttt{dp}) \ :: \ \texttt{sum\_jdot} \,, \ \texttt{dm\_jdot} \,, \ \texttt{dm\_bar\_jdot} \,, \ \texttt{factor}
 8
                !By default, no lost of angular moment
9
10
                mb_jdot_list(:) = 0.0
11
12
                do k = sz_info% top_zone, sz_info% bot_zone, 1
13
                    !Here the jdot distribution strategy is defined
                    !Simple rule of three distribution loss of angular momentum based on the
14
15
                   !angular momentum of the zone vs total angular momentum of the convective zone
16
17
                   !IMPORTANT: Don't forget to divide by dm(k) in order to get an "specific" jdot
18
                   mb_{jdot_{list(k)}} = ((s\% dm(k) * s\% r(k)**2 * total_{j_{dot}}) / &
19
                          (sz_info% d_mass * sz_info% d_radius**2)) / s% dm(k)
20
21
                end do
             end subroutine distribute_j_dot
22
```

Listado 5.10: Rutina de distribución de pérdida de momento angular.

6. Resultados de frenado magnético de intensidad fija

6.1. Configuración de los modelos

A COMENTAR Parametrización de los modelos Rango de valores a asignar a los parámetros libres Ciclo de control Para cada paso de simulación - Obtenemos o calculamos la intensidad del campo magnético - Calculamos la pérdida de momento angular inducida por el campo magnético - Distribuimos la pérdida de momento angular entre las capas de la estrella - Obtenemos o calculamos el valor de $\alpha_{\rm MLT}$

6.2. Modelos de evolución estelar

De acuerdo con la formulación de las secciones anteriores, los dos únicos parámetros libres de nuestra implementación son B y Ω . Las simulaciones numéricas trazaron la historia rotacional y $A(^7\text{Li})$ de una estrella 1 M_\odot para una variedad de valores iniciales para B y Ω (ver también Tabla 6.1). MESA utiliza el enfoque en capas (shellular) [MM97] para dar cuenta de los efectos hidrostáticos de la rotación en modelos estelares 1D.

Adoptamos abundancias a escala solar y asumimos una abundancia inicial solar ($Z=Z_{\odot,pr=0,0142}$). También adoptamos los siguientes valores nominales para expresar las propiedades estelares en unidades SI, $R_{\odot}=6,957x10^{10}\,cm$ y $M_{\odot}=1,988x10^{33}\,g$ que son coherentes con las resoluciones de la IAU [MPT $^+$ 15]. Para una descripción detallada de la física adoptada en este trabajo, remitimos al lector a [CDC $^+$ 16]. Ese trabajo se utilizó como punto de partida para el nuestro en lo que respecta a la parametrización del proyecto MESA, que se calibró para reproducir las abundancias de elementos medidas en la superficie solar.

Los modelos incluyeron la rotación durante la PMS ya que existen evidencias que abogan por una fuerte relación establecida entre la destrucción de Li y la rotación en esa fase ([BLV+16, BBM+18]). Modelamos la rotación como AML se calcula como resultado del par aplicado a la zona de convección por un viento acoplado magnéticamente. Además, no tuvimos en cuenta ni la influencia de los campos magnéticos internos ni su existencia durante la fase T-Tauri.

—CORREGIR ESTO SEGUN EL NUEVO PAPERAdoptamos un enfoque teórico sencillo y pragmático para establecer cuándo la estrella está alcanzando la fase ZAMS. El criterio elegido se basó en la existencia simultánea de una extensa capa convectiva y un núcleo radiativo. A partir de este momento, se activó la rutina MB, actuando como un mecanismo adicional a los existentes en el código evolutivo MESA que participó en el AML de la estrella. —HASTA AQUÍ—

Supusimos que el campo magnético no variaba su intensidad a lo largo de la evolución de la estrella hasta alcanzar el TAMS. Además, también se consideraron otros efectos de rotación durante la evolución de los modelos: el transporte de AM desde el interior radiativo hasta la

Tabla 6.1.: Summary of adopted physics in MESA [?, based on]]Choi2016.

	tea physics in mizeri [t, sustai emperior		
Parameter	Adopted prescriptions and values		
Solar Abundance	$X_{\odot} = 0.7154, Y_{\odot} = 0.2703, Z_{\odot} = 0.0142$		
Equation of State	OPAL+SCVH+MacDonald+HELM+PC		
Opacity	OPAL Type I for log T \geq 4		
	Ferguson for $\log T \le 4$		
Reaction Rates	JINA REACLIB		
Boundary Conditions	ATLAS12; τ =100 tables + photosphere		
Difussion	Track ¹ H, ² He, ⁷ Li, ⁷ Be		
Rotation	Differential rotation at PMS & MS		
Convection	MLT + Ledoux, $\alpha_{MLT} = 1.82$		
Overshoot	time-dependent, diffusive,		
	$f_{ov,core} = 0.0160$,		
	$f_{ov,sh} = 0.0174$		
Semiconvection	$\alpha_{sc}=0.1$		
Thermohaline	$\alpha_{th} = 666$		
Rotational Mixing	Include SH, ES, GSF, SSI & DSI		
Magnetic Effects	Magnetic braking based on idealized		
	monopole field		
Magnetic Field	B(G) variable between [3.0 - 5.0]		
Mass Loss	activated, $\dot{M}_{max}=10^{-3}\mathrm{M}_{\odot}yr^{-1}$		
Angular Moment Loss	activated, $\dot{J} = \frac{2}{3}\dot{M}\Omega R_A^2$		

envoltura convectiva y la redistribución de AM asociada a cambios en la estructura interna durante el proceso de contracción hacia la EM.

Nos centramos en el papel indirecto que desempeña el MB en la destrucción del Li. Esto es consecuencia de su influencia en la historia rotacional de las estrellas de tipo solar. Nuestro principal objetivo era comprobar cómo el MB podría contribuir a explicar la evolución del Li en el Sol y en otras estrellas de tipo solar. Se ejercitaron un conjunto de escenarios diferentes con intensidades de campo magnético que oscilaban entre 3,0 y 5,0 G. Calculamos la evolución de modelos estelares 1 M_{\odot} con metalicidad inicial solar y Ω/Ω_{crit} variable entre 0.0084 y 0.0336. Los modelos más avanzados para disposiciones más complejas del campo magnético, así como la evolución de su intensidad a lo largo de la vida de la estrella, se dejaron para trabajos posteriores.

Como expresa la Ec. 17, la cantidad de AML depende de R_A (o alternativamente de η_*), Ω y \dot{M} . Para un valor grande de η_* , la estrella experimenta una desaceleración significativa. Controlamos el valor de η_* en los modelos variando el campo magnético (B) y la velocidad de rotación estelar (Ω). Con respecto a \dot{M} y como se indica en la tabla 6.1, para calcular la pérdida de masa se utilizó la fórmula empírica desarrollada por Reimers [Rei75] para estrellas en la rama gigante asintótica (AGB). Para una estrella de tipo solar el \dot{M} durante la EM es relativamente pequeño, alrededor de $10^{-14} M_{\odot} yr^{-1}$ [Noeo8].

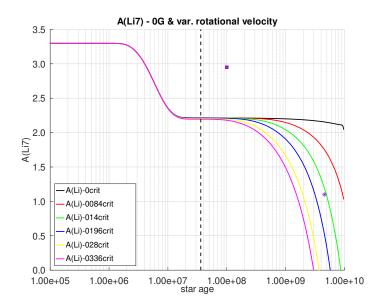


Figura 6.1.: La evolución de la abundancia superficial del 7 Li en relación con el 1 H, en función del tiempo para varios modelos de 1 $\rm M_{\odot}$. La línea negra continua representa el modelo de referencia según [CDC $^+$ 16]. El resto de líneas son modelos que incluyen rotación PMS con $\Omega/\Omega_{\rm crit}$ entre 0.0084 y 0.0336, respectivamente. La estrella púrpura y el cuadrado son abundancias superficiales de Li para el Sol actual [AGSS09] y la media para el cúmulo de las Pléyades [SR05] respectivamente. La línea vertical discontinua hace referencia a la ZAMS.

6.2.1. Evolución de Li sin MB

La figura 6.1 muestra la evolución temporal de la abundancia superficial de Li para varios modelos $1M_{\odot}$ inicializados con diferentes velocidades de rotación. Las simulaciones tuvieron en cuenta los efectos de rotación y AML causados por los vientos estelares pero no los de MB. La estrella púrpura y el cuadrado son las abundancias superficiales de Li para el Sol actual [AGSSo9] y para las Pléyades, respectivamente [SRo5].

Obsérvese cómo la abundancia de Li en la superficie estelar disminuyó con el tiempo para todos los modelos simulados. La línea negra continua representa el modelo de referencia que adopta los parámetros de superación de la envoltura calibrados para el Sol, como se documenta en [CDC+16]. Todos los modelos quemaron demasiado Li antes de la ZAMS y, por tanto, no coincidieron con la abundancia media de Li en superficie de las Pléyades. También fue destacable el hecho de que apenas hubo diferencias entre los distintos modelos en cuanto a la abundancia de Li durante gran parte de la ZAMS. Sólo después de un millón de años se destruyó el Li en un grado acentuado, ya que antes no se alcanzó la temperatura necesaria en BCZ. Después, los diferentes modelos destruyeron el Li de forma muy similar debido a dos razones principales. Por un lado, las zonas convectivas que desarrollaron los modelos tenían tamaños muy similares, por lo que la temperatura en la BCZ era prácticamente la misma. Por otro lado, el diferencial de rotación entre el núcleo y la zona convectiva no comenzó a desarrollarse hasta que alcanzó los $\approx 10^6$ años, alcanzando su máxima diferencia en la ZAMS alrededor de los $\approx 10^7$ años. Fue en este momento cuando debieron aumentar los efectos combinados de la turbulencia y la diferencia rotacional, dando lugar a notables diferencias en la evolución de A(Li) (véase la figura 6.2). Posteriormente, el modelo de referencia (línea negra) no agotó eficientemente el Li en la EM y no consiguió (de nuevo) igualar la abundancia actual de Li en la superficie solar. Los otros modelos que incluían la rotación durante el PMS con valores de Ω/Ω_{crit} entre 0.0084 y 0.0336 fueron capaces de quemar Li de forma más realista. Entre ellos, sólo uno (línea verde) se aproximaba a la abundancia actual de Li del Sol, pero su velocidad de rotación era mucho mayor (véase la figura 6.3) que los $2 \, kms^{-1}$ del Sol [Gil₁₂].

Durante gran parte del PMS la estrella giró como un cuerpo sólido (véase la Figura 6.3) y esto se debió a que la estrella tenía un interior totalmente convectivo. No fue hasta el final de la trayectoria de Hayashi cuando la estrella comenzó a desarrollar un núcleo radiativo. Fue en esta etapa cuando apareció una diferencia de velocidad angular entre los límites superior e inferior de las zonas radiativa y convectiva respectivamente. El grado de rotación diferencial estaba directamente influido por la Ω inicial. A medida que los modelos se inicializaban con una velocidad angular mayor, se acentuaba la diferencia de velocidad entre la BCZ y la superficie estelar; cuanto mayor era la velocidad inicial, mayor era el gradiente de velocidad entre los límites inferior y superior de la CZ. Como consecuencia, la fuerza de la turbulencia localizada en la BCZ aumentó, de modo que el Li pudo alcanzar regiones con temperaturas cercanas a $T_{\rm Li}$, donde finalmente se quemó y destruyó (véase la figura 6.1). Otras investigaciones [BBM+18, BPG+17] apuntan a una tendencia diametralmente opuesta a la aquí expuesta, es decir, a mayor velocidad de rotación, mayor abundancia de Li en la superficie de la estrella.

Otros efectos estructurales bien conocidos de la rotación son la disminución de la temperatura efectiva ($T_{\rm eff}$) y, en menor medida, de la luminosidad estelar (L). Ambos efectos pueden observarse gráficamente en el diagrama HR de la figura 6.4, que muestra una vista amplia-

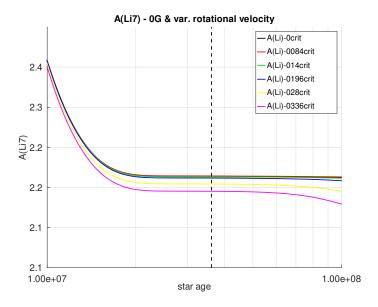


Figura 6.2.: Similar a la Figura 6.1 pero ampliando la ZAMS. Los modelos con una mayor velocidad de rotación inicial alcanzan ya la ZAMS con una menor cantidad de medida de Li en la superficie estelar.

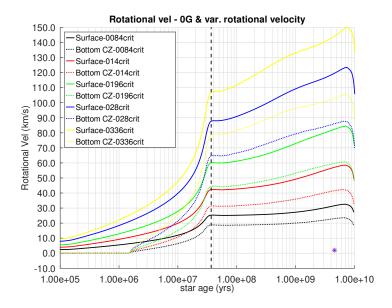


Figura 6.3.: Evolución de la velocidad angular en la superficie (línea continua) y en el límite inferior (línea discontinua) de la zona convectiva superior, en función del tiempo para varios modelos de 1 M_{\odot} . Los modelos incluyen rotación PMS con valores Ω/Ω_{crit} entre 0,0084 y 0,0336. La estrella púrpura es la velocidad angular superficial para el Sol actual [Gil12]. La línea vertical discontinua hace referencia a la ZAMS.

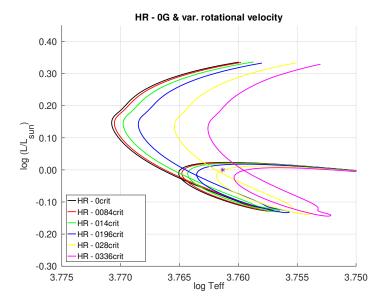


Figura 6.4.: Un ejemplo de cuadrícula solar de 1 M_{\odot} de trayectoria evolutiva estelar desde el PMS hasta el TAMS cubriendo un amplio rango de velocidades angulares. La rotación se activa en los modelos en el PMS y esos modelos llegan antes a la ZAMS y a un $T_{\rm eff}$ menor que el de no rotación (línea negra continua). La luminosidad se expresa en términos de L_{\odot} .

da de las trayectorias evolutivas desde la ZAMS hasta la TAMS para varios modelos ${\rm M}_{\odot}$ inicializados con diferentes velocidades de rotación. Si comparamos el modelo no rotatorio (línea sólida negra) con los rotatorios podemos reconocer que al final del PMS, estos últimos alcanzan la ZAMS con un $T_{\rm eff}$ menor que los primeros. Estos resultados coinciden con los de estudios anteriores [?, véase por ejemplo]]Eggenberger2012,Piau2001,Pinsonneault1989.

6.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad fija

La figura 6.5 muestra la evolución temporal de la abundancia superficial de Li para varios modelos de 1 $\rm M_{\odot}$. Estos modelos se inicializaron con diferentes velocidades rotacionales y tuvieron en cuenta los efectos del MB causado por un campo magnético de intensidad $4\rm G$. Si lo comparamos con la Figura 6.1 en la que se despreciaron los efectos del MB, observamos cómo se alteraron los perfiles de abundancia de Li durante el PMS y el MS. Durante el PMS podemos describir el efecto como modesto, algo esperado y en línea con el hecho de que el AML causado por MB (ver Ec. 32) depende directamente de la tasa de pérdida de masa. Si tenemos en cuenta que para las estrellas de tipo solar los modelos predicen una tasa de pérdida de masa total modesta, ese valor es incluso mucho menor en esta fase. Por el contrario, durante la EM se observa que la AML es mucho más significativa, provocando que se destruya una menor cantidad de Li.

El efecto de la rutina MB puede apreciarse aún más claramente en las Figuras 6.6, 6.7 & Apéndices ¹. En estas figuras representamos los perfiles de rotación para la superficie de las

 $^{^{1}}$ Los apéndices comprenden una serie de cuadrículas en función del tiempo y para varios modelos de 1 M_{\odot} en

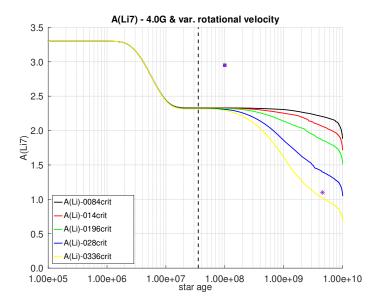


Figura 6.5.: Evolución de la abundancia superficial del ^7Li respecto al ^1H , en función del tiempo para varios modelos de 1 M_\odot . Los modelos incluyen un campo magnético con una intensidad de 4G y rotación PMS con Ω/Ω_{crit} entre 0,0084 y 0,0336, respectivamente. La estrella púrpura y el cuadrado son la abundancia superficial de Li para el Sol actual [AGSS09] y el cúmulo de las Pléyades [SR05] respectivamente. La línea vertical discontinua hace referencia a la ZAMS.

6. Resultados de frenado magnético de intensidad fija

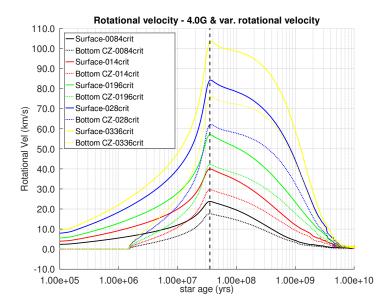


Figura 6.6.: La evolución de la velocidad de rotación de la superficie, en función del tiempo para varios modelos de 1 M_{\odot} . Los modelos incluyen un campo magnético con una intensidad de 4 G, rotación PMS con Ω/Ω_{crit} entre 0,0084 y 0,0336, respectivamente y MB. La estrella púrpura es la velocidad angular superficial para el Sol actual [Gil12]. La línea vertical discontinua hace referencia a la ZAMS.

estrellas y para el fondo de la envoltura convectiva. Son modelos de 1 $\rm M_{\odot}$ inicializados con diferentes velocidades de rotación y considerando la influencia del MB. De forma similar a los perfiles de evolución de $A(^7\rm Li)$ comentados en el párrafo anterior, el efecto de la rutina se hizo visible una vez alcanzada la ZAMS. Si comparamos la evolución de las curvas aquí presentadas con las de la Figura 6.3 vemos como la estrella, en lugar de seguir aumentando Ω , comenzó a ralentizarse tras haber alcanzado su máximo en el paso por la ZAMS. Nótese que en este punto las velocidades angulares en la superficie de la estrella y en la ZAMS alcanzaron su máxima diferencia. Por otro lado, el efecto MB hizo que las velocidades angulares entre ambas zonas de la estrella disminuyeran hasta que, para una edad cercana a la del Sol (ver Figura 6.7), la estrella prácticamente rotaba como un sólido rígido. Estos resultados también eran coherentes con los obtenidos por [EMM10] en cuanto al efecto del campo magnético, en particular su influencia en la pérdida de momento angular, sobre la velocidad de rotación de la estrella.

De forma similar, también observamos que los modelos con menor velocidad angular generalmente acababan mostrando valores más altos para la abundancia de Li en la superficie (ver Figuras 6.5, ?? y ??). En ninguno de esos casos obtuvimos valores de Li en la superficie superiores a los mostrados por el modelo sin rotación.

El MB también dejó su huella en el diagrama HR afectando significativamente al $T_{\rm eff}$ de la estrella. Para visualizar este efecto tomamos como referencia la Figura 6.8 en la que todos

los que se muestra, por un lado, la evolución de la abundancia superficial del ⁷Li respecto al ¹H tanto para intensidades de campo magnético variables como para velocidades angulares y, por otro, la evolución de la velocidad de rotación superficial.

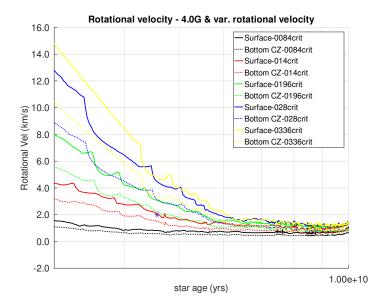


Figura 6.7.: Similar a la Figura 6.6 pero ahora mostrando en detalle la velocidad de rotación de la superficie a medida que la estrella se aproxima a TAMS.

los modelos se iniciaron con el mismo valor $\Omega/\Omega_{\rm crit}=0.0336$ pero la intensidad del campo magnético simulado fue diferente. Obsérvese que los modelos con MB produjeron estrellas más calientes debido a su influencia. La menor velocidad con la que giraba la estrella debido al efecto MB provocó el aumento del $T_{\rm eff}$, siendo esta diferencia de prácticamente 95K entre los modelos simulados con 0.0G y 5.0G respectivamente para $log(L/L_{\odot})=0$.

Como se describe en la sección ??, la rutina MB distribuyó la cantidad total de AML calculada según la Ec. 18 entre las distintas capas que componían la CZ. En la Figura 6.9 podemos observar la evolución de la CZ más externa normalizada con respecto al radio de la estrella para varios modelos de 1 M $_{\odot}$. Todos los modelos se inicializaron con $\Omega/\Omega_{crit}=0.0336$ e intensidades de campo magnético que variaban entre o.oG y 5.oG. De acuerdo con los modelos establecidos de evolución estelar, en una estrella de tipo solar la CZ cubre prácticamente toda ella durante gran parte del PMS. A medida que se aproxima a la ZAMS, la CZ va disminuyendo como consecuencia de la aparición de un núcleo radiativo y mantiene un radio aproximadamente constante hasta la etapa final de la MS. En este punto aumenta significativamente como respuesta a la expansión generalizada del radio de la estrella. En cuanto al efecto deL MB sobre el tamaño de la CZ, observamos que a medida que aumentaba la intensidad del campo magnético, el tamaño de la CZ disminuía (véase la figura ??). El núcleo radiativo se desplazó hacia el exterior para incluir una fracción cada vez mayor de la masa estelar, haciendo que la temperatura en la base de la CZ cayera por debajo de $T_{\rm Li}$. Este efecto fue más evidente durante la MS. La disminución del tamaño de la CZ estuvo en consonancia con el hecho de que se destruyera menos Li haciendo que menos material estelar alcanzara zonas con temperaturas superiores a $T_{\rm Li}$.

En la Figura 6.10 podemos ver la evolución de \dot{M} durante PMS y MS para varios modelos de 1 M_{\odot} . Todos los modelos se inicializaron con $\Omega/\Omega_{crit}=0.0336$ e intensidades de campo

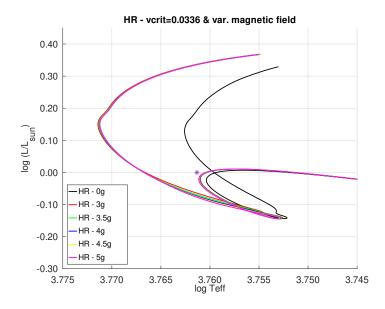


Figura 6.8.: Similar a la Figura 6.4 pero ahora mostrando en detalle los efectos del frenado magnético en las trayectorias evolutivas para diferentes intensidades de campo magnético y $\Omega/\Omega_{\rm crit}=0.0336$. La presencia de un campo magnético produce estrellas más calientes debido a la influencia del frenado magnético en la velocidad de rotación de la estrella.

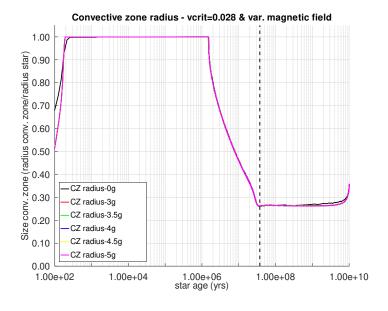


Figura 6.9.: Evolución del tamaño de la zona convectiva en función del tiempo para varios modelos de 1 M_{\odot} . Todos los modelos se inicializaron con $\Omega/\Omega_{crit}=0.0336$ y las intensidades de campo magnético varían entre o.oG y 5.oG. La línea vertical discontinua hace referencia a la ZAMS.

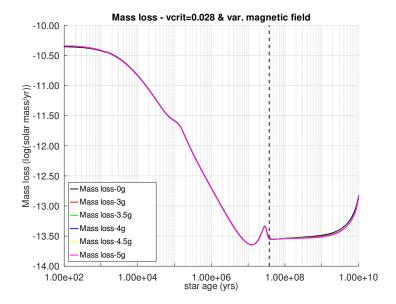


Figura 6.10.: Evolución de la pérdida de masa \dot{M} en función del tiempo para varios modelos de 1 M_{\odot} . Los modelos incluyen diferentes intensidades de campo magnético entre 0.0G y 5.0G y rotación PMS con $\Omega/\Omega_{crit}=0.028$. La línea vertical discontinua hace referencia a la ZAMS.

magnético que variaban entre 0.0G y 5.0G. En las primeras etapas del PMS fue donde se concentró la mayor pérdida de masa, que fue disminuyendo a medida que se acercaba a la ZAMS. Como la estrella también disminuyó su radio durante la PMS, aumentó Ω obedeciendo al principio de conservación del AM. Al llegar a la ZAMS, el radio estelar se mantuvo más o menos estable durante gran parte de la MS (excepto en su etapa final, véase la figura 6.11), pero siguió perdiendo masa mientras aumentaba Ω , aunque de forma menos agresiva si lo comparamos con la PMS. Sin embargo, como consecuencia tanto de la aparición del núcleo radiativo durante el seguimiento de Henyey como de la existencia de una CZ (véase la figura 6.12), se activó la rutina MB, provocando que la velocidad angular de la estrella comenzara a disminuir a lo largo de toda la MS. Cuanto más intenso es el campo magnético, mayor es el efecto de frenado.

6.2.3. Evolución alternativa del Li con MB

Hasta este punto, las simulaciones de los diferentes modelos se basaron en la parametrización recogida en la Tabla 6.1, que a su vez fue adoptada de [CDC+16]. Si recordamos la evolución del Li mostrada en las Figuras 6.1 y 6.5, destacamos que en ambos casos se quemaba demasiado Li antes de llegar a la ZAMS y, por tanto, no coincidía con la abundancia media de Li en superficie de las Pléyades. Por otro lado, utilizando una parametrización ligeramente distinta de la empleada hasta ahora en la que los parámetros de convección y *overshooting* se han reajustado según la Tabla 6.2, las simulaciones pudieron reproducir con mayor fidelidad tanto las abundancias de Li del cúmulo de las Pléyades como las del Sol (véase la Figura 6.13).

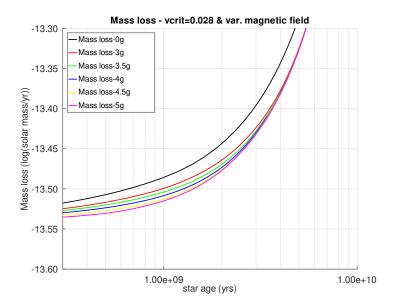


Figura 6.11.: La evolución de la pérdida de masa \dot{M} a medida que la estrella se acerca a TAMS, en función del tiempo para varios modelos de 1 $\rm M_{\odot}$. Los modelos incluyen una intensidad de campo magnético variable entre 0.0G y 5.0G y rotación PMS con $\Omega/\Omega_{crit}=0.028$. Cuanto más intenso sea el campo magnético, menor será \dot{M} .

Tabla 6.2.: Alternative MTL and overshooting parameters.

Parameter	Adopted prescriptions and values
Convection	MLT + Ledoux, $\alpha_{\text{MLT}} = 1.70$
Overshoot	time-dependent, diffusive, $f_{\text{ov,core}} = 0.016$,
	$f_{\text{ov,sh}} = 0.002$

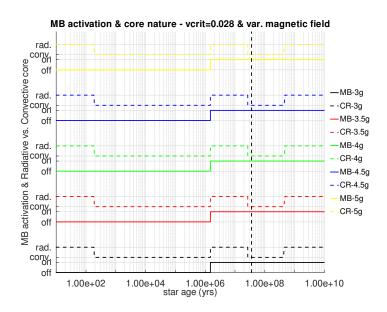


Figura 6.12.: La activación de la rutina de frenado magnético en función de la presencia de un núcleo radiativo. Los modelos incluyen un campo magnético con una intensidad comprendida entre 0.0G y 5.0G y una rotación PMS con $\Omega/\Omega_{\rm crit}=0.0228$. Las líneas continuas señalan la activación (on) y desactivación (off) de la rutina de frenado magnético. Las líneas horizontales discontinuas informan sobre la naturaleza del núcleo de la estrella: radiativo (rad) o convectivo (conv). Por decisión de implementación, una vez activada la rutina, permanece activada incluso si la naturaleza del núcleo de la estrella cambia a convectiva. La línea vertical discontinua hace referencia a la ZAMS.

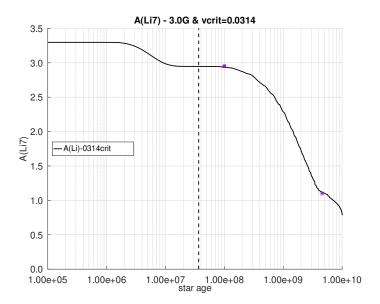


Figura 6.13.: La evolución de la abundancia superficial del 7 Li respecto al 1 H, en función del tiempo para un modelo de 1 $\rm M_{\odot}$. El modelo incluye un campo magnético con una intensidad de 3G y rotación PMS con $\Omega/\Omega_{\rm crit}=0.0314$, respectivamente. Los parámetros MLT y overshooting se han fijado en $\alpha_{\rm MLT}=1.70$, $f_{\rm ov,core}=0.016$, $f_{\rm ov,sh}=0.002$. La estrella púrpura y el cuadrado son la abundancia superficial de Li para el Sol actual [AGSS09] y el cúmulo de las Pléyades [SR05] respectivamente. La línea vertical discontinua hace referencia a la ZAMS.

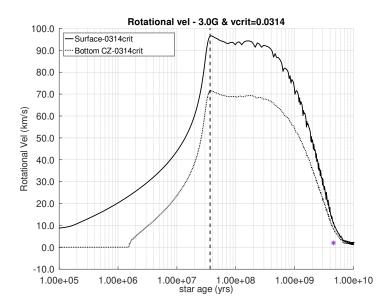


Figura 6.14.: La evolución de la velocidad de rotación de la superficie, en función del tiempo para un modelo de 1 M_{\odot} . El modelo incluye un campo magnético con una intensidad de 3G, rotación PMS con $\Omega/\Omega_{crit}=0.0314$, parámetros en la Tabla 6.2 y MB. La estrella púrpura es la velocidad angular superficial para el Sol actual [Gil12]. La línea vertical discontinua hace referencia a la ZAMS.

Del mismo modo, la evolución de la velocidad angular para esta nueva configuración se muestra en la Figura 6.14. Aquí todavía no reproducimos correctamente la velocidad angular del Sol. Se hizo evidente que la influencia de los parámetros libres, relativamente arbitrarios, asociados a MLT condicionaba significativamente la evolución de la abundancia de Li. Sin embargo, sin la inclusión de MB no fue posible ajustarlo para las Pléyades y el Sol con la misma trayectoria evolutiva. Este hecho abre la puerta a otras parametrizaciones compatibles con el Sol para reproducir las observaciones en cúmulos estelares jóvenes y para el Sol.

6.3. Conclusiones

Hemos demostrado, a través de los diferentes modelos estelares simulados, que los efectos inducidos por la combinación de ambos mecanismos de rotación y frenado magnético ofrecen una forma plausible de reconciliar los datos observacionales con los modelos teóricos. Esto último es de gran importancia tanto para el transporte de AM como para el transporte de elementos químicos. También somos muy conscientes de que aún estamos lejos de comprender los mecanismos físicos exactos que gobiernan estos procesos, por lo que es necesario seguir profundizando en estas áreas de estudio. En particular, el estudio de la evolución de los campos magnéticos durante la PMS y la MS, y su impacto en la AML.

Se realizarán futuras y mejoradas implementaciones de nuestra rutina para estudiar los resultados sobre las huellas, la composición superficial del Li, la rotación, etc. Es probable que en un modelo estelar en rotación simulado con MB desde el principio, la rotación diferencial

6. Resultados de frenado magnético de intensidad fija

sea muy reducida y, por tanto, las abundancias de Li observadas en estrellas jóvenes podrían explicarse adecuadamente. Proponemos que este resultado podría alcanzarse mediante una ley de interdependencia entre Ω y B. Así, durante el PMS, cuando la estrella rota más rápido, el efecto MB es más eficiente. En cambio, durante el MS, cuando el arranque se ralentiza, el MB será menos intenso. Este enfoque establecería un mecanismo de autorregulación sobre la velocidad angular de la estrella que acabaría influyendo directamente en la evolución del Li. Es igualmente importante comprender mejor el papel general de la pérdida de masa en AML y sobre todo en estrellas más frías y de baja masa. Hoy en día es un reto determinar la velocidad terminal del viento estelar para este tipo de estrellas que juega un papel clave en la AML.

Subrayamos también que nuestros modelos no coincidieron al mismo tiempo con la abundancia de Li solar observada y Ω . Por lo tanto, no podemos asegurar que hayamos modelado correctamente la historia rotacional del Sol. En vista de estas deficiencias de nuestros modelos, debemos analizar los resultados obtenidos con cautela y no sacar conclusiones prematuras. También hemos mostrado cómo una parametrización MLT alternativa podría producir resultados acordes con las observaciones. En el transcurso de este trabajo se han apoyado las siguientes conclusiones:

- 1. La inclusión del campo magnético conduce a modelos más fríos y a un menor agotamiento de Li en la EM.
- 2. Una combinación de rotación durante la PMS y efecto MB durante la MS produce un comportamiento diferente y potencialmente más prometedor que los producidos por los modelos estándar. Así, nuestro enfoque apunta a reproducir el A(Li) observado y la velocidad de rotación solar al mismo tiempo.
- 3. $T_{\rm eff}$ de las trayectorias evolutivas estándar representan límites superiores, ya que estos modelos no tienen en cuenta el efecto de frenado magnético ni la rotación.
- La extensión de la zona convectiva disminuye cuando aumenta la intensidad del campo magnético.
- 5. El MB durante la PMS y/o el ajuste de los parámetros libres de exceso de MLT y α_{MLT} parece ser también necesario para explicar las abundancias de Li en cúmulos jóvenes.

Parte IV.

Rotación y campos magnéticos de intensidad variable

7. Rotación y campos magnéticos de intensidad variable

7.1. Introducción

-EXPLICAR POR QUÉ OPTAMOS POR LA INTENSIDAD VARIABLE

7.2. Frenado magnético según Gallet & Bouvier (2013)

Suponer que la intensidad del campo magnético de una estrella permanece constante a lo largo de su evolución es una simplificación necesaria en algunos escenarios, pero no se corresponde con las observaciones (INDICAR LAS REFERENCIAS).

De acuerdo a [GB13] la intensidad del campo magnético debería variar a lo largo de la vida de la estrella en lugar de permanecer fija durante toda su evolución. Para ello nos basamos en un formalismo que nos permite calcular una intensidad de campo magnético variable. Este modelo adopta una prescripción de tipo dinamo que permite establecer una relación entre Ω , $T_{\rm eff}$, y la intensidad del campo magnético (B), así como con la tasa de pérdida de masa ($M_{\rm wind}$) causada por el viento estelar. Comenzaremos enumerando los aspectos más relevantes y las suposiciones realizadas en la modelización de la evolución de la intensidad del campo magnético.

Un parámetro relevante para caracterizar la influencia de un campo magnético dado en el viento estelar es Ω . Suponiendo que el campo magnético es generado por una dinamo, su fuerza es proporcional a alguna potencia de Ω ,

$$f_* B_* \propto \Omega_*^b \tag{19}$$

donde f_* es el factor de llenado, es decir, la fracción de la superficie estelar que está magnetizada, B_* es la fuerza del campo magnético, Ω_* es la velocidad angular de la estrella en la superficie estelar, y b es el exponente de la dinamo [GB13]. El producto de f_* por B_* nos permitirá obtener la intensidad del campo magnético.

Según este enfoque, la intensidad del campo magnético variará proporcionalmente a la temperatura efectiva ($T_{\rm eff}$) de la estrella de la siguiente manera:

$$B_* \approx 1.13 B_{\rm eq} \tag{20}$$

donde B_* es proporcional a la intensidad del campo magnético de equipartición, quedando $B_{\rm eq}$ definido como

$$B_{\rm eq} = \sqrt{8\pi P_*} = \sqrt{\frac{8\pi \rho_* k_{\rm B} T_{\rm eff}}{\mu m_{\rm H}}} \tag{21}$$

7. Rotación y campos magnéticos de intensidad variable

donde P_* es la presión del gas fotosférico, ρ_* es la densidad fotosférica, $k_{\rm B}$ es la constante de Boltzmann, $m_{\rm H}$ es la masa de un átomo de hidrógeno, y μ el peso atómico medio [CS11].

Como se indica en [CS11] μ puede estimarse utilizando las ecuaciones de estado del plasma OPAL 1,

$$\mu \approx \frac{7}{4} + \frac{1}{2} \tanh\left(\frac{3500 - T_{\text{eff}}}{600}\right)$$
 (22)

Una vez que estemos en condiciones de calcular B_{eq} , podremos calcular B_* .

Por otro lado, [CS11] descubrió que la intensidad del campo magnético está influida principalmente por f_* y no por el periodo de rotación de la estrella. Es decir, las variaciones en la velocidad angular de la estrella no alteran significativamente la intensidad de su campo magnético. Además, f_* depende en gran medida del número de Rossby (Ro). Para calcular Ro de una estrella determinada, es necesario conocer el tiempo de vuelta (τ_{conv}),

$$Ro = \frac{P_{\text{rot}}}{\tau_{\text{conv}}} \tag{23}$$

$$\tau_{\text{conv}} = 314.24 \ exp \left[-\left(\frac{T_{\text{eff}}}{1952.5}\right) - \left(\frac{T_{\text{eff}}}{6250}\right)^{18} \right] + 0.002$$
(24)

[CS11] Crammer proporciona dos ajustes diferentes para f_* que definen respectivamente los límites superior e inferior para la intensidad media del campo magnético superficial (f_*B_*) ,

$$f_{\min} = \frac{0.5}{(1 + (x/0.16)^{2.6})^{1.3}}$$

$$f_{\max} = \frac{1}{1 + (x/0.31)^{2.5}}$$
(25)

$$f_{\text{max}} = \frac{1}{1 + (x/0.31)^{2.5}} \tag{26}$$

donde $x = Ro/Ro_{\odot}$, y $Ro_{\odot} = 1.96$.

Por último, podemos calcular el factor de llenado de una estrella aplicando el ajuste realizado por [GB13] que reproduce más fielmente el factor de llenado medio del Sol actual (f_{\odot} = 0.001-0.01),

$$f_* = \frac{0.55}{(1 + (x/0.16)^{2.3})^{1.22}} \tag{27}$$

Con este formalismo podemos calcular el campo magnético medio como una función dependiente del tiempo, de ρ , $T_{\rm eff}$, y Ω . Los valores temporales de estas tres variables se obtendrán a partir de las distintas simulaciones realizadas con ayuda de MESA.

Una vez que hemos caracterizado cómo evoluciona la intensidad del campo magnético, necesitamos modelizar cómo se produce la pérdida de momento angular. En el formalismo

¹https://opalopacity.llnl.gov/EOS_2005/

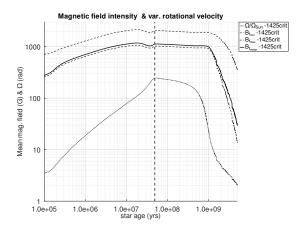


Figura 7.1.: La evolución de la intensidad del campo magnético y sus límites superior e inferior, en función del tiempo y Ω/Ω_{crit} para varios modelos de 1 M_{\odot} . El modelo incluye rotación PMS con Ω/Ω_{crit} = 0,1425. Las líneas continuas representan la intensidad del campo magnético, mientras que las líneas discontinuas representan la evolución angular de la estrella. La línea vertical discontinua hace referencia a la ZAMS.

anterior utilizamos un modelo aplicable a campos magnéticos de intensidad no variable y de baja intensidad (1,0 $G \le B \le 10,0 G$). Como se muestra en la Figura 7.1, las simulaciones con el presente formalismo arrojan valores de campo magnético que muestran intensidades máximas en torno a 1,0 KG, lo que hace inviable el uso del modelo empleado anteriormente.

Comencemos por enumerar los aspectos más relevantes y las suposiciones realizadas en la modelización de la evolución de la rotación, el frenado magnético y el momento angular. Si suponemos un flujo de salida esférico, el par aplicado por un viento estelar Γ_{wind} acoplado magnéticamente viene dictado por,

$$\Gamma_{\text{wind}} \propto \Omega_* \ \dot{M}_{\text{wind}} \ R_{\text{A}}^2$$
 (28)

donde $\dot{M}_{\rm wind}$ es la tasa de pérdida de masa, y $R_{\rm A}$ el valor medio del radio de Alfvén.

Las estrellas con masas iniciales similares, pero con diferentes ratios de pérdida de masa (\dot{M}) , acabarán evolucionando de forma muy diferente. Las partículas ionizadas transportadas por el viento solar no sólo contribuyen a la pérdida de masa, sino también a la pérdida de energía cinética que se deposita en el medio interestelar. Dada una estrella con un viento esféricamente simétrico, $\dot{M}_{\rm wind}$ se caracteriza por la siguiente expresión:

$$\dot{M}_{\rm wind} = 4\pi r^2 \rho \nu \tag{29}$$

donde r es el radio estelar, ρ la densidad de masa, y ν la velocidad del viento estelar.

Se ha observado que las estrellas de masa intermedia fuertemente magnéticas suelen tener tasas de rotación mucho más lentas que otras estrellas de su población parental [MGo6]. En esas estrellas, los campos magnéticos interactúan con la pérdida de masa, donde el radio Alfv'en juega un papel importante. $R_{\rm A}$ se define como el punto en el que la densidad de

energía del campo magnético y la densidad de energía cinética están equilibradas. En caso de que $R_{\rm A}$ sea mayor que el radio estelar, entonces el flujo del viento tendrá que seguir el campo magnético. Como consecuencia, el material abandona la superficie estelar con una mayor AM específica, ya que el radio de co-rotación ha aumentado y corresponde aproximadamente a $R_{\rm A}$ que puede expresarse como [MMPG12]

$$R_{\rm A} = K_1 \left[\frac{B_{\rm p}^2 R_{*}^2}{\dot{M}_{\rm wind} \sqrt{K_2^2 \nu_{\rm esc}^2 + \Omega_{*}^2 R_{*}^2}} \right]^m R_{*}$$
 (30)

donde B_p es la intensidad del campo magnético en la superficie estelar, $\nu_{\rm esc}$ es la velocidad de escape, $m=0,1675, K_1=1,30$ y $K_2=0,0506$ [GB13].

$$\nu_{\rm esc} = \sqrt{\frac{2\,G\,\mathrm{M_*}}{\mathrm{R_*}}}\tag{31}$$

Por último, tenemos que el AML puede calcularse del siguiente modo:

$$\dot{J} = \Omega_* \, \dot{M}_{\text{wind}} \, R_{\text{A}}^2 \tag{32}$$

donde $\dot{M}_{\rm wind}$ es la tasa de pérdida de masa. Esta expresión se implementa en MESA a partir de los valores expuestos directamente durante las simulaciones.

7.3. Efectos de la longitud de mezcla

La teoría de la longitud de mezcla (MLT) introducida por Böhm-Vitense (BV) ha sido comúnmente adoptada para modelar la convección estelar en códigos de evolución estelar, incluyendo MESA. El parámetro libre más importante en esta teoría es la longitud de mezcla l que se define como:

$$l = \alpha H_p \tag{33}$$

donde H_p es la altura de la escala de presión, y α un parámetro libre que se determina de antemano y se mantiene fijo durante las simulaciones de evolución estelar.

La influencia de los parámetros libres, relativamente arbitrarios, asociados a MLT condiciona significativamente la evolución de la abundancia de Li. Además, no existen argumentos sólidos que sugieran que el parámetro de longitud de mezcla sea el mismo en todas las estrellas y en todas las fases evolutivas [PCCG14]. En [NHAS20] mostramos cómo una parametrización MLT alternativa podría producir resultados en línea con las observaciones. El ajuste del sobreimpulso (over-shooting) de MLT y del parámetro libre $\alpha_{\rm MLT}$ parece ser necesario para explicar las abundancias de Li en los OC's.

De manera similar a la intensidad del campo magnético, un formalismo que nos permita evolucionar a lo largo del tiempo el valor de α_{MLT} en función de determinados parámetros de

la estrella, es un planteamiento razonable a la hora de eliminar una restricción relativamente arbitraria impuesta en nuestros modelos.

7.3.1. MLT α variable según Sonoi et al. (2019)

En [SLD⁺19], los autores introdujeron una forma de calibrar α_{MLT} para estrellas de tipo solar en la que su valor aumenta al aumentar log g o disminuir T_{eff} ,

$$f(x,y) = a_0 + (a_1 + (a_3 + a_5x + a_6y)x + a_4y)x + a_2y$$
(34)

donde

$$x = \frac{T_{\text{eff}} - 5777}{1000} \tag{35}$$

$$y = \log g - 4.44 \tag{36}$$

y a_i son los coeficientes resultantes de la función de ajuste 34 a los valores α calibrados para el modelo de convección MLT-BV [SLD⁺19]: $a_0 = 1,790295$, $a_1 = -0,14954$, $a_2 = 0,069574$, $a_3 = -0,00829$, $a_4 = 0,013165$, $a_5 = 0,080333$, $a_6 = -0,03306$.

-COMENTAR MÁS EN DETALLE CÓMO POR EJEMPLO SE HACE VARIAR EN MESA. TAMBIÉN ALGO MÁS DEL FORMALISMO-

7.4. Extendiendo MESA - Parte II

7.4.1. Rutina de frenado magnético de intensidad variable

EXPLICAR QUE SUSTITUIMOS LA RUTINA POR DEFECTO CON LA NUESTRA

```
real function calculate_jdot_rate_gb(s, bf_star) result(new_j_dot)
 2
       use const_def
3
       type (star_info), pointer, intent(in) :: s
4
       real(dp), intent(in) :: bf_star
       real(dp), parameter :: k1 = 1.30
5
6
       real(dp), parameter :: k2 = 0.0506
 7
       real(dp), parameter :: m = 0.1675
       real(dp), parameter :: omega_sun = 2.87d-6
8
9
       real(dp) :: r_st, m_st, omega_surf, j_dot
10
       real(dp) :: v_esc, m_dot, alfven_r, alfven_r_num, alfven_r_den
11
12
       !Star data
       r_st = s% r(1)
13
       m_st = s\% m(1)
14
15
       omega_surf = s% omega(1)
16
       m_dot = abs(s% mstar_dot) !This in g/s
17
18
       !eq 3 [1]
19
       v_{esc} = (2 * standard_cgrav * m_st / r_st)**0.5
20
21
       alfven_r_num = bf_star**2 * r_st**2
22
23
       alfven_r_den = m_dot*((k2**2 * v_esc**2)+(omega_surf**2 * r_st**2))**0.5
```

7. Rotación y campos magnéticos de intensidad variable

```
alfven_r = k1 * (alfven_r_num / alfven_r_den)**m * r_st

j_dot = omega_surf * m_dot * alfven_r**2

new_j_dot = -j_dot

end function
```

Listado 7.1: Rutina de par de torsión.

7.4.2. Rutina de cálculo de intensidad de campo magnético

EXPLICAR QUE SUSTITUIMOS LA RUTINA POR DEFECTO CON LA NUESTRA

```
real function calculate_mag_field_intensity_gb(s) result(new_b)
 2
       use const_def
3
       type (star_info), pointer, intent(in) :: s
 4
 5
       ! rossby_sun = 1.96, Eq 9 [1]
 6
       real(dp) :: r_st, rossby_sun = 1.96, rossby, rossby_norm, m_hydrogen
 7
       real(dp) :: p_rot, p_rot_sun = 25.38 !Carrington solar rotation
8
       real(dp) :: tau_c_sun, tau_c, f_star, f_min, f_max, b_star
9
       real(dp) :: bf_min, bf_max, bf_star, b_equi, mu_avg
10
       real(dp) :: p_gas_photo, p_photo, p_rad_photo, p_photo2
11
12
       !tau_c -> convective turnover time (d)
       !exp -> natural exponential function
13
       ! Eq 36 [2]
14
       tau_c = 314.241*exp(-s\% Teff/1952.5)*exp(-(s\% Teff/6250)**18) + 0.002
15
16
       tau_c_sun = 314.241*exp(-teffsun/1952.5)*exp(-(teffsun/6250)**18) + 0.002
17
18
       !Star data
19
       r_st = s\% r(1)
20
       p_rot = (2*pi*r_st) / (s% v_rot_avg_surf * 86400) ! day
21
22
       !Rossby number = p_rot / tau_c
23
       rossby = p_rot / tau_c
       rossby_sun = p_rot_sun / tau_c_sun
24
25
       rossby_norm = rossby / rossby_sun
26
27
       !magnetic filling factor fmin & fmax
28
       !eq 9 [1]
       f_min = 0.5 / (1. + (rossby_norm / 0.16)**2.6)**1.3
29
30
       !eq 10 [1]
31
       f_{max} = 1 / (1. + (rossby_norm / 0.31)**2.5)
32
       !f_star = f_min
33
       !eq 11 [1]
34
       f_star = 0.55 / (1. + (rossby_norm / 0.16)**2.3)**1.22
35
36
       !Eq 3 [2]
37
       !mean atomic weight
38
       mu_avg = 1.75 + 0.5 * tanh((3500. - s\% Teff) / 600.)
39
       !photospheric pressure
40
       m_hydrogen = mp !proton mass
41
       p_photo = s%rho(s% photosphere_cell_k)*boltzm*s% Teff/(mu_avg*m_hydrogen)
42
       !Eq 8 [1]
43
       !Equipartition magnetic filed strength
44
       b_equi = sqrt(8.* pi * p_photo)
45
```

```
!Eq 7 [1], magnetic field strength b_star is proportional to the
46
       !\,equipartition\,\,magnetic\,\,field\,\,strength\,\,b\_equi
47
48
       b_star = 1.13 * b_equi
49
       bf_min = f_min * b_star
50
       bf_max = f_max * b_star
51
       bf_star = f_star * b_star
52
53
       !return the min value, as it does the paper
54
       new_b = bf_star
55
       end function
```

Listado 7.2: Rutina de cálculo de intensidad de campo magnético.

7.4.3. Rutina de α_{MLT} variable

EXPLICAR QUE LOS DOS TIPOS DE RUTINAS: INTESIDAD FIJA, INTENSIDAD VARIABLE

```
!Calibration of the mixing-length parameter alpha for the MLT
 2
       !and FST models by matching with CO5BOLD models
 3
       real function calculate_alpha(s) result(new_alpha)
 4
       type (star_info), pointer, intent(in) :: s
 5
 6
       !Parameters taken from Table 2 - MTL(BV) Eddington
 7
       real(dp) :: a0 = 1.790295, a1 = -0.149542, a2 = 0.069574, a3 = -0.008292
8
 9
       real(dp) :: a4 = 0.013165, a5 = 0.080333, a6 = -0.033066
10
       real(dp) :: x, y
11
12
       !f(x, y) = a0 + (a1 + (a3 + a5x + a6y)x + a4y)x + a2y
       !where x = (Teff-5777)/1000 and y = log g-4.44
13
14
       !Namely, x and y represent deviation from the solar effective
15
       ! \, temperature \, \, and \, \, surface \, \, gravity \, , \, \, respectively \, . \\
16
       x = (s\% Teff - 5777) / 1000
17
       y = s% log_surface_gravity - 4.44
18
19
       !Equation 4
20
       new_alpha = a0 + (a1 + (a3 + a5*x + a6*y)*x + a4*y)*x + a2*y
21
       s\% x_{ctrl}(47) = new_{alpha}
       end function
```

Listado 7.3: Rutina de α_{MLT} variable.

MESA no proporciona un *hook* particular para modificar la rutina por defecto que trae el simulador. Para poder hacer evolucionar el valor de α_{MLT} recurrimos a incorporar nuestra rutina en la que MESA ejecuta al final de cada paso de simulación. De este modo conseguimos que en la siguiente iteración, utilice el valor que hemos calculado.

```
integer function extras_start_step(id, id_extra)
2
       integer, intent(in) :: id, id_extra
3
       integer :: ierr
4
       real(dp) :: x, y, new_alpha
5
       type (star_info), pointer :: s
6
       ierr = 0
7
      call star_ptr(id, s, ierr)
8
       if (ierr /= 0) return
9
       extras_start_step = keep_going
10
```

7. Rotación y campos magnéticos de intensidad variable

```
if (var_mlt_alpha .eqv. .true.) then
s% mixing_length_alpha = calculate_alpha(s)
end if

end function extras_start_step
```

Listado 7.4: Rutina de MESA para ejecutar lógica adicional tras la ejecución de un paso de simulación.

8. Resultados de frenado magnético de intensidad variable

8.1. Configuración de los modelos

A COMENTAR Parametrización de los modelos Rango de valores a asignar a los parámetros libres Ciclo de control Para cada paso de simulación - Obtenemos o calculamos la intensidad del campo magnético - Calculamos la pérdida de momento angular inducida por el campo magnético - Distribuimos la pérdida de momento angular entre las capas de la estrella - Obtenemos o calculamos el valor de $\alpha_{\rm MLT}$

- 8.2. Modelos de evolución estelar
- 8.2.1. Evolución del Li con MB de intensidad variable
- 8.2.2. Evolución del Li con MB de intensidad y $\alpha_{\rm MLT}$ variables
- 8.3. Comparativa MB intensidad fija vs variable
- 8.4. Conclusiones finales

A. Primer apéndice

Los apéndices son opcionales.

Archivo: apendices/apendice01.tex

Acrónimos

GCD Greatest Common Divisor. 3

LCM Least Common Multiple. 3

Glosario

latex Is a mark up language specially suited for scientific documents. 3

Bibliografía

- [AAR+99] C. Angulo, M. Arnould, M. Rayet, P. Descouvemont, D. Baye, C. Leclercq-Willain, A. Coc, S. Barhoumi, P. Aguer, C. Rolfs, R. Kunz, J. W. Hammer, A. Mayer, T. Paradellis, S. Kossionides, C. Chronidou, K. Spyrou, S. degl'Innocenti, G. Fiorentini, B. Ricci, S. Zavatarelli, C. Providencia, H. Wolters, J. Soares, C. Grama, J. Rahighi, A. Shotter, M. Lamehi Rachti, C. Angulo, M. Arnould, M. Rayet, P. Descouvemont, D. Baye, C. Leclercq-Willain, A. Coc, S. Barhoumi, P. Aguer, C. Rolfs, R. Kunz, J. W. Hammer, A. Mayer, T. Paradellis, S. Kossionides, C. Chronidou, K. Spyrou, S. degl'Innocenti, G. Fiorentini, B. Ricci, S. Zavatarelli, C. Providencia, H. Wolters, J. Soares, C. Grama, J. Rahighi, A. Shotter, y M. Lamehi Rachti. A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates. NuPhA, 656:3–183, 8 1999.
- [AdLRB⁺18] V. Adibekyan, P. de Laverny, A. Recio-Blanco, S. G. Sousa, E. Delgado-Mena, G. Kordopatis, A. C. S. Ferreira, N. C. Santos, A. A. Hakobyan, y M. Tsantaki. The AMBRE project: searching for the closest solar siblings. *Astron. Astrophys.*, 619:A130, nov 2018.
- [AGSSo9] Martin Asplund, Nicolas Grevesse, A. Jacques Sauval, y Pat Scott. The chemical composition of the Sun. sep 2009.
- [Asc14] Markus J. Aschwanden. The Sun. Encycl. Sol. Syst., páginas 235–259, jan 2014.
- [AZ14] Martin Aigner y Günter M. Ziegler. *Proofs from The Book*. Springer-Verlag, Berlin, fifth edición, 2014. Including illustrations by Karl H. Hofmann.
- [BAB+06] A. Baglin, M. Auvergne, L. Boisnard, T. Lam-Trong, P. Barge, C. Catala, M. Deleuil, E. Michel, W. Weiss, A. Baglin, M. Auvergne, L. Boisnard, T. Lam-Trong, P. Barge, C. Catala, M. Deleuil, E. Michel, y W. Weiss. CoRoT: a high precision photometer for stellar ecolution and exoplanet finding. cosp, 36:3749, 2006.
- [BADD+18] X. Bonfils, N. Astudillo-Defru, R. Díaz, J. M. Almenara, T. Forveille, F. Bouchy, X. Delfosse, C. Lovis, M. Mayor, F. Murgas, F. Pepe, N. C. Santos, D. Ségransan, S. Udry, y A. Wünsche. A temperate exo-Earth around a quiet M dwarf at 3.4 parsec,. Astron. Astrophys., 613:A25, may 2018.
- [Bano9] Jürgen Banisch. Die Sonne. Eine Einführung für Hobby-Astronomen, volumen 1. 2009.
- [BBM69] J. M. Burgers, Burgers, y J. M. Flow equations for composite gases. fecg, 1969.
- [BBM⁺18] J Bouvier, D Barrado, E Moraux, J Stauffer, L Rebull, L Hillenbrand, A Bayo, I Boisse, H Bouy, E Difolco, J Lillo-Box, y M Morales Calderón. Astronomy The lithium-rotation connection in the 125 Myr-old Pleiades cluster. *Astrophys. A&A*, 613:63, 2018.
- [BC10] I. Baraffe y G. Chabrier. Effect of episodic accretion on the structure and the lithium depletion of low-mass stars and planet-hosting stars. *Astronomy and Astrophysics*, 521:A44, 10 2010.
- [BDSo1] David Barrado y Navascues, Constantine P. Deliyannis, y John R. Stauffer. WIYN Open Cluster Study. V. Lithium Depletion and Metallicity in G and K Dwarfs of the Open Cluster M35. *Astrophys. J.*, 549(1):452–466, mar 2001.

 $[BKB^+10]$ William J. Borucki, David Koch, Gibor Basri, Natalie Batalha, Timothy Brown, Douglas Caldwell, John Caldwell, Jørgen Christensen-Dalsgaard, William D. Cochran, Edna DeVore, Edward W. Dunham, Andrea K. Dupree, Thomas N. Gautier, John C. Geary, Ronald Gilliland, Alan Gould, Steve B. Howell, Jon M. Jenkins, Yoji Kondo, David W. Latham, Geoffrey W. Marcy, Søren Meibom, Hans Kjeldsen, Jack J. Lissauer, David G. Monet, David Morrison, Dimitar Sasselov, Jill Tarter, Alan Boss, Don Brownlee, Toby Owen, Derek Buzasi, David Charbonneau, Laurance Doyle, Jonathan Fortney, Eric B. Ford, Matthew J. Holman, Sara Seager, Jason H. Steffen, William F. Welsh, Jason Rowe, Howard Anderson, Lars Buchhave, David Ciardi, Lucianne Walkowicz, William Sherry, Elliott Horch, Howard Isaacson, Mark E. Everett, Debra Fischer, Guillermo Torres, John Asher Johnson, Michael Endl, Phillip MacQueen, Stephen T. Bryson, Jessie Dotson, Michael Haas, Jeffrey Kolodziejczak, Jeffrey Van Cleve, Hema Chandrasekaran, Joseph D. Twicken, Elisa V. Quintana, Bruce D. Clarke, Christopher Allen, Jie Li, Haley Wu, Peter Tenenbaum, Ekaterina Verner, Frederick Bruhweiler, Jason Barnes, Andrej Prsa, William J. Borucki, David Koch, Gibor Basri, Natalie Batalha, Timothy Brown, Douglas Caldwell, John Caldwell, Jørgen Christensen-Dalsgaard, William D. Cochran, Edna DeVore, Edward W. Dunham, Andrea K. Dupree, Thomas N. Gautier, John C. Geary, Ronald Gilliland, Alan Gould, Steve B. Howell, Jon M. Jenkins, Yoji Kondo, David W. Latham, Geoffrey W. Marcy, Søren Meibom, Hans Kjeldsen, Jack J. Lissauer, David G. Monet, David Morrison, Dimitar Sasselov, Jill Tarter, Alan Boss, Don Brownlee, Toby Owen, Derek Buzasi, David Charbonneau, Laurance Doyle, Jonathan Fortney, Eric B. Ford, Matthew J. Holman, Sara Seager, Jason H. Steffen, William F. Welsh, Jason Rowe, Howard Anderson, Lars Buchhave, David Ciardi, Lucianne Walkowicz, William Sherry, Elliott Horch, Howard Isaacson, Mark E. Everett, Debra Fischer, Guillermo Torres, John Asher Johnson, Michael Endl, Phillip MacQueen, Stephen T. Bryson, Jessie Dotson, Michael Haas, Jeffrey Kolodziejczak, Jeffrey Van Cleve, Hema Chandrasekaran, Joseph D. Twicken, Elisa V. Ouintana, Bruce D. Clarke, Christopher Allen, Jie Li, Haley Wu, Peter Tenenbaum, Ekaterina Verner, Frederick Bruhweiler, Jason Barnes, y Andrej Prsa. Kepler Planet-Detection Mission: Introduction and First Results. Sci, 327(5968):977, feb 2010.

[BLV+16] J Bouvier, A C Lanzafame, L Venuti, A Klutsch, R Jeffries, A Frasca, E Moraux, K Biazzo, S Messina, G Micela, S Randich, J Stauffer, A M Cody, E Flaccomio, G Gilmore, A Bayo, T Bensby, A Bragaglia, G Carraro, A Casey, M T Costado, F Damiani, E Delgado Mena, P Donati, E Franciosini, A Hourihane, S Koposov, C Lardo, J Lewis, L Magrini, L Monaco, L Morbidelli, L Prisinzano, G Sacco, L Sbordone, S G Sousa, A Vallenari, C C Worley, S Zaggia, y T Zwitter. The Gaia-ESO Survey: A lithium-rotation connection at 5 Myr? Astron. Astrophys., 590:78, 2016.

- [Bouo8] Jerome Bouvier. Lithium depletion and the rotational history of exoplanet host stars. *Astron. Astrophys.*, aug 2008.
- [BPG⁺17] I. Baraffe, J. Pratt, T. Goffrey, T. Constantino, D. Folini, M. V. Popov, R. Walder, y M. Viallet. Lithium depletion in solar-like stars: effect of overshooting based on realistic multi-dimensional simulations. *Astrophys. J.*, 845(1):L6, jul 2017.
- [BRM⁺10] P. Baumann, I. Ramírez, J. Meléndez, M. Asplund, y K. Lind. Lithium depletion in solar-like stars: no planet connection. *Astron. Astrophys.*, 519:A87, sep 2010.
- [Car63] 1826-1875. Carrington, Richard Christopher. *Observations of the spots of the sun from November 9, 1853 to March 24, 1861, made at Redhill /.* Williams and Norgate,, 1863.
- [CDC⁺16] Jieun Choi, Aaron Dotter, Charlie Conroy, Matteo Cantiello, Bill Paxton, y Benjamin D. Johnson. MESA Isochrones and Stellar Tracks (MIST). I: Solar-Scaled Models. apr 2016.

- [CFCF88] Georgeann R. Caughlan, William A. Fowler, Georgeann R. Caughlan, y William A. Fowler. Thermonuclear reaction rates v. *ADNDT*, 40:283, 1988.
- [CG68] J. P. Cox y R. T. Giuli. Principles of stellar structure. pss, 1968.
- [CLB⁺09] M Cantiello, N Langer, I Brott, A De Koter, S N Shore, J S Vink, A Voegler, D J Lennon, y S.-C Yoon. Sub-surface convection zones in hot massive stars and their observable consequences. Technical report, 2009.
- [CS11] Steven R. Cranmer y Steven H. Saar. Testing a predictive theoretical model for the mass loss rates of cool stars. *Astrophys. J.*, 741(1), aug 2011.
- [CTo5] Corinne Charbonnel y Suzanne Talon. Influence of gravity waves on the internal rotation and Li abundance of solar-type stars. *Science*, 309(5744):2189–91, sep 2005.
- [DIG⁺14] E. Delgado Mena, G. Israelian, J. I. González Hernández, S. G. Sousa, A. Mortier, N. C. Santos, V. Zh. Adibekyan, J. Fernandes, R. Rebolo, S. Udry, y M. Mayor. Li depletion in solar analogues with exoplanets. *Astron. Astrophys.*, 562:A92, feb 2014.
- [DK14] Alexander E Dudorov y Sergey A Khaibrakhmanov. Theory of fossil magnetic field. Technical report, 2014.
- [DPo7] Pavel A. Denissenkov y Marc Pinsonneault. A Revised Prescription for the Tayler-Spruit Dynamo: Magnetic Angular Momentum Transport in Stars. *Astrophys. J.*, 655(2):1157–1165, feb 2007.
- [DVMoo] Francesca D'Antona, Paolo Ventura, y Italo Mazzitelli. First Results on Pre-Main-Sequence Evolution, Including a Magnetic Field. *Astrophys. J.*, 543(1):L77–L80, nov 2000.
- [EHMM12] P. Eggenberger, L. Haemmerlé, G. Meynet, y A. Maeder. Impact of rotation and disc lifetime on pre-main sequence lithium depletion of solar-type stars. jul 2012.
- [EMMo9] P. Eggenberger, A. Maeder, y G. Meynet. Effects of rotation and magnetic fields on the structure and surface abundances of solar-type stars. *Proc. Int. Astron. Union*, 5(S268):381–386, nov 2009.
- [EMM10] P. Eggenberger, A. Maeder, y G. Meynet. Effects of rotation and magnetic fields on the lithium abundance and asteroseismic properties of exoplanet-host stars. *Astron. Astrophys.*, 519:L2, oct 2010.
- [Eul82] Leonhard Euler. *Commentationes mechanicae ad theoriam machinarum pertinentes. Vol. III.*Leonhardi Euleri Opera Omnia, Series Secunda: Opera Mechanica et Astronomica, XVII.
 Orell Füssli, Zürich, 1982. Edición y prefacio por Charles Blanc y Pierre de Haller.
- [Eul84] Leonhard Euler. *Elements of algebra*. Springer-Verlag, New York, 1984. Translated from the German by John Hewlett, Reimpresión de la edición de 1840, con introducción de C. Truesdell.
- [Eul85] Leonhard Euler. An essay on continued fractions. *Math. Systems Theory*, 18(4):295–328, 1985. Translated from the Latin by B. F. Wyman and M. F. Wyman.
- [FBMM15] Xiaoting Fu, Alessandro Bressan, Paolo Molaro, y Paola Marigo. Lithium evolution in metal-poor stars: from Pre-Main Sequence to the Spite plateau. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 452(3):3256–3265, jun 2015.
- [FFDM⁺14] P. Figueira, J. P. Faria, E. Delgado-Mena, V. Zh Adibekyan, S. G. Sousa, N. C. Santos, y G. Israelian. Exoplanet hosts reveal lithium depletion Results from a homogeneous statistical analysis. *Astron. Astrophys.*, 570:A21, oct 2014.

- [GASo7] N. Grevesse, M. Asplund, y A. J. Sauval. The solar chemical composition. *Space Sci. Rev.*, 130(1-4):105–114, jun 2007.
- [GB13] Florian Gallet y Jérôme Bouvier. Improved angular momentum evolution model for solar-like stars. *Astron. Astrophys.*, 556:A36, jun 2013.
- [GDRB+16] G. Guiglion, P. De Laverny, A. Recio-Blanco, C. C. Worley, M. De Pascale, T. Masseron, N. Prantzos, y Mikolaitis. The AMBRE project: Constraining the lithium evolution in the Milky Way. Astron. Astrophys., 595:A18, nov 2016.
- [Gil12] Robert M Gill. Rotation Period of the Sun-Gill The Rotational Period of the Sun Using the Doppler Shift of the Hydrogen alpha Spectral Line. Technical report, 2012.
- [GSd⁺16] G. Guerrero, P. K. Smolarkiewicz, E. M. de Gouveia Dal Pino, A. G. Kosovichev, N. N. Mansour, E M De Gouveia, Dal Pino, A. G. Kosovichev, y N. N. Mansour. ON THE ROLE OF TACHOCLINES IN SOLAR AND STELLAR DYNAMOS. *Astrophys. J.*, 819(2):104, mar 2016.
- [HA14] Gaitee A. J. Hussain y Evelyne Alecian. The role of magnetic fields in pre-main sequence stars. feb 2014.
- [Ibe65] Icko Iben. Stellar Evolution. I. The Approach to the Main Sequence. *Astrophys. J.*, 141:993, apr 1965.
- [IMS⁺09] Garik Israelian, Elisa Delgado Mena, Nuno C. Santos, Sergio G. Sousa, Michel Mayor, Stephane Udry, Carolina Domínguez Cerdea, Rafael Rebolo, y Sofia Randich. Enhanced lithium depletion in Sun-like stars with orbiting planets. *Nat. 2009 4627270*, 462(7270):189–191, nov 2009.
- [Jefo4] R. D. Jeffries. Pre-main-sequence Lithium Depletion. nov 2004.
- [JKo7] Christopher M Johns-Krull. The Magnetic Fields of Classical T Tauri Stars. Technical report, 2007.
- [Lan12] N. Langer. Pre-Supernova Evolution of Massive Single and Binary Stars. jun 2012.
- [LCoo] Henny J. G. L. M. Lamers y Joseph P. Cassinelli. *Introduction to stellar winds*. Cambridge University Press, 2000.
- [Lodo3] Katharina Lodders. Solar System Abundances and Condensation Temperatures of the Elements. *Astrophys. J.*, 591(2):1220–1247, jul 2003.
- [MEM10] Georges Meynet, Patrick Eggenberger, y Andre Maeder. Massive star models with magnetic braking. nov 2010.
- [MGo6] Gautier Mathys y Gautier. Global stellar magnetic fields: the crossover from fossils to dynamos. *Proc. Int. Astron. Union*, 2(14):285–286, aug 2006.
- [MIG⁺11] E. Delgado Mena, G. Israelian, J. I. González Hernández, N. C. Santos, y R. Rebolo. Measuring be depletion in cool stars with exoplanets. *Astrophys. J.*, 728(2):148, feb 2011.
- [MM97] Georges Meynet y André Maeder. Stellar evolution with rotation I. The computational method and the inhibiting effect of the μ-gradient. Technical report, 1997.
- [MMo3] André Maeder y Georges Meynet. Stellar evolution with rotation and magnetic fields: I. The relative importance of rotational and magnetic effects. Technical report, 2003.
- [MMPG12] Sean P. Matt, Keith B. MacGregor, Marc H. Pinsonneault, y Thomas P. Greene. Magnetic braking formulation for sun-like stars: Dependence on dipole field strength and rotation rate. *The Astrophysical Journal Letters*, 754:L26, 7 2012.

- [Mor12] J Morin. Title: will be set by the publisher MAGNETIC FIELDS FROM LOW MASS STARS TO BROWN DWARFS. Technical report, 2012.
- [MPT+15] E. E. Mamajek, A. Prsa, G. Torres, P. Harmanec, M. Asplund, P. D. Bennett, N. Capitaine, J. Christensen-Dalsgaard, E. Depagne, W. M. Folkner, M. Haberreiter, S. Hekker, J. L. Hilton, V. Kostov, D. W. Kurtz, J. Laskar, B. D. Mason, E. F. Milone, M. M. Montgomery, M. T. Richards, J. Schou, y S. G. Stewart. IAU 2015 Resolution B3 on Recommended Nominal Conversion Constants for Selected Solar and Planetary Properties. oct 2015.
- [MQ95] Michel Mayor y Didier Queloz. A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nat.* 1995 3786555, 378(6555):355–359, nov 1995.
- [NHAS20] R. Caballero Navarro, A. García Hernández, A. Ayala, y J. C. Suárez. Study of the effects of magnetic braking on the lithium abundances of the Sun and solar-type stars. jun 2020.
- [Noeo8] Peter D. Noerdlinger. Solar Mass Loss, the Astronomical Unit, and the Scale of the Solar System. jan 2008.
- [NSo2] A. Niedzielski y W. Skórzynski. Kinematical Structure of Wolf-Rayet Winds. Technical report, 2002.
- [PBD⁺10] Bill Paxton, Lars Bildsten, Aaron Dotter, Falk Herwig, Pierre Lesaffre, y Frank Timmes. MODULES FOR EXPERIMENTS IN STELLAR ASTROPHYSICS (MESA). *Astrophys. J. Suppl. Vol.* 192, *Issue* 1, *Artic. id.* 3, 35 pp. (2011)., 192:3–35, sep 2010.
- [PBG16] C. Pinçon, K. Belkacem, y M. J. Goupil. Generation of internal gravity waves by penetrative convection. *Astronomy and Astrophysics*, 588:A122, 4 2016.
- [PCCG14] S. Pasetto, C. Chiosi, M. Cropper, y E. K. Grebel. Theory of stellar convection: Removing the mixing-length parameter. 3 2014.
- [Pin97] M. Pinsonneault. MIXING IN STARS. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 35(1):557–605, sep 1997.
- [PMS⁺15] Bill Paxton, Pablo Marchant, Josiah Schwab, Evan B Bauer, Lars Bildsten, Matteo Cantiello, Luc Dessart, R Farmer, H Hu, N Langer, R H D Townsend, Dean M Townsley, y F X Timmes. MODULES FOR EXPERIMENTS IN STELLAR ASTROPHYSICS (MESA): BINARIES, PULSATIONS, AND EXPLOSIONS. 2015.
- [Rei75] Dieter Reimers. Circumstellar Envelopes and Mass Loss of Red Giant Stars. En *Probl. Stellar Atmos. Envel.*, páginas 229–256. Springer Berlin Heidelberg, 1975.
- [RFLA12] I. Ramírez, J. R. Fish, D. L. Lambert, y C. Allende Prieto. LITHIUM ABUNDANCES IN NEARBY FGK DWARF AND SUBGIANT STARS: INTERNAL DESTRUCTION, GALACTIC CHEMICAL EVOLUTION, AND EXOPLANETS. *Astrophys. J.*, 756(1):46, aug 2012.
- [RMRo4] Olivier Richard, Georges Michaud, y Jacques Richer. Implications of WMAP observations on Li abundance and stellar evolution models. *ApJ*, 619(1):538–548, sep 2004.
- [RPo6] Sofia Randich y Luca Pasquini. *Chemical Abundances and Mixing in Stars in the Milky Way and its Satellites*. ESO ASTROPHYSICS SYMPOSIA. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2006.
- [RTLPo3] Bacham E. Reddy, Jocelyn Tomkin, David L. Lambert, y Carlos Allende Prieto. The chemical compositions of Galactic disc F and G dwarfs. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 340(1):304–340, mar 2003.
- [Sch18] Mathias Scholz. Die physik der sterne. Die Physik der Sterne, 2018.

- [Sku72] A. Skumanich. Time Scales for CA II Emission Decay, Rotational Braking, and Lithium Depletion. *Astrophys. J.*, 171, feb 1972.
- [SLD⁺19] T. Sonoi, H. G. Ludwig, M. A. Dupret, J. Montalbán, R. Samadi, K. Belkacem, E. Caffau, y M. J. Goupil. Calibration of mixing-length parameter α for mlt and fst models by matching with co 5 bold models. *Astronomy and Astrophysics*, 621, 11 2019.
- [SP14] Garrett Somers y Marc Pinsonneault. A Tale of Two Anomalies: Depletion, Dispersion, and the Connection Between the Stellar Lithium Spread and Inflated Radii on the Pre-Main Sequence. *Astrophys. J.*, 790(25pp):72, feb 2014.
- [SRo5] P. Sestito y S. Randich. Time scales of Li evolution: a homogeneous analysis of open clusters from ZAMS to late-MS. *Astron. Astrophys. Vol. 442, Issue 2, Novemb. I 2005, pp.615-627,* 442:615–627, jul 2005.
- [SRPo6] P. Sestito, S. Randich, y R. Pallavicini. Lithium and metallicity in the intermediate age open cluster NGC 752. ESO Astrophys. Symp., 2006:179–180, 2006.
- [SSSS82] F. Spite, M. Spite, F. Spite, y M. Spite. Abundance of lithium in unevolved stars and old disk stars: Interpretation and consequences. *A&A*, 115:357–366, 1982.
- [SSW83] S. W. Stahler, Stahler, y S. W. The birthline for low-mass stars. *ApJ*, 274:822–829, nov 1983.
- [Sta14] Sabine Stanley. Magnetic Field Generation in Planets. *Encycl. Sol. Syst.*, páginas 121–136, jan 2014.
- [SVP+o3] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris, E. Komatsu, M. R. Nolta, C. L. Bennett, M. Halpern, G. Hinshaw, N. Jarosik, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, L. Page, G. S. Tucker, J. L. Weiland, E. Wollack, y E. L. Wright. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters . Astrophys. J. Suppl. Ser., 148(1):175–194, sep 2003.
- [TBL93] Anne A. Thoul, John N. Bahcall, y Abraham Loeb. Element Diffusion in the Solar Interior. *ApJ*, 421:828, apr 1993.
- [TRo1] R. Tschäpe y G. Rüdiger. Rotation-induced lithium depletion of solar-type stars in open stellar clusters. *Astrophys.*, 377(1):84–89, oct 2001.
- [UDOo2] Asif Ud-Doula y Stanley P. Owocki. Dynamical Simulations of Magnetically Channeled Line-driven Stellar Winds. I. Isothermal, Nonrotating, Radially Driven Flow. *Astrophys. J.*, 576(1):413–428, sep 2002.
- [UDOTo8] Asif Ud-Doula, Stanley P. Owocki, y Richard H. D. Townsend. Dynamical Simulations of Magnetically Channeled Line-Driven Stellar Winds: III. Angular Momentum Loss and Rotational Spindown. oct 2008.
- [WD67] Edmund J Weber y Leverett Davis. THE ANGULAR MOMENTUM OF THE SOLAR WIND*. Technical report, 1967.
- [WGM⁺10] G A Wade, J H Grunhut, W L F Marcolino, F Martins, I Howarth, Y Nazé, y N Walborn. Of ?p stars: A class of slowly rotating magnetic massive stars. Technical Report 272, 2010.
- [ZZR72] R. R. Zappala, Zappala, y R. R. Lithium Abundances of Stars in Open Clusters. *ApJ*, 172:57, feb 1972.