Ejercicios inventados Geoestadística

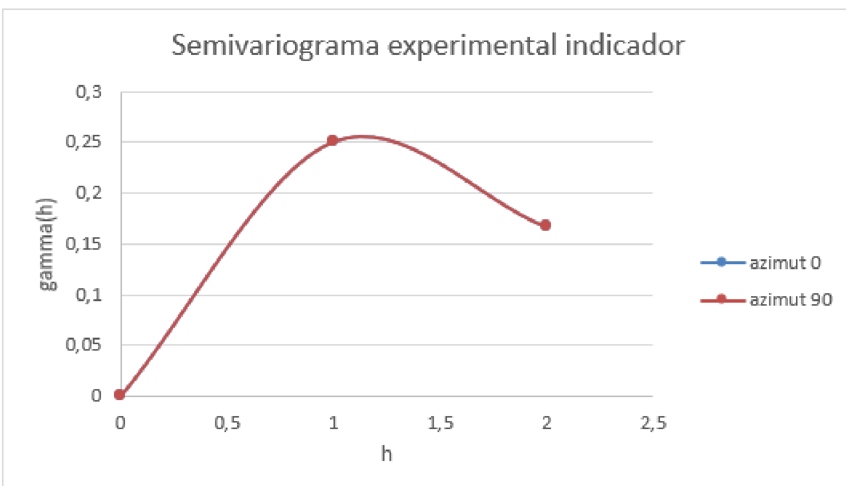
Juan David Gonzalez Hernandez - 20151025060

Raúl Camilo Martín Bernal - 20151025909

agosto 2020

1. Semivariograma experimental Indicador en el cual obtenemos los mismos resultados para los 2 azimuts de 0 y 90 grados respectivamente

h	azimut 0	azimut 90
0	0	0
1	0,2500	0,2500
2	0,1667	0,1667



Para calcular la probabilidad en el punto s0 mediante Krigin indicador Se obtiene el valor indicador para cada variable Z

ID	X	Y	Z
1	1	1	0,66
2	2	1	0,64
3	3	1	0,47
4	1	2	0,54
5	2	2	0,49
6	3	2	0,56
7	1	3	0,43
8	2	3	0,49
9	3	3	0,45
S0	0	0	0,948

	X	Y	Z	I(Zi)
1	1	1	0,47	1
2	2	1	0,56	0
3	3	1	0,43	1
4	1	2	0,49	1
5	2	2	0,45	1
7	1	3	0,43	1

Parámetros esférico	
Co	0,05
C1	0,55
a	2
Zc	0,49

Se calcula el gamma para cada distancia con el modelo esférico y los parámetros dados.

Rel	Dist	Y(h)
1-2	1	0,428125
1-3	2	0,6
1-4	1	0,428125
1-5	1,414213562	0,536135912
1-7	2	0,6
2-3	1	0,428125
2-4	1,414213562	0,536135912
2-5	1	0,428125
2-7	2,236067977	0,6
3-4	2,236067977	0,6
3-5	1,414213562	0,536135912
3-7	2,828427125	0,6
4-5	1	0,428125
4-7	1	0,428125
5-7	1,414213562	0,536135912
So-1	1,414213562	0,536135912
So-2	2,236067977	0,6
So-3	3,16227766	0,6
So-4	2,236067977	0,6
So-5	2,828427125	0,6
So-7	3,16227766	0,6

	Matriz de semivarianza γij							γio
	3	6	7	8	9	10	MULT.LAGRANGE	
3	0	0,428125	0,6	0,428125	0,536135912	0,6	1	0,536135912
6	0,428125	0	0,428125	0,536135912	0,428125	0,6	1	0,6
7	0,6	0,428125	0	0,6	0,536135912	0,6	1	0,6
8	0,428125	0,536135912	0,6	0	0,428125	0,428125	1	0,6
9	0,536135912	0,428125	0,536135912	0,428125	0	0,536135912	1	0,6
10	0,6	0,6	0,6	0,428125	0,536135912	0	1	0,6
Insesgamiento	1	1	1	1	1	1	0	1

Ponderaciones
0,31253037
0,05229295
0,22106997
0,05229295
0,14074379
0,22106997
0,15061831

Pronostico
0,31253037
0
0,22106997
0,05229295
0,14074379
0,22106997

Pronostico probailidad S0	0,94770705
Varianza	0,73065884

2. Creamos la relaciones y calculamos las semivarianzas

Relaciones	Distancia	Semivarianza
$u1 - u2$	$h1 + h2$	$1 - e^{-\left(\frac{h1+h2}{a}\right)^{1,5}}$
$u0 - u1$	$h1$	$1 - e^{-\left(\frac{h1}{a}\right)^{1,5}}$
$u0 - u1$	$h2$	$1 - e^{-\left(\frac{h2}{a}\right)^{1,5}}$

a) se crea la matriz γ_{ij} y γ_{i0}

$$\gamma_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 - e^{-\left(\frac{h1+h2}{a}\right)^{1,5}} & 1 \\ 1 - e^{-\left(\frac{h1+h2}{a}\right)^{1,5}} & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$\gamma_{i0} = \begin{pmatrix} 1 - e^{-\left(\frac{h1}{a}\right)^{1,5}} \\ 1 - e^{-\left(\frac{h2}{a}\right)^{1,5}} \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

b)para facilitar cálculos se procede a $R = 1 - e^{-\left(\frac{h1+h2}{a}\right)^{1,5}}$

se encuentra la matriz inversa de γ_{ij}

$$\gamma_{i_j}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2R} & \frac{1}{2R} & \frac{1}{2} \\ \\ \frac{1}{2R} & \frac{-1}{2R} & \frac{1}{2} \\ \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-R}{2} \\ \\ \end{pmatrix} \tag{3}$$

c) multiplicamos la matriz $\gamma_{i_j}^{-1}$ con la matriz γ_{i0} en donde los 2 primeros términos serán los ponderadores λ_1 y λ_2

$$\lambda_1 = -\left[\frac{1-e^{-\left(\frac{h1}{a}\right)^{1,5}}}{2*1-e^{-\left(\frac{h1+h2}{a}\right)^{1,5}}}\right] + \left[\frac{1-e^{-\left(\frac{h2}{a}\right)^{1,5}}}{2*1-e^{-\left(\frac{h1+h2}{a}\right)^{1,5}}}\right] + \frac{1}{2} \tag{4}$$

$$\lambda_2 = \left[\frac{1-e^{-\left(\frac{h1}{a}\right)^{1,5}}}{2*1-e^{-\left(\frac{h1+h2}{a}\right)^{1,5}}}\right] - \left[\frac{1-e^{-\left(\frac{h2}{a}\right)^{1,5}}}{2*1-e^{-\left(\frac{h1+h2}{a}\right)^{1,5}}}\right] + \frac{1}{2} \tag{5}$$

3. Primero se obtuvieron las distancias mediante trigonometría y se procede a la realización de los métodos.

   a) Kriging Simple Se obtienen los valores de gamma con el modelo esférico de los parámetros dados.

	z
s1	2
s2	-3
s3	3
s4	-4
s5	2
s0	?

esferico	
c0	0
c1	1
a	1,5

rel	distancia	Gamma h
s1 a s2	1	0,851851852
s1 a s3	1,414213562	0,995187322
s1 a s4	2,061552813	1
s1 a s5	1,414213562	0,995187322
s2 a s3	1	0,851851852
s2 a s4	2,061552813	1
s2 s s5	2,236067977	1
s3 a s4	1,118033989	0,910990657
s3 a s5	2	1
s4 a s5	1,802775638	1
s0 a s1	1	0,851851852
s0 a s2	1,414213562	0,995187322
s0 a s3	1	0,851851852
s0 a s4	1,118033989	0,910990657
s0 a s5	1	0,851851852

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad h = 0 \\ c_0 + c_s\left(\frac{3}{2}\left(\frac{h}{a_s}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{a_s}\right)^3\right) & \text{si} \quad 0 < h \leq a_s \\ c_0 + c_s & \text{si} \quad h > a_s \end{cases}$$

Se obtiene la matriz de gamma ij y el vector gamma io

	gamma ij						Gamma io
	1	2	3	4	5		
1	0	0,851851852	0,995187322	1	0,995187322		0,851851852
2	0,851851852	0	0,851851852	1	1		0,995187322
3	0,995187322	0,851851852	0	0,910990657	1		0,851851852
4	1	1	0,910990657	0	1		0,910990657
5	0,995187322	1	1	1	0		0,851851852

Se multiplican las matrices Gamma ij inversa con Gamma io para obtener las ponderaciones, estas se multiplican por los valores Z y se obtiene el pronostico y la varianza para el punto S_0

Ponderaciones	pronostico	varianza
0,288127379	0,576254759	0,245441842
0,076132768	-0,2283983	0,075766366
0,269996149	0,809988446	0,229996719
0,21898222	-0,87592888	0,199490756
0,300766541	0,601533082	0,256208535

pronostico	0,883449102
varianza	1,006904218

b) Para la predicción mediante IDW Se calculan las ponderaciones de las distancias y se multiplican por los valores Z para obtener el valor Z en el punto S_0

	z
s1	2
s2	-3
s3	3
s4	-4
s5	2
s0	?

P	1,8

rel	distancia	$d_{i0}^{-1,8}$	$\lambda_{p=1,8}$	Pronostico
s0 a s1	1	1	0,229677087	0,459354175
s0 a s2	1,414213562	0,535886731	0,123080904	-0,36924271
s0 a s3	1	1	0,229677087	0,689031262
s0 a s4	1,118033989	0,818052146	0,187887834	-0,75155134
s0 a s5	1	1	0,229677087	0,459354175
	SUMA	4,353938877	1	
			Pronostico	0,486945564

c) Para la predicción mediante RBF CRS se consideran los valores de η, ρ y la constante de euler dados y se calcula el valor de phi

	z
s1	2
s2	-3
s3	3
s4	-4
s5	2
s0	?

RBF CRS	
eta	0,0001
ro	0,01
Ce	0,5772161

rel	distancia	phi
s1 a s2	1	4,37598E-07
s1 a s3	1,414213562	4,40098E-07
s1 a s4	2,061552813	4,45723E-07
s1 a s5	1,414213562	4,40098E-07
s2 a s3	1	4,37598E-07
s2 a s4	2,061552813	4,45723E-07
s2 s s5	2,236067977	4,47598E-07
s3 a s4	1,118033989	4,38223E-07
s3 a s5	2	4,45098E-07
s4 a s5	1,802775638	4,43223E-07
s0 a s1	1	4,37598E-07
s0 a s2	1,414213562	4,40098E-07
s0 a s3	1	4,37598E-07
s0 a s4	1,118033989	4,38223E-07
s0 a s5	1	4,37598E-07

$$\phi(\delta) = \begin{cases} \ln(\eta \cdot \delta/2)^2 + E_1(\eta \cdot \delta/2)^2 + C_E & \text{si} \quad \delta > 0, \eta > 0 \\ 0 & \text{si} \quad \delta = 0 \end{cases}$$

donde ln es el logaritmo natural, $E_1(x)$ es la función integral exponencial y C_E es la constante de Euler.

Se obtiene la matriz Phi ij y el vector Phi io.

	PHI IJ							
	1	2	3	4	5	M.LAG		phi io
1	0	4,37598E-07	4,40098E-07	4,45723E-07	4,40098E-07	1		4,37598E-07
2	4,37598E-07	0	4,37598E-07	4,45723E-07	4,47598E-07	1		4,40098E-07
3	4,40098E-07	4,37598E-07	0	4,38223E-07	4,45098E-07	1		4,37598E-07
4	4,45723E-07	4,45723E-07	4,38223E-07	0	4,43223E-07	1		4,38223E-07
5	4,40098E-07	4,47598E-07	4,45098E-07	4,43223E-07	0	1		4,37598E-07
INSESG	1	1	1	1	1	0		1

Se multiplican las matrices Phi ij inversa con Phi io para obtener las ponderaciones, estas se multiplican por los valores Z y se obtiene el pronostico. S_0

Ponderaciones	pronostico
0,199225121	0,398450242
0,195890032	-0,5876701
0,198109294	0,594327882
0,201996092	-0,80798437
0,204779461	0,409558922
8,45322E-08	
pronostico	0,00668258

4. Cokriging

a) se conocen las medias m_z y m_w

$$Z(X_0^{'}) = m_z + \varepsilon(X_0) \tag{6}$$

$$\varepsilon(X_0^{'}) = \lambda_1 \varepsilon_{Z(X_1)} + \theta_1 \varepsilon_{W(X_1)} + \theta_2 \varepsilon_{W(X_2)} \tag{7}$$

Donde: $\varepsilon_{Z(X_1)} = Z_1 - m_z$ y $\varepsilon_{W(X_1)} = w_1 - m_w$, $\varepsilon_{W(X_2)} = w_2 - m_w$

λ_1 y θ_1, θ_2 son ponderadores

b) Solución:

$Z(X_0^{'}) = m_z$

$Z(X_0^{''}) = m_z + 1,31(Z_1 - m_z) + 0,96(w_1 - m_w) + 0,40(w_2 - m_w)$

$Z(X_2) = m_z + 6(Z_1 - m_z) + 4,67(w_1 - m_w) + 1,67(w_2 - m_w)$

procedimiento:

	Relaciones	Distancia	Covarianza
Z	X1–X1	0	2
W	X1–X1	0	1
W	X1–X2	2	2
W	X2–X2	0	1
ZW	X1–X1	0	-1
ZW	X1–X2	2	-2
ZW	X2–X2	0	-1

a partir de los datos anteriores se forma una matriz de covarianzas Cokriging y una matriz C_{i0} para cada punto a calcular el valor de la variable primaria

$$= \begin{pmatrix} 2,00 & -1,00 & -2,00 \\ -1,00 & 1,00 & 2,00 \\ -2,00 & 2,00 & 1,00 \end{pmatrix} \tag{8}$$

matriz C_{i0} para $X_0^{'}$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{9}$$

matriz C_{i0} para $X_0^{''}$

$$= \begin{pmatrix} 0,875 \\ 0,4375 \\ -0,3125 \end{pmatrix} \tag{10}$$

matriz C_{i0} para X_2

$$= \begin{pmatrix} 4,00 \\ 2,00 \\ -1,00 \end{pmatrix} \tag{11}$$

Al multiplicar la matriz inversa de covarianzas Cokriging con las matrices C_{i0} obtenemos los ponderadores para estimar el valor del error que se sumara la media para obtener un valor estimado de la variable primaria Z en cada uno de los puntos.

Como las medias son conocidas para el punto $Z(X_0^{'})$ se tiene:

$$Z(X_0^{'}) = m_z + \varepsilon(X_0^{'}) \tag{12}$$

$$\varepsilon(X_0^{'}) = 0\varepsilon_{Z(X_1)} + 0\varepsilon_{W(X_1)} + 0\varepsilon_{W(X_2)} \tag{13}$$

Donde: $\varepsilon_{Z(X_1)} = Z_1 - m_z$ y $\varepsilon_{W(X_1)} = w_1 - m_w$, $\varepsilon_{W(X_2)} = w_2 - m_w$
$\lambda_1 = 0$ y $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$ son ponderadores y por lo tanto $Z(X_0^{'}) = m_z$.

Como las medias son conocidas para el punto $Z(X_0^{''})$ se tiene:

$$Z(X_0^{''}) = m_z + \varepsilon(X_0^{''}) \tag{14}$$

$$\varepsilon(X_0^{''}) = 1,31\varepsilon_{Z(X_1)} + 0,96\varepsilon_{W(X_1)} + 0,40\varepsilon_{W(X_2)} \tag{15}$$

Donde: $\varepsilon_{Z(X_1)} = Z_1 - m_z$ y $\varepsilon_{W(X_1)} = w_1 - m_w$, $\varepsilon_{W(X_2)} = w_2 - m_w$
$\lambda_1 = 1,31$ y $\theta_1 = 0,96, \theta_2 = 0,40$ son ponderadores y por lo tanto:
$Z(X_0^{''}) = m_z + 1,31(Z_1 - m_z) + 0,96(w_1 - m_w) + 0,40(w_2 - m_w)$

Como las medias son conocidas para el punto $Z(X_2)$ se tiene:

$$Z(X_2) = m_z + \varepsilon(X_2) \tag{16}$$

$$\varepsilon(X_2) = 6\varepsilon_{Z(X_1)} + 4,67\varepsilon_{W(X_1)} + 1,67\varepsilon_{W(X_2)} \tag{17}$$

Donde: $\varepsilon_{Z(X_1)} = Z_1 - m_z$ y $\varepsilon_{W(X_1)} = w_1 - m_w$, $\varepsilon_{W(X_2)} = w_2 - m_w$
$\lambda_1 = 6$ y $\theta_1 = 4,67, \theta_2 = 1,67$ son ponderadores y por lo tanto
$Z(X_2) = m_z + 6(Z_1 - m_z) + 4,67(w_1 - m_w) + 1,67(w_2 - m_w)$

5. *a*) Estadístico del vecino mas cercano De donde partimos con los valores de n es el numero de puntos, para el caso es 7 y el Área A es de 160 km^2 Dada la ecuación

$$R = \frac{R_0}{R_e} = \frac{\bar{x}}{1/(2\sqrt{\lambda}})\tag{18}$$

de donde tenemos que

$$\bar{x} = (5 + 2 + 2 + 4 + 6 + 2 + 7)/7 = 4\tag{19}$$

y

$$\lambda = n/A = 7/160 = 0{,}04\tag{20}$$

Reemplazando obtenemos

$$R = 1{,}67\tag{21}$$

b) Estadístico z

Ya que tenemos que la distancia media teórica es.

$$R_e = \frac{1}{2 * \sqrt{\lambda}} = \frac{1}{2 * \sqrt{0{,}04}} = 2{,}39\tag{22}$$

Ya que.

$$R_0 = \bar{x} = 4\tag{23}$$

Clark and Evans [1954]

Obtenemos como valor de z

$$z = 3{,}826(R_0 - R_e)\sqrt{\lambda * n} = 3{,}826(4 - 2{,}39)\sqrt{0{,}04 * 7} = 3{,}41\tag{24}$$

De donde podemos concluir que el patrón es significativamente uniforme.

Referencias

Philip J. Clark and Francis C. Evans. Distance to Nearest Neighbor as a Measure of Spatial Relationships in Populations. *Ecology*, 35(4):445–453, oct 1954. ISSN 1469-8102. doi: 10.2307/1931034. URL `http://doi.wiley.com/10.2307/1931034`.