



Redes Neurais Artificiais

AULA 06 – Perceptron Multicamadas – Aplicação em Classificação de Padrões –

Prof. Ivan Nunes da Silva



1. Aplicabilidades de PMC

Principais classes de problemas

- Redes **PMC** podem ser consideradas as mais utilizadas na solução de problemas advindos das mais variadas áreas de conhecimento.
- Redes **PMC** são as mais amplamente empregadas em diferentes temáticas envolvendo as engenharias como um todo, em especial a Engenharia Elétrica.
- Existe ainda aplicações de redes **PMC** em medicina, biologia, química, física, economia, geologia, ecologia e psicologia.
- Considerando esses leques de aplicabilidades em que as redes **PMC** são passíveis de serem utilizadas, destacam-se três classes de problemas que acabam concentrando grande parte de suas aplicações, isto é:
 - Problemas envolvendo aproximação funcional (Fim da Unidade 5).
 - Problemas envolvendo classificação de padrões (Esta Aula).
 - Problemas envolvendo sistemas variantes no tempo.



2. Problemas de Classificação

Aspectos de definição (I)

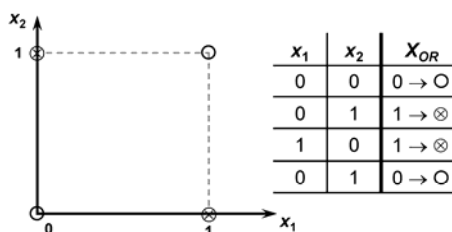
- Problema de **Classificação de Padrões** consiste de associar um padrão de entrada (amostra) para uma daquelas classes que já foram previamente definidas.
 - Como exemplo, pode-se ter uma aplicação em que o **PMC** seja treinado para reconhecer sinais de vozes a fim de permitir acesso de pessoas à ambientes restritos.
 - Nesta situação, considerando-se que o treinamento foi realizado com vocábulos de apenas três pessoas, a resposta da rede, frente a um sinal de voz inserido em suas entradas, trataria então de informar de quem seria o referido sinal (dentre aquelas três pessoas).
- Diferentemente dos problemas envolvendo **Aproximação Funcional** (saídas reais/analógicas), as respostas associadas aos problemas de **Classificação de Padrões** estão sempre relacionadas com grandezas discretas (enumeráveis).
 - As situações mais elementares seriam aquelas das saídas binárias, em que se têm apenas duas classes como possíveis respostas, sendo que as mesmas poderiam estar representando, por exemplo, a "presença" ou "ausência" de determinado atributo em uma amostra apresentada à rede.
 - Como a saída da rede só fornece respostas numéricas, uma possível codificação seria assinalar o valor 0 ao atributo "presença", ao passo que o valor 1 rotularia o atributo "ausência".
 - Uma sistemática similar a esta poderia ser também utilizada para problemas multiclasse (três ou mais classes).

3

2. Problemas de Classificação

Aspectos de definição (II)

- Conforme estudado na Unidade 3, o **Perceptron simples** (neurônio único) somente conseguiria convergir se as duas classes envolvidas com o problema fossem linearmente separáveis.
 - Caso contrário, o **Perceptron simples** jamais conseguiria convergir a fim de posicionar o seu hiperplano na faixa delimitada pela fronteira de separabilidade entre as classes.
 - Um caso clássico de tal fato é encontrado no problema do ou-exclusivo (porta **XOR**), envolvendo a lógica booleana, como ilustrado na figura seguinte:



- Fazendo uso do gráfico, constata-se que seria impossível posicionar uma única reta que permitiria separar as duas classes resultantes do problema do ou-exclusivo.
- Outras situações similares somente podem ser resolvidas por intermédio de um **PMC** de duas camadas neurais (uma camada escondida) ou mais.

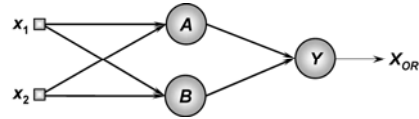
4

3. PMC p/ Classificação de Padrões

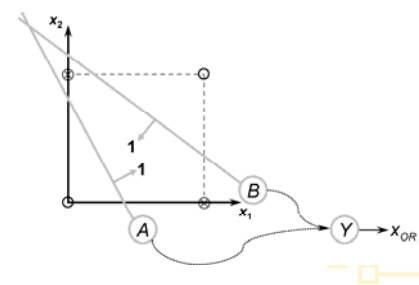
Aspectos introdutórios (I)

- Visando entender os mecanismos envolvidos em classificação de padrões por meio do **PMC**, volta-se novamente para o problema do ou-exclusivo.

➤ Topologia de **PMC** para resolver o problema do ou-exclusivo. Nota-se aqui que o **PMC** tem apenas **Uma Camada Escondida**.



➤ Configuração de retas (de separabilidade) que poderia ser implementada pelos neurônios A e B do **PMC**, após treinamento.

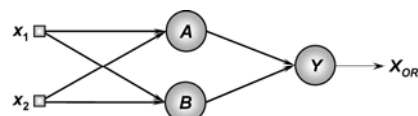


5

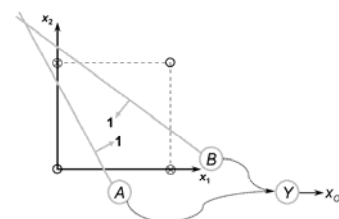
3. PMC p/ Classificação de Padrões

Aspectos introdutórios (II)

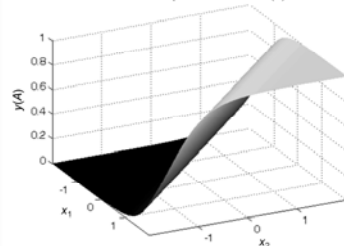
- Configuração topológica do **PMC** (Problema do ou-exclusivo)



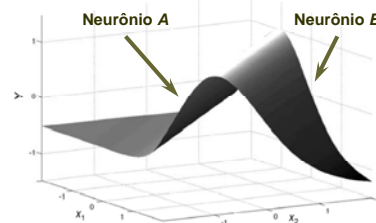
- Configuração de separabilidade



- Saída do neurônio A
Saída do primeiro neurônio (A)



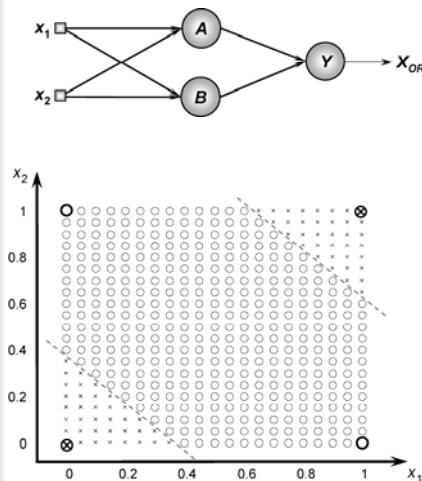
- Saída do neurônio Y
- Neurônio B inverteu a função logística
Resultado do neurônio de saída (Y)



6

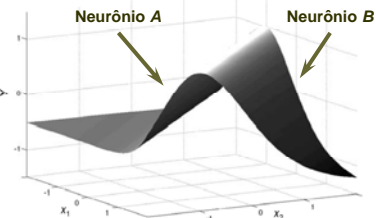
3. PMC p/ Classificação de Padrões Aspectos introdutórios (III)

● Configuração topológica do PMC (Problema do ou-exclusivo)



● Saída do neurônio Y

- Neurônio B inverteu a função logística
- Resultado do neurônio de saída (Y)

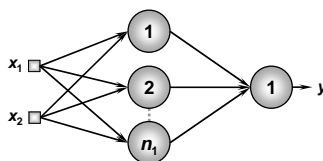
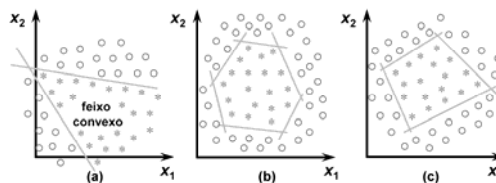


- A figura mostra as fronteiras de classificação associadas ao problema do ou-exclusivo.
- As fronteiras são delimitadas por duas retas, as quais são formadas quando se executa a interseção da superfície ilustrada acima (Saída do neurônio Y) próximo ao plano $y = 0$.

3. PMC p/ Classificação de Padrões Especificação de topologia (I)

● PMC de Uma Camada Escondida

- De forma similar ao problema do ou-exclusivo, pode-se então deduzir que um PMC de Uma Camada Escondida (duas camadas neurais) é capaz de mapear qualquer problema de classificação de padrões cujos elementos estejam dentro de uma Região Convexa.
- Alguns exemplos de regiões convexas são dadas a seguir.



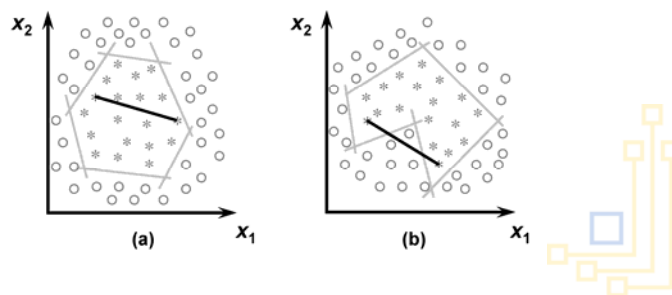
- Como exemplo, visa-se aplicar este PMC (uma camada escondida) aos problemas acima.
- Para tanto, a quantidade mínima de neurônios para cada uma das situações seriam as seguintes:
 - ❖ Exemplo (a) → 2 neurônios ($n_1 = 2$)
 - ❖ Exemplo (b) → 6 neurônios ($n_1 = 6$)
 - ❖ Exemplo (c) → 4 neurônios ($n_1 = 4$)

3. PMC p/ Classificação de Padrões

Especificação de topologia (II)

● Conceito de Região Convexa

- **Definição** → Do ponto de vista geométrico, uma região é considerada **Convexa** se, e somente se, todos os pontos contidos em quaisquer segmentos de reta, os quais estão também definidos por quaisquer dois pontos delimitados pelo respectivo domínio, estiverem ainda dentro da mesma.
- As figuras seguintes mostram ilustrações de região convexa (a) e região não-convexa (b).



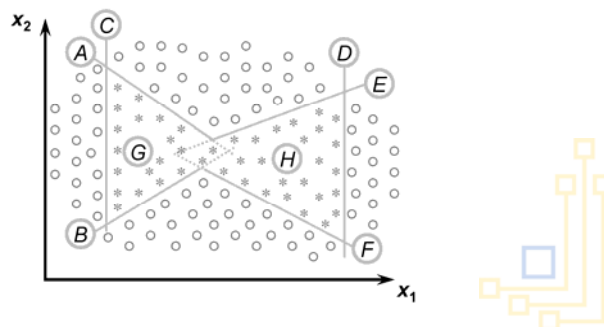
9

3. PMC p/ Classificação de Padrões

Especificação de topologia (III)

● PMC de Duas Camadas Escondidas

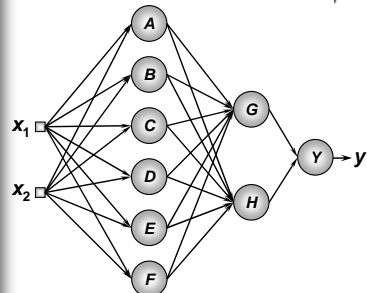
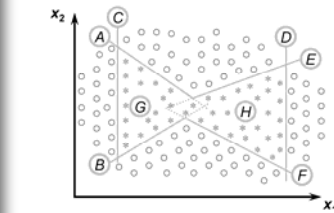
- Do slide anterior, conclui-se que **PMC de Uma Camada Escondida** consegue classificar padrões dispostos em **Regiões Convexas**.
- Conseqüentemente, pode-se também deduzir que redes **PMC de Duas Camadas Escondidas** são capazes de classificar padrões que estejam em quaisquer tipos de regiões geométricas.
- Para tanto, a figura seguinte elucida tal afirmativa.



10

3. PMC p/ Classificação de Padrões Especificação de topologia (IV)

● PMC de Duas Camadas Escondidas (Exemplo)



➤ Neste caso, a região não-convexa acaba sendo formada por duas **Regiões Convexas**.

➤ **1ª Região Convexa (1ª RC)** → Formada pelos segmentos de reta A, B e C, compondo o triângulo da esquerda.

➤ **2ª Região Convexa (2ª RC)** → Formada pelos segmentos de reta D, E e F, compondo o triângulo da direita.

➤ Nesta situação, tem-se ações específicas para os neurônios das camadas do **PMC**.

➤ Neurônios da 1ª Camada Escondida:

- ❖ Os neurônios A, B e C são responsáveis pela delimitação da 1ª RC (triângulo da esquerda).
- ❖ Os neurônios D, E e F são responsáveis pela delimitação da 2ª RC (triângulo da direita).

➤ Neurônios da 2ª Camada Escondida:

- ❖ Neurônio G combina saídas dos neurônios A, B e C, a fim de enquadrar a parcela das amostras que pertenceriam à 1ª RC, sendo que nesta condição a sua saída seria igual a 1.
- ❖ Neurônio H combina saídas dos neurônios D, E e F, a fim de enquadrar a 2ª RC, produzindo então valor 1.

➤ Neurônio de Saída:

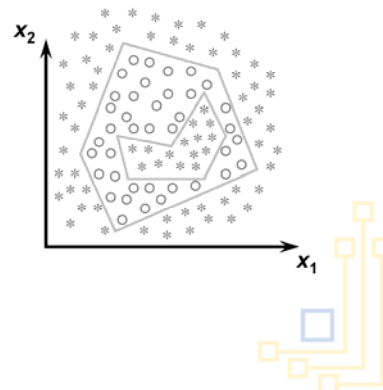
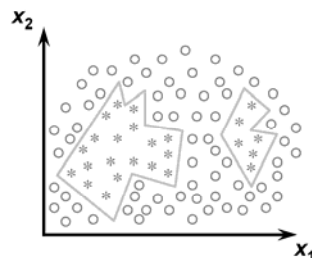
- ❖ Neurônio Y estaria então incumbido de efetuar uma operação de disjunção booleana (porta OR), pois se qualquer uma das saídas produzidas pelos neurônios G ou H for igual a 1, sua resposta final y seria também igual a 1.

11

3. PMC p/ Classificação de Padrões Especificação de topologia (V)

● PMC de Duas Camadas Escondidas (Disjuntos)

➤ Adicionalmente, o **PMC** com duas camadas escondidas poderia ainda mapear outros tipos de regiões geométricas, tais como aquelas formadas por conjuntos disjuntos (desconexos), conforme ilustradas nas figuras seguintes.



12

3. PMC p/ Classificação de Padrões

Especificação de topologia (VI)

● Combinações Lógicas do Neurônio de Saída

- Em suma, conclui-se que os neurônios de saída das redes **PMC**, quando aplicadas em problemas de **Classificação de Padrões**, realizam combinações lógicas, tais como **AND** e **OR**, das regiões que foram definidas pelos neurônios das camadas anteriores.
- Essas combinações lógicas independem da dimensão associada aos padrões de entrada, podendo ser generalizadas para quaisquer quantidade de sinais de entrada.
- Tais operações lógicas somente são passíveis de mapeamento em virtude de serem linearmente separáveis.
- Assim, considerando duas variáveis lógicas x_1 e x_2 , tem-se então a possibilidade de se implementar 16 operações booleanas, sendo que:
 - ❖ 14 delas são linearmente separáveis.
 - ❖ 02 delas são não-linearmente separáveis (ou-exclusivo e seu respectivo complemento).
- A figura seguinte ilustra algumas dessas operações lógicas (linearmente separáveis) em que os neurônios de saída poderiam estar mapeando.



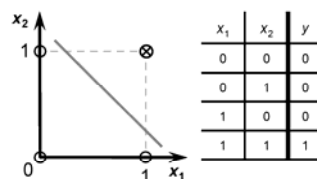
13

3. PMC p/ Classificação de Padrões

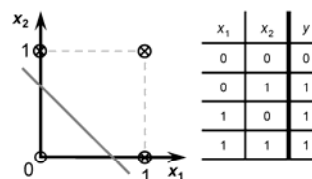
Especificação de topologia (VII)

● Combinações Lógicas do Neurônio de Saída (Exemplos de Funções Booleanas)

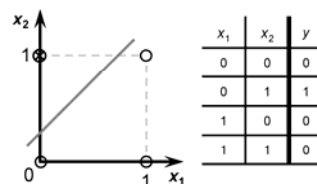
- Funções booleanas linearmente separáveis.



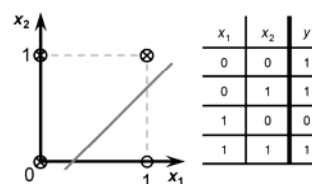
(a) $y \leftarrow (x_1) \text{ AND } (x_2)$



(b) $y \leftarrow (x_1) \text{ OR } (x_2)$



(c) $y \leftarrow (\text{NOT } x_1) \text{ AND } (x_2)$



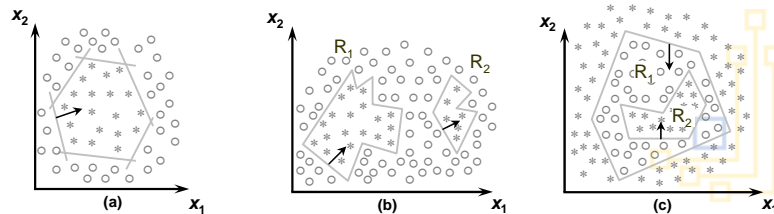
(d) $y \leftarrow (\text{NOT } x_1) \text{ OR } (x_2)$

14

3. PMC p/ Classificação de Padrões Especificação de topologia (VIII)

● Combinações Lógicas do Neurônio de Saída (Exemplos de Implementação de Saída)

- Para cada um dos problemas de classificação representados pelos gráficos abaixo, informe os seguintes parâmetros:
- Quantas camadas escondidas (no mínimo) terá o **PMC**?
 - Quantos neurônios (no mínimo) terá a primeira camada escondida?
 - Considerando-se as respostas dos neurônios da última camada escondida, qual função booleana que o neurônio de saída estaria então implementando? Por convenção, assume-se que as respostas dos neurônios da última camada escondida produzirão valor 1 para as suas sub-regiões internas (setinhas).



15

4. Codificação de Classes

Aspectos de atribuição de classes

● Codificação em Problemas Multiclasses

- Para problemas de classificação de padrões **com mais de duas classes**, há então a necessidade de se inserir mais neurônios na camada de saída da rede.
- **PMC** com apenas **Um** neurônio em sua camada de saída é capaz de distinguir somente duas classes.
- **PMC** composto de **Dois** neurônios em sua camada de saída poderia representar, no máximo, quatro classes possíveis.
- **PMC** composto de **Três** neurônios em sua camada de saída poderia diferenciar, no máximo, oito classes no total.
- Generalizando, **PMC** com m neurônios em sua camada de saída seria capaz de classificar, teoricamente, até 2^m classes possíveis.



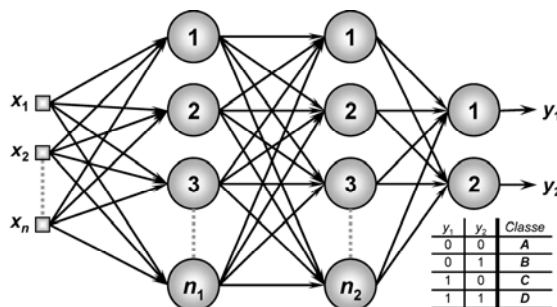
16

4. Codificação de Classes

Método sequencial para atribuição de classes

● Codificação Multiclasses (Sequencial)

- A figura seguinte mostra um exemplo de codificação sequencial para um **PMC** com duas saídas.
- Em termos práticos, devido à eventual complexidade do problema, a adoção desta codificação pode tornar o treinamento bem mais difícil.
- Neste caso, as classes estariam sendo representadas por pontos que estão espacialmente bem próximos entre si.
- Tal situação poderia então demandar um incremento substancial no número de neurônios de suas camadas intermediárias.



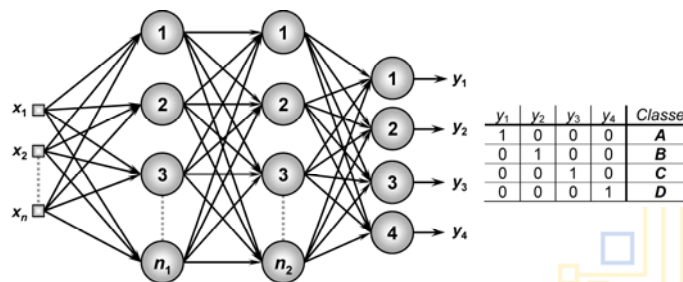
17

4. Codificação de Classes

Método "One of C-Class"

● Codificação Multiclasses (One of C-Class)

- É um dos métodos mais utilizados para codificação multiclasses.
- Consiste de associar a saída de cada neurônio diretamente à classe correspondente.
- Neste caso, a quantidade de neurônios na camada de saída do **PMC** será igual ao número de classes do problema.
- Como exemplo, se houver 4 classes possíveis, as saídas do **PMC** seria também composta de 4 neurônios, conforme figura seguinte.



18

5. Pós-Processamento de Dados

Crítérios de arredondamento de saída

● Processo de Pós-Processamento

- Os valores produzidos pelos neurônios da camada de saída da rede **PMC** são números reais.
- Considerando os problemas de classificação de padrões, as respostas devem ser então pós-processadas, pois o que importa são aqueles valores discretos usados p/ rotular as classes.
- Para o caso da função logística, estes valores podem estar próximos de 1 ou próximos de 0.
- Face a esta circunstância, dependendo da precisão requerida, os valores advindos desta operação podem ser obtidos pela aplicação da seguinte sistemática:

$$Y_i^{pós} = \begin{cases} 1, & \text{se } Y_i^{saída} \geq \lim^{sup} \\ 0, & \text{se } Y_j^{saída} \leq \lim^{inf} \end{cases}$$

- Os valores tipicamente adotados para os limitantes (\lim^{sup} e \lim^{inf}) são definidos por:

$$\begin{cases} \lim^{sup} \in [0,5 \quad 0,9] \\ \lim^{inf} \in [0,1 \quad 0,5] \end{cases}$$

19

6. Questões Sobre Classificação

Reflexões, observações e aspectos práticos

● Aspectos Práticos

- Embora um **PMC** de duas camadas escondidas seja suficiente para reconhecer padrões delimitados por quaisquer regiões geométricas, há situações em que se utilizam mais de duas camadas delas.
- A adoção de mais camadas escondidas podem ser apropriadas tanto para o propósito de incrementar o desempenho do treinamento como aquele de reduzir a topologia estrutural da rede.

● Exercícios de Reflexão

- 1) Seja um problema de classificação composto apenas de duas classes, sendo que a respectiva fronteira de separação é representada por uma região convexa compacta (fechada e limitada). Estime então qual seria a quantidade mínima possível de neurônios que poderia estar associado à primeira camada neural escondida. **{Exercício 5}**
- 2) Considere para o exercício anterior a situação de que a fronteira de separabilidade entre as classes é agora representada por duas regiões compactas disjuntas, sendo uma convexa e a outra não-convexa. Estime então qual seria a quantidade mínima possível de neurônios tanto para a primeira como para a segunda camada neural escondida. **{Exercício 6}**

20