8.2)

a) $\chi_\nu^2 = \frac{\chi^2_{min}}{\nu} = \frac{15.9}{10} = 1.59$

b) $X(\chi^2;\nu) = \frac{(\chi^2)^{(\frac{\nu}{2}-1)}\exp\{-\chi^2/2\}}{2^{\nu/2}\,\Gamma(\nu/2)}$; $P(\chi^2_{min};\nu) = \int_{\chi^2_{min}}^{\infty} X(\chi^2_\nu,\nu)\,d\chi^2$

$X(\chi^2;10) = \frac{(\chi^2)^4\exp\{-\chi^2/2\}}{2^5\,4!}$

$\therefore P(\chi^2_{min};\nu) = \frac{1}{768}\int_{15.9}^{\infty}(\chi^2)^4\exp\{-\chi^2/2\}\,d\chi^2$

D		I
$(\chi^2)^4$	+	$\exp\{-\chi^2/2\}$
$4(\chi^2)^3$	−	$-\frac{1}{2}$ "
$12(\chi^2)^2$	+	$\frac{1}{4}$ "
$24(\chi^2)$	−	$-\frac{1}{8}$ "
24	+	$\frac{1}{16}$ "
0		$-\frac{1}{32}$ "

$\therefore P(\chi^2_{min};\nu) = -\frac{1}{768}\exp\{-\chi^2/2\}\left[\frac{(\chi^2)^4}{2} + (\chi^2)^3 + \frac{3}{2}[(\chi^2)^2 + (\chi^2)] + \frac{3}{4}\right]\Big|_{15.9}^{\infty}$

$P(\chi^2_{min};\nu) = 0.1 \approx 10\%$

c) Para $\nu = 100$; $\chi^2_{min} = 159$

$\chi_\nu^2 = \frac{\chi^2_{min}}{\nu} = \frac{159}{100} = 1.59$

d) $P(\chi^2_{min};\nu) = \frac{1}{2^{50}\,49!}\int_{159}^{\infty}(\chi^2)^{49}\exp\{-\chi^2/2\}\,d\chi^2 =$

$\therefore P(\chi^2_{min};\nu) \approx 0.00016$

Vemos que al aumentar los grados de libertad, disminuye la probabilidad de obtener un valor de χ^2_{min}, luego para 10 grados es un mejor fit. Además, $\chi^2_{min} > \nu + 3\sqrt{2\nu}$, $100 = \nu$ pero para $10 = \nu$ no.

8.3) $N = 2500$

Eq. 3.9 : $P(x_1 \leq x < x_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} \exp\left\{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right\} dx$,

$E_i = N \cdot P$

$= E_r f(x_2 : \bar{x}; \sigma) - E_r f(x_1 : \bar{x}; \sigma)$, pero sea $\sigma = 1$; $\bar{x} = 0$

Usando Wolfram

x_1	x_2	O_i	P	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
$-\infty$	-2.5	9	0.0062	15.5	2.73
-2.5	-2	48	0.0165	41.25	1.02
-2	-1.5	142	0.044	110	9.418
-1.5	-1	154	0.0919	230	25.348
-1	-0.5	438	0.1498	374.5	10.76
-0.5	0	521	0.1914	478.5	3.775
0	0.5	405	0.1914	478.5	11.289
0.5	1	318	0.1498	374.5	8.524
1	1.5	299	0.0919	230	20.7
1.5	2	100	0.044	110	0.909
2	2.5	57	0.0165	41.25	6.01
2.5	∞	9	0.0062	15.5	2.73

i) ν

ii) Podemos ver que todos los $E_i > 5$, luego no hace falta combinar

iii) $\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 103.213$

iv) $\nu = N - N$

$\nu = 12 - 2$

$\nu = 10$

v) No es consistente con la hipótesis de una distribución Gaussiana.

8.5) $N=101$

x_1	x_2	O_i	E_i	$\frac{(O_i-E_i)^2}{E_i}$
1	10	6	$11.\overline{2}$	2.43
11	20	11	$11.\overline{2}$	0.0044
21	30	8	$11.\overline{2}$	0.925
31	40	8	$11.\overline{2}$	0.925
41	50	14	$11.\overline{2}$	0.687
51	60	12	$11.\overline{2}$	0.0539
61	70	11	$11.\overline{2}$	0.0044
71	80	12	$11.\overline{2}$	0.0539
81	90	19	$11.\overline{2}$	5.391
		101	χ^2	10.475

i Como es uniforme, esperamos la misma cantidad de goles en cada intervalo

i $E_i = \frac{101}{9}$ ✓

ii) Podemos ver que $E_i > 5$ en todos

iii) $\chi^2 = 10{,}475$

iv) Como solo hay una restricción

$\nu = 9-1 \Rightarrow \underline{\nu = 8}$

v) $\chi^2_\nu = \frac{10.475}{8} = 1{,}309$

$\chi^2_\nu \gtrsim 1$, luego es un buen Fit.

8.7)

FV	1	2	3	4	5	6	
O_i	17	21	14	13	16	19	100
$\frac{(O_i-E_i)^2}{E_i}$	$0.0\overline{06}$	$1.12\overline{6}$	$0.42\overline{6}$	$0.80\overline{6}$	$0.02\overline{6}$	$0.32\overline{6}$	

χ^2	2.72

; $\nu = 6-1 = \underline{5}$

Debería ser uniforme entonces debería ser $E_i = \frac{100}{6} = 16.\overline{6}$

Viendo en una tabla, para 5 grados de libertad, vemos que a partir de 10% de probabilidad $\chi^2 = 9{,}24$, y entre más disminuye la probabilidad χ^2 aumenta. Luego $\chi^2 < 9.24$.

Osea, que un 90% de las veces que caiga el dado dará un valor correcto.
Luego el adado si es justo.