20. Sea n el número de elementos en un conjunto y r la cantidad de elementos que se van a tomar del conjunto de n-elementos, permitiendo la repetición.

---

ej.: sea $\Phi = \{a, b, c, d\}$, se quieren tomar $r = 7$ elementos para formar otro conjunto, una posibilidad es:

$$\varphi = \{a, a, a, b, c, c, d\}$$

Suponga ahora que formamos un nuevo conjunto que contiene $n-1$ barras (/) y r estrellas (*), de modo que el cardinal de este nuevo conjunto es $r+(n-1)$.

---

ej.: basandonos en el ejemplo anterior, el nuevo conjunto tendría 3 barras (/) y 7 estrellas (*). Una manera posible de organizar las barras y estrellas es:

$$\beta = \underbrace{***}_{a} / \underbrace{*}_{b} / \underbrace{**}_{c} / \underbrace{*}_{d}$$

Si asociamos cada espacio entre barras a un elemento de Φ, y el número de estrellas dentro de cada espacio como la cantidad de veces que aparece el elemento, se puede ver que el conjunto β es análogo al conjunto α, por lo que el problema original se convierte en uno de combinatoria, ya que de las 10 posiciones $(r+(n-1))$ se quiere ver de cuantas maneras se pueden escoger 3 $(n-1)$ para que sean nuestras barras separadoras y el resto las ocuparan las estrellas (*).

En términos generales, usando la formula de combinatoria, tenemos:

$$\binom{r+n-1}{n-1} = \frac{(r+n-1)!}{r!\,(n-1)!} = \binom{r+n-1}{r}$$

ej: $\binom{10}{3} = \frac{10!}{7!\,3!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2} = 120$