

1. Sabemos que P_1 y P_2 son medidas de probabilidad

$$\Rightarrow 0 \leq P_1 < 1, 0 \leq P_2 < 1$$

A su vez, como $a_1 + a_2 = 1$ y $a_1, a_2 \in \mathbb{R}^+$

$$\Rightarrow 0 \leq a_1 \leq 1, 0 \leq a_2 \leq 1$$

Multiplicando las desigualdades por P_1 y P_2 respectivamente

$$0 \leq a_1 P_1 \leq P_1, 0 \leq a_2 P_2 \leq P_2$$

↓

↓

$$0 \leq a_1 P_1 < 1, 0 \leq a_2 P_2 < 1$$

Por ende $a_1 P_1$ y $a_2 P_2$ pueden corresponder a la probabilidad de dos medidas de probabilidad. De modo que:

$$P = P(a_1 P_1 \cup a_2 P_2) = a_1 P_1 + a_2 P_2 \geq 0$$

$\Rightarrow P$ cumple con el segundo axioma de Kolmogórov

$\Rightarrow P$ es una medida de probabilidad