

Tomamos A como una matriz $M \times M$, y b como un vector $(M \times 1)$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Si la llevamos a una matriz triangular inferior

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{pmatrix}$$

Al plantear el sistema de ecuaciones (nuevas) queda:

$$\tilde{A}\tilde{x} = \tilde{b}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Si suponemos que $a_{ij} = 1$, cuando $i = j$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = b_1 \\ a_{21}x_1 + x_2 = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + x_m = b_m \end{cases}$$

$$a_{21}x_1 + x_2 = b_2$$

Como x_1 es conocido, si también lo es x_2 por lo tanto x_2 también, si seguimos con el proceso!

$$x_m = b_m - a_{m1}x_1 - a_{m2}x_2 - \cdots - a_{(m-1)}x_{(m-1)}$$

En forma general se obtendría que:

$$x_i = b_i - \sum_{j=0}^{i-1} a_{ij}x_j$$

los valores de x_j se pueden obtener al aplicar la fórmula en cada caso respectivamente.