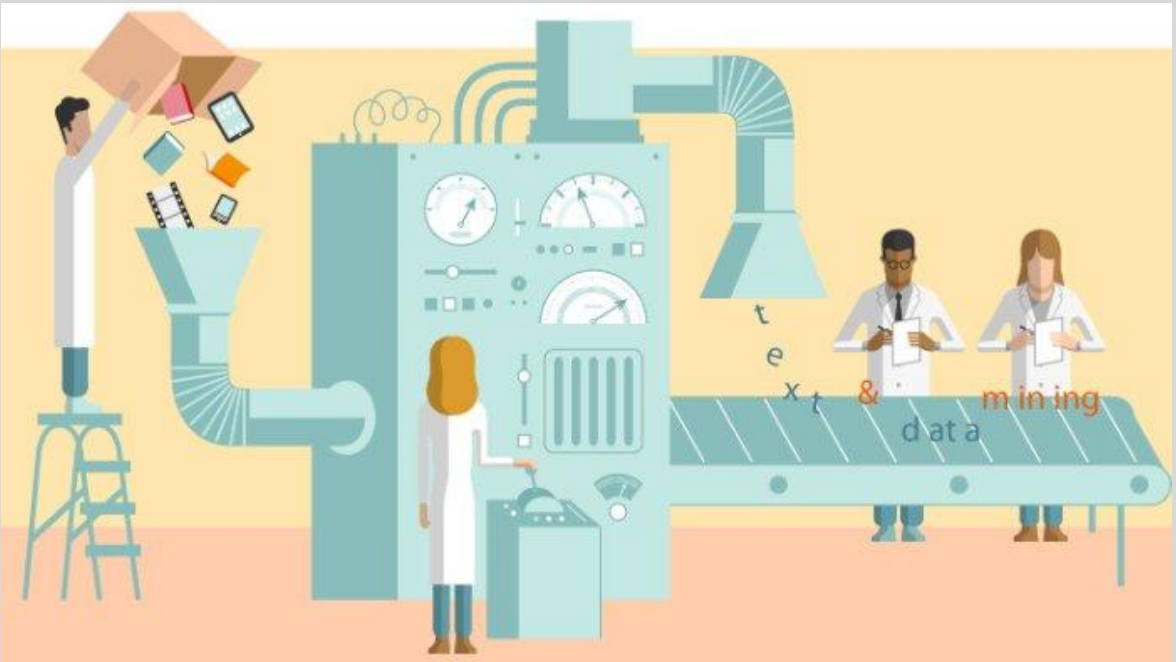


Digital House >
Coding School

DATA SCIENCE

MÓDULO 2

Inferencia Estadística II

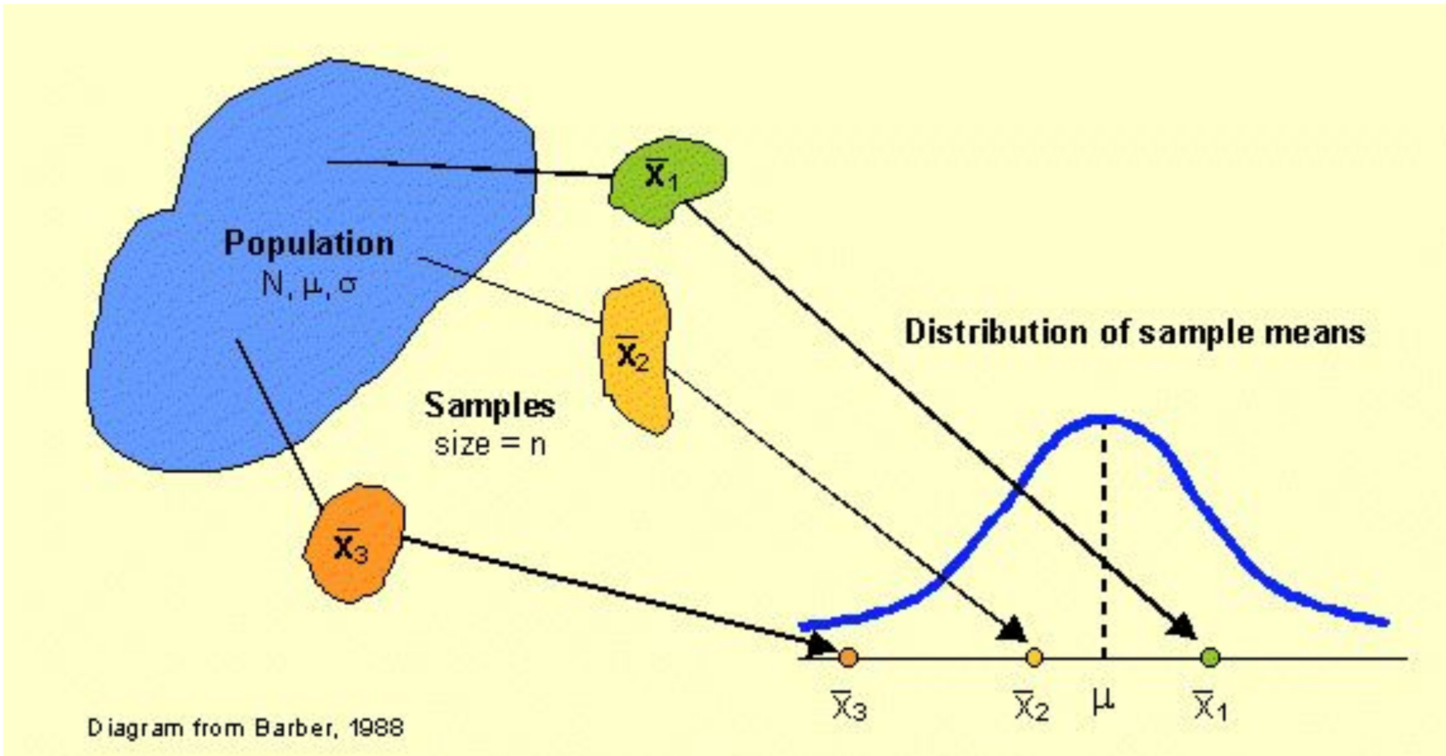
CONTENIDOS DE LA CLASE

1. **Pruebas de hipótesis para una población.**
2. **Prueba de hipótesis para dos poblaciones. Caso de grupo de tratamiento y de control.**
3. **Aplicación A/B Testing.**

PRUEBA DE HIPÓTESIS

Distribución de las medias muestrales:

Simulación: https://gallery.shinyapps.io/CLT_mean/



Teorema (del límite central): Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ un conjunto de variables aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas de una distribución con media $\boldsymbol{\mu}$ y varianza $\boldsymbol{\sigma^2 \neq 0}$. Entonces, si **n** es suficientemente grande, la variable aleatoria

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

tiene aproximadamente una distribución normal con $\mu_{\bar{X}} = \mu$ y $\sigma^2_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma^2}{n}$.

Condiciones del TCL

- **Independencia**: las observaciones tienen que provenir de un muestreo aleatorio y deben ser independientes. Si el muestreo es sin reemplazo, entonces n < 10% de la población
- Si la distribución de una población es muy **asimétrica**, n deberá ser muy grande (a veces se menciona un n=30 como aproximación, pero en realidad depende de cuán asimétrica es la población). Si la población tiene distribución normal, no hay condiciones sobre n.

Un investigador de mercados y hábitos de comportamiento afirma que el tiempo que los niños de tres a cinco años dedican a ver la televisión cada semana es en promedio **22 horas**. Frente a este estudio, una empresa de investigación de mercados cree que la media es mayor y para probar su hipótesis toma **una muestra de 64 observaciones** procedentes de la misma población, obteniendo como resultado una **media de 25 y desvío estándar de 6 horas**. Verifique si la afirmación del investigador es realmente cierta utilizando un nivel de significación del 5%.

Un investigador de mercados y hábitos de comportamiento afirma que el tiempo que los niños de tres a cinco años dedican a ver la televisión cada semana es en promedio **22 horas.** Frente a este estudio, una empresa de investigación de mercados cree que la media es mayor y para probar su hipótesis toma una **muestra de 64 observaciones** procedentes de la misma población, obteniendo como resultado **una media de 25 y desvío estándar de 6 horas**. Verifique si la afirmación del investigador es realmente cierta utilizando un nivel de significación del 5%.

¿Qué sabemos?

- Tenemos una hipótesis sobre la media poblacional: $\mu = 22$
- Tenemos una muestra: $n = 64, \bar{X} = 25\ hs, S = 6\ hs$

Un investigador de mercados y hábitos de comportamiento afirma que el tiempo que los niños de tres a cinco años dedican a ver la televisión cada semana es en promedio **22 horas.** Frente a este estudio, una empresa de investigación de mercados cree que la media es mayor y para probar su hipótesis toma una **muestra de 64 observaciones** procedentes de la misma población, obteniendo como resultado **una media de 25 y desvío estándar de 6 horas**. Verifique si la afirmación del investigador es realmente cierta utilizando un nivel de significación del 5%.

¿Qué sabemos?

- Tenemos una hipótesis sobre la media poblacional: $\mu = 22$
- Tenemos una muestra: $n = 64, \bar{X} = 25\ hs, S = 6\ hs$

Queremos saber si la muestra nos puede proveer evidencia para rechazar nuestra hipótesis sobre la media poblacional.

¿Qué sabemos?

- Tenemos una hipótesis sobre la media poblacional: $\mu = 22$
- Tenemos una muestra: $n = 64, \bar{X} = 25\ hs, S = 6\ hs$

Queremos saber si la muestra nos puede proveer evidencia para rechazar nuestra hipótesis sobre la media poblacional.

Planteamos nuestra hipótesis:

Ho: $\boldsymbol{\mu} = 22$

Ha: $\boldsymbol{\mu} > 22$

¿Qué sabemos?

- Tenemos una hipótesis sobre la media poblacional: $\mu = 22$
- Tenemos una muestra: $n = 64, \bar{X} = 25\ hs, S = 6\ hs$

Estadístico de prueba:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

¿Qué sabemos?

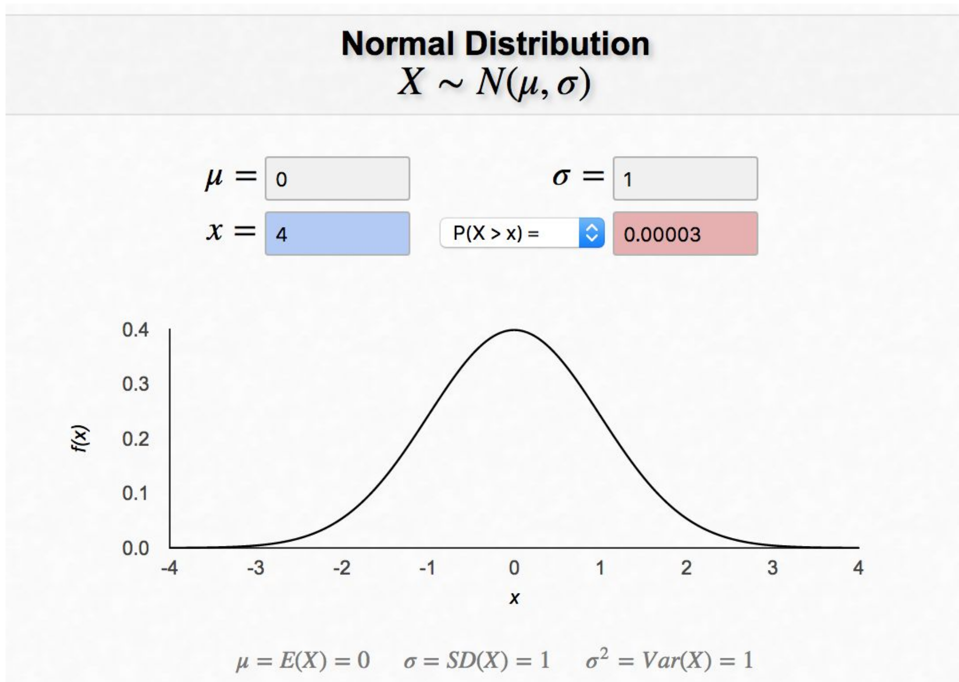
- Tenemos una hipótesis sobre la media poblacional: $\mu = 22$
- Tenemos una muestra: $n = 64, \bar{X} = 25\ hs, S = 6\ hs$

Estadístico de prueba:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$Z_{prueba} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{25 - 22}{\frac{6}{\sqrt{64}}} = 4$$

Vemos que las probabilidades de haber obtenido una muestra aleatoria de tamaño 64 y media muestral 25 hs, asumiendo que la media poblacional sean 22 hs es casi nula. **Tenemos argumentos para rechazar la hipótesis nula** y afirmar que muy probablemente la media poblacional sea mayor a 22 hs semanales.



Las hipótesis: siempre sobre un **parámetro poblacional**

Las hipótesis: siempre sobre un **parámetro poblacional**

Hipótesis **nula** vs. hipótesis **alternativa**

Las hipótesis: siempre sobre un **parámetro poblacional**

Hipótesis **nula** vs. hipótesis **alternativa**

Nivel de significación (**alpha**)

- Planteo más general. Pasos en un test de hipótesis.
  - Formular hipótesis nula y alternativa.

- Planteo más general. Pasos en un test de hipótesis.
  - Formular hipótesis nula y alternativa.
  - Identificar el estadístico de prueba apropiado y su distribución bajo la hipótesis nula (asumiendo que esta es cierta).

$$\text{Test statistic} = \frac{\text{Sample statistic} - \text{Value of the population parameter under } H_0}{\text{Standard error of the sample statistic}}$$

- Planteo más general. Pasos en un test de hipótesis.
  - Formular hipótesis nula y alternativa.
  - Identificar el estadístico de prueba apropiado y su distribución bajo la hipótesis nula (asumiendo que esta es cierta).
  - Fijar el nivel de significación (la probabilidad de equivocarme al rechazar H0 que estoy dispuesto a tolerar).

$$\text{Test statistic} = \frac{\text{Sample statistic} - \text{Value of the population parameter under } H_0}{\text{Standard error of the sample statistic}}$$

- Planteo más general. Pasos en un test de hipótesis.
  - Formular hipótesis nula y alternativa.
  - Identificar el estadístico de prueba apropiado y su distribución bajo la hipótesis nula (asumiendo que esta es cierta).
  - Fijar el nivel de significación (la probabilidad de equivocarme al rechazar H0 que estoy dispuesto a tolerar).
  - Establecer la regla de decisión (dado el nivel de significatividad tendré valores críticos que separan la región de no rechazo de la de rechazo).

$$\text{Test statistic} = \frac{\text{Sample statistic} - \text{Value of the population parameter under } H_0}{\text{Standard error of the sample statistic}}$$

- Planteo más general. Pasos en un test de hipótesis.
  - Formular hipótesis nula y alternativa.
  - Identificar el estadístico de prueba apropiado y su distribución bajo la hipótesis nula (asumiendo que esta es cierta).
  - Fijar el nivel de significación (la probabilidad de equivocarme al rechazar H0 que estoy dispuesto a tolerar).
  - Establecer la regla de decisión (dado el nivel de significatividad tendré valores críticos que separan la región de no rechazo de la de rechazo).
  - Recolectar datos y calcular valor muestral del estadístico de prueba.

$$\text{Test statistic} = \frac{\text{Sample statistic} - \text{Value of the population parameter under } H_0}{\text{Standard error of the sample statistic}}$$

- Planteo más general. Pasos en un test de hipótesis.
  - Formular hipótesis nula y alternativa.
  - Identificar el estadístico de prueba apropiado y su distribución bajo la hipótesis nula (asumiendo que esta es cierta).
  - Fijar el nivel de significación (la probabilidad de equivocarme al rechazar H0 que estoy dispuesto a tolerar).
  - Establecer la regla de decisión (dado el nivel de significatividad tendré valores críticos que separan la región de no rechazo de la de rechazo).
  - Recolectar datos y calcular valor muestral del estadístico de prueba.
  - Tomar la decisión estadística

$$\text{Test statistic} = \frac{\text{Sample statistic} - \text{Value of the population parameter under } H_0}{\text{Standard error of the sample statistic}}$$

- Definición de p-valor:
    - "La probabilidad de obtener el valor observado o más extremos del estadístico de prueba si la hipótesis nula fuese cierta"

Definición de p-valor:

- “La probabilidad de obtener el valor observado o más extremos del estadístico de prueba si la hipótesis nula fuese cierta”

Si p-value < nivel de significación, entonces rechazo H0. Forma alternativa de fijar la regla de decisión. No necesito buscar valores críticos en una tabla.

- Supongamos que dado un conjunto de datos se computa el estadístico de prueba y el p-value resulta de 0.001. Partamos de que H0 es cierta e imaginemos a otros investigadores repitiendo el experimento en idénticas condiciones.

- Supongamos que dado un conjunto de datos se computa el estadístico de prueba y el p-value resulta de 0.001. Partamos de que H0 es cierta e imaginemos a otros investigadores repitiendo el experimento en idénticas condiciones.

- Ese valor del p-value dice que si H0 es cierta solo 1 de cada 1000 investigadores puede obtener un valor del estadístico tan extremo como el obtenido.

- Supongamos que dado un conjunto de datos se computa el estadístico de prueba y el p-value resulta de 0.001. Partamos de que H0 es cierta e imaginemos a otros investigadores repitiendo el experimento en idénticas condiciones.

- Ese valor del p-value dice que si H0 es cierta solo 1 de cada 1000 investigadores puede obtener un valor del estadístico tan extremo como el obtenido.

- Notemos que el p-value no es la probabilidad de que H0 sea cierta.

- Sin importar la cantidad de repeticiones del experimento H0 es siempre cierta o falsa.

TESTS PARA UNA POBLACIÓN

- Especificaciones de las hipótesis nula y alternativa
  - Hipótesis unilaterales

    Ho: $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}0$
    Ha: $\boldsymbol{\mu} = > \boldsymbol{\mu}0$

    Ho: $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}0$
    Ha: $\boldsymbol{\mu} = < \boldsymbol{\mu}0$

  - Hipótesis bilaterales

    Ho: $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}0$
    Ha: $\boldsymbol{\mu} = <> \boldsymbol{\mu}0$

- Estadístico de prueba

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Bajo H0, manteniendo que H0 es verdadera, este estadístico tiene distribución normal estándar (con media 0 y desvío 1).

- Estadístico de prueba

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Bajo H0, manteniendo que H0 es verdadera, este estadístico tiene distribución normal estándar (con media 0 y desvío 1).

Nota: si la varianza no es conocida pero podemos asumir la normalidad de la distribución de la media muestral, podemos utilizar al desvío estándar de la muestra como estimador de sigma.

Ejemplo:

- Fijamos nivel de significación (alpha) en 5%.
- Se obtiene una muestra de n=25 donde la media muestral es 80.94, se sabe que el desvío poblacional es 11.6.

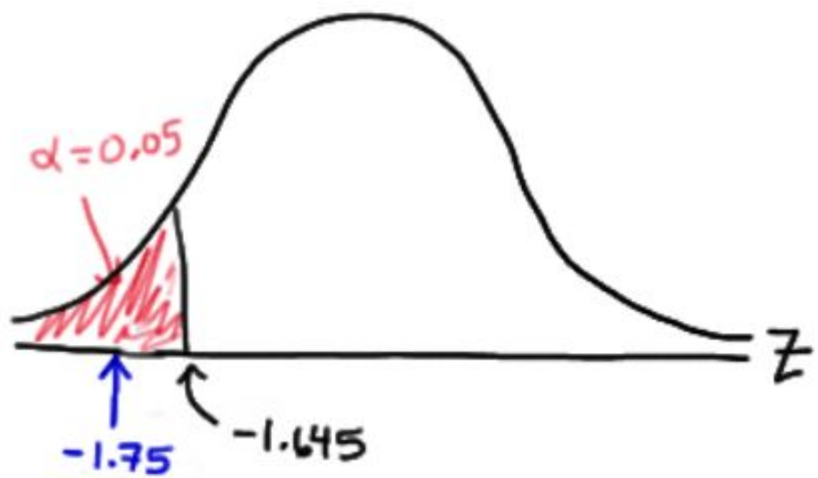
  Ho: $\boldsymbol{\mu} = 85$

  Ha: $\boldsymbol{\mu} < 85$

- El valor del estadístico resulta:

$$Z = \frac{80.94 - 85}{11.6/\sqrt{25}} = -1.75$$

- El enfoque de la región crítica nos dice que rechacemos la hipótesis nula en el nivel α = 0.05 si Z <-1.645. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula porque Z = -1.75 <-1.645, y por lo tanto cae en la región de rechazo:



- Otra forma de tomar la decisión es mediante el cálculo del p-value:

- En este enfoque rechazamos H0 si p-value es menor que el nivel $\alpha = 0.05$. En este caso, el p-value es Probabilidad ($Z < -1.75$) = $0.0401 < 0.05$

Si no conocemos la varianza poblacional y no podemos asegurar las condiciones de normalidad de la distribución de la media muestral, entonces utilizamos el estadístico de prueba T-Student con n-1 grados de libertad:

$$T = \frac{X - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

Ejemplo:

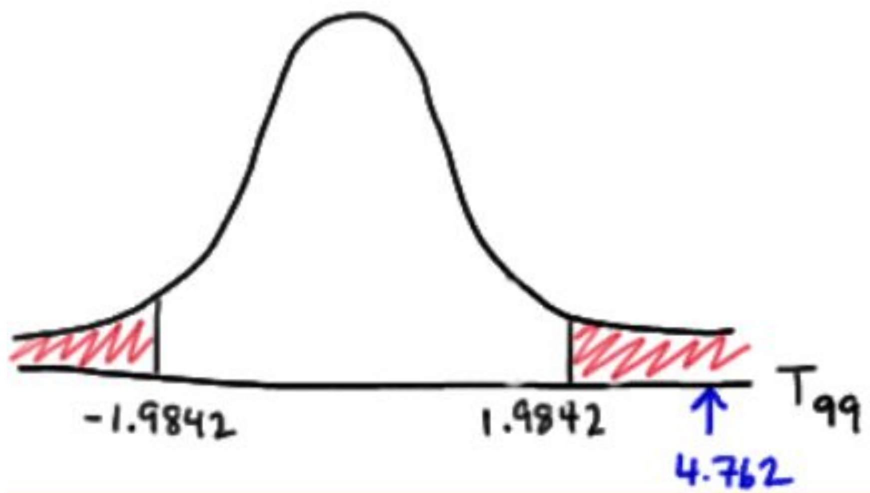
- Muestra de n = 100
- Media muestral de 130.1 con una desviación estándar de 21.21.

  Ho: μ = 120

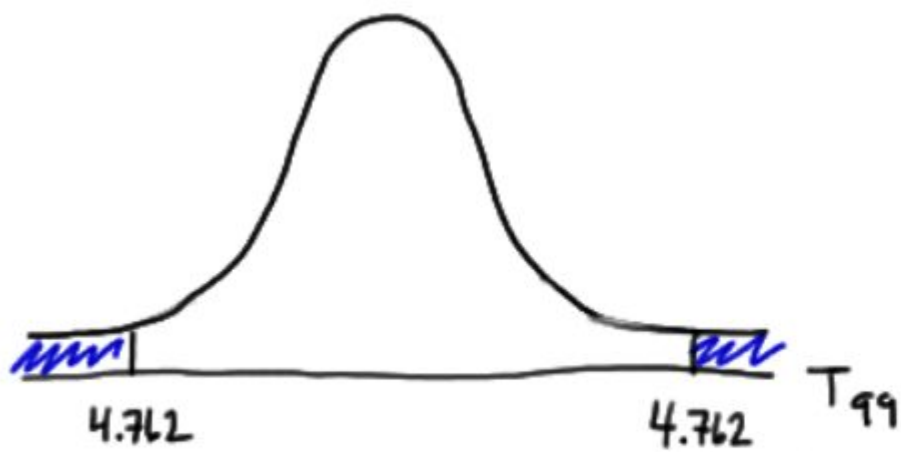
  Ha: μ <> 120
- El valor del estadístico resulta

$$t = \frac{130.1 - 120}{21.21/\sqrt{100}} = 4.762$$

- El enfoque de la región crítica nos dice que rechacemos la hipótesis nula al nivel $\alpha = 0.05$ si $t \geq t0.025,99 = 1.9842$ o si $t \leq t0.025,99 = -1.9842$. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula porque $t = 4.762 > 1.9842$, y por lo tanto cae en la región de rechazo:



- Sacamos la misma conclusión al usar el enfoque del p-value. El enfoque del p-value nos dice que rechacemos la hipótesis nula al nivel $\alpha = 0.05$ si el valor p-value $< \alpha = 0.05$.
- En este caso, el p-value es $2 \times P(T99 > 4.762) < 2 \times P(T99 > 1.9842) = 2(0.025) = 0.05$. Rechazamos H0 porque p-value<0.05



- Se tira un dado con 4 caras (tetraedro) 1000 veces y se registra que salen 290 veces el número 4.
- ¿Hay evidencia para concluir que el dado está sesgado, es decir, que se observan más veces el número 4 que lo esperado?

- Si el dado está equilibrado cada cara tiene probabilidad 0.25 de aparecer. Supongamos inicialmente que este es el caso

$$H_0: p = 0.25$$

- En base a la muestra la proporción observada resulta

$$\hat{p} = \frac{y}{n} = \frac{290}{1000} = 0.29$$

- Según el Teorema Central del Límite la proporción muestral

$$\hat{p} = \frac{Y}{n}$$

tiene distribución asintóticamente normal con media (bajo H0)

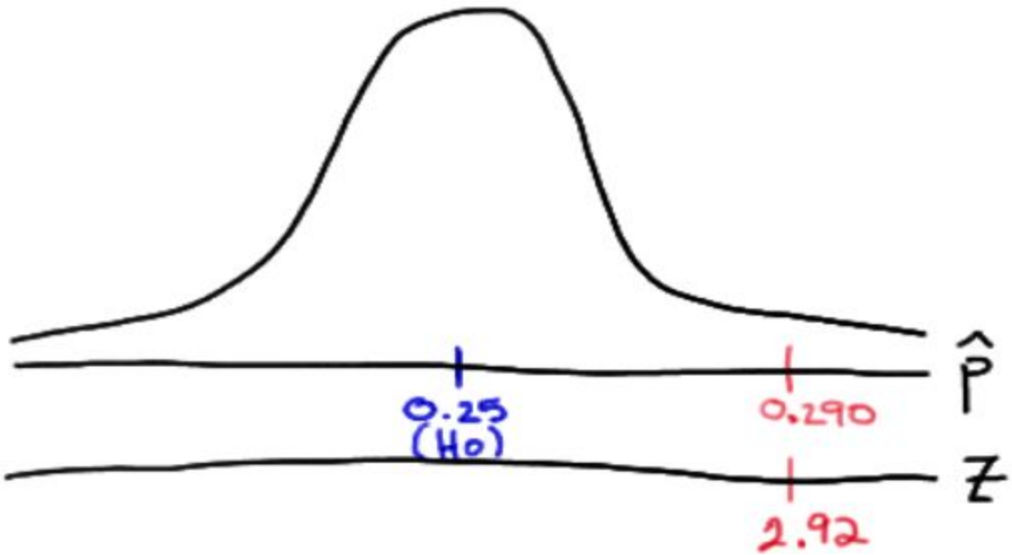
$$p_0 = 0.25$$

y desvío estándar (bajo H0)

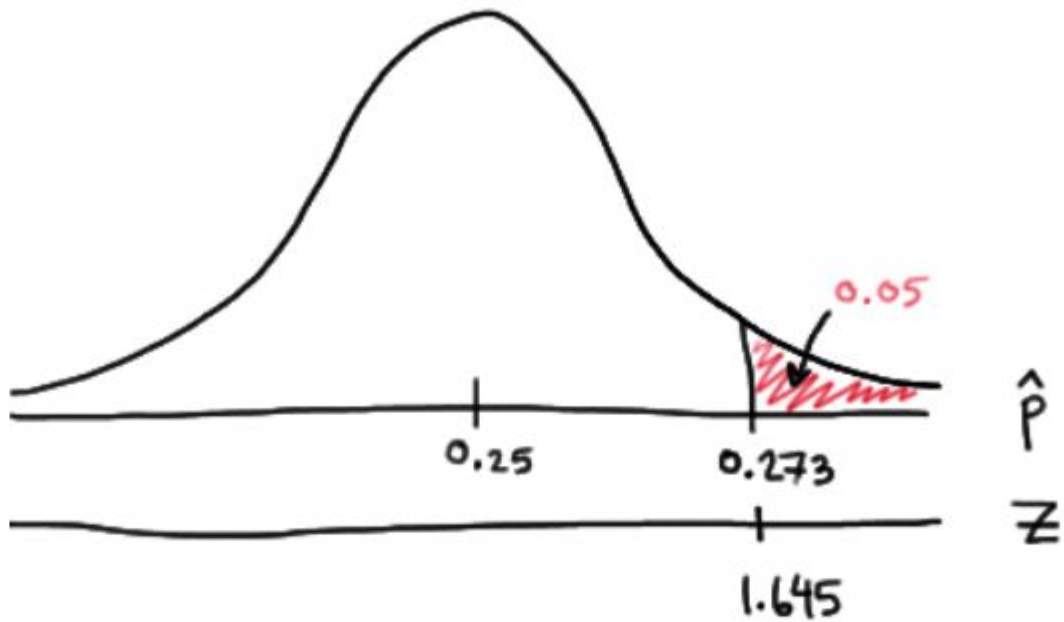
$$\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = \sqrt{\frac{0.25(0.75)}{1000}} = 0.01369$$

- Por lo que, bajo H0, manteniendo que H0 es verdadera, este estadístico tiene distribución normal estándar (con media 0 y desvío 1)

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$



- Buscamos testear H0 que la probabilidad, en la población, de obtener un 4 es igual igual a 0.25 versus H1, que esta probabilidad es mayor que 0.25.
- Si fijamos el nivel de significación en 0.05 entonces rechazamos si Z>1.645



¿Qué pasa si no podemos aplicar el TCL para realizar un test de hipótesis para una proporción?

— Imaginemos que sospechamos que una moneda está cargada. Queremos testearlo. Para eso, decidimos hacer 10 tiradas.
— Una estrategia es contrastar hipótesis
— Puedo construir una **distribución muestral** de cada una de las tiradas de la moneda suponiendo que la moneda está equilibrada (esa sería la Ho).
— De hecho, podemos hacerlo utilizando la distribución binomial…

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad 0 \leq p \leq 1$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Para 0 caras = 1 x 0.5 **0 x 0.5**10
Para 1 cara = 10!/1! x 0.5 **1 x 0.5**9
etc..

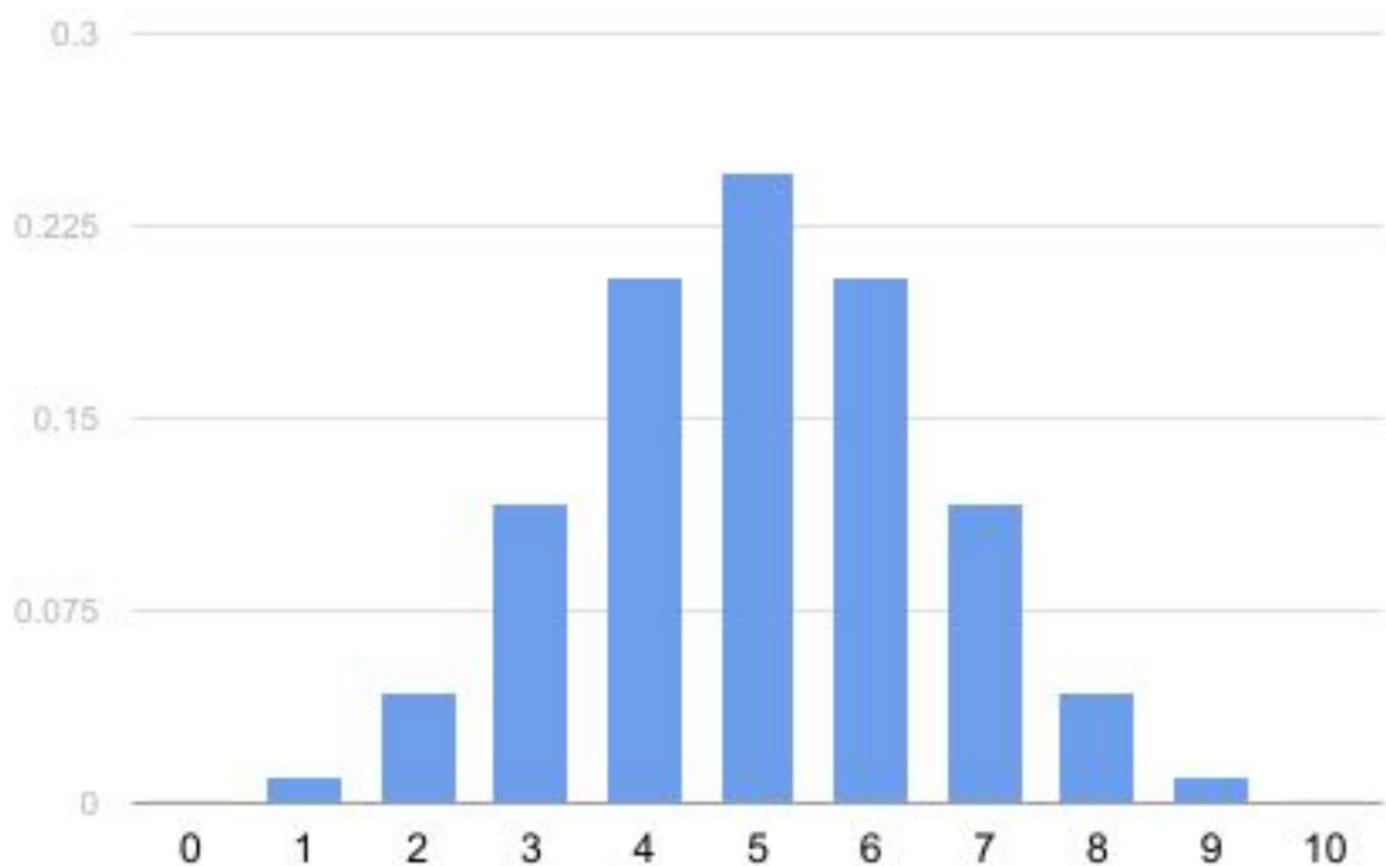
Nota: 0.5**10 = 1/1.024

EJEMPLO: TIRADA DE DADOS

- Puedo calcular las probabilidades de obtener 0, 1, 2,..., 10 caras en 10 tiradas de monedas.
- La forma es a través de una distribución binomial que permite calcular las probabilidades de obtener x éxitos en n repeticiones de un experimento -¿cuál sería el experimento, cuál el éxito y cuántas repeticiones habría en este caso?
- ¿Qué suceso es más probable (**si la moneda NO estuviese cargada**)?
- ¿Cuándo rechazaríamos que la moneda **NO está cargada**?

#	Fav / Pos	Prob
0	1 / 1024	0,001
1	10 / 1024	0,010
2	45 / 1024	0,044
3	120 / 1024	0,117
4	210 / 1024	0,205
5	252 / 1024	0,246
6	210 / 1024	0,205
7	120 / 1024	0,117
8	45 / 1024	0,044
9	10 / 1024	0,010
10	1 / 1024	0,001

EJEMPLO: TIRADA DE MONEDAS



- La anterior es la distribución de probabilidad de obtener 0 a 10 caras en 10 tiradas de monedas si la moneda no estuviera cargada… es decir…

<u>SI LA HIPÓTESIS NULA FUERA VERDADERA</u>

- Ahora, nosotros realizamos el experimento (o extraemos la muestra).
  - Definimos un alfa de 0.1
  - Tiramos la moneda 10 veces y obtenemos 7 caras…
  - ¿Qué dirían sobre la Ho?
  - ¿Y si hubiéramos obtenido 1vcara en 10 tiradas?

TIPOS DE ERRORES EN UN TEST DE HIPÓTESIS

TIPOS DE ERRORES EN LOS TESTS DE HIPÓTESIS

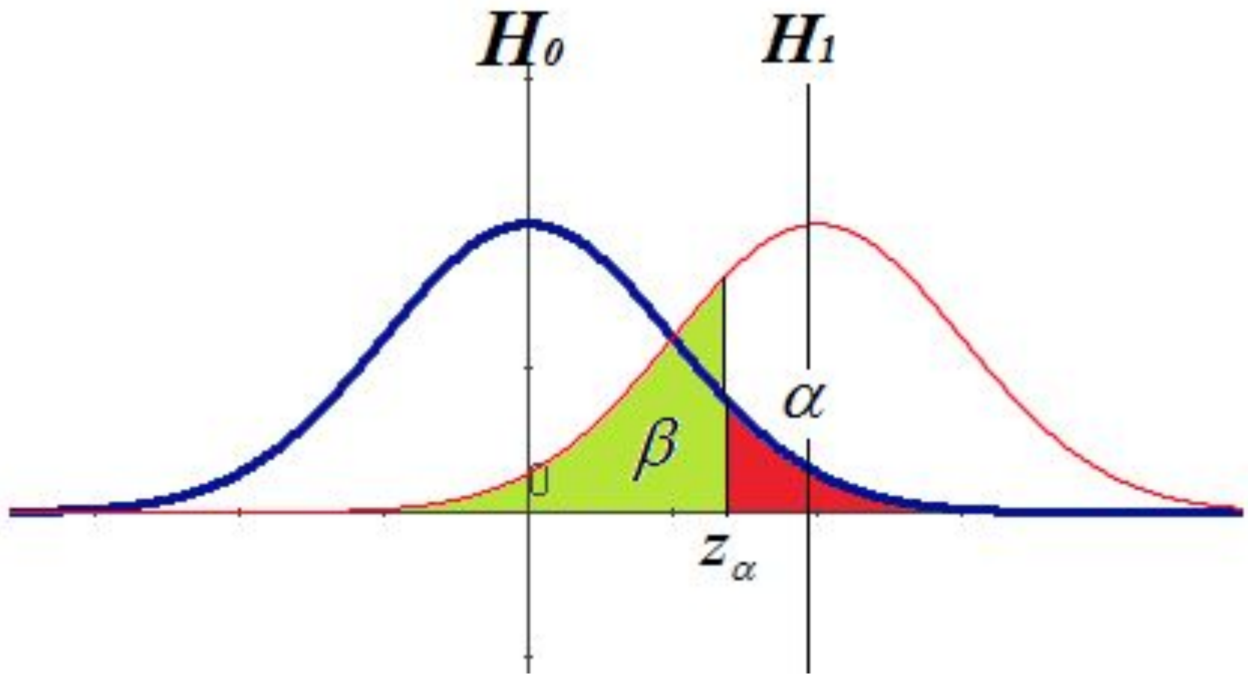
Decisión Adoptada	Hipótesis H_0	
	Cierta	Falsa
No rechazar H_0	***Decisión Acertada*** **$(1 - \alpha)$**	***Error de Tipo II*** **(β)**
Rechazar H_0	***Error de Tipo I*** **(α)**	***Decisión Acertada*** **$(1 - \beta)$**

- Nivel máximo de error que estamos dispuesto a tolerar.
- Dado que nos encontramos trabajando con muestras nunca podemos estar 100% seguros de si hemos tomado la decisión correcta al rechazar o no una H0. ¿Por qué?

Decisión Adoptada	Hipótesis H_0	
	Cierta	Falsa
No rechazar H_0	***Decisión Acertada*** **$(1 - \alpha)$**	***Error de Tipo II*** **(β)**
Rechazar H_0	***Error de Tipo I*** **(α)**	***Decisión Acertada*** **$(1 - \beta)$**

— alfa y beta varían en forma inversa… ¿por qué?

- alfa y beta varían en forma inversa… ¿por qué?



TESTS PARA DOS POBLACIONES

Ejemplo: estudio sobre el efecto de jugar videojuegos durante el almuerzo y su efecto sobre el consumo de snacks durante la tarde.

- Muestra: 44 pacientes. 22 mujeres y 22 hombres
- Se estratifica por género y se los divide aleatoriamente en dos grupos de 22 personas.
- Al grupo 1 se le pide que juegue a un videojuego mientras almuerzan, intentando ganar la mayor cantidad de puntos posibles.
- Al grupo de control se le pide que almuerce sin distracciones.
- A los dos grupos se les provee el mismo almuerzo y los mismos snacks durante la tarde.
- El objetivo es determinar si el grupo que jugó a los videojuegos consume significativamente más snacks que el grupo de control.

Ejemplo: estudio sobre el efecto de jugar videojuegos durante el almuerzo y su efecto sobre el consumo de snacks durante la tarde.

Datos:

Consumo de snack	Media Muetral	Desv. Est	n
Videojuegos	52.1 gr	45.1 gr	22
No distracciones	27.1 gr	26.4 gr	22

Ejemplo: estudio sobre el efecto de jugar videojuegos durante el almuerzo y su efecto sobre el consumo de snacks durante la tarde.

Intervalo de confianza para la diferencia de medias muestrales:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t^*_{df} SE_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

$$SE_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$df = \min(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

Ejemplo: estudio sobre el efecto de jugar videojuegos durante el almuerzo y su efecto sobre el consumo de snacks durante la tarde.

Intervalo de confianza con nivel de confianza de 95% para la diferencia de medias:

$$(\bar{X}_{wd} - \bar{X}_{wod}) \pm t^*_{df}\, SE = (52.1 - 27.1) \pm 2.08 \times \sqrt{\frac{45.1^2}{22} + \frac{26.4^2}{22}}$$

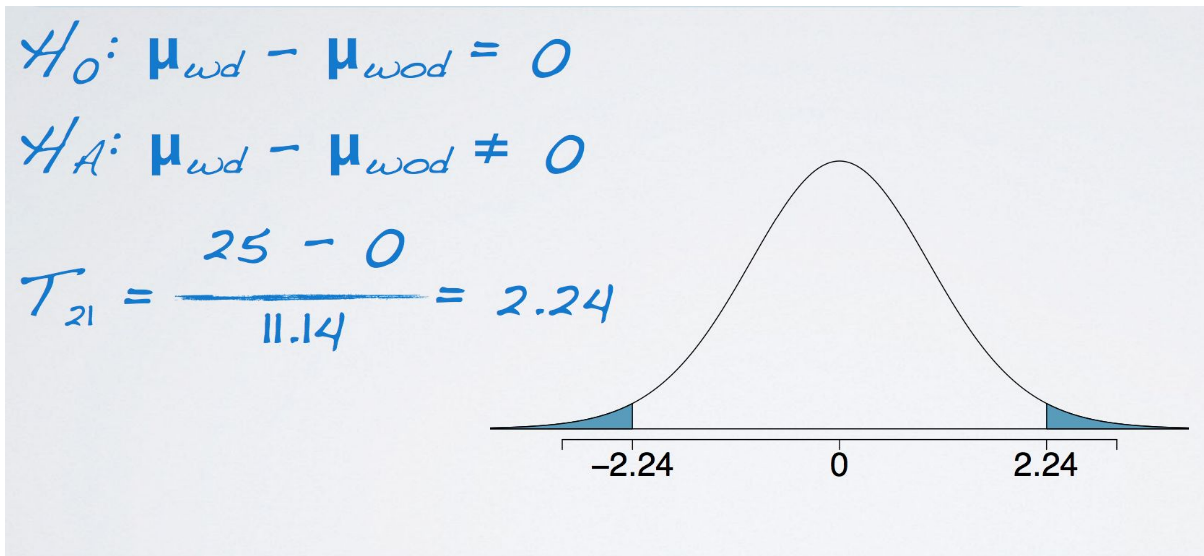
$$= 25 \pm 2.08 \times 11.14$$

$$= 25 \pm 23.17$$

$$= (1.83,\ 48.17)$$

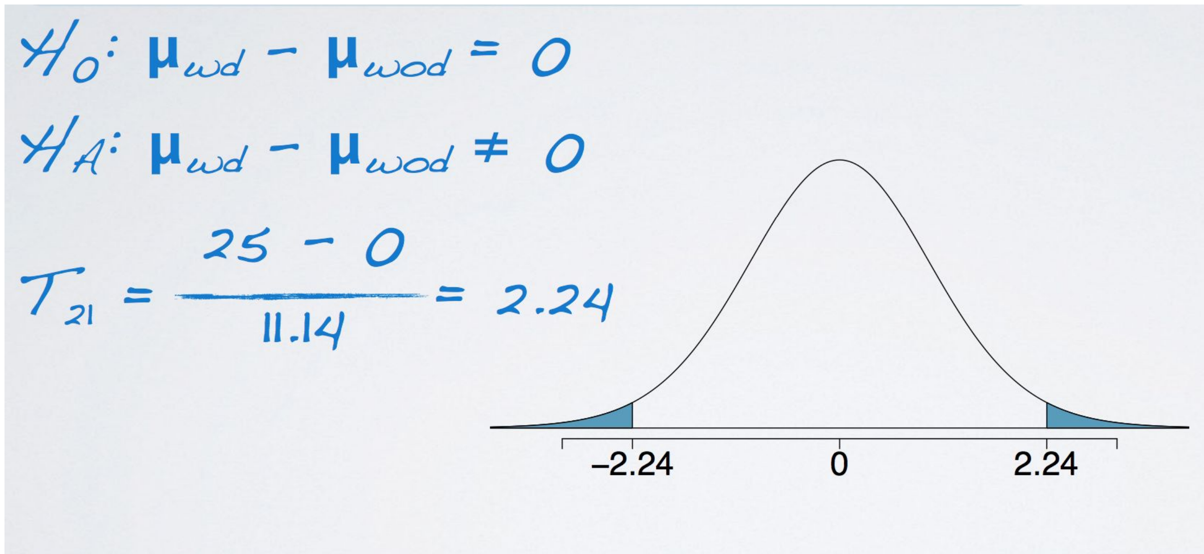
Ejemplo: estudio sobre el efecto de jugar videojuegos durante el almuerzo y su efecto sobre el consumo de snacks durante la tarde.

Test de Hipótesis:

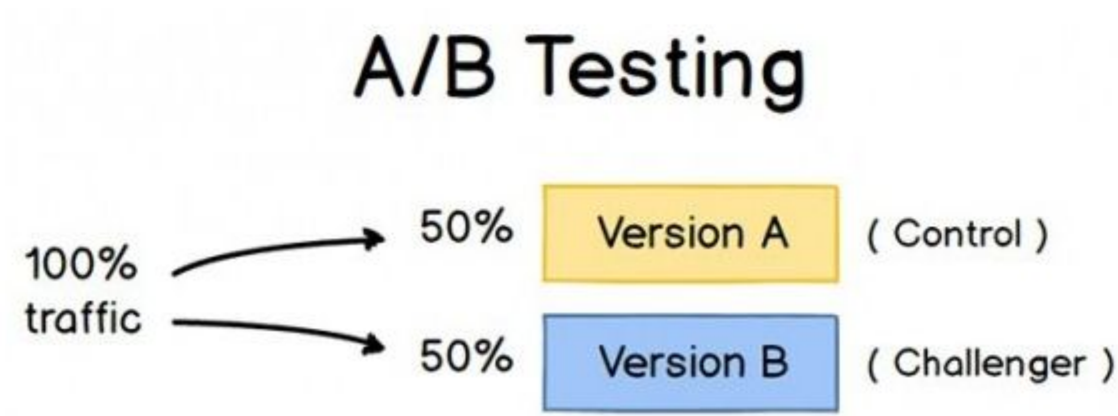


Ejemplo: estudio sobre el efecto de jugar videojuegos durante el almuerzo y su efecto sobre el consumo de snacks durante la tarde.

Test de Hipótesis:



p- valor = 3.6% → Rechazamos la hipótesis nula.


A/B Testing
100% traffic
50%
Version A
(Control)
50%
Version B
(Challenger)

A/B/C/D testing

Apliquemos un ejemplo...

- Una de tus principales responsabilidades es la optimización de las conversiones.
- Uno de tus anunciantes ha desarrollado una nueva bebida energética dirigida a científicos de datos, y el VP de Advertisements quiere tu ayuda eligiendo entre el anuncio A y el anuncio B.
- Decidís aplicar A/B testing para definir cuál es el mejor anuncio...

- Digamos que N_A personas ven el anuncio A y que de estas n_A hacen click en él.

- Podemos pensar en cada vista de un anuncio como una prueba de Bernoulli donde p_A es la probabilidad que alguien haga click en el anuncio A.

- Entonce si N_A es grande, que es el caso aquí, sabemos que n_A/N_A es aproximadamente una variable aleatoria normal con media p_A y desvío estándar $\sigma_A = \sqrt{p_A(1-p_A)/N_A}$

- Entonces si N_B es grande, que es el caso aquí, sabemos que n_B/N_B es aproximadamente una variable aleatoria normal con media p_B y desvío estándar $\sigma_B = \sqrt{p_B(1-p_B)/N_B}$

- Si asumimos que estas dos normales son independientes (lo que parece razonable porque las pruebas Bernoulli individuales deben serlo), entonces su diferencia debe ser también normal con media p_B-p_A y desvío estándar

$$\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$$

- Esto significa que podemos testear la hipótesis nula de que pB-pA es cero (p_B y p_A son iguales) usando el estadístico

```
def estimated_parameters(N, n):
    p = n / N
    sigma = math.sqrt(p * (1 - p) / N)
    return p, sigma
```

```
def a_b_test_statistic(N_A, n_A, N_B, n_B):
    p_A, sigma_A = estimated_parameters(N_A, n_A)
    p_B, sigma_B = estimated_parameters(N_B, n_B)
    return (p_B - p_A) / math.sqrt(sigma_A ** 2 + sigma_B ** 2)
```

que debería ser aproximadamente una normal estándar.

- Por ejemplo si A obtiene 200 clicks de 1000 vistas y B obtiene 180 clicks de 100 vistas el estadístico es igual a

```
z = a_b_test_statistic(1000, 200, 1000, 180)    # -1.14
```

La probabilidad de ver una diferencia tan grande si las medias fueran realmente iguales sería

```
two_sided_p_value(z)                              # 0.254
```

que es lo suficientemente grande para que no podamos concluir que existe mucha diferencia.

- Por otro lado, si B sólo obtuviera 150 clicks tendríamos

```
z = a_b_test_statistic(1000, 200, 1000, 150)    # -2.94
two_sided_p_value(z)                            # 0.003
```

lo que significa que sólo existe una probabilidad de 0.003 de ver una diferencia tan grande si los anuncios fueran igualmente efectivos.

- ¿Quién hace esto?

- Análisis

Combinations (24) | Page Sections (2) | Download: XML CSV TSV | Print

Relevance Rating	Variation	Est. conv. rate	Chance to Beat Orig.	Observed Improvement	Conv./Visitors
Button 5 / 5	Original	7.51% ± 0.2%	—	—	5851 / 77858
	Learn More	8.91% ± 0.2%	100%	18.6%	6927 / 77729
	Join Us Now	7.62% ± 0.2%	73.5%	1.37%	5915 / 77644
	Sign Up Now	7.34% ± 0.2%	13.7%	-2.38%	5660 / 77151
Media 5 / 5	Original	8.54% ± 0.2%	—	—	4425 / 51794
	Family Image	9.66% ± 0.2%	100%	13.1%	4996 / 51696
	Change Image	8.87% ± 0.2%	92.2%	3.85%	4595 / 51790
	Barack's Video	7.76% ± 0.2%	0.04%	-9.14%	3992 / 51427
	Sam's Video	6.29% ± 0.2%	0.00%	-26.4%	3261 / 51864
	Springfield Video	5.95% ± 0.2%	0.00%	-30.3%	3084 / 51811

- And the winner is..

https://blog.optimizely.com/2010/11/29/how-obama-raised-60-million-by-running-a-simple-experiment/