Perzeptron

1.1. Trennebene / Entscheidungsgrenze für $(w_0, w_1, w_2)^T = (2,1,1)^T$

Die Entscheidungsfunktion ist
$f(x)= \text{sign}(w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$
Die Trennlinie (in der $x_1 – x_2$ - Ebene) ist die Gleichung

$2 + 1*x_1 + 1*x_2 = 0$

Also

$x_2 = -x_1 - 2$

Der Bereich, der mit +1 klassifiziert wird, ergibt sich aus

$2 + x_1 + x_2 > 0 \iff x_2 > -x_1 - 2$

-> die Halbebene oberhalb der Geraden $x_2 = -x_1 -2$, ist +1 die Halbebene unterhalb ist -1

1.2. Multipliziert man den gesamten Gewichtsvektor mit einer positiven Skalarzahl a > 0, bleibt die Gleichung $w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2 = 0$ identisch (nur skaliert) und das Vorzeichen > 0 bzw. < 0 bleibt gleich -> gleiche Trennlinie und gleiche Klassifikation.

Multipliziert man mit a < 0, bleibt die Trennlinie formal dieselbe (die Nullstelle ist gleich), aber die Vorzeichenbedingung kehrt sich um -> gleiche Trennlinie aber invertierte Klassifikation.

Vergleiche der gegebenen Vektoren:

- $(1,0.5,0.5)^T = 0.5 * (2,1,1)^T$
  -> Gleiche Trennebene und dieselbe Klassifikation (positiver Skalar).
- $(200,100,100)^T = 100 * (2,1,1)^T$
  -> Gleiche Trennebene und dieselbe Klassifikation (positiver Skalar).
- $(\sqrt{2},\sqrt{1},\sqrt{1})^T$
  -> Ungleiche Trennebene da kein skalares Vielfaches
- $(-2,-1,-1)^T = -1 * (2,1,1)^T$
  -> Gleiche Trennebene, aber exakt umgekehrte Klassifikation (negativer Skalar).

2.2. Das Perzeptron kann nur lineare Entscheidungsgrenzen darstellen. XOR ist nicht linear separierbar -> die positiven und negativen Beispiele von XOR lassen sich in der Eingabefläche nicht durch eine einzige lineare Trennebene voneinander trennen.

-> Das Perzeptron kann also XOR nicht implementieren, weil XOR nicht linear separierbar ist