Matemática financeira

Séries de pagamentos uniformes

Prof. Dr. Ricardo Galvão

www.rgalvao.com

Conteúdo da apresentação

Introdução

Séries de pagamentos

Há vários momentos nos quais necessitamos de grandes volumes de capital. Um bom exemplo é a aquisição de um automóvel, outro exemplo envolve a aquisição de um computador sofisticado. Nessas situações, é comum o indivíduo não possuir todo o capital necessário imediatamente, sendo necessário recorrer a um financiamento em várias parcelas normalmente fixas.

O oposto também ocorre. Inúmeras pessoas sabiamente decidem poupar um valor fixo todos os meses com o intuito de deixar a vida muito confortável com o passar do tempo.

As séries de pagamentos uniformes servem para auxiliar os indivíduos na realização dos cálculos necessários à consecução de tais objetivos. Ao longo desta apresentação, serão apresentadas as fórmulas e os conceitos de maneira concisa e objetiva.

Séries de pagamentos

Tanto na hora de poupar um quantia fixa todos os meses quanto na hora de tomar um capital emprestado e pagar em parcelas fixas, a matemática financeira serve como instrumento facilitador dessas operações. A seguir, veremos como proceder para calcular o valor das parcelas, o montante a ser tomado ou o valor acumulado no futuro em uma série constante.

Tipos de séries

Há dois tipos de séries de pagamentos constantes:

- Séries Postecipadas
- Séries Antecipadas

Séries Postecipadas

Séries postecipadas

Nas séries postecipadas, o primeiro desembolso (no caso de um empréstimo) ocorre no período seguinte ao valor presente da série. Um bom exemplo é um empréstimo a ser pago em doze parcelas mensais com a primeira parcela vencendo um mês após a contratação.

A figura abaixo representa graficamente um fluxo de caixa postecipado com uma entrada de caixa inicial e uma sequência de saídas de caixa constantes.

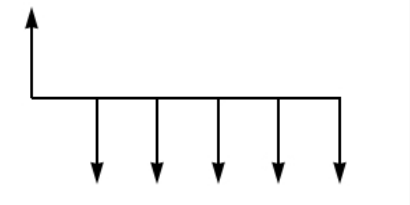

Figura 1: Exemplo gráfico de um fluxo postecipado

Séries postecipadas - Fórmulas

Nas situações em que não há valores futuros, deve-se utilizar uma das equações a seguir:

$$PV = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n.i}\right)$$

$$PMT = PV\left(\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n - 1}\right)$$

Onde:
PV representa o valor presente
PMT representa o valor periódico (parcela)
i representa a taxa de juros
n representa o número de períodos.

Exemplo de empréstimo em uma série postecipada

Exemplo: João contraiu um empréstimo no valor de R$ 6.000,00 com taxa de juros de 2% ao mês em doze parcelas mensais iguais com a primeira trinta dias após a contratação. Qual o valor da parcela?

$PMT = PV\left(\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{(1+0{,}02)^{12}.0{,}02}{(1+0{,}02)^{12}-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{(1{,}02)^{12}.0{,}02}{(1{,}02)^{12}-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{1{,}268242.0{,}02}{1{,}268242-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{0{,}025365}{0{,}268242}\right)$

$PMT = 6000.0,09456$

$PMT = 567,36$

João deverá pagar doze parcelas iguais de R$ 567,36.

Séries postecipadas - Fórmulas

Nas situações onde não há valores presentes, deve-se utilizar uma das equações a seguir:

$$FV = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

$$PMT = \frac{FV.i}{(1+i)^n - 1}$$

Onde:
FV representa o valor futuro
PMT representa o valor periódico (parcela)
i representa a taxa de juros
n representa o número de períodos.

Exemplo de poupança em uma série postecipada

Exemplo: Maria decidiu poupar R$ 500,00 todos os meses durante oito anos. Considerando uma taxa de juros mensal de 0,6%, qual o valor acumulado ao final dos oito anos?

$FV = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$

$FV = 500,00\left(\frac{(1+0{,}006)^{96} - 1}{0{,}006}\right)$

$FV = 500,00\left(\frac{(1{,}006)^{96} - 1}{0{,}006}\right)$

$FV = 500,00\left(\frac{1{,}775849 - 1}{0{,}006}\right)$

$FV = 500,00\left(\frac{0{,}775849}{0{,}006}\right)$

$FV = 500,00.129,308244$

$FV = 64.654,12$

Maria deverá acumular um montante de R$ 64.654,12.

Séries Antecipadas

Séries Antecipadas

Nas séries antecipadas, o primeiro desembolso (no caso de um empréstimo) ocorre no momento inicial da série. Um bom exemplo é um empréstimo a ser pago em doze parcelas mensais com a primeira parcela no momento da contratação.
A figura abaixo representa graficamente um fluxo de caixa antecipado com uma entrada de caixa inicial e uma sequência de saídas de caixa constantes.

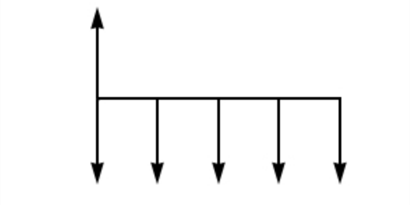

Figura 2: Exemplo gráfico de um fluxo antecipado

Séries antecipadas - Fórmulas

Nas situações em que não há valores futuros, deve-se utilizar uma das equações a seguir:

$$PV = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n-1}.i}\right)$$

$$PMT = PV\left(\frac{(1+i)^{n-1}.i}{(1+i)^n - 1}\right)$$

Onde:
PV representa o valor presente
PMT representa o valor periódico (parcela)
i representa a taxa de juros
n representa o número de períodos.

Exemplo de empréstimo em uma série antecipada

Exemplo: Alex contraiu um empréstimo no valor de R$ 6.000,00 com taxa de juros de 2% ao mês em doze parcelas mensais iguais com a primeira no ato da contratação. Qual o valor da parcela?

$$PMT = PV\left(\frac{(1+i)^{n-1}.i}{(1+i)^{n}-1}\right)$$
$$PMT = 6000\left(\frac{(1+0{,}02)^{11}.0{,}02}{(1+0{,}02)^{12}-1}\right)$$
$$PMT = 6000\left(\frac{(1{,}02)^{11}.0{,}02}{(1{,}02)^{12}-1}\right)$$
$$PMT = 6000\left(\frac{1{,}243374.0{,}02}{1{,}268242-1}\right)$$
$$PMT = 6000\left(\frac{0{,}024867}{0{,}268242}\right)$$
$$PMT = 6000.0,092705$$
$$PMT = 556,23$$

Alex deverá pagar doze parcelas iguais de R$ 556,23.

Séries antecipadas - Fórmulas

Nas situações onde não há valores presentes, deve-se utilizar uma das equações a seguir:

$$FV = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right).(1+i)$$

$$PMT = \frac{FV.i}{((1+i)^n - 1).(1+i)}$$

Onde:
FV representa o valor futuro
PMT representa o valor periódico (parcela)
i representa a taxa de juros
n representa o número de períodos.

Exemplo de poupança em uma série antecipada

Exemplo: Bruna decidiu poupar R$ 500,00 **ao final de cada mês** os meses durante oito anos. Considerando uma taxa de juros mensal de 0,6%, qual o valor acumulado ao final dos oito anos?

$FV = PMT\left(\frac{(1+i)^n-1}{i}\right).(1+i)$

$FV = 500,00\left(\frac{(1+0,006)^{96}-1}{0,006}\right).(1+0,006)$

$FV = 500,00\left(\frac{(1,006)^{96}-1}{0,006}\right).(1,006)$

$FV = 500,00\left(\frac{1,775849-1}{0,006}\right).1,006$

$FV = 500,00\left(\frac{0,775849}{0,006}\right)1,006$

$FV = 500,00.129,308244.1,006$

$FV = 500,00.130,084093$

$FV = 65.042,05$

Bruna deverá acumular um montante de R$ 65.042,05.

Conclusão

Conclusão e considerações

Esta breve apresentação teve por objetivo compilar de maneira concisa o que é uma série de pagamentos uniformes e como realizar os referidos cálculos.

Trata-se de mais um documento do projeto **Repositório de código aberto voltado a textos sobre Finanças** do professor Ricardo Galvão, que tem por objetivo disponibilizar livremente materiais nas áreas de investimentos e finanças seguindo a licença Creative Commons Attribution-ShareAlike.

Créditos

A apostila pode ser obtida no endereço:

`github.com/rcgalvao/financas`

O tema pode ser obtido no endereço:

`github.com/matze/mtheme`