Matemática Financeira: Séries de pagamentos constantes

Ricardo C. Galvão, Dr.*

2019, v-0.2

1 Introdução

Há vários momentos nos quais necessitamos de grandes volumes de capital. Um bom exemplo é a aquisição de um automóvel, outro exemplo envolve a aquisição de um computador sofisticado. Nessas situações, é comum o indivíduo não possuir todo o capital necessário imediatamente, sendo necessário recorrer a um financiamento em várias parcelas normalmente fixas.

O oposto também ocorre. Inúmeras pessoas sabiamente decidem poupar um valor fixo todos os meses com o intuito de deixar a vida muito confortável com o passar do tempo.

As séries de pagamentos uniformes servem para auxiliar os indivíduos na realização dos cálculos necessários à consecução de tais objetivos. Ao longo desta apostila, serão apresentadas as fórmulas e os conceitos de maneira concisa e objetiva.

2 Séries de pagamentos

Tanto na hora de poupar um quantia fixa todos os meses quanto na hora de tomar um capital emprestado e pagar em parcelas fixas, a matemática financeira serve como instrumento facilitador dessas operações. A seguir, veremos como proceder para calcular o valor das parcelas, o montante a ser tomado ou o valor acumulado no futuro em uma série constante.

3 Séries postecipadas

Nas séries postecipadas, o primeiro desembolso (no caso de um empréstimo) ocorre no período seguinte ao valor presente da série. Um bom exemplo é um empréstimo a ser pago em doze parcelas mensais com a primeira parcela vencendo um mês após a contratação.

A Figura 1 representa graficamente um fluxo de caixa postecipado com uma entrada de caixa inicial e uma sequência de saídas de caixa constantes.

Nas situações em que não há valores futuros, mas há valores presentes, deve-se utilizar uma das equações a seguir:

*Doutor em administração pelo PROPAD/UFPE. Professor Unifavip/Wyden

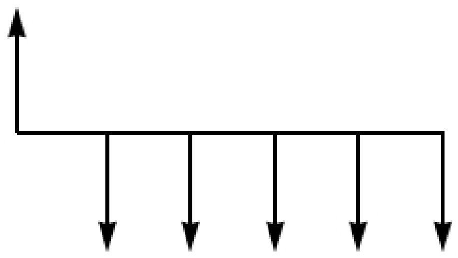

Figura 1 – Exemplo gráfico de um fluxo postecipado

$$PV = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n.i}\right) \tag{1}$$

$$PMT = PV\left(\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n - 1}\right) \tag{2}$$

Onde:
PV representa o valor presente
PMT representa o valor periódico (parcela)
i representa a taxa de juros
n representa o número de períodos.

Nas situações em que não há valores presentes, mas há valores futuros, deve-se utilizar a equação a seguir:

$$FV = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right).(1+i) \tag{3}$$

Onde:
FV representa o valor futuro
PMT representa o valor periódico (parcela)
i representa a taxa de juros
n representa o número de períodos.

3.1 Exemplos de séries postecipadas

Exemplo 1: João contraiu um empréstimo no valor de R$ 6.000,00 com taxa de juros de 2% ao mês em doze parcelas mensais iguais com a primeira trinta dias após a contratação. Qual o valor da parcela?

$PMT = PV\left(\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{(1+0{,}02)^{12}.0{,}02}{(1+0{,}02)^{12}-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{(1{,}02)^{12}.0{,}02}{(1{,}02)^{12}-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{1{,}268242.0{,}02}{1{,}268242-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{0{,}025365}{0{,}268242}\right)$

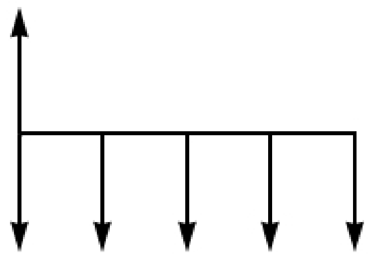

Figura 2 – Exemplo gráfico de um fluxo antecipado

$PMT = 6000.0,09456$

$PMT = 567,36$

Resposta: João deverá pagar doze parcelas iguais de R$ 567,36.

Exemplo 2: Maria decidiu poupar R$ 500,00 todos os meses durante oito anos. Considerando uma taxa de juros mensal de 0,6%, qual o valor acumulado ao final dos oito anos?

$FV = PMT\left(\frac{(1+i)^n-1}{i}\right)$

$FV = 500,00\left(\frac{(1+0{,}006)^{96}-1}{0{,}006}\right)$

$FV = 500,00\left(\frac{(1{,}006)^{96}-1}{0{,}006}\right)$

$FV = 500,00\left(\frac{1{,}775849-1}{0{,}006}\right)$

$FV = 500,00\left(\frac{0{,}775849}{0{,}006}\right)$

$FV = 500,00.129,308244$

$FV = 64.654,12$

Resposta: Maria deverá acumular um montante de R$ 64.654,12.

4 Séries antecipadas

Nas séries antecipadas, o primeiro desembolso (no caso de um empréstimo) ocorre no momento inicial da série. Um bom exemplo é um empréstimo a ser pago em doze parcelas mensais com a primeira parcela no momento da contratação.

A Figura 2 representa graficamente um fluxo de caixa antecipado com uma entrada de caixa inicial e uma sequência de saídas de caixa constantes.

Nas situações em que não há valores futuros, mas há valores presentes, deve-se utilizar uma das equações a seguir:

$$PV = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n-1}.i}\right) \tag{4}$$

$$PMT = PV\left(\frac{(1+i)^{n-1}.i}{(1+i)^n - 1}\right) \tag{5}$$

Onde:
PV representa o valor presente
PMT representa o valor periódico (parcela)
i representa a taxa de juros
n representa o número de períodos.

Nas situações em que há valores futuros, mas não há valores presentes, deve-se utilizar a equação a seguir:

$$FV = PMT\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right).(1+i) \tag{6}$$

Onde:
FV representa o valor futuro
PMT representa o valor periódico (parcela)
i representa a taxa de juros
n representa o número de períodos.

4.1 Exemplos de séries antecipadas

Exemplo 1: Alex contraiu um empréstimo no valor de R$ 6.000,00 com taxa de juros de 2% ao mês em doze parcelas mensais iguais com a primeira no ato da contratação. Qual o valor da parcela?

$PMT = PV\left(\frac{(1+i)^{n-1}.i}{(1+i)^n-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{(1+0{,}02)^{11}.0{,}02}{(1+0{,}02)^{12}-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{(1{,}02)^{11}.0{,}02}{(1{,}02)^{12}-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{1{,}243374.0{,}02}{1{,}268242-1}\right)$

$PMT = 6000\left(\frac{0{,}024867}{0{,}268242}\right)$

$PMT = 6000.0,092705$

$PMT = 556,23$
Resposta: Alex deverá pagar doze parcelas iguais de R$ 556,23.

Exemplo 2: Bruna decidiu poupar R$ 500,00 por mês durante oito anos. Considerando uma taxa de juros mensal de 0,6%, qual o valor acumulado ao final dos oito anos se for considerada uma série antecipada[1]?

[1] Vale ressaltar que não é comum no mercado financeiro haver aplicação com remuneração antecipada. Este autor desconhece qualquer ocorrência inclusive.

$FV = PMT\left(\frac{(1+i)^n-1}{i}\right).(1+i)$

$FV = 500,00\left(\frac{(1+0,006)^{96}-1}{0,006}\right).(1+0,006)$

$FV = 500,00\left(\frac{(1,006)^{96}-1}{0,006}\right).(1,006)$

$FV = 500,00\left(\frac{1,775849-1}{0,006}\right).1,006$

$FV = 500,00\left(\frac{0,775849}{0,006}\right)1,006$

$FV = 500,00.129,308244.1,006$

$FV = 500,00.130,084093$

$FV = 65.042,05$
Resposta: Bruna deverá acumular um montante de R$ 65.042,05.

5 Conclusão

Esta breve apostila teve por objetivo compilar de maneira concisa o que é uma série de pagamentos uniformes e como realizar os referidos cálculos. Trata-se de mais um documento do projeto **Repositório de código aberto voltado a textos sobre Finanças** do professor Ricardo Galvão, que tem por objetivo disponibilizar livremente materiais nas áreas de investimentos e finanças.

A apostila pode ser obtida no endereço: https://github.com/rcgalvao/financas e outros materiais podem ser encontrados no *webiste* do professor Ricardo Galvão no endereço https://rgalvao.com.