

JSOI2010 冬令营数论练习赛

张文泰

2010 年 1 月 4 日

Farey 数列 farey

问题描述

我们令 Farey 数列 F_n 表示所有分母不大于 n 的既约真分数集合。比如 $F_5 = \{1/5, 1/4, 1/3, 2/5, 1/2, 3/5, 2/3, 3/4, 4/5\}$ 。现在给定 n 和 k ，求出 F_n 中的第 k 大的项。

限制 时间：2000MS；内存：64MB

输入格式 输入文件中仅一行为两个数 n 和 k ，保证合法。

输出格式 输出文件中仅一行为两个数 P 和 Q ，表示第 k 项是 P/Q 。

输入样例 farey.in

5 6

输出样例 farey.out

3 5

数据范围

$1 < n \leq 40000$ ；对于40%的数据， $k \leq 50000$ ；对于100%的数据， $n \geq 10000$ 。

公约数求和 sum

问题描述

给定一个 $N(1 < N < 2^{31})$ ，求 $\sum_{i=1}^N (i, N)$ 。

限制 时间：1000MS；内存：64MB

输入格式 输入数据有多个，一行一个正整数表示 N 。输入数据不会超过 10000 个。

输出格式 输出所有的和，一行一个。

输入样例 sum.in

2

6

输出样例 sum.out

3

15

阶乘 fact

问题描述

给定 n ，求出 $n!$ 的最后一位非零位。

限制 时间：2000MS；内存：64MB

输入格式 输入数据有多个，每行一个整数表示 $n(0 < n < 2^{31})$ 。数据不会超过 100000 组。

输出格式 对于每个数据，输出相应的答案。

输入样例 fact.in

```
1
2
3
4
5
```

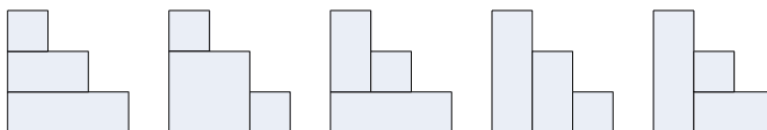
输出样例 fact.out

```
1
2
6
4
2
```

楼梯涂色 color

问题描述

我们要建造一些 N ($1 \leq N \leq 10^9$)层的楼梯。众所周知，楼梯从上往下依次有 $1, 2, 3, \dots, N$ 个块组成。也就是说，一个 N 层的楼梯一共有 $\frac{N(N+1)}{2}$ 块。现在我们有许多各种各样的整块可以用来建造楼梯，我们规定，一个 N 层的楼梯只能用 N 个整块来搭建。我们举一个例子，3层的楼梯有5种方法建造：



现在我们有 K ($1 \leq K \leq 10^9$)种染料，要对这所有的楼梯进行涂色。每种方案可以任意选择一种染料来涂色，所有的颜色不一定全要用上。你需要计算出涂色的总方案数，由于答案可能很大，所以请只要输出答案模1000000123的余数即可。

限制 时间：1000MS；内存：64MB

输入格式 输入会包含多组数据。每组数据仅一行，为 N, K ，程序应当处理到文件结束。每个输入数据里不会超过5个数据。

输出格式 对于每组数据，输出相应的答案。

输入样例 color.in

```
3 2
2 2
1 1
```

输出样例 color.out

```
32
```

4

1

样例解释

对于 $N = 3, K = 2$ 这组数据，一共有5种建造方案，那么答案就是 $2^5 = 32$ 。