



Correction TD 6: Automates de Mealy

Où l'on abstrait des machines

⚙ Exercice 1 / Reprenons

❶ ➡ Rappeler la définition d'un automate de Mealy.

Correction : Un automate de Mealy est un objet mathématique caractérisé par un état interne possible parmi un nombre fini d'états, une fonction de transition et une fonction de sortie. Ces deux fonctions prennent en entrée une action parmi un nombre fini de possibilités et l'état interne de l'automate, la fonction de transition renvoie l'état interne suivant de l'automate, la fonction de sortie renvoie un symbole parmi un choix fini. Plus concrètement on définit les ensembles \mathcal{S} (états internes), \mathcal{I} (action d'entrée), \mathcal{O} (symbole de sortie) tout les trois finis, ainsi que deux fonctions $\delta : \mathcal{I} \times \mathcal{S} \mapsto \mathcal{S}$, $\lambda : \mathcal{I} \times \mathcal{S} \mapsto \mathcal{O}$

❷ ➡ Dans quelle situation utilise-t-on un automate de Mealy.

Correction : Un automate de Mealy est utilisé dans ce cours pour abstraire le fonctionnement détaillé d'un code, ou d'une machine.

❸ ➡ Qu'est-ce qu'une séquence de synchronisation et pourquoi en a-t-on besoin ?

Correction : Une séquence de synchronisation est une séquence de symbole d'entrée qui permet de se ramener à un état interne s unique et connu : peu importe l'état de départ, une fois exécutée l'état de l'automate sera s .



⚙ Exercice 2 / Contrôle de température

On va représenter un contrôleur de température par un automate de Mealy (utiliser les lettres entre parenthèse lorsque vous créez les automates). Commençons par une version très simple. La température étant une donnée continue, on va la discrétiser en trois classes : Acceptable (A), Froid (F), Chaud (C). On supposera qu'il y a juste un thermomètre dans la pièce. Le contrôleur peut envoyer les commandes suivante : Ne rien faire (N), Activer le chauffage (C), Activer la climatisation (F).

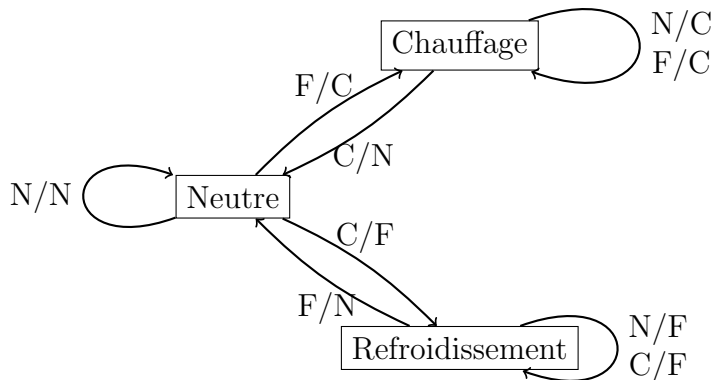
❶ ➡ On suppose que le contrôleur est stupide, décrivez son fonctionnement avec un automate de Mealy.

Correction : Ici on aura qu'un seul état



❷ ➡ Le contrôleur précédent va sans doute avoir le défaut d'activer/déactiver sans arrêt le chauffage/la climatisation. Pour éviter cela, on veut que le chauffage s'active jusqu'à atteindre la limite haute avant de s'éteindre, idem pour la climatisation. Essayer de décrire l'automate correspondant. Rencontrez vous un problème ? Si oui, proposez une solution pour donner un automate

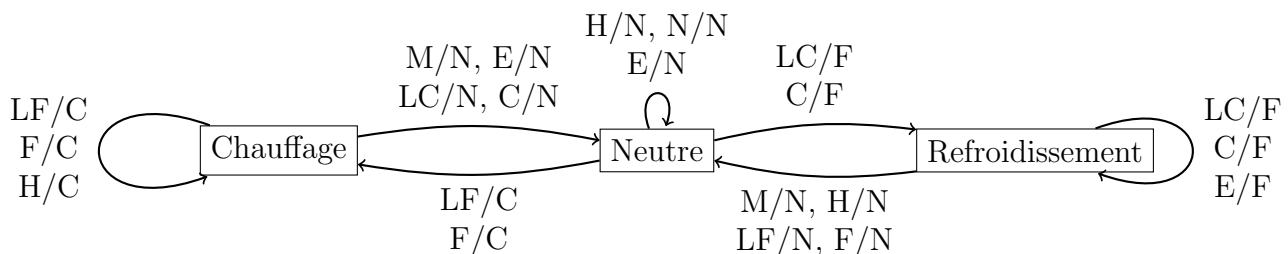
Correction : Naïvement, on va ajouter deux états : un pour chauffer et un pour refroidir.



Cette solution a cependant le problème que l'on risque de refroidir juste après avoir chauffé et vice-versa, il y a un défaut clair à cet automate. La question 4 permet de corriger ce défaut en ajoutant des classes de température, on peut aussi prendre en compte la température extérieure

3 ➡ Supposons que ce contrôleur soit à usage domestique, on va changer les classes de température en (classé par température croissante) : Froid (F), Limite Basse Acceptable (LF), Température Hiver (H), Température Moyenne (M), Température Été (E), Température haute acceptable (LC), Chaud (C). On demande à ce qu'un état neutre soit atteint quand la température d'entrée est "Température Moyenne". Tracez l'automate

Correction : Il n'y a pas qu'une solution (en particulier pour des considérations écologiques) Ici on fait le choix suivant : si la température atteint la limite basse acceptable, on active le chauffage jusqu'à atteindre la température moyenne, et symétriquement si la température atteint la limite haute acceptable on active la climatisation jusqu'à la température moyenne.



4 ➡ Donnez une séquence de synchronisation pour le dernier automate, puis proposez une séquence pour tester le fonctionnement du contrôleur en été et en hiver.

Correction : Une séquence de synchronisation est tout simplement M. Pour tester le fonctionnement en hiver/été on peut utiliser les séquences (lignes entrées et sorties)

MHFLFFFFHHHFHFHMHM MECLCCCEEECECEMEM
?NCC CCCCCCCCCCENN ?NFF FFFFFFFFFFNNN



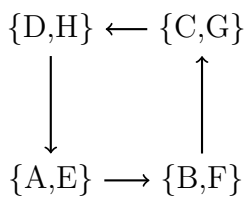


Exercice 3 Identifier, synchroniser

On a l'automate ci-contre. On suppose que l'entrée * correspond à n'importe quelle entrée, donc C ou S.

❶ ➡ Y a-t-il une séquence de synchronisation ?
Comme d'habitude, justifiez votre réponse

Correction : Non il n'y a pas de séquence de synchronisation. On peut créer le graphe suivant :



Si il y a un arc (u, v) dans le graphe d'origine, alors dans ce graphe il y a un arc (U, V) ssi $u \in U$, $v \in V$. Donc s'il y a une séquence de synchronisation dans le graphe de l'énoncé alors, il y en a une dans ce nouveau graphe. Or ce graphe est un cycle, donc, il n'y a pas de séquence de synchronisation.

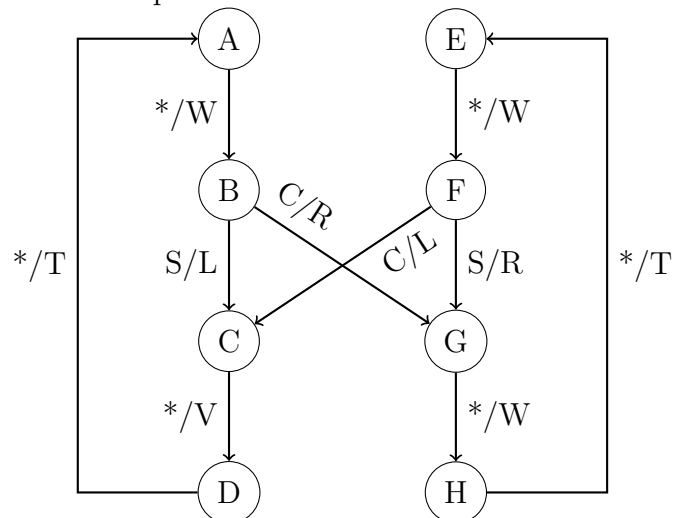
❷ ➡ Donnez une séquence d'identification.

Correction : Prenons la séquence RRRR, et donnons le tableau des transitions

s_0	$\delta(s_0, RRRR)$	$\lambda(s_0, RRRR)$
A	E	WRWT
B	F	RWTW
C	G	VTWR
D	H	TWRW
E	E	WRWT
F	F	RWTW
G	G	WTWR
H	H	TWRW

Si deux sorties sont identiques, les états de l'automates le sont aussi.

❸ ➡ Un automate abstrait une machine/un algorithme. Donner un exemple de processus que l'automate donné peut abstraire.



Exercice 4 Rouge et noir

❶ ➡ Pensez-vous que dans un automate que Mealy, il puisse exister une séquence de synchronisation sans qu'il y ait de transition d'un état sur lui même ? Indiquez juste votre intuition sans vraiment réfléchir.

Correction : Non, on a l'impression qu'on doit être dans une sorte de puits pour se synchroniser.

❷ ➡ Ci contre, on a un automate un peu spécial. En fait, l'ensemble d'entrée est juste {rouge, noir} et les transitions de l'automates utilisent le même code couleur. Bon, il n'y a pas de sorties, donc ce n'est pas vraiment un automate de Mealy, mais la notion de séquence de synchronisation ne

fait pas intervenir la sortie, d'où la question : y a-t-il une séquence de synchronisation dans cet automate ? *J'insiste, justifiez.*

Correction : Oui il y a une séquence de synchronisation. rouge,noir,noir,rouge est une séquence menant vers le nœud A

❸ ➡ Concluez sur votre hypothèse. Puis démontrez là ou démontrez son contraire.

Correction : Il peut exister une séquence de synchronisation sans qu'il y ait de transition d'un état sur lui même. La preuve est l'exemple de la question précédente où il y a un automate avec une séquence de synchronisation mais aucune transition d'un état vers lui même.

