



Feuille de TD 10: Logique de Hoare

Tester c'est bien, prouver c'est mieux

Dans le cadre de ce TD, les entiers sont naturels (c'est à dire positifs).

Exercice 1 / Sommer et multiplier les entiers

On considère les programmes suivants :

$x := 0; z := 1; \text{ while } z \leq y \text{ do } (x := x + z; z := z + 1)$ P1

$u := 0;$
 $\text{while } x > 1 \text{ do if pair}(x) \text{ then } (x := \frac{x}{2}; y := 2 \times y) \text{ else } (x := x - 1; u := u + y);$
 $y := y + u$ P2

① ➡ Utiliser la logique de Hoare pour montrer

— $\{y = n \wedge n \geq 0\} \mathbf{P1} \{x = \frac{n \times (n+1)}{2}\}$

— $\{x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge x_0 > 0\} \mathbf{P2} \{y = x_0 \times y_0\}$

② ➡ (P2) utilise la condition *pair*, hors celle-ci n'est pas définie en cours, ajoutez la règle d'inférence correspondante. On peut penser à deux variantes, l'une est triviale, l'autre récursive.



Exercice 2 / On continue ?

On donne les spécifications suivantes :

— $\{y > 0\} \mathbf{S1} \{z = x \times y\}$

— $\{y > 0\} \mathbf{S2} \{z = x^y\}$

① ➡ Écrire S1 qui n'utilise que des additions et soustractions, puis S2.

② ➡ Démontrer votre réponse à l'aide de la logique de Hoare.



Exercice 3 / Thème et variations

On se propose d'ajouter deux commandes à IMP :

— **for** $i=1$ to $\langle \text{expr} \rangle$ **do** $\langle \text{commande} \rangle$

— **repeat** $\langle \text{commande} \rangle$ **until** $\langle \text{condition} \rangle$

① ➡ Donner une(des) règle(s) d'inférence pour ces commandes.

② ➡ Donner une règle de Hoare pour ces commandes.



Exercice 4 / Amusons-nous un peu

On se propose d'introduire du non-déterminisme dans IMP. On introduit ainsi la commande **maybe** $\text{do } \langle \text{commande} \rangle \text{ otherwise do } \langle \text{commande} \rangle$.

① ➡ Donner la(les) règle(s) d'inférence pour la sémantique à grands pas.

② ➡ Idem pour la sémantique à petits pas.

③ ➡ Donner une règle de Hoare pour cette commande.

