



# Feuille de TD 9: IMP et sa sémantique

*Où l'on touche aux bases fondamentales*

## ✿ Exercice 1 / Familiarisation avec IMP

Les programmes IMP ne renvoyant pas de résultat, on sauvegardera le résultat demandé dans la variable  $n$ .

Écrire un programme qui :

- ① ➡ Calcule le max de  $x$  et  $y$  P1.1
- ② ➡ Somme les entiers naturels de 1 à  $k$  P1.2
- ③ ➡ Calcule la factorielle de  $k$  P1.3



## ✿ Exercice 2 / Première prise de conscience

Soit les programmes :

- if  $b$  then  $c_1$  else  $c_2$  P2.1
- if  $b$  then  $c_1$  else skip; if not  $b$  then skip else  $c_2$  P2.2
- while  $b_1$  or  $b_2$  do  $c$  P2.3
- while  $b_1$  do  $c$ ; while  $b_2$  do  $c$  P2.4

- ① ➡ Les programmes P2.1 et P2.2 sont-ils équivalents ?
- ② ➡ Même question avec P2.3 et P2.4



## ✿ Exercice 3 / Expressions arithmétiques

Dans cet exercice, on ne traitera pas la soustraction de deux nombres, la multiplication et la division.

- ① ➡ Rappeler la grammaire des expressions arithmétiques.
- ② ➡ Proposer des règles d'inférences pour les expressions arithmétiques.



## ✿ Exercice 4 / On plante des arbres ?

Soit  $\sigma_1(a \mapsto 1, b \mapsto 2, c \mapsto 3, d \mapsto 4)$ ,  $\sigma_2(x \mapsto 3, y \mapsto 5)$  et  $\sigma_3(x \mapsto 4, y \mapsto 1)$

- ① ➡ Dérivez l'arbre de preuve pour  $\sigma_1, (a + c) \times (d - b) \Downarrow 8$
- ② ➡ Dérivez l'arbre de preuve pour  $\sigma_1, a + (b + (c + d)) \Downarrow 10$
- ③ ➡ Reprenez le programme P1.1 et dérivez les arbres de preuve de  $\sigma_2, P1.1 \Downarrow?_2 \sigma_3, P1.1 \Downarrow?_3$  en précisant les états mémoire en sortie.



## ✿ Exercice 5 / Tu termines ?

- ① ➡ Comment traduire le fait qu'un programme (ne) termine (pas) de manière formelle ?



## ✿ Exercice 6 / Parenthèses

Démontrer que les commandes  $S_1; (S_2; S_3)$  et  $(S_1; S_2); S_3$  sont sémantiquement équivalentes pour tout  $S_1, S_2, S_3$ . (C'est-à-dire pour tout état mémoires  $\sigma_1, \sigma_2$ , on a  $\sigma_1, S_1; (S_2; S_3) \Downarrow \sigma_2 \Leftrightarrow \sigma_1, (S_1; S_2); S_3 \Downarrow \sigma_2$ )





**Exercice 7** / Déterminisme des expressions arithmétiques

- 1 ➡ Écrire le schéma général d'une preuve par induction sur les expressions arithmétiques.
- 2 ➡ Appliquer ce schéma sur le déterminisme des expressions arithmétiques.
- 3 ➡ Nous avons vu qu'un programme IMP peut ne pas terminer, qu'en est-il de l'évaluation des expressions arithmétiques ?
- 4 ➡ Pouvez-vous le prouver ? (Essayez de trouver une idée)

