

Lista I

Algoritmos em Grafos

Rodrigo Caetano Rocha

21 de agosto de 2015

Instruções: Cada aluno deve entregar sua própria lista resolvida. A lista pode ser feita em grupo, porém sugiro que cada aluno esteja seguro de ter entendido bem como resolver cada uma das questões.

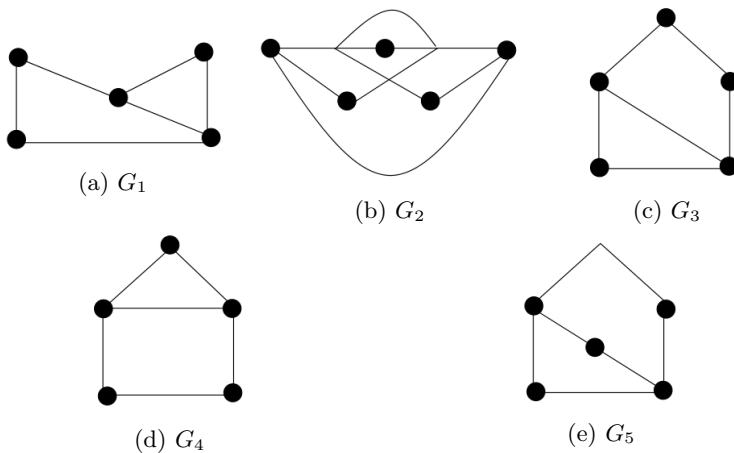
Valor: 5 pontos

Entrega: 03/Set.

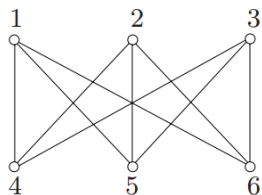
1. {0.5 pt} Com relação ao grafo completo K_n , responda:

- (a) Qual o grau dos seus vértices?
- (b) Quantas arestas o grafo possui?

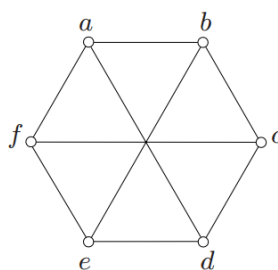
2. {0.5 pt} Todos os grafos abaixo são isomorfos, **exceto**:



3. {1 pt} Determine se os grafos G e H são isomorfos. Caso os grafos sejam isomorfos, apresentar um mapeamento entre os vértices de G e H , indicando como transformar um grafo no outro. Caso os grafos não sejam isomorfos, explicar pelo menos uma diferença.

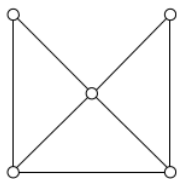


G

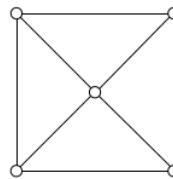


H

4. {0.5 pt} Utilizando apenas contração de vértices e arestas. Realize o menor número de operações nos grafos G e H de modo que os grafos resultantes G' e H' sejam isomorfos, isto é, $G' = H'$.



(f) G



(g) H

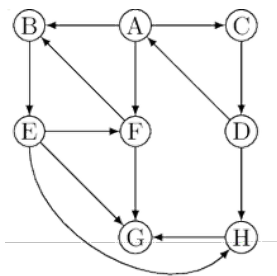
5. {0.5 pt} Seja M a matriz de adjacências de um grafo direcionado G , onde $M[u, v]$ representa a aresta com origem no vértice u e destino em v . Descreva o algoritmo para obter o grafo reverso G^R . Qual seria a operação matricial equivalente, isto é, calcular a matriz de adjacências do grafo reverso é equivalente a realizar qual operação na matriz M ?
6. {1 pt} No jogo de arcade chamado de *Pipe Dream*, desenvolvido originalmente em 1989 pelo nome *Pipe Mania*, o jogador deve conectar peças de encanamento formando um fluxo contínuo do encanamento de esgoto entre um ponto de origem até um ponto de destino do esgoto. O jogador possui um tempo inicial para criar o encanamento até que o fluxo comece a fluir lentamente. O jogador precisa completar o encanamento, do ponto inicial ao final, antes que o fluxo seja despejado em um ponto do encanamento incompleto. As peças de encanamento aparecem aleatoriamente em uma fila de peças e precisam ser posicionadas em algum ponto da malha quadriculada do cenário.



Figura 1: Imagem do jogo de arcade Pipe Dream.

Descreva como esse jogo poderia ser modelado na forma de um grafo de modo a verificar se o jogador cumpriu o objetivo do jogo, completando o encanamento do esgoto. Você deve descrever a construção do grafo, o tipo do grafo (direcionado ou não direcionado) e o algoritmo utilizado para verificar se o jogador atingiu o objetivo do jogo.

7. {0.5 pt} Execute o DFS (busca em profundidade) e o BFS (busca em largura), a partir do vértice A, no grafo a seguir. Represente a árvore de caminhamento para as duas execuções. Considerando apenas as arestas de árvore, qual o maior caminho em cada uma das execuções? Com base nas árvores de caminhamento, explique em detalhe as principais diferenças entre o DFS e o BFS.



8. {0.5 pt} Explique porque uma DAG (grafo direcionado acíclico) não pode ser fortemente conectado. Utilizando o DFS (com o algoritmo de grafos fortemente conectados), mostre porque o grafo direcionado a seguir não é fortemente conectado. Novamente utilizando o DFS (com o algoritmo de ordenação topológica), encontre uma ordenação topológica válida para os vértices do grafo.

