
Práctica 5: Funciones

Comisión: Rodrigo Cossio-Pérez y Leonardo Lattenero

1. Indicar cuáles de las siguientes relaciones son funciones y en caso de que sí, demostrarlo o justificarlo.

(a) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| = |y|\}$

(b) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2y + 5 = x^2\}$

(c) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \sqrt{x}\}$

(d) $R = \{(x, y) \in [0, +\infty) \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x}\}$

(e) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3x + 1 \vee y = 4x + 1\}$

(f) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (y = 3x + 1 \wedge x \geq 0) \vee (y = 4x + 1 \wedge x < 0)\}$

2. Para cada una de las siguientes definiciones, indicar si corresponde a una función o no. De las que sí son funciones, indicar dominio y codominio. De las que no son funciones, indicar si lo que no se cumple es unicidad, existencia o ambas, y justificar.

(a) Cada estudiante del curso con su altura en centímetros.

(b) Cada estudiante del curso con su fecha de nacimiento.

(c) Cada estudiante del curso con cada materia que aprobó.

(d) Cada estudiante del curso con el barrio en donde vive.

(e) Cada auto con cada taller donde se hizo un service.

(f) Cada auto con el primer taller en donde se hizo un service.

(g) Cada curso con el aula en que se dicta.

(h) Cada paloma con la cantidad de plumas que tiene.

(i) Cada ciudad de la Argentina con la provincia donde está.

(j) Cada ciudad de la Argentina con la provincia de la que es capital.

(k) Cada persona con el club del que es socio/a.

3. Definir una función que describa la situación, indicar el dominio, codominio e imagen y graficarla.

(a) Un mayorista ofrece la siguiente oferta sobre un tipo de galletitas: hasta 5 paquetes se venden a 6 pesos el paquete; pasando los 5 paquetes hasta los 10, 5 pesos por paquete adicional; pasando los 10 paquetes, 3 pesos por paquete adicional. Por ejemplo, si una persona compra 12 paquetes, paga $(5 \cdot 6) + (5 \cdot 5) + (2 \cdot 3) = 61$ pesos.

(b) Otro mayorista ofrece una oferta distinta: hasta 5 paquetes se venden a 6 pesos el paquete; entre 6 y 10 paquetes se vende a 5 pesos el paquete; a partir de 11 paquetes, se vende a 4.5 pesos por paquete. Por ejemplo, si una persona compra 13 paquetes, paga $13 \times 4.5 = 58.5$ pesos.

(c) El mismo mayorista anterior pero redondeando como no tiene monedas inferiores a un peso para dar vuelto se ve obligado a redondear para abajo el valor cobrado

- (d) Otro mayorista vende las galletitas sueltas por peso y no por paquete. Ofrece lo siguiente: hasta 3kg se vende a 30 pesos el kilo; más de 3kg y hasta 6kg se vende a 25 pesos el kilo; más de 6kg se vende a 20 pesos el kilo. Por ejemplo, si una persona compra 7kg y paga $7 \times 20 = 140$ pesos. Debido a que el proveedor cobra digitalmente, se puede pagar el monto exacto sin redondear.
4. Se definen las siguientes relaciones en $A = \{a, b, c, d, e\}$, indicar de estas cuáles son funciones. Para las que sí sean funciones, indicar si son inyectivas y/o suryectivas, y si se puede, definir por extensión la función inversa.
- (a) $R = \{(a, b), (b, c), (c, d)\}$
- (b) $R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, e), (e, a)\}$
- (c) $R = \{(a, b), (b, c), (b, d), (d, e), (e, a)\}$
- (d) $R = \{(a, a), (b, a), (c, d), (d, a), (e, a)\}$
- (e) $R = \{(a, c), (b, e), (c, a), (d, b), (e, d)\}$
5. De cada una de estas funciones, indicar si es inyectiva y suryectiva, justificando. Para las que sean biyectivas, decir cuál es la función inversa, indicando dominio y codominio
- (a) La función que indica la fecha de nacimiento de cada estudiante de la Universidad, donde el codominio son los días desde el 1ro de enero de 1800.
- (b) La función del número de vagón en el que está cada pasajero de un tren que no tiene vagones vacíos.
- (c) La función del número de asiento de los pasajeros de un vuelo. Pensar en dos casos: avión lleno, y avión no lleno.
- (d) La función que indica el número de DNI de los residentes en Argentina, tomando como codominio los naturales.
- (e) La función que relaciona de las personas que viven en un edificio e indica el departamento en que vive cada una.
- (f) La función que relaciona los perros que se encuentran en un parque con el dueño de cada perro.
- (g) La función que va de cada provincia de Argentina a su capital, tomando como codominio el conjunto de las ciudades capitales de provincia.
6. Para cada una de las leyes de asignación indicadas, indicar el dominio más amplio para definir una función $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$. Luego graficar la función e indicar si es inyectiva y/o suryectiva. Para las funciones que resulten biyectivas, definir la inversa.
- (a) $3(x - \lfloor x \rfloor)$
- (b) $2x - 1$
- (c) $7 - 3x$
- (d) $x^2 + 4x - 3$
- (e)
$$\begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$
- (f)
$$\begin{cases} -x & \text{si } x \leq 0 \\ x & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ -x & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} 3x - 2 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } 2 < x \leq 3 \\ \frac{x+6}{9} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$(h) \begin{cases} x^2 + 7 & \text{si } x \leq 2 \\ x + 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$(i) \sin(2x)$$

$$(j) \cos(x) + 3$$

$$(k) 2 \arctan(x)$$

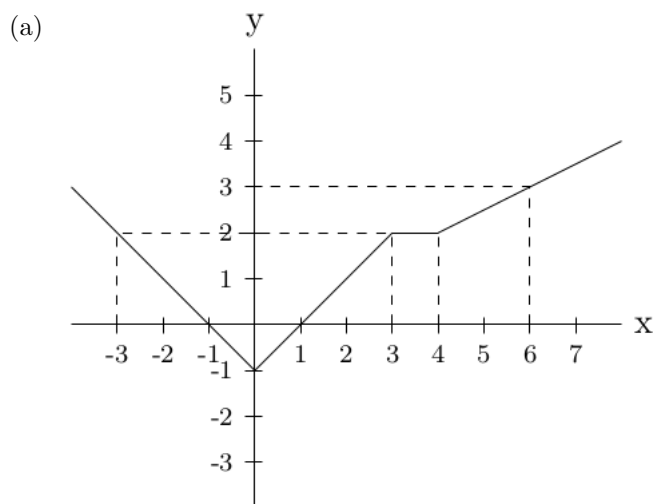
$$(l) \frac{1}{2 - \sqrt{x}}$$

$$(m) \log_2(x^2)$$

$$(n) \exp(-x) = e^{-x}$$

$$(o) 2^x$$

7. Indicar a qué función corresponde este gráfico. Observando el gráfico, indicar si la función es inyectiva, y si es suryectiva.



8. En cada caso y de ser posible, calcular las funciones $g \circ f$ y $f \circ g$:

$$(a) f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ con } f(x) = 3x \text{ y } g(x) = x - 1$$

$$(b) f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ con } f(x) = \lfloor x \rfloor \text{ y } g(x) = x^2$$

$$(c) f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = 2x \text{ y } g : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty) \mid g(x) = \sqrt{x}$$

$$(d) f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ con } f(x) = \sin(x) \text{ y } g(x) = 3x + 4$$

$$(e) f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ con } f(x) = 3x \text{ y } g(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \leq 6 \\ x + 5 & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

$$(f) f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ con } f(x) = |x| \text{ y } g(x) = x + 4$$

$$(g) f : (0, +\infty) \mid f(x) = \log(x) \text{ y } g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid g(x) = x^2$$

$$(h) f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ con } f(x) = e^x \text{ y } g(x) = |x|$$

$$(i) f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = \frac{1}{x} \text{ y } g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid g(x) = \cos(x)$$

9. Dadas $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Definir $f \circ g \circ h$ y $h \circ g \circ f$.

$$(a) \ f(x) = x^2 + 2x, \ g(x) = \frac{x}{4} \text{ y } h(x) = x + 12.$$

10. Considerando la función $f(x) = x^2$ y las funciones a continuación, definir las siguientes funciones componiendo f con una o dos de las funciones.

$$h_1(x) = x + 2$$

$$h_2(x) = -x$$

$$h_3(x) = 2x$$

$$h_4(x) = \frac{x}{2}$$

$$h_5(x) = x - 3$$

$$h_6(x) = x - 1.$$

$$(a) \ (x + 2)^2$$

$$(b) \ -x^2$$

$$(c) \ x^2 + 2$$

$$(d) \ 2x^2$$

$$(e) \ \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$(f) \ \frac{x^2}{2}$$

$$(g) \ (x - 3)^2 - 1$$

$$(h) \ (x - 1)^2 - 3$$

$$(i) \ (x - 1)^2 - 1$$

11. Considerando la función $f(x) = |x|$ y las funciones a continuación, definir las siguientes funciones componiendo f con una o dos de las funciones.

$$h_1(x) = x + 2$$

$$h_2(x) = -x$$

$$h_3(x) = 2x$$

$$h_4(x) = \frac{x}{2}$$

$$h_5(x) = x - 3$$

$$h_6(x) = x - 4$$

$$h_7(x) = x + 1$$

$$h_8(x) = x + 3.$$

$$(a) \ |x| + 2$$

$$(b) \ |x + 1| + 2$$

$$(c) \ -|x| - 3$$

$$(d) \ -\frac{|x|}{2}$$

$$(e) \ -|x|$$

$$(f) \ -|x + 1|$$

$$(g) \ 2|x|$$

$$(h) \ |x| - 4$$

$$(i) \ |x| - 2$$

(j) $-|x + 3|$

(k) $-2|x|$

(l) $|x + 2| + 1$

(m) $-\left|\frac{x}{2}\right|$

(n) $\frac{|x|}{2}$

12. Resolver las siguientes ecuaciones:

(a) $2^x = 10$

(b) $2 \ln(x) = 4$

(c) $e^{x^2+1} = \frac{1}{e^2}$

(d) $\ln(x) + \ln(x^2) = -\ln(6)$

13. Graficar las siguientes funciones e indicar el dominio e imagen:

(a) $2 \ln(x)$

(b) $\ln(x) + 1$

(c) $\ln(x - 4)$

(d) $-\ln(x)$

(e) $-3 \ln(x + 1) - 2$

(f) $\ln(-x)$

(g) e^{2x}

(h) e^{-x}

(i) $3e^x$

(j) $-e^{4x}$

(k) e^{x-2}

(l) 2^{x+1}

14. Graficar las siguientes funciones e indicar el dominio e imagen:

(a) $\sin(2x)$

(b) $3 \sin(x)$

(c) $-2 \sin(x)$

(d) $\sin(x - \pi)$

(e) $\sin(\pi x) + 5$

(f) $\sin(-x)$

(g) $-2 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 4$

(h) $2 \cos(3x)$

(i) $-\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

(j) $\cos(2x + 100\pi)$

15. Resolver las siguientes ecuaciones hallando todas las soluciones posibles.

(a) $2 \sin(x) = 1$

(b) $3 \sin(x) = 0$

(c) $4 \sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$

(d) $\sin(x) - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

(e) $2 \cos(-x) = \sqrt{2}$

(f) $20 \cos(x) + 60 = -80$

16. Graficar las siguientes funciones.

(a) $\frac{2}{x}$

(b) $\frac{x+1}{x+1}$

(c) $\frac{2x+3}{4x-1}$

(d) $x^2 - 4x + 4$

(e) $x^2 - 5$

(f) $-x^2 + 1$

(g) $3(x+1)(x-1)$

(h) $(x-1)^2 - 16$

(i) $4(x+1)^2 - 4$

(j) \sqrt{x}

(k) $\sqrt{-2x}$

(l) $\sqrt{x^2}$

(m) $2\sqrt{x+1}$

(n) $\sqrt{4x} + 5$

(o) $-\sqrt{x} + 3$

17. Hallar $f \circ g$ y graficarla.

(a) $f(x) = \sin(x)$ y $g(x) = 2x$

(b) $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = 3x - 1$

(c) $f(x) = \ln(x)$ y $g(x) = x - 1$

(d) $f(x) = e^{-x}$ y $g(x) = \ln(x)$

(e) $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = \ln(x-1)$

(f) $f(x) = \ln(x)$ y $g(x) = x^2 + 4$

(g) $f(x) = \sin(x)$ y $g(x) = e^{x^2-2x+1}$

18. Hallar la función inversa cuando sea posible, indicando el dominio e imagen.

(a) $f(x) = \frac{2x-1}{3}$

(b) $g(x) = 2x^2 + x - 1$

(c) $h(x) = \ln(x^2 - 1) + 5$

(d) $i(t) = 4 + 16e^{-\frac{1}{2}t}$

Respuestas

1. —

2. —

3. —

4. —

5. —

6. —

7. —

8. —

9. —

10. —

11. —

12. —

13. —

14. —

15. —

16. —

17. —

18. —