

---

## Práctica 0: Propiedades algebraicas

Comisión: Rodrigo Cossio-Pérez y Leonardo Lattenero

---

1. Hallar todos los valores de  $x$  que responden a la ecuación

(a)  $2x - 7x - 5 = 0$

(b)  $(3x - 1)^2 - 1 = 9x^2 + 12$

(c)  $\frac{2-x}{x-1} = 3$

(d)  $\frac{-2x+1}{x+1} = \frac{4x-7}{-2(x+6)}$

(e)  $6(x+9) = 2\left(3x + \frac{37}{2}\right) + 17$

2. Decidir si las siguientes expresiones son equivalentes

(a)  $(2k+5)(k+3)$  y  $2k^2 + 11k + 15$

(b)  $5 \cdot 2^{x+1}$  y  $\frac{5 \cdot 2^x}{2}$

(c)  $2x^2 + 4x - 6$  y  $(x-1)(x+3)$

(d)  $2n^3 + 3n^2 + n$  y  $n(n+1)(2n+1)$

(e)  $4 \cdot (3^x)^2 - 3^{2x+1}$  y  $3^x$

3. Hallar todos los valores de  $x$  que responden a la inecuación

(a)  $2x + 1 > 0$

(b)  $\frac{3x-5}{x-1} < 0$

(c)  $\frac{-4x-2}{x+1} > 1$

(d)  $(x-2)(x+1) > 0$

(e)  $-8(x-2)(2x+7) < 0$

4. Analizar si las siguientes propiedades son correctas. Justificar

(a)  $x < \sqrt{2}x + 1$  para  $x > 0$

(d)  $a^2 > a$

(b)  $\frac{x-1}{2} < x$  para  $x > 0$

(e)  $3^x < 3^{x+1}$  para  $x \in \mathbb{N}$

(c) Si se tienen  $a > b > c$ , esto implica que  $a+1 > c+1$

(f) Si  $a > b$ , entonces  $a^x > b^x$

5. Analizar si las siguientes afirmaciones son correctas. Justificar

(a) 13 es un número impar

(f) 17 es múltiplo de 3

(b) 68 es un número impar

(g) -12 es múltiplo de 4

(c) -12 es un número par

(h) 2 divide a -12

(d) 0 es un número par

(e) 30 es múltiplo de 5

(i) -3 divide a 11

6. Hallar el conjunto de valores del parámetro  $k \in \mathbb{R}$  que cumplen la condición

- (a) La parábola  $x^2 + kx + 4$  tiene una única raíz.
- (b) La parábola  $kx^2 + 4x + 2$  tiene dos raíces reales.
- (c) La parábola  $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 2k$  no tiene raíces reales.

7. Indicar a qué conjunto numérico ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  o  $\mathbb{R}$ ) pertenecen los siguientes números y dar ejemplos que justifiquen

- |   |   |
|---|---|
| (a) $3x + 5$ con $x \in \mathbb{N}$                     | (h) $3\sqrt{x}$ con $x \in \mathbb{N}$                    |
| (b) $4x^2$ con $x \in \mathbb{N}$                       | (i) $\frac{x^2}{x-4}$ con $x \in \mathbb{Z}$ y $x \neq 4$ |
| (c) $\frac{x^2}{3} + 1$ con $x \in \mathbb{N}$          | (j) $\frac{\sqrt{3}x-3}{2}$ con $x \in \mathbb{Z}$        |
| (d) $-6x + 1$ con $x \in \mathbb{N}$                    | (k) $x + 3$ con $x \in \mathbb{Q}$                        |
| (e) $x^2 + x + 1$ con $x \in \mathbb{Z}$                | (l) $\frac{1}{x}$ con $x \in \mathbb{Q}$ y $x \neq 0$     |
| (f) $x + \frac{1}{2}$ con $x \in \mathbb{Z}$            | (m) $\sqrt{x}$ con $x \in \mathbb{Q}$                     |
| (g) $\frac{1}{x-1}$ con $x \in \mathbb{Z}$ y $x \neq 1$ |   |

8. Graficar las siguientes funciones, indicando sus elementos notables (ordenada/abscisas al origen, vértice, etc.)

- (a)  $y = -4x + 2$
- (b)  $y = \frac{2}{3}x - 1$
- (c)  $y = x^2 + 4x + 4$
- (d)  $y = -(x-1)^2 + 3$

9. Analizar las siguientes situaciones geométricas

- (a) Averiguar si la recta  $y = 2x + 1$  y la recta  $y = 2x - 5$  son paralelas
- (b) Averiguar si la recta  $y = 2x + 1$  y la recta  $y = 3x + 1$  son perpendiculares
- (c) Hallar una recta perpendicular a la recta  $y = 2x + 1$  que pase por el punto  $(1, 2)$
- (d) Hallar una recta paralela a la recta  $y = \frac{1}{3}x + 1$  que pase por el punto  $(1, 1)$
- (e) Calcular la intersección de las rectas  $y = 2x + 1$  y  $y = 3x - 1$
- (f) Calcular la intersección de la recta  $y = 2x + 1$  y la parábola  $y = x^2 + 1$
- (g) Averiguar si la recta  $y = -x + 3$  se intersecta con la parábola  $y = x^2 + 2x + 5$
- (h) Dar una recta perpendicular a la recta  $x = 2$  que pase por el punto  $(1, 5)$

## Respuestas

- 1. —
- 2.
  - (a) Son equivalentes
  - (b) No son equivalentes
  - (c) No son equivalentes
  - (d) Son equivalentes

(e) No son equivalentes

3. —

4. (a) Correcto. Como  $x > 0$  y  $\sqrt{2} > 1$ :  $x < \sqrt{2} < \sqrt{2}x + 1$

(b) Correcto. Como  $x > 0$ :  $x > \frac{x}{2} > \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$

(c) Correcto.  $a > b > c$  implica  $a > c$  por transitividad. Si sumamos 1, se tiene  $a + 1 > c + 1$

(d) Incorrecto. Si  $a = 0.1$  se tiene que  $a^2 = 0.01$ . *Nota: La propiedad vale para  $a > 1$  y también para  $a < 0$ .*

(e) Correcto. Como  $1 < 3$ , multiplicamos por  $3^x$  (que es positivo) y obtenemos  $3^x < 3 \cdot 3^x$ . Finalmente, por propiedades de la potenciación,  $3^x < 3^{x+1}$ .

(f) Incorrecto. Si  $x = 0$  se tiene que  $a^0 = b^0 = 1$ . *Nota, la propiedad es válida para  $x > 0$ .*

5. (a) Correcto ya que 13 puede escribirse como  $2k + 1$  con  $k = 6 \in \mathbb{Z}$

(b) Incorrecto. 68 es un número par ya que puede escribirse como  $2k$  con  $k = 34 \in \mathbb{Z}$

(c) Correcto ya que  $-12$  puede escribirse como  $2k$  con  $k = -6 \in \mathbb{Z}$

(d) Correcto ya que 0 puede escribirse como  $2k$  con  $k = 0 \in \mathbb{Z}$

(e) Correcto ya que 30 puede escribirse como  $5k$  con  $k = 6 \in \mathbb{Z}$

(f) Incorrecto. 17 no es múltiplo de 3 ya que no puede escribirse como  $3k$  con  $k \in \mathbb{Z}$

(g) Correcto ya que  $-12$  puede escribirse como  $4k$  con  $k = -3 \in \mathbb{Z}$

(h) Correcto ya que  $-12$  puede escribirse como  $2k$  con  $k = -6 \in \mathbb{Z}$

(i) Incorrecto. 11 no es múltiplo de  $-3$  ya que no puede escribirse como  $-3k$  con  $k \in \mathbb{Z}$

6. —

7. (a) Pertenece a  $\mathbb{N}$ , por ser la suma de dos números naturales.

(b) Pertenece a  $\mathbb{N}$ , por ser el producto de números naturales.

(c) Pertenece a  $\mathbb{Q}$ , por ser el cociente de dos números naturales.

(d) Pertenece a  $\mathbb{Z}$ , por ser la suma de un número entero negativo y un número natural.

(e) Pertenece a  $\mathbb{Z}$ , por ser la suma de tres números enteros.

(f) Pertenece a  $\mathbb{Q}$ , por ser la suma de un número entero y un número racional.

(g) Pertenece a  $\mathbb{Q}$ , por ser el cociente de un número entero y un número entero distinto de cero.

(h) Pertenece a  $\mathbb{R}$ , por ser la raíz cuadrada de un número natural.

(i) Pertenece a  $\mathbb{Q}$ , por ser el cociente de un número entero y un número entero distinto de cero.

(j) Pertenece a  $\mathbb{R}$ , por ser el cociente de un número irracional y un número entero.

(k) Pertenece a  $\mathbb{Q}$ , por ser la suma de dos números racionales.

(l) Pertenece a  $\mathbb{Q}$ , por ser el cociente de dos números racionales.

(m) Pertenece a  $\mathbb{R}$ , por ser la raíz cuadrada de un número racional.

8. —

9. —