
Práctica 0: Propiedades algebraicas

Comisión: Rodrigo Cossio-Pérez y Leonardo Lattenero

1. Hallar todos los valores de x que responden a la ecuación

(a) $2x - 7x - 5 = 0$

(b) $(3x - 1)^2 - 1 = 9x^2 + 12$

(c) $\frac{2-x}{x-1} = 3$

(d) $\frac{-2x+1}{x+1} = \frac{4x-7}{-2(x+6)}$

(e) $6(x+9) = 2(3x + \frac{37}{2}) + 17$

2. Simplificar las siguientes expresiones algebraicas

(a) $4 \cdot (3^x)^2 - 3^{2x+1}$

3. Decidir si las siguientes expresiones son equivalentes

(a) $(2x+5)(x+3)$ y $2x^2 + 11x + 15$

(b) $5 \cdot 2^{x+1}$ y $\frac{5 \cdot 2^x}{2}$

(c) $2x^2 + 4x - 6$ y $(x-1)(x+3)$

4. Hallar todos los valores de x que responden a la inecuación

(a) $2x + 1 > 0$

(b) $\frac{3x-5}{x-1} < 0$

(c) $\frac{-4x-2}{x+1} > 1$

(d) $(x-2)(x+1) > 0$

(e) $-8(x-2)(2x+7) < 0$

5. Analizar si que valen las siguientes propiedades y justificarlo

(a) $x < \sqrt{2}x + 1$ para $x < 0$

(d) $a^2 > a$

(b) $\frac{x-1}{2} < x$ para $x > 0$

(e) $3^x < 3^{x+1}$ para $x \in \mathbb{N}$

(c) Si se tienen $a > b > c$, esto implica que $a+1 > c+1$

(f) Si $a > b$, entonces $a^x > b^x$

6. Hallar el conjunto de valores del parámetro $k \in \mathbb{R}$ que cumplen la condición

(a) La parábola $x^2 + kx + 4$ tiene una única raíz.

(b) La parábola $kx^2 + 4x + 2$ tiene dos raíces reales.

(c) La parábola $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 2k$ no tiene raíces reales.

7. Indicar a qué conjunto numérico (\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} o \mathbb{R}) pertenecen los siguientes números y dar ejemplos que justifiquen

- (a) $3x + 5$ con $x \in \mathbb{N}$
- (b) $4x^2$ con $x \in \mathbb{N}$
- (c) $\frac{x^2}{3} + 1$ con $x \in \mathbb{N}$
- (d) $-6x + 1$ con $x \in \mathbb{N}$
- (e) $x^2 + x + 1$ con $x \in \mathbb{Z}$
- (f) $x + \frac{1}{2}$ con $x \in \mathbb{Z}$
- (g) $\frac{1}{x-1}$ con $x \in \mathbb{Z}$ y $x \neq 1$
- (h) $3\sqrt{x}$ con $x \in \mathbb{N}$
- (i) $\frac{x^2}{x-4}$ con $x \in \mathbb{Z}$ y $x \neq 4$
- (j) $\frac{\sqrt{3}x - 3}{2}$ con $x \in \mathbb{Z}$
- (k) $x + 3$ con $x \in \mathbb{Q}$
- (l) $\frac{1}{x}$ con $x \in \mathbb{Q}$ y $x \neq 0$
- (m) \sqrt{x} con $x \in \mathbb{Q}$

8. Graficar las siguientes funciones, indicando sus elementos notables (ordenada/abscisas al origen, vértice, etc.)

- (a) $y = -4x + 2$
- (b) $y = \frac{2}{3}x - 1$
- (c) $y = x^2 + 4x + 4$
- (d) $y = -(x-1)^2 + 3$

9. Analizar las siguientes situaciones geométricas

- (a) Averiguar si la recta $y = 2x + 1$ y la recta $y = 2x - 5$ son paralelas
- (b) Averiguar si la recta $y = 2x + 1$ y la recta $y = 3x + 1$ son perpendiculares
- (c) Hallar una recta perpendicular a la recta $y = 2x + 1$ que pase por el punto $(1, 2)$
- (d) Hallar una recta paralela a la recta $y = \frac{1}{3}x + 1$ que pase por el punto $(1, 1)$
- (e) Calcular la intersección de las rectas $y = 2x + 1$ y $y = 3x - 1$
- (f) Calcular la intersección de la recta $y = 2x + 1$ y la parábola $y = x^2 + 1$
- (g) Averiguar si la recta $y = -x + 3$ se intersecta con la parábola $y = x^2 + 2x + 5$
- (h) Dar una recta perpendicular a la recta $x = 2$ que pase por el punto $(1, 5)$

RESPUESTAS

1. —
2. (a) 3^{2x}
3. (a) Son equivalentes
(b) No son equivalentes
(c) No son equivalentes
4. —
5. (a) Válido. Como $x > 0$ y $\sqrt{2} > 1$: $x < \sqrt{2} < \sqrt{2}x + 1$
(b) Válido. Como $x > 0$: $x > \frac{x}{2} > \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$
(c) Válido. $a > b > c$ implica $a > c$ por transitividad. Si sumamos 1, se tiene $a + 1 > c + 1$
(d) Inválido. Si $a = 0.1$ se tiene que $a^2 = 0.01$. *Nota: La propiedad vale para $a > 1$ y también para $a < 0$.*

(e) Válido. Como $1 < 3$, multiplicamos por 3^x (que es positivo) y obtenemos $3^x < 3 \cdot 3^x$. Finalmente, por propiedades de la potenciación, $3^x < 3^{x+1}$.

(f) Inválido. Si $x = 0$ se tiene que $a^0 = b^0 = 1$. *Nota, la propiedad es válida para $x > 0$.*

6. —

7. (a) Pertenece a \mathbb{N} , por ser la suma de dos números naturales.

(b) Pertenece a \mathbb{N} , por ser el producto de números naturales.

(c) Pertenece a \mathbb{Q} , por ser el cociente de dos números naturales.

(d) Pertenece a \mathbb{Z} , por ser la suma de un número entero negativo y un número natural.

(e) Pertenece a \mathbb{Z} , por ser la suma de tres números enteros.

(f) Pertenece a \mathbb{Q} , por ser la suma de un número entero y un número racional.

(g) Pertenece a \mathbb{Q} , por ser el cociente de un número entero y un número entero distinto de cero.

(h) Pertenece a \mathbb{R} , por ser la raíz cuadrada de un número natural.

(i) Pertenece a \mathbb{Q} , por ser el cociente de un número entero y un número entero distinto de cero.

(j) Pertenece a \mathbb{R} , por ser el cociente de un número irracional y un número entero.

(k) Pertenece a \mathbb{Q} , por ser la suma de dos números racionales.

(l) Pertenece a \mathbb{Q} , por ser el cociente de dos números racionales.

(m) Pertenece a \mathbb{R} , por ser la raíz cuadrada de un número racional.

8. —

9. —