
Práctica 0: Propiedades algebraicas

Comisión: Rodrigo Cossio-Pérez y Leonardo Lattenero

1. Hallar todos los valores de x que responden a la ecuación

(a) $2x - 7x - 5 = 0$

(b) $(3x - 1)^2 - 1 = 9x^2 + 12$

(c) $\frac{2-x}{x-1} = 3$

(d) $\frac{-2x+1}{x+1} = \frac{4x-7}{-2(x+6)}$

(e) $6(x+9) = 2\left(3x + \frac{37}{2}\right) + 17$

2. Decidir si las siguientes expresiones son equivalentes

(a) $(2k+5)(k+3)$ y $2k^2 + 11k + 15$

** Son equivalentes

(b) $5 \cdot 2^{x+1}$ y $\frac{5 \cdot 2^x}{2}$

** No son equivalentes

(c) $2x^2 + 4x - 6$ y $(x-1)(x+3)$

** No son equivalentes

(d) $2n^3 + 3n^2 + n$ y $n(n+1)(2n+1)$

** Son equivalentes

(e) $4 \cdot (3^x)^2 - 3^{2x+1}$ y 3^x

** No son equivalentes

3. Hallar todos los valores de x que responden a la inecuación

(a) $2x + 1 > 0$

(b) $\frac{3x-5}{x-1} < 0$

(c) $\frac{-4x-2}{x+1} > 1$

(d) $(x-2)(x+1) > 0$

(e) $-8(x-2)(2x+7) < 0$

4. Analizar si las siguientes propiedades son correctas. Justificar

(a) $x < \sqrt{2}x + 1$ para $x < 0$

** Correcto. Como $x > 0$ y $\sqrt{2} > 1$: $x < \sqrt{2}x < \sqrt{2}x + 1$

(b) $\frac{x-1}{2} < x$ para $x > 0$

** Correcto. Como $x > 0$: $x > \frac{x}{2} > \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$

(c) Si se tienen $a > b > c$, esto implica que $a+1 > c+1$

** Correcto. $a > b > c$ implica $a > c$ por transitividad. Si sumamos 1, se tiene $a+1 > c+1$

(d) $a^2 > a$

** Incorrecto. Si $a = 0.1$ se tiene que $a^2 = 0.01$.

Nota: La propiedad vale para $a > 1$ y también para $a < 0$.

(e) $3^x < 3^{x+1}$ para $x \in \mathbb{N}$

****** Correcto. Como $1 < 3$, multiplicamos por 3^x (que es positivo) y obtenemos $3^x < 3 \cdot 3^x$. Finalmente,

por propiedades de la potenciación, $3^x < 3^{x+1}$.

(f) Si $a > b$, entonces $a^x > b^x$

****** Incorrecto. Si $x = 0$ se tiene que $a^0 = b^0 = 1$.
Nota, a propiedad es válida para $x > 0$.

5. Analizar si las siguientes afirmaciones son correctas. Justificar

(a) 13 es un número impar

****** Correcto ya que 13 puede escribirse como $2k + 1$ con $k = 6 \in \mathbb{Z}$

(b) 68 es un número impar

****** Incorrecto. 68 es un número par ya que puede escribirse como $2k$ con $k = 34 \in \mathbb{Z}$

(c) -12 es un número par

****** Correcto ya que -12 puede escribirse como $2k$ con $k = -6 \in \mathbb{Z}$

(d) 0 es un número par

****** Correcto ya que 0 puede escribirse como $2k$ con $k = 0 \in \mathbb{Z}$

(e) 30 es múltiplo de 5

****** Correcto ya que 30 puede escribirse como $5k$ con $k = 6 \in \mathbb{Z}$

(f) 17 es múltiplo de 3

****** Incorrecto. 17 no es múltiplo de 3 ya que no puede escribirse como $3k$ con $k \in \mathbb{Z}$

(g) -12 es múltiplo de 4

****** Correcto ya que -12 puede escribirse como $4k$ con $k = -3 \in \mathbb{Z}$

(h) 2 divide a -12

****** Correcto ya que -12 puede escribirse como $2k$ con $k = -6 \in \mathbb{Z}$

(i) -3 divide a 11

****** Incorrecto. 11 no es múltiplo de -3 ya que no puede escribirse como $-3k$ con $k \in \mathbb{Z}$

6. Hallar el conjunto de valores del parámetro $k \in \mathbb{R}$ que cumplen la condición

(a) La parábola $x^2 + kx + 4$ tiene una única raíz.

(b) La parábola $kx^2 + 4x + 2$ tiene dos raíces reales.

(c) La parábola $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 2k$ no tiene raíces reales.

7. Indicar a qué conjunto numérico (\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} o \mathbb{R}) pertenecen los siguientes números y dar ejemplos que justifiquen

(a) $3x + 5$ con $x \in \mathbb{N}$

****** Pertenecen a \mathbb{N} , por ser la suma de dos números naturales.

(b) $4x^2$ con $x \in \mathbb{N}$

****** Pertenecen a \mathbb{N} , por ser el producto de números naturales.

(c) $\frac{x^2}{3} + 1$ con $x \in \mathbb{N}$

****** Pertenecen a \mathbb{Q} , por ser el cociente de dos números naturales.

(d) $-6x + 1$ con $x \in \mathbb{N}$

****** Pertenecen a \mathbb{Z} , por ser la suma de un número entero negativo y un número natural.

(e) $x^2 + x + 1$ con $x \in \mathbb{Z}$

****** Pertenecen a \mathbb{Z} , por ser la suma de tres números enteros.

(f) $x + \frac{1}{2}$ con $x \in \mathbb{Z}$

****** Pertenecen a \mathbb{Q} , por ser la suma de un número entero y un número racional.

(g) $\frac{1}{x-1}$ con $x \in \mathbb{Z}$ y $x \neq 1$

****** Pertenecen a \mathbb{Q} , por ser el cociente de un número

entero y un número entero distinto de cero.

(k) $x + 3$ con $x \in \mathbb{Q}$

(h) $3\sqrt{x}$ con $x \in \mathbb{N}$

** Pertenece a \mathbb{Q} , por ser la suma de dos números racionales.

** Pertenece a \mathbb{R} , por ser la raíz cuadrada de un número natural.

(i) $\frac{x^2}{x-4}$ con $x \in \mathbb{Z}$ y $x \neq 4$

(l) $\frac{1}{x}$ con $x \in \mathbb{Q}$ y $x \neq 0$

** Pertenece a \mathbb{Q} , por ser el cociente de un número entero y un número entero distinto de cero.

** Pertenece a \mathbb{Q} , por ser el cociente de dos números racionales.

(j) $\frac{\sqrt{3}x-3}{2}$ con $x \in \mathbb{Z}$

(m) \sqrt{x} con $x \in \mathbb{Q}$

** Pertenece a \mathbb{R} , por ser el cociente de un número irracional y un número entero.

** Pertenece a \mathbb{R} , por ser la raíz cuadrada de un número racional.

8. Graficar las siguientes funciones, indicando sus elementos notables (ordenada/abscisas al origen, vértice, etc.)

(a) $y = -4x + 2$

(b) $y = \frac{2}{3}x - 1$

(c) $y = x^2 + 4x + 4$

(d) $y = -(x-1)^2 + 3$

9. Analizar las siguientes situaciones geométricas

(a) Averiguar si la recta $y = 2x + 1$ y la recta $y = 2x - 5$ son paralelas

(b) Averiguar si la recta $y = 2x + 1$ y la recta $y = 3x + 1$ son perpendiculares

(c) Hallar una recta perpendicular a la recta $y = 2x + 1$ que pase por el punto $(1, 2)$

(d) Hallar una recta paralela a la recta $y = \frac{1}{3}x + 1$ que pase por el punto $(1, 1)$

(e) Calcular la intersección de las rectas $y = 2x + 1$ y $y = 3x - 1$

(f) Calcular la intersección de la recta $y = 2x + 1$ y la parábola $y = x^2 + 1$

(g) Averiguar si la recta $y = -x + 3$ se intersecta con la parábola $y = x^2 + 2x + 5$

(h) Dar una recta perpendicular a la recta $x = 2$ que pase por el punto $(1, 5)$