Práctica 0: Propiedades algebraicas

Comisión: Rodrigo Cossio-Pérez y Leonardo Lattenero

1. Hallar todos los valores de x que responden a la ecuación

   (a) $2x - 7x - 5 = 0$

   (b) $(3x-1)^2 - 1 = 9x^2 + 12$

   (c) $\dfrac{2-x}{x-1} = 3$

   (d) $\dfrac{-2x+1}{x+1} = \dfrac{4x-7}{-2(x+6)}$

   (e) $6(x+9) = 2(3x + \dfrac{37}{2}) + 17$

2. Simplificar las siguientes expresiones algebraicas

   (a) $4.\,(3^x)^2 - 3^{2x+1}$

3. Decidir si las siguientes expresiones son equivalentes

   (a) $(2x+5)(x+3)$ y $2x^2 + 11x + 15$

   (b) 5.2^{x+1} $\dfrac{5.2^x}{2}$

   (c) $2x^2 + 4x - 6$ y $(x-1)(x+3)$

4. Hallar todos los valores de x que responden a la inecuación

   (a) $2x + 1 > 0$

   (b) $\dfrac{3x-5}{x-1} < 0$

   (c) $\dfrac{-4x-2}{x+1} > 1$

   (d) $(x-2)(x+1) > 0$

   (e) $-8(x-2)(2x+7) < 0$

5. Analizar si las siguientes propiedades son correctas. Justificar

   (a) $x < \sqrt{2}x + 1$ para $x < 0$

   (b) $\dfrac{x-1}{2} < x$ para $x > 0$

   (c) Si se tienen $a > b > c$, esto implica que $a+1 > c+1$

   (d) $a^2 > a$

   (e) $3^x < 3^{x+1}$ para $x \in \mathbb{N}$

   (f) Si $a > b$, entonces $a^x > b^x$

   (g) 13 es un número impar

   (h) 68 es un número impar

   (i) -12 es un número par

   (j) 0 es un nùmero par

6. Analizar si las siguientes afirmaciones son correctas. Justificar

   (a) 13 es un número impar

   (b) 68 es un número impar

   (c) -12 es un número par

   (d) 0 es un nùmero par

   (e) 30 es múltiplo de 5

   (f) 17 es múltiplo de 3

(g) -12 es múltiplo de 4

(h) 2 divide a -12

(i) -3 divide a 11

7. Hallar el conjunto de valores del parámetro $k \in \mathbb{R}$ que cumplen la condición

   (a) La parábola $x^2 + kx + 4$ tiene una única raíz.

   (b) La parábola $kx^2 + 4x + 2$ tiene dos raíces reales.

   (c) La parábola $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 2k$ no tiene raíces reales.

8. Indicar a qué conjunto numérico ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ o $\mathbb{R}$) pertenecen los siguientes números y dar ejemplos que justifiquen

   (a) $3x + 5$ con $x \in \mathbb{N}$

   (b) $4x^2$ con $x \in \mathbb{N}$

   (c) $\frac{x^2}{3} + 1$ con $x \in \mathbb{N}$

   (d) $-6x + 1$ con $x \in \mathbb{N}$

   (e) $x^2 + x + 1$ con $x \in \mathbb{Z}$

   (f) $x + \frac{1}{2}$ con $x \in \mathbb{Z}$

   (g) $\frac{1}{x-1}$ con $x \in \mathbb{Z}$ y $x \neq 1$

   (h) $3\sqrt{x}$ con $x \in \mathbb{N}$

   (i) $\frac{x^2}{x-4}$ con $x \in \mathbb{Z}$ y $x \neq 4$

   (j) $\frac{\sqrt{3}x - 3}{2}$ con $x \in \mathbb{Z}$

   (k) $x + 3$ con $x \in \mathbb{Q}$

   (l) $\frac{1}{x}$ con $x \in \mathbb{Q}$ y $x \neq 0$

   (m) $\sqrt{x}$ con $x \in \mathbb{Q}$

9. Graficar las siguientes funciones, indicando sus elementos notables (ordenada/abscisas al origen, vértice, etc.)

   (a) $y = -4x + 2$

   (b) $y = \frac{2}{3}x - 1$

   (c) $y = x^2 + 4x + 4$

   (d) $y = -(x-1)^2 + 3$

10. Analizar las siguientes situaciones geométricas

   (a) Averiguar si la recta $y = 2x + 1$ y la recta $y = 2x - 5$ son paralelas

   (b) Averiguar si la recta $y = 2x + 1$ y la recta $y = 3x + 1$ son perpendiculares

   (c) Hallar una recta perpendicular a la recta $y = 2x + 1$ que pase por el punto $(1, 2)$

   (d) Hallar una recta paralela a la recta $y = \frac{1}{3}x + 1$ que pase por el punto $(1, 1)$

   (e) Calcular la intersección de las rectas $y = 2x + 1$ y $y = 3x - 1$

   (f) Calcular la intersección de la recta $y = 2x + 1$ y la parábola $y = x^2 + 1$

   (g) Averiguar si a recta $y = -x + 3$ se intersecta con la parábola $y = x^2 + 2x + 5$

   (h) Dar una recta perpendicular a la recta $x = 2$ que pase por el punto $(1, 5)$

RESPUESTAS

1. —

2. (a) 3^{2x}

3. (a) Son equivalentes

(b) No son equivalentes

(c) No son equivalentes

4. —

5. (a) Correcto. Como $x > 0$ y $\sqrt{2} > 1$: $x < \sqrt{2} < \sqrt{2}x + 1$

   (b) Correcto. Como $x > 0$: $x > \dfrac{x}{2} > \dfrac{x}{2} - \dfrac{1}{2}$

   (c) Correcto. $a > b > c$ implica $a > c$ por transitividad. Si sumamos 1, se tiene $a + 1 > c + 1$

   (d) Incorrecto. Si $a = 0.1$ se tiene que $a^2 = 0.01$. *Nota: La propiedad vale para $a > 1$y también para $a < 0$.*

   (e) Correcto. Como $1 < 3$, multiplicamos por 3^x (que es positivo) y obtenemos $3^x < 3.3^x$. Finalmente, por propiedades de la potenciación, $3^x < 3^{x+1}$.

   (f) Incorrecto. Si $x = 0$ se tiene que $a^0 = b^0 = 1$. *Nota, a propiedad es válidad para $x > 0$.*

   (g) Correcto ya que 13 puede escribirse como $2k + 1$ con $k = 6 \in \mathbb{Z}$

   (h) Incorrecto. 68 es un número par ya que puede escribirse como $2k$ con $k = 34 \in \mathbb{Z}$

   (i) Correcto ya que -12 puede escribirse como $2k$ con $k = -6 \in \mathbb{Z}$

   (j) Correcto ya que 0 puede escribirse como $2k$ con $k = 0 \in \mathbb{Z}$

6. (a) Correcto ya que 13 puede escribirse como $2k + 1$ con $k = 6 \in \mathbb{Z}$

   (b) Incorrecto. 68 es un número par ya que puede escribirse como $2k$ con $k = 34 \in \mathbb{Z}$

   (c) Correcto ya que -12 puede escribirse como $2k$ con $k = -6 \in \mathbb{Z}$

   (d) Correcto ya que 0 puede escribirse como $2k$ con $k = 0 \in \mathbb{Z}$

   (e) Correcto ya que 30 puede escribirse como $5k$ con $k = 6 \in \mathbb{Z}$

   (f) Incorrecto. 17 no es múltiplo de 3 ya que no puede escribirse como $3k$ con $k \in \mathbb{Z}$

   (g) Correcto ya que -12 puede escribirse como $4k$ con $k = -3 \in \mathbb{Z}$

   (h) Correcto ya que -12 puede escribirse como $2k$ con $k = -6 \in \mathbb{Z}$

   (i) Incorrecto. 11 no es múltiplo de -3 ya que no puede escribirse como $-3k$ con $k \in \mathbb{Z}$

7. —

8. (a) Pertenece a $\mathbb{N}$, por ser la suma de dos números naturales.

   (b) Pertenece a $\mathbb{N}$, por ser el producto de números naturales.

   (c) Pertenece a $\mathbb{Q}$, por ser el cociente de dos números naturales.

   (d) Pertenece a $\mathbb{Z}$, por ser la suma de un número entero negativo y un número natural.

   (e) Pertenece a $\mathbb{Z}$, por ser la suma de tres números enteros.

   (f) Pertenece a $\mathbb{Q}$, por ser la suma de un número entero y un número racional.

   (g) Pertenece a $\mathbb{Q}$, por ser el cociente de un número entero y un número entero distinto de cero.

   (h) Pertenece a $\mathbb{R}$, por ser la raíz cuadrada de un número natural.

   (i) Pertenece a $\mathbb{Q}$, por ser el cociente de un número entero y un número entero distinto de cero.

   (j) Pertenece a $\mathbb{R}$, por ser el cociente de un número irracional y un número entero.

(k) Pertenece a $\mathbb{Q}$, por ser la suma de dos números racionales.

(l) Pertenece a $\mathbb{Q}$, por ser el cociente de dos números racionales.

(m) Pertenece a $\mathbb{R}$, por ser la raíz cuadrada de un número racional.

9. —

10. —