
Práctica 1: Lógica proposicional y de primer orden

Comisión: Rodrigo Cossio-Pérez y Leonardo Lattenero

EJERCICIOS JR.

1. Reconocer las funciones del lenguaje e indicar qué casos son proposiciones. Si son proposiciones, indicar su valor de verdad.

- | | |
|---|--|
| (a) Hoy es martes | (f) 5 es múltiplo de 2 |
| (b) ¡Auch! | (g) Si estudiás continuamente, siempre vas a aprender cosas nuevas |
| (c) Fuí a visitar las playas de la costa de Buenos Aires | (h) $x = 6$ y $x + 4 = 10$ |
| (d) Vaya a visitar las playas de la costa de Buenos Aires | (i) $x + 4$ |
| (e) ¿Venís hoy a clase? | (j) $x^2 - 4$ no tiene raíces reales |

2. Simbolizar las siguientes proposiciones, indicar el diccionario de lenguaje cuando sea necesario y cuando amerite hallar una proposición equivalente considerando las propiedades y definiciones de los operadores.

- | | |
|---|---|
| (a) La manzana es una fruta y la lechuga una verdura. | (g) Una de dos: o mañana lloverá o estará soleado. |
| (b) No está lloviendo. | (h) La materia se aprueba promocionando los parciales, aprobando el final o dando exitosamente el examen libre. |
| (c) Si estás en la estación Bernal, estás cerca de la UNQ | (i) El pan no levará si le ponés mucha sal. Tampoco levará si lo dejás en un lugar frío. |
| (d) No es buen deportista pero sus notas son excelentes. | (j) Si te tomás el 324 te deja cerca de la UNQ, si te tomás el 65 no. |
| (e) El caballo está galopando, o se detuvo y relinchó. | |
| (f) En la UNQ hay wi-fi si y sólo si hay luz. | |

3. Determinar si las siguientes proposiciones son tautologías, contradicciones o contingencias mediante la realización de su tabla de verdad.

- | | |
|---------------------------------------|---|
| (a) $(\neg p \vee q) \wedge \neg q$ | (e) $p \leftrightarrow (q \vee r)$ |
| (b) $p \wedge \neg p$ | (f) $(p \uparrow q) \downarrow r$ |
| (c) $p \wedge F_0 \vee q$ | (g) $((\neg p \vee q) \rightarrow (r \vee p)) \vee (p \rightarrow q)$ |
| (d) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ | |

4. Averiguar si las siguientes proposiciones son equivalentes mediante tablas de verdad y/o reglas de equivalencia. Dar un ejemplo en lenguaje natural que lo evidencie. Nota: no siempre el mismo método.

- | | |
|---|---|
| (a) $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$ | (c) $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \rightarrow \neg q$ |
| (b) $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$ | (d) $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$ |

$$(e) \quad p \rightarrow q \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \rightarrow F_0$$

$$(g) \quad p \vee q \rightarrow r \Leftrightarrow (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$$

$$(f) \quad (p \wedge q) \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

5. Simplificar las siguientes expresiones

$$(a) \quad \neg((p \wedge \neg q) \rightarrow p) \vee q$$

$$(d) \quad (p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$$

$$(b) \quad (\neg q \rightarrow \neg p) \wedge \neg(\neg p \rightarrow \neg q)$$

$$(e) \quad \neg((\neg p \wedge q) \rightarrow p) \vee q$$

$$(c) \quad (\neg q \vee p) \vee (p \wedge \neg q)$$

$$(f) \quad (\neg p \rightarrow q) \wedge \neg(q \rightarrow \neg p)$$

6. Escribir en forma normal disyuntiva (DNF) y en forma normal conjuntiva (CNF) las siguientes proposiciones.

$$(a) \quad p \vee q$$

$$(c) \quad p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(b) \quad \neg(p \uparrow q) \vee \neg p$$

7. Verificar mediante una tabla de verdad si las siguientes proposiciones son reglas de inferencia. Dar un ejemplo en lenguaje natural que lo evidencie.

$$(a) \quad p \wedge q \Rightarrow p$$

$$(d) \quad (\neg p \wedge q) \Rightarrow (\neg p \vee q)$$

$$(b) \quad p \vee q \Rightarrow q$$

$$(e) \quad (p \leftrightarrow q) \Rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$(c) \quad p \wedge T_0 \Rightarrow q$$

$$(f) \quad ((p \leftrightarrow q) \wedge r) \Rightarrow \neg(q \wedge r)$$

8. Sin utilizar las tablas de verdad, demostrar si los siguientes razonamientos son válidos o no.

$$(a) \quad \frac{\neg p \rightarrow p}{p}$$

$$(d) \quad \frac{\neg p}{\neg(p \wedge q)}$$

$$(g) \quad \frac{p \rightarrow q \quad q \leftrightarrow r \quad \neg r}{\neg p}$$

$$(b) \quad \frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\neg p}$$

$$(e) \quad \frac{p \rightarrow r \quad q \rightarrow r \quad r \rightarrow s \wedge t \quad p \vee q}{s}$$

$$(h) \quad \frac{p \rightarrow q \quad p \vee s \quad \neg q}{s}$$

$$(c) \quad \frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r \quad p}{r}$$

$$(f) \quad \frac{p \rightarrow q \quad q \wedge r \rightarrow s}{p \wedge r \rightarrow s}$$

9. Averiguar si los siguientes razonamientos son válidos y evaluar su solidez.

(a) Por el pronóstico semanal, sabemos que si es martes, llueve y hace frío. Sabemos que es martes. Demostrar que hace frío.

(b) El ladrón tenía llave de la puerta o entró por la ventana. Si entró por la ventana, pisoteó las macetas. Las macetas no están pisoteadas. Por lo tanto, el ladrón tenía llave de la puerta.

(c) El producto de dos enteros impares es impar

(d) La suma de dos números naturales pares es un número natural impar

(e) Si el cuadrado de un número entero es impar, dicho número es impar.

- (f) Si un número entero es múltiplo de 6, entonces dicho número es múltiplo de 2 y de 3.
- (g) Si un número entero es menor que otro, el primer número es menor o igual que el sucesor del segundo
- (h) Si se cumple que $x^2 - x - 6 > 0$, entonces se cumple que $|x| > 1$.
- (i) Si $|x| = |y|$, entonces $y = x$ o $y = -x$.
- (j) Si $a \cdot b = 0$, la recta $y = mx + b$ pasa por $P(0, 0)$ o bien la recta $y = ax + 3$ es horizontal.

10. Simbolizar las siguientes proposiciones, indicando el diccionario de lenguaje y el conjunto universal. Cuando se indique, negar la proposición.

- (a) Alguien canta o toca la guitarra. (Adicionalmente, negar esta expresión)
- (b) Todos los números naturales son pares o negativos. (Adicionalmente, negar esta expresión)
- (c) Si un automóvil es cómodo, entonces es caro
- (d) Hay gente que cuando tiene frío toma mate, y cuando no lo tiene no
- (e) Ningún pájaro es un anfibio. Si un animal no es un anfibio, tampoco será un pez. Por lo tanto, ningún pájaro es pez.

11. Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones cuantificadas.

- (a) $\exists x : P(x)$: “Según el pronóstico semanal, el día x llueve” con $U = \{\text{Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes, Sábado, Domingo}\}$
- (b) $\forall x \in U : x^2 < 26$, con $U = \{1, 3, 5\}$
- (c) $\exists x \in U : x^2 < 26$, con $U = \{1, 3, 5\}$
- (d) $\forall x \in \mathbb{N} : x^2 - 9 = 0$
- (e) $\forall x \in \mathbb{R} : x + 3 < 6$
- (f) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = 1$
- (g) Dado $U = \mathbb{N}$, $(\forall x : x < 5) \vee (\exists x : x^2 = 4)$
- (h) $\forall x \exists y : x < y$, donde x e y pertenecen al conjunto $\{1, 2, 3\}$.

12. Averiguar si los siguientes razonamientos son válidos y, en el caso de que tengan un contexto, evaluar su solidez.

- | | |
|---|--|
| <p>(a) Dada la variable x y la constante a, se plantea:</p> $\frac{\begin{array}{l} \forall x : P(x) \rightarrow Q(x) \wedge R(x) \\ P(a) \end{array}}{\exists x : R(x)}$ | $\frac{\begin{array}{l} \exists x : A(x) \rightarrow \neg B(x) \\ C(6) \vee B(6) \\ \neg C(6) \end{array}}{\exists x : \neg A(x)}$ |
|---|--|

- (b) $Q(a) \rightarrow R(a)$
 $Q(a) \rightarrow \neg R(a)$

 $\exists x : \neg Q(x)$

- (d) $\neg \forall x : P(x) \rightarrow Q(x)$

 $\exists x : P(x)$

- (e) $\neg \exists x : \neg P(x) \wedge \neg Q(x)$
 $\neg P(a)$

 $Q(a)$

- (c) Considerando $U = \{3, 4, 6\}$ y los predicados
 $A(x) : “x \text{ es entero}”, B(x) : “x \text{ es par}”$ y $C(x) : “x$
 $\text{es múltiplo de } 4”$ se plantea:

- (f) Todos los hombres son mortales. Sócrates es un hombre. Por lo tanto, Sócrates es mortal.
- (g) Hay productos tienen buen precio o buena cali-

dad. Todos los productos de buena calidad son resistentes. Entonces, hay productos que tienen buen precio o que son resistentes.

(h) Todos los dulces contienen carbohidratos. Existen comidas sin carbohidratos que tienen proteínas. Por lo tanto, todas las comidas tienen carbohidratos o proteínas.

EJERCICIOS SR.

13. Reconocer las funciones del lenguaje e indicar qué casos son proposiciones. Si son proposiciones, indicar su valor de verdad.

(a) Tal vez llueve

(g) ¡No me digas!

(b) ¿Está lloviendo?

(h) $x = 9$ y $2 < x < 7$

(c) Dadas las rectas $R_1 : y = x + 1$ y $R_2 : y = -x + 7$, $R_1 \perp R_2$.

(i) En las aulas de la UNQ

(j) $2 < x < 7$ (donde x no está definido)

(d) $[0, \infty)$

(k) Si tan solo me hubiese acordado de regar el potus...

(e) Gracias

(l) A caballo regalado no se le miran los dientes

(f) Me parece que sí

14. Simbolizar las siguientes proposiciones, indicar el diccionario de lenguaje cuando sea necesario y cuando amerite hallar una proposición equivalente considerando las propiedades y definiciones de los operadores.

(a) Luis es feliz, si escribe poemas.

rante el fin de semana, con lo que tendría que abastecerme de café o mate.

(b) No es cierto que estudiamos y no aprobamos.

(l) Para aprobar, basta dedicar tiempo y atención a la materia.

(c) No me gusta la pizza ni las empanadas.

(m) Calavera no chilla y piola se la banca.

(d) Hoy no es jueves, ya que ayer no fue miércoles.

(n) Vine en tren y suspendieron el servicio, así que tengo que volver en colectivo o caminando.

(e) Si llueve traigo el impermeable y las botas.

(o) En un juego son importantes las mecánicas y la historia. Las mecánicas mantienen a la persona jugadora activa. La historia la mantiene interesada.

(f) Si has amado sabés lo que se siente amar, sino no.

(p) Decir que los fantasmas se ponen azules cuando el pacman come la fruta, es lo mismo que decir que los fantasmas están azules o el pacman no se comió la fruta.

(g) El anciano ingresó a la cabaña y tomo asiento, o permaneció afuera; si y solo si regresó de viaje.

(h) Caminamos sin prisa pero sin pausa.

(i) Python es un lenguaje de programación interpretado, de propósito general y de alto nivel, por lo tanto resulta útil para procesar datos o automatizar tareas simples.

(j) Ir rápido equivale a ir despacio pero sin pausas.

(k) O termino las tareas en la semana, con lo que tendría el fin de semana libre, o las termino du-

15. Determinar si las siguientes proposiciones son tautologías, contradicciones o contingencias mediante la realización de su tabla de verdad.

- (a) $p \vee (\neg q \vee r)$ (e) $(\neg p \leftrightarrow q) \wedge \neg(q \rightarrow \neg p)$
 (b) $p \wedge q \vee r$ (f) $((p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r) \vee (p \vee q)$
 (c) $p \leftrightarrow (q \wedge r)$ (g) $\neg((r \rightarrow p) \wedge (\neg q \vee p)) \wedge (p \wedge (p \rightarrow r))$
 (d) $(T_0 \downarrow q) \leftrightarrow r$ (h) $\neg((\neg p \wedge q) \rightarrow p) \vee q$

16. Averiguar si las siguientes proposiciones son equivalentes mediante tablas de verdad y/o reglas de equivalencia. Dar un ejemplo en lenguaje natural que lo evidencie. Nota: no siempre el mismo método.

- (a) $\neg p \rightarrow p \Leftrightarrow p$ (d) $(p \rightarrow (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \wedge r) \rightarrow \neg q)$
 (b) $\neg p \vee \neg q \Leftrightarrow (p \wedge q)$ (e) $\neg(p \wedge q \rightarrow \neg r) \Leftrightarrow p \wedge q \vee r$
 (c) $(p \wedge \neg q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$ (f) $p \rightarrow (q \wedge r \wedge s) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow s)$

17. Simplificar las siguientes expresiones

- (a) $(p \vee q) \rightarrow (q \rightarrow p)$ (e) $(q \rightarrow \neg p) \wedge ((p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q))$
 (b) $((p \vee \neg q) \rightarrow \neg p) \wedge (\neg p \leftrightarrow q)$ (f) $(p \vee (\neg q \wedge r)) \rightarrow (p \rightarrow (\neg p \wedge q))$
 (c) $((\neg q \rightarrow p) \rightarrow (p \vee \neg q)) \wedge \neg(p \wedge q)$ (g) $((p \rightarrow q) \vee \neg(\neg q \vee \neg p)) \rightarrow \neg q$
 (d) $(p \rightarrow \neg(q \rightarrow p)) \rightarrow \neg q$

18. Escribir en forma normal disyuntiva (DNF) y en forma normal conjuntiva (CNF) las siguientes proposiciones.

- (a) $\neg(p \rightarrow q)$ (c) $p \wedge (q \rightarrow r)$
 (b) $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$

19. Sin utilizar las tablas de verdad, demostrar si los siguientes razonamientos son válidos o no.

- | | | |
|---|--|--|
| <p>(a) $p \rightarrow q$
 $r \wedge p$
 $q \leftrightarrow s$
 <hr/> $q \wedge s$</p> | <p>(e) $p \wedge q$
 $(p \vee r) \rightarrow t$
 <hr/> $p \wedge t$</p> | <p>(h) $p \rightarrow q$
 $(p \wedge q) \rightarrow r$
 $\neg(p \wedge q)$
 <hr/> $\neg p$</p> |
| <p>(b) $p \rightarrow q$
 $q \vee r \rightarrow s$
 <hr/> $p \vee r \rightarrow s$</p> | <p>(f) $p \vee q$
 $r \vee s$
 $p \rightarrow r$
 $q \rightarrow s$
 $\neg r$
 <hr/> s</p> | <p>(i) $q \rightarrow r$
 $\neg s \rightarrow (t \rightarrow u)$
 $s \vee (q \vee t)$
 $\neg s$
 <hr/> $r \vee u$</p> |
| <p>(c) $p \rightarrow q$
 $r \rightarrow s$
 <hr/> $(p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s)$</p> | <p>(g) $p \rightarrow q$
 $q \rightarrow r$
 $s \rightarrow t$
 $p \vee s$
 <hr/> $r \vee t$</p> | <p>(j) $p \vee q \rightarrow r$
 $r \rightarrow p \wedge s$
 <hr/> $p \leftrightarrow r$</p> |
| <p>(d) $p \rightarrow q$
 $s \vee \neg q$
 $\neg s$
 <hr/> $\neg p$</p> | | |

20. Dado el valor de verdad de algunas propociciones, averiguar el valor de otras utilizando tablas de verdad, reglas lógicas, razonamientos, etc. Se sugiere no siempre usar el mismo método.

- (a) Dado que la proposición $(r \wedge \neg p) \rightarrow \neg q$ es V, p es F y q es V, hallar el valor de r .
- (b) Dado que la proposición $(p \vee \neg q) \leftrightarrow (r \rightarrow s)$ es F y r es F, hallar el valor de p y de q .
- (c) Dado que la proposición $\neg(p \wedge q) \vee (r \vee s)$ es V y r es V, hallar el valor de p y de q .
- (d) Dado que la proposición $(p \vee q) \wedge \neg(r \vee s)$ es V y p es V, hallar el valor de q , r y s .
- (e) Dado que la proposición $(p \vee r) \vee (q \wedge p \leftrightarrow r)$ es F y r es V, hallar el valor de p y de q .
- (f) r es F. Averiguar el valor de $((r \rightarrow q) \vee \neg r) \wedge p$.
- (g) p es V. Averiguar el valor de $((r \wedge \neg p) \wedge (q \vee p)) \rightarrow r$.
- (h) $(p \rightarrow q) \vee \neg r$ es F. Averiguar el valor de p , q y r .
- (i) $(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(r \rightarrow \neg s)$ es F. Averiguar el valor de p , q , r y s .
- (j) $((p \rightarrow q) \leftrightarrow t) \vee (p \rightarrow t)$ es F. Averiguar el valor de p , q y t .
- (k) $((s \rightarrow p) \rightarrow (p \leftrightarrow q)) \vee (p \wedge r)$ es F y s es V. Averiguar el valor de p , q y r .
- (l) $\neg((p \rightarrow q) \rightarrow s(s \rightarrow r))$ es V. Averiguar el valor de $(\neg q \rightarrow \neg p) \vee (r \rightarrow s)$ y de $(\neg p \vee q) \wedge (s \wedge \neg r)$.
- (m) $((p \vee q) \wedge r) \rightarrow (s \leftrightarrow r) \vee ((q \rightarrow p) \rightarrow (\neg s \wedge t))$ es F. Averiguar el valor de $p \rightarrow q$, de $r \vee s$ y de $(p \vee q) \rightarrow (\neg s \vee t)$.

21. Averiguar si los siguientes razonamientos son válidos y evaluar su solidez.

- (a) Por el pronóstico semanal, sabemos que si es martes, llueve y hace frío. También sabemos que no llueve. Demostrar que no es martes.
- (b) Para bajar de peso debo hacer dieta o ir al gimnasio. Si voy al gimnasio gasto dinero. Quiero bajar de peso sin gastar dinero. Entonces voy a hacer dieta.
- (c) Este disco está roto o fue borrado. Si estuviera roto, tendría marcas en las pistas. Si el disco está protegido, no se puede borrar. Por lo tanto, este disco tiene marcas en las pistas o no está protegido.
- (d) Si n es un número entero impar, entonces n^2 es impar.
- (e) Si $3n + 2$ es un número entero impar, entonces n es impar.
- (f) Si n^2 es un número entero par, entonces n es par.
- (g) Si el resultado de multiplicar un número entero por 5 y sumarle 3 es un número par, el número inicial es impar.
- (h) La suma de dos múltiplos de 3 es un número par.
- (i) La suma de un múltiplo de 3 y de un múltiplo de 2 nunca es múltiplo de 3.
- (j) Si un número natural es múltiplo de 10, entonces es múltiplo de 100.
- (k) Dados dos números racionales, r y s . La suma de r y s es un número racional. También se podría leer como: La suma de dos números racionales es racional.
- (l) El producto de dos números racionales es racional.
- (m) Para cualquier número natural n se verifica que $n^2 - (n - 1)^2 < 20$ o que $n^2 - (n - 1)^2 > 50$.
- (n) Dadas tres rectas no verticales R_1 , R_2 y R_3 . Si $R_1 \perp R_2$ y $R_2 \perp R_3$, entonces $R_1 \parallel R_3$ o bien $R_1 \sim R_3$.
- (o) Si $k > 2$, la parábola $x^2 + kx + 1$ no tiene raíces.
- (p) Si $a \cdot b < 0$ y $|a| > b > 0$, la parábola $x^2 + a$ tiene dos raíces reales.

22. Simbolizar las siguientes proposiciones, indicando el diccionario de lenguaje y el conjunto universal.

- (a) Hay automóviles veloces y cómodos
- (b) No todos los número enteros múltiplos de 5 son impares
- (c) Existen números naturales que son múltiplos de 2 pero no de 3
- (d) Considerando las tazas en mi cocina, escribir las siguientes variantes de proposiciones: Las tazas que me regaló mi abuela son de porcelana. Algunas de las tazas que me regaló mi abuela son de porcelana. Todas mis tazas me las regaló mi abuela y son de porcelana.
- (e) Si todo es fácil y agradable entonces Marta no estudiará. No hay cosas desagradables. Además, todo es fácil. Entonces, Marta no estudiará.
- (f) Todo ejecutivo que sea poeta no es un hombre imaginativo. Todo hombre imaginativo es amante del riesgo. Por consiguiente, si todo hombre imaginativo no es poeta, ningún ejecutivo es poeta.
- (g) Ana no duerme. Todos los que tienen sueño, duermen. Hay una persona joven que no tiene sueño. Todos los arquitectos que no tienen sueño escuchan la radio. En todos los casos los jóvenes tienen sueño o usan la computadora. Marcos es un arquitecto que usa la computadora. No hay nadie que escuche la radio y use la computadora. Hay alguien que no es arquitecto, escucha la radio y tiene sueño.

23. Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones cuantificadas.

- (a) $\exists x \in U : x^2 < 26$, con $U = \{7, 8\}$
- (b) $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 - 9 = 0$
- (c) $\exists x \in \mathbb{R} : x + 3 < 6$
- (d) $\forall x \in \mathbb{Z} : x - 5 < 8$
- (e) Dado $U = \{1, 2, 3, 4\}$ y los predicados $P(x)$: " x es múltiplo de 2" y $Q(x)$: $x \leq 3$, determinar el valor de $(\exists x : P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\forall x : P(x) \vee Q(x)) \wedge (\forall x : P(x) \rightarrow Q(x))$
- (f) Dadas dos variables $x, y \in \{1, 2, 3\}$. Hallar el valor de verdad de $(\forall x \exists y : x + y = 2) \vee \neg (\forall x \exists y : x + y = 4) \vee (\forall x \forall y : x + y \geq 4)$
- (g) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x + y = 1$
- (h) $\exists x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{N} : x > y \wedge x^2 < y$
- (i) $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} : x - y \leq 0 \rightarrow x < y + 2$
- (j) Dados $x, y, z \in \mathbb{R}$, hallar el valor de verdad de $\forall x \forall y \exists z : x < y \rightarrow x < z < y$
- (k) Dados $x, y, z \in \mathbb{R}$, hallar el valor de $\exists x \exists y \exists z : x = y \wedge y = z \rightarrow x \neq z$
- (l) Dado $U = \{1, 2, 3\}$ y el predicado $P(x) : x - 2 = 0$, determinar el valor de $(\exists x : P(x)) \wedge (\forall y \forall z : P(y) \wedge P(z) \rightarrow y = z)$
- (m) Dado $U = \{1, 2, 3\}$ indicar el valor de verdad de $\exists! x : x^2 < 3$
- (n) Dado $U = \{1, 2, 3\}$ indicar el valor de verdad de $\exists! x : x^2 > x$

24. Averiguar si los siguientes razonamientos son válidos y, en el caso de que tengan un contexto, evaluar su solidez.

$$\begin{array}{l}
 \text{(a)} \quad \neg \exists x : \neg P(x) \wedge Q(x) \\
 \quad \forall x : P(x) \rightarrow R(x) \\
 \quad Q(a) \\
 \hline
 \quad R(a)
 \end{array}$$

- (b) $\forall x : P(x) \rightarrow Q(x) \wedge R(x)$
 $\forall x : R(x) \vee S(x) \rightarrow T(x)$
 $P(a)$

 $T(a)$
- (c) $\forall x \forall y \forall z : P(x, y) \wedge P(y, x) \rightarrow (P(x, z) \leftrightarrow P(y, z))$
 $P(a, b)$
 $P(b, c)$
 $P(b, a)$

 $P(a, c)$
- (d) $\forall x \forall y : \neg(R(x) \rightarrow \neg S(x, y))$
 $\forall x \exists y : P(x) \rightarrow Q(x, y)$
 $\exists x \forall y : R(x) \wedge Q(x, y) \rightarrow \neg S(x, y)$

 $\forall x : \neg P(x)$
- (e) $\forall x \forall y : \neg(R(x) \rightarrow \neg S(x, y))$
 $\forall x \exists y : P(x) \rightarrow Q(x, y)$
 $\exists x \forall y : R(x) \wedge Q(x, y) \rightarrow \neg S(x, y)$

 $\exists x : \neg P(x)$
- (f) Todas las personas invitadas a la cena estudiaron abogacía o ingeniería. Quienes estudiaron inge-
- nería estudiaron en la UNQ. Ariel, uno de los invitados, no estudió en la UNQ. Por lo tanto, al menos una persona invitada es abogada.
- (g) Algunos sillones están tapizados. Algunos sillones son blancos. Todos los sillones blancos tienen almohadones. Por lo tanto, algunos sillones están tapizados y tienen almohadones.
- (h) Todos los sillones están tapizados. Algunos sillones son blancos. Todos los sillones blancos tienen almohadones. Por lo tanto, algunos sillones están tapizados y tienen almohadones.
- (i) Todos los bebés de terapia estaban en incubadora o con respirador. Los que estaban en incubadora eran prematuros y de bajo peso. Lucio, uno de los bebés de terapia, tenía buen peso. Por lo tanto, al menos un bebé de terapia estaba con respirador.

25. Resuelve los siguientes ejercicios variados

- (a) Dado el esquema proposicional $F(x) : -x < 1 \rightarrow x > 5$ donde $x \in \mathbb{Z}$, encontrar dos constantes para x tales que se conviertan en una proposición verdadera y otros dos para que sea falsa.
- (b) Analizar si las proposiciones $(\exists x : P(x)) \wedge (\forall x : P(x) \rightarrow Q(x))$ es equivalente a $\exists x : Q(x)$.
- (c) Utilizando el predicado $P(x) : 2x + 1 > 2$ con el conjunto $U = \{1, 2, 3\}$, encontrar por lo menos cinco proposiciones verdaderas.

RESPUESTAS

- (a) Función informativa, es proposición. El valor de verdad dependerá del día.

(b) Función exclamativa, no es una proposición. Notar que gritar “Me acabo de lastimar” sí sería es una proposición.

(c) Función informativa, es proposición. El valor de verdad depende de la persona que lo lea.

(d) Función imperativa, no es proposición.

(e) Función interrogativa, no es proposición.

(f) Función informativa, es proposición. Su valor es falso ya que no se puede multiplicar a 2 por otro número entero y obtener 5. Más adelante se verá como escribir esto matemáticamente.

(g) Función informativa, es proposición. La proposición es verdadera pero tiene detalles discutibles. Para afirmar que para alguna persona es falsa deberíamos pensar en una persona que estudie continuamente pero que no aprenda cosas nuevas.

(h) Función informativa, es proposición. Aunque sean símbolos matemáticos, esta proposición se puede leer como “El número x es seis y el número x sumado a 4 es igual a 10”. Lo que hace que esto sea una proposición

es que estamos afirmando las igualdades, que el número es igual a 6 y que sumado a 4 es igual a 10. La proposición es V.

- (i) No es proposición. Se puede leer como “El número x más 4” y no se afirma nada al respecto. Es similar al inciso de “En las aulas de la UNQ”.
 - (j) Función afirmativa, es una proposición. Para averiguar su valor de verdad debemos buscar las raíces de la parábola, es decir, $x^2 - 4 = 0$. Mediante la fórmula de Bhaskara (la resolvente cuadrática) podemos obtener que $x = 2$ o $x = -2$. 2 y -2 son números reales. Por lo que la proposición es falsa.
2. (a) $p \wedge q$ con p : “La manzana es una fruta” y q : “La lechuga una verdura”. Un equivalente es $q \wedge p$: “La lechuga es una verdura y la manzana es una fruta”.
- (b) $\neg p$ con p : “Está lloviendo”.
- (c) $p \rightarrow q$ con p : “Estás en la estación Bernal” y q : “Estás cerca de la UNQ”. Un equivalente es $\neg q \rightarrow \neg p$: “Si no estás cerca de la UNQ, no estás en la estación de Bernal”.
- (d) $\neg p \wedge q$ con p : “Es buen deportista” y q : “Sus notas son excelentes”. Un equivalente es $q \wedge \neg p$: “Sus notas son excelentes pero no es buen deportista”. Notar que lingüísticamente las frases son distintas porque se le da distinta importancia relevancia al orden de las proposiciones, en la primera se rescata que es buen estudiante, en la segunda se condena que es mal deportista. En este caso la lógica no logra mostrar estas diferencias lingüísticas. [Resolución por Tu Profe en Línea](#).
- (e) $p \vee (q \wedge r)$ con p : “El caballo está galopando”, q : “El caballo de detuvo” y r : “El caballo relinchó”. [Resolución por Christian Omar Arias López](#).
- (f) $p \leftrightarrow q$ con p : “En la UNQ hay wi-fi” y q : “Hay luz”. Un equivalente es $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$: “Si en la UNQ hay wi-fi, hay luz. Si hay luz, en la UNQ hay wi-fi”.
- (g) $p \vee q$ con p : “Mañana lloverá” y q : “Mañana estará soleado”. Un equivalente es $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$: “Mañana lloverá y no estará soleado, o bien, mañana estará soleado y no lloverá”.
- (h) $p \vee q \vee r$ con p : “La materia se aprueba promocionando los parciales”, q : “La materia se aprueba aprobando el final” y r : “La materia se aprueba dando exitosamente el examen libre”. También se acepta $p \vee q \vee r \rightarrow s$ con el diccionario p : “Promociono los parciales”, q : “Apruebo el final”, r : “Doy exitosamente el examen libre” y s : “Apruebo la materia”. Esta simbología captura mejor la situación, pero por otro lado tuvimos que llevarla a la primera persona (yo) y podría haber sido cualquier estudiante. Para mejorar esto se puede utilizar lógica de predicados, que se verá al final de la unidad. Dejo la respuesta para que se revise más adelante. $\forall x : p(x) \vee q(x) \vee r(x) \rightarrow s(x)$ con el diccionario $p(x)$: “ x promociona los parciales”, $q(x)$: “ x aprueba el final”, $r(x)$: “ x da exitosamente el examen libre” y $s(x)$: “ x aprueba la materia”.
- (i) $(q \rightarrow \neg p) \wedge (r \rightarrow \neg p)$ con p : “El pan levará”, q : “Le pones mucha sal” y r : “Lo dejas en un lugar frío”. Un equivalente es $(q \vee r) \rightarrow \neg p$: “Si le pones mucha sal o lo dejas en un lugar frío, el pan no levará”.
- (j) $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \neg q)$ con p : “Te tomas el 324”, q : “Te deja cerca de la UNQ” y p : “Te tomás el 65”.
3. (a) Contingencia. [Resolución](#).
- (b) Contradicción. [Resolución](#).
- (c) Contingencia. [Resolución](#), ver solo donde r es F.
- (d) Contingencia. [Resolución](#).
- (e) Contingencia. [Resolución](#).

- (f) Contingencia. [Resolución](#)
- (g) Es tautología. [Resolución por ProfeGuille](#).
4. (a) La [tabla de verdad](#) revela que es una tautología. Por lo tanto, son equivalentes. Esta regla de equivalencia se llama Doble Negación.
- (b) La [tabla de verdad](#) revela que es una tautología. Por lo tanto, son equivalentes. Esta regla de equivalencia se llama Definición de la Implicación.
- (c) La [tabla de verdad](#) revela que es una contingencia. Por lo tanto, NO son equivalentes.
- (d) La [tabla de verdad](#) revela que es una tautología. Esta regla de equivalencia se llama Absorción Total.
- (e) La [tabla de verdad \(ver dónde r es F\)](#) revela que es una tautología. Por lo tanto, son equivalentes. Esta regla de equivalencia se llama Reducción al absurdo.
- (f) La [tabla de verdad](#) revela que es una tautología. Por lo tanto, son equivalentes. Esta regla de equivalencia se llama Exportación.
- (g) La [tabla de verdad](#) revela que es una tautología. Por lo tanto, son equivalentes. Esta regla de equivalencia se llama Demostración por casos.
5. (a) La expresión más simple es q . [Resolución por Tu Profe en Línea](#).
- (b) $\neg p \wedge q$. [Resolución por ProfesorTriquero](#).
- (c) Puede ser $q \rightarrow p$, o bien $p \vee \neg q$. [Resolución por ProfesorTriquero](#).
- (d) Es equivalente a T_0 (es una tautología). [Resolución por Tu Profe en Línea](#).
- (e) La expresión más simple es q . [Resolución por ProfeGuille](#).
- (f) $p \wedge q$. [Resolución por ProfeGuille](#).
6. (a) DNF: $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$
CNF: $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$
- (b) DNF: $(p \wedge \neg q)$
CNF: $(\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$
- (c) DNF: $(p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$
CNF: $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee r)$
7. (a) Es tautología, por lo que es una regla de inferencia. Se la llama *Simplificación*. Ver la [tabla de verdad](#).
- (b) Es contingencia, no es regla de inferencia. Ver la [tabla de verdad](#).
- (c) Contingencia.
- (d) Es tautología, por lo que es una regla de inferencia que no tiene nombre. [Resolución por Tu Profe en Línea](#).
- (e) Es tautología, por lo que es una regla de inferencia. Se la llama *Eliminación del bicondicional*. Ver la [tabla de verdad](#).
- (f) Es contingencia, no es regla de inferencia. [Resolución por Tu Profe en Línea](#).
8. (a)
$$\frac{\neg p \rightarrow p}{\neg \neg p \vee p} \quad (\text{def. } \rightarrow)$$
$$\frac{p \vee p}{p} \quad (\text{doble } \neg)$$
$$\frac{p}{p} \quad (\text{idempotencia})$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(b) } p \rightarrow q \\
 \neg q \\
 \hline
 \neg p \quad (\text{modus tollens})
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(c) } p \rightarrow q \\
 q \rightarrow r \\
 p \\
 \hline
 p \rightarrow r \quad (\text{tran. del } \rightarrow) \\
 \hline
 r \quad (\text{modus ponens})
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(d) } \neg p \\
 \hline
 \neg p \vee \neg q \quad (\text{adición}) \\
 \hline
 \neg(p \wedge q) \quad (\text{De Morgan})
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(e) } p \rightarrow r \\
 q \rightarrow r \\
 r \rightarrow s \wedge t \\
 p \vee q \\
 \hline
 r \quad (\text{elim. disy.}) \\
 s \wedge t \quad (\text{modus ponens}) \\
 \hline
 s \quad (\text{simplificación})
 \end{array}$$

(f) Aplicamos exportación:

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow q \\
 q \wedge r \rightarrow s \\
 p \\
 r \\
 \hline
 q \quad (\text{modus ponens}) \\
 \hline
 s \quad (\text{conj. y mod. pon.})
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(g) } p \rightarrow q \\
 q \leftrightarrow r \\
 \neg r \\
 \hline
 q \rightarrow r \quad (\text{elim. } \leftrightarrow) \\
 \neg q \quad (\text{mod. tollens}) \\
 \hline
 \neg p \quad (\text{mod. tollens})
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(h) } p \rightarrow q \\
 p \vee s \\
 \neg q \\
 \hline
 \neg p \quad (\text{mod. toll.}) \\
 \hline
 s \quad (\text{mod. toll. pon.})
 \end{array}$$

9. (a) Razonamiento válido. Usamos m : “*es martes*”, l : “*llueve*”, f : “*hace frío*”. Por lo que el razonamiento será

$$\begin{array}{l}
 m \rightarrow l \wedge f \\
 m \\
 \hline
 l \wedge f \quad (\text{mod. pon.}) \\
 \hline
 f \quad (\text{simpl.})
 \end{array}$$

(b) Razonamiento válido. Utilizando l : “*el ladrón tenía llave*”, v : “*el ladrón entró por la ventana*” y p : “*el ladrón pisoteó las macetas*”, se demuestra:

$$\begin{array}{l}
l \vee v \\
v \rightarrow p \\
\neg p \\
\hline
\neg v \quad (\text{mod. tollens}) \\
\hline
l \quad (\text{mod. toll. ponens})
\end{array}$$

Planteo por Maria Alicia Piñeiro.

- (c) Razonamiento válido. Utilizamos los números enteros $x, y \in \mathbb{Z}$:

$$\begin{array}{l}
x \text{ es impar} \\
y \text{ es impar} \\
\hline
x = 2k + 1 \text{ con } k \in \mathbb{Z} \\
y = 2m + 1 \text{ con } m \in \mathbb{Z} \\
x.y = (2k + 1).(2m + 1) = 2(2km + k + m) + 1 \text{ con } (2km + k + m) \in \mathbb{Z} \\
\hline
x.y \text{ es impar}
\end{array}$$

- (d) Razonamiento inválido. Contraejemplo: $2 + 4 = 6$. 2 y 4 son pares, pero 6 no es impar.

- (e) Razonamiento válido. Demostraremos el contrarrecíproco: “Si un número entero no es impar, el cuadrado de dicho número no es impar”. Utilizamos el numero entero $n \in \mathbb{Z}$:

$$\begin{array}{l}
n \text{ no es impar} \\
\hline
n \text{ es par} \\
n = 2k \text{ con } k \in \mathbb{Z} \\
n^2 = (2k).(2k) = 2(2.k.k) \text{ con } (2.k.k) \in \mathbb{Z} \\
n^2 \text{ es par} \\
\hline
n^2 \text{ no es impar}
\end{array}$$

- (f) Razonamiento válido. Utilizamos el numero entero $n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{array}{l}
n \text{ es múltiplo de 6} \\
\hline
n = k.6 \text{ con } k \in \mathbb{N} \\
n = (k.2).3 \text{ con } 2k \in \mathbb{N} \\
n = (k.3).2 \text{ con } 3k \in \mathbb{N} \\
\hline
n \text{ es multiplo de 3 y de 2}
\end{array}$$

- (g) Razonamiento válido.

$$\begin{array}{l}
x < y \\
\hline
y < y + 1 \quad (\text{prop. suma en } \mathbb{R}) \\
x < y + 1 \quad (\text{transit. del } <) \\
(x < y + 1) \vee (x = y + 1) \quad (\text{adición}) \\
\hline
x \leq y + 1
\end{array}$$

- (h) Razonamiento válido.

$$\begin{array}{l}
x^2 - x - 6 > 0 \\
\hline
(x + 2)(x - 3) > 0 \quad (\text{factorizo}) \\
(x > 3) \vee (x < -2) \quad (\text{prop. desigualdad}) \\
(x > 3) \rightarrow |x| > 3 \quad (\text{prop. val. abs.}) \\
(x < -2) \rightarrow |x| > 2 \quad (\text{prop. val. abs.}) \\
(|x| > 3) \vee (|x| > 2) \quad (\text{dilema constr.}) \\
|x| > 3 \rightarrow |x| > 1 \\
|x| > 3 \rightarrow |x| > 1 \\
\hline
|x| > 1 \quad (\text{elim. disy.})
\end{array}$$

(i) Razonamiento válido.

$$\begin{array}{l}
 \frac{|x| = |y|}{(x = |y|) \vee (x = -|y|)} \quad (\text{prop. val. abs.}) \\
 (x = |y|) \vee (-x = |y|) \quad (\text{opero algebr.}) \\
 \frac{(x = y) \vee (-x = y) \vee (-x = y) \vee (-(-x) = y)}{(y = x) \vee (y = -x)} \quad (\text{prop. val. abs.}) \\
 (y = x) \vee (y = -x) \quad (\text{idempot.})
 \end{array}$$

(j) Razonamiento válido.

$$\begin{array}{l}
 \frac{a \cdot b = 0}{(a = 0) \vee (b = 0)} \\
 (a = 0) \rightarrow y = ax + 3 \text{ es horizontal} \\
 (b = 0) \rightarrow y = mx + b \text{ pasa por } P(0, 0) \\
 \hline
 y = mx + b \text{ pasa por } P(0, 0) \vee y = ax + 3 \text{ es horizontal} \quad (\text{dilema construc.})
 \end{array}$$

10. (a) Dado el universo $U = \{x \mid x \text{ es una persona}\}$, y los predicados $C(x)$: “la persona x canta” y $G(x)$: “la persona x toca la guitarra”. Se simboliza $\exists x : C(x) \vee G(x)$ con su negación $\neg(\exists x : C(x) \vee G(x)) \Leftrightarrow \forall x : \neg C(x) \wedge \neg G(x)$. [Resolución por MathLogic.](#)
- (b) Dado el universo $U = \mathbb{N}$ y los predicados $P(x)$: “ x es par” y $N(x)$: “ x es negativo”. Se simboliza $\forall x : P(x) \vee N(x)$ con su negación $\neg(\forall x : P(x) \vee N(x)) \Leftrightarrow \exists x : \neg P(x) \wedge \neg N(x)$.
- (c) Dado el universo $U = \{x \mid x \text{ es un automóvil}\}$ y los predicados $P(x)$: “ x es cómodo” y $Q(x)$: “ x es caro”. Se simboliza $\forall x : P(x) \rightarrow Q(x)$
- (d) Dado el universo $U = \{x \mid x \text{ es una persona}\}$, y los predicados $F(x)$: “ x tiene frío” y $M(x)$: “ x toma mate”. Se simboliza $\exists x : F(x) \leftrightarrow M(x)$.
- (e) Dado el universo $U = \{x \mid x \text{ es un animal}\}$, y los predicados $P(x)$: “ x es un pájaro”, $A(x)$: “ x es un anfibio” y $Z(x)$: “ x es un pez”. Se simboliza
- $$\begin{array}{l}
 \forall x : P(x) \rightarrow \neg A(x) \\
 \forall x : \neg A(x) \rightarrow \neg Z(x) \\
 \hline
 \forall x : P(x) \rightarrow Z(x)
 \end{array}$$
- [Resolución por MathLogic.](#)
11. (a) Depende del pronóstico del clima de esa semana
- (b) Verdadera, ya que $1 < 26 \wedge 9 < 26 \wedge 25 < 26$. [Resolución por Tu Profe en Linea.](#)
- (c) Verdadera, ya que $1 < 26$ (y con eso basta). [Resolución por Tu Profe en Linea.](#)
- (d) Falso, ya que $5^2 - 9 = 25 - 9 = 16 \neq 0$. [Resolución por Tu Profe en Linea.](#)
- (e) Falso, ya que $10 + 3 = 13 \not\leq 6$. [Resolución por Tu Profe en Linea.](#)
- (f) La proposición es verdadera ya que $x = -1$ cumple
- (g) La proposición es verdadera ya que $(\forall x : x < 5)$ es falsa pero $(\exists x : x^2 = 4)$ es verdadera en $x = 2$
- (h) La proposición es falsa ya que para $x = 3$ no existe un y que cumpla.
12. (a) Razonamiento válido.

$$\begin{array}{l}
\forall x : P(x) \rightarrow Q(x) \wedge R(x) \\
P(a) \\
\hline
P(a) \rightarrow Q(a) \wedge R(a) \quad (\text{part. univ. en } a) \\
Q(a) \wedge R(a) \quad (\text{mod. ponens}) \\
R(a) \quad (\text{simplif.}) \\
\hline
\exists x : R(x) \quad (\text{general. exist.})
\end{array}$$

(b) Razonamiento válido. [Resolución por MathLogic.](#)

(c) Razonamiento inválido. [Resolución por Maria Alicia Piñeiro.](#)

(d) Razonamiento válido.

$$\begin{array}{l}
\neg(\forall x : P(x) \rightarrow Q(x)) \\
\exists x : \neg(P(x) \rightarrow Q(x)) \\
\hline
\neg(P(a) \rightarrow Q(a)) \quad (\text{part. exist.}) \\
\neg(\neg P(a) \vee Q(a)) \quad (\text{def. } \rightarrow) \\
P(a) \wedge \neg Q(a) \quad (\text{De Morgan}) \\
P(a) \quad (\text{simpl.}) \\
\hline
\exists x : P(a) \quad (\text{general. exist.})
\end{array}$$

(e) Razonamiento válido.

$$\begin{array}{l}
\neg \exists x : \neg P(x) \wedge \neg Q(x) \\
\neg P(a) \\
\hline
\forall x : \neg(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \quad (\text{neg. cuantif.}) \\
\neg(\neg P(a) \wedge \neg Q(a)) \quad (\text{part. en } a) \\
P(a) \vee Q(a) \quad (\text{De Morgan}) \\
\hline
Q(a) \quad (\text{mod. toll. pon.})
\end{array}$$

(f) Razonamiento válido. [Resolución por Maria Alicia Piñeiro.](#)

(g) Razonamiento válido. [Ejercicio parecido por Maria Alicia Piñeiro.](#)

(h) Razonamiento inválido. Se puede demostrar por contraejemplo: asumiendo que todos los dulces tienen carbohidratos y que hay comidas sin carbohidratos y proteínas, aun puede suceder que no todas las comidas tengan carbohidratos o proteínas, como es el caso de la manteca. [Ejercicio parecido por Jonathan Castro.](#)

13. (a) Función informativa, es proposición. Podemos indicar si es verdadero en momentos y lugares donde es posible que llueva, mientras que será falsa si en lugares donde no es posible que llueva.
- (b) Función interrogativa, no es proposición.
- (c) Función afirmativa, es proposición. Se puede leer como “ R_1 es perpendicular a R_2 ”. Para ver si son perpendiculares debemos revisar la relacion entre sus pendientes. Podemos ver que $m_1 = -\frac{1}{m_2}$ se cumple ya que $1 = -\frac{1}{-1}$. Por lo que la proposición es verdadera.
- (d) No es una proposición. Se puede leer como “El intervalo que va desde cero a infinito”. Pero carece de afirmación, simplemente enuncia un objeto, es similar al inciso x+4.
- (e) Función exclamativa, no es proposición. Notar que “Estoy agradecido con vos” sí sería una proposición.
- (f) Función informativa, es proposición. El valor de verdad no depende de si llueve o no, depende de si quien lo dice le parece que llueve o no. Si el narrador está engañando será falsa, si realmente cree que sí será verdadera.
- (g) No está clara la función pero es exclamativa o imperativa, en cualquier caso, no es proposición.

- (h) Función afirmativa, es una proposición. Puede leerse como “ x es igual a 9 y 2 es menor que x y x es menor que 7”. La proposición será verdadera.
- (i) No es proposición ya que se está enunciando un objeto sin afirmar nada sobre el mismo. Gramaticalmente podemos decir que es una oración sin verbo. Por otra parte, la función del lenguaje no es clara ya que carecemos de contexto. Notar que si esta oración fuese la respuesta a la pregunta “¿En dónde se cursa?”, entonces podríamos interpretar que la respuesta es “(Se cursa) en las aulas de la UNQ” y sí sería una proposición.
- (j) No es una proposición. Como x no tiene un valor el enunciado no tendrá un valor de verdad. Este tipo de enunciados los veremos al final de la unidad y se llaman esquemas proposicionales, predicados o enunciados abiertos. Notar que si x fuera un número definido pero desconocido para nosotros sí sería una proposición con valor de verdad definido (aunque desconocido).
- (k) Función exclamativa, no es proposición.
- (l) Es complicado. Debemos preguntarnos si hay una afirmación en esta frase. Primero deberíamos reformularla para entender si hay un verbo implícito. “Si alguien te regala un caballo, no deberías mirarle los dientes”. Aquí se observa que hay una afirmación sobre si deberíamos mirarle los dientes al caballo o no. Esta afirmación sí es una proposición pero puede ser verdadera o falsa. Si nuestra interpretación de la frase es una orden como “Si te regalan un caballo, no le mires los dientes” esta oración no será una proposición, notar que se pierde el verbo *deberías*. El hecho de que no haya una respuesta clara y correcta sobre este ejercicio muestra que la lógica esta limitada a la interpretación previa del lenguaje.
14. (a) $p \rightarrow q$ con q : “Luis es feliz” y p : “Luis escribe poemas”. Un equivalente es $\neg p \vee q$: “Luis no escribe poemas o Luis es feliz”. [Resolución por Tu Profe en Línea.](#)
- (b) $\neg(p \wedge \neg q)$ con p : “Estudiamos” y q : “Aprobamos”. Un equivalente es $\neg p \vee q$: “No estudiamos o aprobamos”. Otro equivalente es $p \rightarrow q$: “Si estudiamos, aprobamos”. [Resolución por Tu Profe en Línea.](#)
- (c) $\neg p \wedge \neg q$ con p : “Me gusta la pizza” y q : “Me gustan las empanadas”. Un equivalente es $p \downarrow q$, que se lee igual: “No me gusta la pizza ni las empanadas”.
- (d) Una manera inicial de plantearlo es $\neg q \rightarrow \neg p$ con p : “Hoy es jueves” y q : “Ayer fue miércoles”. Sin embargo esto es equivalente a $p \rightarrow q$ que se lee “Si ayer fue miércoles, hoy es jueves”. La frase original no sólo nos indica la relación entre los días sino que afirma que *ayer no fue miércoles*. Por lo que una manera más correcta de interpretarlo es $\neg q \wedge (\neg q \rightarrow \neg p)$.
- (e) $p \rightarrow (q \wedge r)$ con p : “Llueve”, q : “Traigo el impermeable” y r : “Traigo las botas”. Un equivalente es $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$: “Si llueve traigo el impermeable y si llueve traigo las botas”.
- (f) $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$ con p : “Has amado” y q : “Sabés lo que se siente amar”. Un equivalente es $p \leftrightarrow q$: “Has amado si y sólo si sabes lo que se siente amar”.
- (g) $((p \wedge q) \vee r) \leftrightarrow s$ con p : “El anciano ingresó a la cabaña”, q : “El anciano tomó asiento”, r : “El anciano permaneció afuera” y s : “El anciano regresó de viaje”. [Resolución por Christian Omar Arias López.](#)
- (h) $\neg p \wedge \neg q$ con p : “Caminamos con prisa” y q : “Caminamos con pausa”. Un equivalente es $p \downarrow q$: “Ni caminamos con prisa ni caminamos con pausa”.
- (i) $(p \wedge q \wedge r) \rightarrow (s \vee t)$ con p : “Python es un lenguaje de programación interpretado”, q : “Python es un lenguaje de programación de propósito general”, r : “Python es un lenguaje de programación de alto nivel”, s : “Python resulta útil para procesar datos” y t : “Python resulta útil para automatizar tareas simples”.

- (j) Hay varias simbolizaciones posibles. Por ejemplo, primero reformulamos el enunciado para obtener proposiciones: “*Que alguien vaya rápido equivale a que vaya despacio pero sin pausas*”. Con las proposiciones p : “*Alguien va rápido*”, $\neg p$: “*Alguien va despacio*” y q : “*Alguien va con pausas*” obtenemos en símbolos $p \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$.
- (k) $(p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow (s \vee t))$ con p : “*Termino las tareas en la semana*”, q : “*Tendré el fin de semana libre*”, r : “*Termino las tareas durante el fin de semana*”, s : “*Tendría que abastecerme de café*” y t : “*Tendría que abastecerme de mate*”.
- (l) Primero reformulamos el enunciado: “*Para que alguien apruebe, le debe dedicar tiempo y atención a la materia*”. Entonces tenemos la proposición $(q \wedge r) \rightarrow p$ con p : “*Alguien aprueba*”, q : “*Alguien le dedica tiempo a la materia*” y r : “*Alguien le dedica atención a la materia*”.
- (m) Una opción simple es $\neg p \wedge r$ con p : “*Calavera chilla*” y q : “*Piola se la banca*”. Pero podríamos tener $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$ considerando p : “*Alguien es calavera*”, q : “*Alguien chilla*”, r : “*Alguien es piola*” y s : “*Alguien se la banca*”.
- (n) $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$ con p : “*Vine en tren*”, q : “*Suspendieron el servicio*”, r : “*Tengo que volver en colectivo*” y s : “*Tengo que volver caminando*”.
- (o) $(p \wedge q) \wedge r \wedge s$. p : “*En un juego son importantes las mecánicas*”, q : “*En un juego es importantes la historia*”, r : “*Las mecánicas mantienen a la persona jugadora activa*” y s : “*La historia la mantiene interesada*”.
- (p) $(q \rightarrow p) \leftrightarrow (p \vee \neg q)$ con p : “*Los fantasmas se ponen azules*” y q : “*El pacman come la fruta*”.
15. (a) Contingencia. [Resolución](#)
- (b) Contingencia. [Resolución](#).
- (c) Contingencia. [Resolución](#).
- (d) Contradicción. [Resolución](#), ver sólo donde p es V.
- (e) Es contradicción. [Resolución por ProfeGuille](#).
- (f) Es tautología. [Resolución por ProfeGuille](#).
- (g) Es contradicción. [Resolución por ProfeGuille](#).
- (h) Es contingencia. [Resolución por ProfeGuille](#).
16. (a) La [tabla de verdad](#) revela que es una tautología. Por lo tanto, son equivalentes. Esta regla de equivalencia no tiene nombre (ni es muy útil).
- (b) La [tabla de verdad](#) revela que es una contradicción. Por lo tanto, las proposiciones no son equivalentes.
- (c) La [tabla de verdad](#) revela que es una contradicción. Por lo tanto, las proposiciones no son equivalentes. También pueden ver la [resolución por Tu Profe en Línea](#).
- (d) La [tabla de verdad](#) revela que es una contingencia. Por lo tanto, las proposiciones no son equivalentes. Para más detalles ver la [resolución por Julio Profe](#).
- (e) La [tabla de verdad](#) revela que es una contingencia. Por lo tanto, no son equivalentes.
- (f) La [tabla de verdad](#) revela que es una tautología. Por lo tanto, son equivalentes. Esta regla de equivalencia no tiene nombre.
17. (a) Puede ser $q \rightarrow p$, o bien $p \vee \neg q$. [Resolución por ProfeGuille](#).

(b) $\neg p \wedge q$. Resolución por ProfeGuille.

(c) La expresión más simple es $\neg q$. Resolución por Tu Profe en Linea.

(d) Puede ser $q \rightarrow p$, o bien $p \vee \neg q$. Resolución por Tu Profe en Linea.

(e) Puede ser $p \rightarrow \neg q$, o bien $\neg(p \wedge q)$, o también $\neg p \vee \neg q$. Resolución por ProfesorTriquero.

(f) La expresión mas simple es $\neg p$. Resolución por ProfeGuille.

(g) La expresión mas simple es $\neg q$. Resolución por ProfeGuille.

18. (a) DNF: $(p \wedge \neg q)$

CNF: $(\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

(b) DNF: $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

CNF: $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee r)$

(c) DNF: $p \wedge q \wedge \neg r$

CNF: $(\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee r)$

19. (a) $p \rightarrow q$

$r \wedge p$

$q \leftrightarrow s$

$q \rightarrow s$ (elim. \leftrightarrow)

p (simplif.)

q (mod. ponens)

s (mod. ponens)

$q \wedge s$ (conjunción)

(b) Aplicamos exportación y casos. Caso 1:

$p \rightarrow q$

$q \vee r \rightarrow s$

p

q (modus ponens)

$q \vee r$ (adición)

s (modus ponens)

Caso2:

$p \rightarrow q$

$q \vee r \rightarrow s$

r

$q \vee r$ (adic. y conmut.)

s (modus ponens)

(c) Aplicamos exportación:

$p \rightarrow q$

$r \rightarrow s$

p

r

q (mod. ponens)

s (mod. ponens)

$q \wedge s$ (conjunción)

$$\begin{array}{l}
 \text{(d) } p \rightarrow q \\
 s \vee \neg q \\
 \neg s \\
 \hline
 \neg q \quad (\text{mod. toll. pon.}) \\
 \hline
 \neg p \quad (\text{mod. toll.})
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(e) } p \wedge q \\
 (p \vee r) \rightarrow t \\
 \hline
 p \quad (\text{simpl.}) \\
 p \vee r \quad (\text{adición}) \\
 t \quad (\text{mod. ponens}) \\
 \hline
 p \wedge t \quad (\text{conjunción})
 \end{array}$$

(f) Recordar que no hace falta usar todas las premisas:

$$\begin{array}{l}
 p \vee q \\
 r \vee s \\
 p \rightarrow r \\
 q \rightarrow s \\
 \neg r \\
 \hline
 s \quad (\text{m.t.p. premisas 2 y 5})
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(g) } p \rightarrow q \\
 q \rightarrow r \\
 s \rightarrow t \\
 p \vee s \\
 \hline
 p \rightarrow r \quad (\text{transit. de } \rightarrow) \\
 \hline
 r \vee t \quad (\text{dilema construc.})
 \end{array}$$

(h) Por contradicción (asumo p):

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow q \\
 (p \wedge q) \rightarrow r \\
 \neg(p \wedge q) \\
 p \\
 \hline
 q \quad (\text{mod pon.}) \\
 (p \wedge q) \wedge \neg(p \wedge q) \quad (\text{conj.}) \\
 \hline
 F_0 \quad (\text{binarismo excl.})
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{(i) } q \rightarrow r \\
 \neg s \rightarrow (t \rightarrow u) \\
 s \vee (q \vee t) \\
 \neg s \\
 \hline
 t \rightarrow u \quad (\text{mod. pon.}) \\
 q \vee t \quad (\text{mod. tol. pon}) \\
 \hline
 r \vee u \quad (\text{dilema construc.})
 \end{array}$$

(j) Demostramos $p \rightarrow r$ usando exportación:

$$\begin{array}{l}
 p \vee q \rightarrow r \\
 r \rightarrow p \wedge s \\
 p \\
 \hline
 p \vee q \quad (\text{adición}) \\
 \hline
 r \quad (\text{mod. ponens})
 \end{array}$$

Demostramos $r \rightarrow p$ usando exportación:

$$\begin{array}{l}
p \vee q \rightarrow r \\
r \rightarrow p \wedge s \\
r \\
\hline
p \wedge s \quad (\text{mod. ponens}) \\
\hline
p \quad (\text{simpl.})
\end{array}$$

Por lo tanto, $p \leftrightarrow r$.

20. (a) r es F
- (b) p es F y q es V
- (c) p es V y q es V
- (d) q es F, r es F y s es F
- (e) p es V y q es V
- (f) $((r \rightarrow q) \vee \neg r) \wedge p$ es F. [Resolución por Tu Profe en Línea.](#)
- (g) $((r \wedge \neg p) \wedge (q \vee p)) \rightarrow r$ es V. [Resolución por Tu Profe en Línea.](#)
- (h) p es V, q es F y r es V. [Resolución por Tu Profe en Línea.](#)
- (i) p es V, q es F, r es V y s es V. [Resolución por Tu Profe en Línea.](#)
- (j) p es V, q es V y t es F. [Resolución por Tu Profe en Línea.](#)
- (k) p es V, q es F y r es F. [Resolución por Tu Profe en Línea.](#)
- (l) $(\neg q \rightarrow \neg p) \vee (r \rightarrow s)$ es F y $(\neg p \vee q) \wedge (s \wedge \neg r)$ es V. [Resolución por Profesor Triquero.](#)
- (m) $p \rightarrow q$ es F, $r \vee s$ es V y $(p \vee q) \rightarrow (\neg s \vee t)$ es V. [Resolución por Tu Profe en Línea.](#)
21. (a) Razonamiento válido. Usamos m : “*es martes*”, l : “*llueve*”, f : “*hace frío*”. Por lo que el razonamiento será

$$\begin{array}{l}
m \rightarrow l \wedge f \\
\neg l \\
\hline
\neg l \vee \neg f \quad (\text{adición}) \\
\neg(l \wedge f) \quad (\text{De Morgan}) \\
\hline
\neg m \quad (\text{mod. tol.})
\end{array}$$

- (b) Razonamiento válido. Utilizando b : “*bajo de peso*”, d : “*hago dieta*”, g : “*voy al gimnasio*” y s : “*gasto dinero*”, se demuestra:

$$\begin{array}{l}
b \rightarrow d \vee g \\
g \rightarrow s \\
b \\
\neg s \\
\hline
d \vee g \quad (\text{mod. pon.}) \\
\neg g \quad (\text{mod. tol.}) \\
\hline
d \quad (\text{mod. tol. pon.})
\end{array}$$

[Planteo por Maria Alicia Piñeiro.](#)

- (c) Razonamiento válido. [Resolución por Maria Alicia Piñeiro.](#)
- (d) Razonamiento válido. [Resolución por Aula de Matemática.](#)
- (e) Razonamiento válido. [Resolución por Aula de Matemática.](#)
- (f) Razonamiento válido. [Resolución por Aula de Matemática.](#)

- (g) Razonamiento válido. Demostraremos el contrarrecíproco: “Si un número no es impar, el resultado de multiplicarlo por 5 y sumarle 3 no será par”: Utilizamos el número entero $n \in \mathbb{Z}$

$$\begin{array}{l}
 n \text{ es par} \\
 \hline
 n = 2k \text{ con } k \in \mathbb{Z} \\
 5n + 3 = 10k + 3 = 2(5k + 1) + 1 \text{ con } (5k + 1) \in \mathbb{Z} \\
 5n + 3 \text{ es impar} \\
 \hline
 5n + 3 \text{ no es par}
 \end{array}$$

- (h) Razonamiento inválido. Contraejemplo: $3 + 6 = 9$. 3 y 6 son múltiplos de 3, pero 9 no es par
- (i) Razonamiento inválido. Contraejemplo: $3 + 6 = 9$. 3 es múltiplo de 3 y 6 es múltiplo de 2, pero 9 es múltiplo de 3.
- (j) Razonamiento inválido. Contraejemplo: 30 es múltiplo de 10, pero no es múltiplo de 100.
- (k) Razonamiento válido. [Resolución por Aula de Matemática.](#)
- (l) Razonamiento válido. [Resolución por Aula de Matemática.](#)
- (m) —
- (n) Razonamiento válido. Utilizamos las rectas R_1 , R_2 y R_3 a partir de la ecuación $y = mx + b$.

$$\begin{array}{l}
 R_1 \perp R_2 \\
 R_2 \perp R_3 \\
 \hline
 m_2 = -\frac{1}{m_1} \\
 m_2 = -\frac{1}{m_3} \\
 m_1 = m_3 \quad (\text{despeje}) \\
 (m_1 = m_3) \wedge T_0 \quad (\text{identidad}) \\
 (m_1 = m_3) \wedge [(b_1 = b_3) \vee (b_1 \neq b_3)] \quad (\text{binar. excl.}) \\
 [(m_1 = m_3) \wedge (b_1 = b_3)] \vee [(m_1 = m_3) \wedge (b_1 \neq b_3)] \quad (\text{distribut.}) \\
 \hline
 (R_1 \sim R_3) \vee (R_1 \parallel R_3) \quad (\text{props. } \sim \text{ y } \parallel)
 \end{array}$$

- (o) Razonamiento inválido. Se puede refutar mediante:

$$\begin{array}{l}
 k > 2 \\
 \hline
 k^2 > 4 \\
 k^2 - 4 > 0 \\
 b^2 - 4ac = k^2 - 4 \quad (\text{calc. discrim.}) \\
 b^2 - 4ac > 0 \\
 \hline
 x^2 + k.x + 1 \text{ tiene 2 raíces reales}
 \end{array}$$

También se puede buscar un contraejemplo: $k = 3$ y $x^2 + 3.x + 1$ tiene las raíces reales $x_1 = \frac{-3-\sqrt{5}}{2}$ y $x_2 = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$.

- (p) Razonamiento válido.

$$\begin{array}{l}
 a.b < 0 \\
 |a| > b > 0 \\
 \hline
 (a > 0 \wedge b < 0) \vee (a < 0 \wedge b > 0) \quad (\text{condición desigualdad}) \\
 b > 0 \quad (\text{simplif.}) \\
 a > 0 \quad (\text{distr., ident. y simplif.}) \\
 -4a > 0 \quad (\text{calc. discrim.}) \\
 \hline
 x^2 + a \text{ tiene dos raíces reales.}
 \end{array}$$

22. (a) Dado el universo $U = \{x \mid x \text{ es un automóvil}\}$ y los predicados $V(x)$: “ x es veloz”, $C(x)$: “ x es cómodo”. Se simboliza $\exists x : V(x) \wedge Q(x)$

(b) Dado el universo $U = \mathbb{Z}$ y los predicados $P(x)$: “ x es múltiplo de 5” y $Q(x)$: “ x es impar”. Se simboliza $\neg(\forall x : P(x) \rightarrow Q(x))$

(c) Dado el universo $U = \mathbb{N}$ y los predicados $P(x)$: “ x es múltiplo de 2” y $Q(x)$: “ x es múltiplo de 3”. Se simboliza $\exists x : P(x) \wedge \neg Q(x)$

(d) Dado el universo $U = \{x \mid x \text{ es una taza de mi cocina}\}$ y los predicados $P(x)$: “*mi abuela me regaló la taza x*” y $Q(x)$: “*la taza x es de porcelana*”. Se simboliza $\forall x : P(x) \rightarrow Q(x)$, $\exists x : P(x) \wedge Q(x)$, $\forall x : P(x) \wedge Q(x)$.

[Resolución por Maria Alicia Piñeiro.](#)

(e) Dado el universo $U = \{x \mid x \text{ es una cosa}\}$ y los predicados $F(x)$: “ x es fácil”, $A(x)$: “ x es agradable”, $E(y)$: “ y estudiará” y la constante $m = \text{Marta}$. Se simboliza

$$(\forall x : F(x) \wedge A(x)) \rightarrow \neg E(m)$$

$$\neg(\exists x : \neg A(x))$$

$$\forall x : F(x)$$

$$\neg E(m)$$

[Resolución por MathLogic.](#)

(f) [Resolución por MathLogic.](#)

(g) Dado el universo $U = \{x \mid x \text{ es una persona}\}$, y los predicados $D(x)$: “ x duerme”, $S(x)$: “ x tiene sueño”, $J(x)$: “ x es joven”, $A(x)$: “ x es arquitecto”, $R(x)$: “ x escucha la radio” y $C(x)$: “ x usa la computadora”. Se simboliza $\neg D(\text{Ana})$, $\forall x : S(x) \rightarrow D(x)$, $\exists x : J(x) \wedge S(x)$, $\forall x : A(x) \wedge \neg S(x) \rightarrow R(x)$, $\forall x : J(x) \rightarrow S(x) \vee C(x)$, $A(\text{Marcos}) \wedge C(\text{Marcos})$, $\neg(\exists x : R(x) \wedge C(x))$ y finalmente $\exists x : \neg A(x) \wedge R(x) \wedge S(x)$.

23. (a) Falso. [Resolución por Tu Profe en Linea.](#)

(b) Verdadero, ya que $3^2 - 9 = 9 - 9 = 0$. [Resolución por Tu Profe en Linea.](#)

(c) Verdadero, ya que $2 + 3 = 5 \not\leq 6$. [Resolución por Tu Profe en Linea.](#)

(d) La proposición es falsa, ya que $20 \in \mathbb{Z} \wedge 20 - 5 = 15 \not\leq 8$. [Resolución por MathLogic.](#)

(e) Como $(\forall x : P(x) \rightarrow Q(x))$ es falsa, toda la proposición es falsa

(f) La proposición es falsa. $(\forall x \exists y : x + y = 2)$ es falsa ya que para $x = 3$ no existe y que cumpla, $\neg(\forall x \exists y : x + y = 4)$ es falsa ya que para $x = 1$ tenemos $y = 3$, para $x = 2$ tenemos $y = 2$, para $x = 3$ tenemos $y = 1$ y finalmente $(\forall x \forall y : x + y \geq 4)$ es falsa ya que para $x = 2$ e $y = 1$ no se cumple.

(g) La proposición es verdadera. Dado un x genérico puedo elegir $y = 1 - x$ que cumple la proposición.

(h) La proposición es falsa. Para un determinado y debo elegir un x que cumpla $x^2 < y < x$, es decir, $x^2 < x$. Ningún $x \in \mathbb{N}$ cumple esa condición.

(i) La proposición es verdadera. Como $x \leq y < y + 2$, si x cumple el antecedente $x \leq y$, seguro cumple el consecuente $x < y + 2$.

(j) Verdadero, si elegimos $z = \frac{x+y}{2}$ (el promedio), cumplirá la condición. F, por las propiedades de la igualdad, que se cumplen para todos los número reales.

(k) Falso, por las propiedades de la igualdad, que se cumplen para todos los número reales.

(l) Verdadero. $(\exists x : P(x))$ es verdadero y se pueden probar las 9 combinaciones de valores de y y z para demostrar que $(\forall y \forall z : P(y) \wedge P(z) \rightarrow y = z)$ también.

(m) Verdadero ya que sólo $P(1)$ es verdadero

(n) Falso ya que $P(2)$ y $P(3)$ son verdaderas

24. (a) Razonamiento válido.

$$\begin{array}{l}
 \neg \exists x : \neg P(x) \wedge Q(x) \\
 \forall x : P(x) \rightarrow R(x) \\
 Q(a) \\
 \hline
 \forall x : \neg(\neg P(x) \wedge Q(x)) \quad (\text{neg. cuantif.}) \\
 \neg(\neg P(a) \wedge Q(a)) \quad (\text{part. en } a) \\
 P(a) \vee \neg Q(a) \quad (\text{De Morgan}) \\
 P(a) \quad (\text{mod. toll. pon.}) \\
 P(a) \rightarrow R(a) \quad (\text{part. en } a) \\
 \hline
 R(a) \quad (\text{mod. pon.})
 \end{array}$$

(b) $\forall x : P(x) \rightarrow Q(x) \wedge R(x)$

$$\begin{array}{l}
 \forall x : R(x) \vee S(x) \rightarrow T(x) \\
 P(a) \\
 \hline
 P(a) \rightarrow Q(a) \wedge R(a) \quad (\text{part. en } a) \\
 Q(a) \wedge R(a) \quad (\text{mod. pon.}) \\
 R(a) \quad (\text{simplif.}) \\
 R(a) \vee S(a) \quad (\text{adición}) \\
 R(a) \vee S(a) \rightarrow T(a) \quad (\text{part. en } a) \\
 \hline
 T(a) \quad (\text{mod. pon.})
 \end{array}$$

(c) $\forall x \forall y \forall z : P(x, y) \wedge P(y, x) \rightarrow (P(x, z) \leftrightarrow P(y, z))$

$$\begin{array}{l}
 P(a, b) \\
 P(b, c) \\
 P(b, a) \\
 \hline
 P(a, b) \wedge P(b, a) \rightarrow (P(a, c) \leftrightarrow P(b, c)) \quad (\text{part. } x = a, y = b, z = c) \\
 P(a, c) \leftrightarrow P(b, c) \quad (\text{mod. ponens}) \\
 \hline
 P(a, c) \quad (\text{mod. pon. del } \leftrightarrow)
 \end{array}$$

(d) Razonamiento válido. [Resolución por MathLogic](#).

(e) Razonamiento válido. [Resolución por Maria Alicia Piñeiro](#).

(f) Razonamiento válido. [Resolución por Jonathan Castro](#).

(g) Razonamiento inválido. Se puede demostrar por contraejemplo, definiendo un universo de sillones a elección. [Resolución por Maria Alicia Piñeiro](#).

(h) Razonamiento válido. Se puede demostrar por contraejemplo, definiendo un universo de sillones a elección. [Resolución por Maria Alicia Piñeiro](#).

(i) Razonamiento válido. [Resolución por Maria Alicia Piñeiro](#) y su [continuación](#).

25. (a) Por ejemplo, 10 y 12 para que sea V, y -6 y -7 para que sea F. [Resolución por MathLogic](#).

(b) Las expresiones no son equivalentes. [Resolución por Maria Alicia Piñeiro](#).

(c) Algunos ejemplos son $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $\forall x : 2x + 1 > 2$, $P(1) \wedge P(2)$, $\exists x : 2x + 1 \leq 2$. [Resolución por MathLogic](#).

26. (a) Historicamente se ha utilizado la corriente eléctrica para tener dichos estados. Cuando los transistores tienen un voltaje *alto* se activa el paso de corriente emulando el estado V, mientras que si tienen un voltaje *bajo* no pasará corriente y estarán en estado F. Sin embargo para establecer los dos estados se puede utilizar cualquier tipo de corriente, Steve Mould utilizó [agua](#) y varias personas han experimentado con dominos, entre ellos, [Neil Fraser](#), [Stand-up Maths](#) y [Numberphile](#).

- (b) Una opción es utilizar tres corrientes: baja, uno mediana y uno alta. La dificultad a partir de allí es armar maquinas físicas que logren representar las compuertas lógicas a partir de dichos voltajes. Análogamente cualquier cosa que represente una corriente (como agua o dominós) podría ser empleada.
- (c) La dificultad principal para representar los estados lógicos es pasar de procesos físicos analógicos, con posibilidad de tener infinitos valores, a valores digitales con dos estados bien definidos.
- (d) El álgebra de Boole es un sistema matemático para representar variables lógicas. Para constituir el sistema se definen operaciones complemento, suma, producto, etc), valores que pueden tomar las variables (0,1) y otras notaciones y reglas que permiten modelar circuitos lógicos.
- (e) Negación $\neg p$ se escribe \bar{p} , conjunción $p \wedge q$ es producto $p.q$ y disyunción $p \vee q$ es suma $p+q$. Estas operaciones se definen para ser utilizadas con los valores 0 y 1 a partir de reglas internas, por ejemplo los casos que definen a la siyunción son $0+0=0$, $1+0=1$, $0+1=1$, $1+1=1$, que son análogos a la tabla de verdad.
- (f) A la DNF se le suele llamar *suma de productos* y a la CNF *producto de sumas*.
- (g) —
- (h) —
- (i) —