

Práctica 1: Lógica proposicional y de primer orden

Comisión: Rodrigo Cossio-Pérez y Leonardo Lattenero

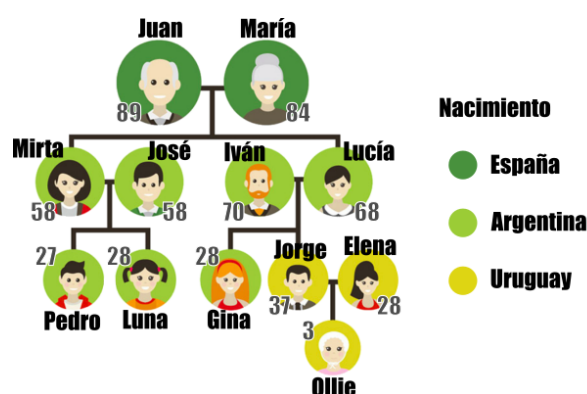
1. Demostrar que las siguientes relaciones son de equivalencia, indicar sus clases de equivalencia y el conjunto cociente.

- (a) La relación $\sim = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid \exists k \in \mathbb{Z} \ (x - y = 2k)\}$ donde $x \sim y$ se lee como “ x tiene la misma paridad que y ”.
- (b) La relación $\sim = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid x^2 = y^2\}$ donde $x \sim y$ se lee como “ x tiene el mismo cuadrado que y ”.
- (c) Considerando un rectángulo L_1 de lados a y b con área $a.b$ y otro rectángulo L_2 de lados c y d con área $c.d$, donde $a, b, c, d \in (0, +\infty)$. Se define la relación $\sim = \{(L_1, L_2) \mid a.b = c.d\}$ donde $L_1 \sim L_2$ se lee como “ L_1 tiene la misma área que L_2 ”.
- (d) Considerando la fracción q_1 representada por $\frac{a}{b}$ y otra fracción q_2 representada por $\frac{c}{d}$, con $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Se define la relación: $\sim = \{(q_1, q_2) \mid a.d = c.b\}$ donde $q_1 \sim q_2$ se lee como “ q_1 es una fracción equivalente a q_2 ”.

2. Averiguar si las siguientes relaciones son de orden amplio u orden estricto y demostrarlo

- (a) Dada la relación R definida en \mathbb{R} , se establece la relación como “ x es menor o igual que y ” donde $x R y$ se anota $x \leq y$ definida de la forma $R = \{(x, y) \mid \exists k \in [0, +\infty) \ (y = x + k)\}$
- (b) Dada la relación R definida en \mathbb{R} , se establece la relación como “ x es divisor de y ” donde $x R y$ se anota $x \mid y$ definida de la forma $R = \{(x, y) \mid \exists n \in \mathbb{N} \ (y = n.x)\}$
- (c) Dados dos conjuntos A y B se define la relación “ A es subconjunto de en B ” donde $x R y$ se anota $A \subseteq B$ definida de la forma $R = \{(A, B) \mid \forall x \in A \ (x \in A \rightarrow x \in B)\}$
- (d) Dada la relación R definida en \mathbb{R} , se establece la relación “ x es menor que y ” donde $x R y$ se anota $x < y$ definida de la forma $R = \{(x, y) \mid \exists k \in (0, +\infty) \ (y = x + k)\}$

3. Considerando el siguiente árbol genealógico:



- (a) Verificar que la relación “ x tiene el mismo color de pelo que y ” es una relación de equivalencia y representarla con un grafo. Indicar las clases de equivalencia y el conjunto cociente.
- (b) Verificar que la relación “ x nació en el mismo país que y ” es una relación de equivalencia y representarla con un grafo. Indicar las clases de equivalencia y el conjunto cociente.

- (c) Verificar que la relación “x es descendiente de y” es una relación de orden estricto parcial. Representar la relación en un diagrama de Hasse.
- (d) Explicar porque la relación “x es de la misma edad o mayor que y” NO ES una relación de orden amplio.

Respuestas

1. —
2. (a) Relación de orden amplio (transitiva, antisimétrica, reflexiva)
(b) Relación de orden amplio (transitiva, antisimétrica, reflexiva)
(c) Relación de orden amplio (transitiva, antisimétrica, reflexiva)
(d) Relación de orden estricto (transitiva, asimétrica e irreflexiva)
3. (a) —
(b) —
(c) —
(d) Porque no es antisimétrica. $(Mirta)R(José) \wedge (José)R(Mirta)$ pero $José \neq Mirta$. También se puede verificar con Luna, Gina y Elena, que tienen la misma edad.