Práctica 6: Determinantes

Comisión: Rodrigo Cossio-Pérez y Gabriel Romero

1. Calcular los siguientes determinantes Δ. Se puede utilizar cualquier método, tal como el de Sarrus y el de Laplace.

(a) $\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$

** $\Delta = 38$. Resolución por Matemáticas profe Alex

(b) $\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ \frac{3}{4} & 4 \end{vmatrix}$

** $\Delta = \frac{7}{2}$. Resolución por Matemáticas profe Alex

(c) $\begin{vmatrix} 2+3i & i \\ 2 & 1+i \end{vmatrix}$

** $\Delta = (2+3i).(1+i) - (2)(i) = -1+3i$.

(d) $\begin{vmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & -3 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

** $\Delta = -217$. Resolución por Matemáticas profe Alex

(e) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$

** $\Delta = 42$. Resolución por Álgebra para Todos

(f) $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 3 \\ -13 & 4 & 0 & -8 \\ 5 & -1 & 1 & 2 \\ -9 & 5 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

** $\Delta = 17$. Resolución por Susi Profe

(g) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

** $\Delta = -12$. Resolución por Álgebra para Todos

(h) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

** $\Delta = -272$. Resolución por Ktipio

2. Averiguar si las siguientes matrices son inversibles y, en caso de que lo sean, hallar la inversa.

(a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

** $det(A) = 5$ por lo que $\exists A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{-1}{5} \\ \frac{-4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$.

(b) $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

** $det(B) = 0$ por lo que $\nexists B^{-1}$.

(c) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \\ 7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

** $det(A) = -1$ por lo que $\exists A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -3 & -3 \\ -3 & 2 & 2 \\ 32 & -19 & -20 \end{pmatrix}$.

(d) $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -5 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

** $det(B) = 5$ por lo que $\exists B^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{9}{5} & 1 & \frac{16}{5} \\ 2 & -1 & -3 \\ -\frac{17}{5} & 2 & \frac{28}{5} \end{pmatrix}$.

(e) $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 3 & 3 \\ -1 & 15 & 12 \end{pmatrix}$

** $det(C) = 0$ por lo que $\nexists C^{-1}$.

(f) $D = \begin{pmatrix} 4 & 14 & -17 & 1 \\ 0 & 1 & 23 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$

** $det(D) = 0$ por lo que $\nexists D^{-1}$.

3. Hallar para qué valor/es (en $\mathbb{C}$) de la incógnita dada el determinate toma el valor indicado.

(a) $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 8 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0$

** $\lambda = 3$ o $\lambda = -1$. Resolución por Roberto Pintos

(b) $\begin{vmatrix} 4 & 2x-2 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 1 & 4 & x \end{vmatrix} = 14$

** $x = 2$ o $x = \frac{8}{3}$. Resolución por Mate Profesor

Rosado

(c) $\begin{vmatrix} 2 & x & x+1 \\ x+2 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$

** $x = \dfrac{9 \pm \sqrt{33}}{4}$. Resolución por Profe Online

(d) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 & 0 \\ -1 & 2-\lambda & -1 \\ 0 & -1 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0$

** $\lambda = 0$, $\lambda = 1$ o $\lambda = 2$. Resolución por Matemático Compulsivo

4. Hallar para qué valor/es (en $\mathbb{C}$) de la incógnita dada la matriz M es invertible.

(a) $\begin{pmatrix} k^3 & 2 \\ 8 & k \end{pmatrix}$

** M es invertible cuando $det(M) \neq 0$, es decir, para $k \in \mathbb{C} - \{2, -2, 2i, -2i\}$.

(b) $\begin{pmatrix} 2 & \alpha & \alpha+1 \\ \alpha+2 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

** M es invertible cuando $det(M) \neq 0$, es decir, para $\alpha \neq \dfrac{9 \pm \sqrt{33}}{4}$. Resolución por Profe Online.

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 1-x & -1 \\ x+1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & x+2 \end{pmatrix}$

** M es invertible cuando $det(M) \neq 0$, es decir, para $x \neq 0$ y $x \neq -2$, o bien $x \in \mathbb{C} - \{0, -2\}$. Resolución por Profe Córdoba.

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ \lambda & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

** M es invertible cuando $det(M) \neq 0$, es decir, para $\lambda \in \mathbb{C} - \{0, 7\}$. Resolución por Yo Soy Tu Profe.

5. Utilizar el determinante para calcular los productos vectoriales indicados.

(a) $\vec{u} \times \vec{v}$ con $\vec{u} = (2, -1, 1)$ y $\vec{v} = (-3, 1, 1)$.

** $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-2, -5, -1)$. Resolución por lasmatematicas.es

(b) $\vec{a} \times \vec{b}$ con $\vec{a} = 3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} - 2\hat{k}$ y $\vec{b} = 2\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + 3\hat{k}$.

** $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & 5 & -2 \\ 2 & -4 & 3 \end{vmatrix} = 7\hat{\imath} - 13\hat{\jmath} - 22\hat{k}$. Resolución por Matemáticas Edgar Navia

(c) $\vec{m} \times \vec{n}$ con $\vec{m} = -3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 5\hat{k}$ y $\vec{n} = 6\hat{\imath} - 10\hat{\jmath} - \hat{k}$.

** $\vec{m} \times \vec{n} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -3 & -2 & 5 \\ 6 & -10 & -1 \end{vmatrix} = 52\hat{\imath} + 27\hat{\jmath} + 42\hat{k}$. Resolución por JulioProfe

(d) $(1, 2, 3) \times (-1, 3, 0)$.

** $(1, 2, 3) \times (-1, 3, 0) = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = (-9, -3, 5)$. Resolución por Seletube

6. Resolver los siguientes ejercicios integradores

(a) Dada la matriz simétrica $A = \begin{vmatrix} 1 & a+b & 0 \\ 2 & 5 & a \\ b & c & 3 \end{vmatrix}$ calcular $det(A)$.

** Por la simetría $a = 2$, $b = 0$ y $c = 2$; y $det(A) = -1$. Resolución por Ing. E Darwin

(b) Dada la matriz $B = \begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ x+1 & 4 & 2 \\ x & 2-x^2 & 1 \end{vmatrix}$ tal que $det(2B) = 160$, calcular $x \in \mathbb{C}$.

** Como $det(2B) = 160$, entonces $det(B) = 20$. Obteniendo el determinante se obtiene $x^3 - x^2 + x - 21 = 0$, con soluciones $x = 3$, $x = -1 + \sqrt{6}i$ y $x = -1 - \sqrt{6}i$. Resolución por Mates con Andrés