Práctica 7: Rectas y Planos

Comisión: Rodrigo Cossio-Pérez y Gabriel Romero

1. Hallar una recta del plano que cumpla con las siguientes condiciones. Dar una ecuación implícita o general, explícita, paramétrica vectorial, paramétrica cartesiana y simétrica. Indicar si la recta hallada es única.

   (a) Pasa por el punto $P(-3, 1)$ y es paralela al vector $\vec{d} = (2, -1)$

   (b) Pasa por el punto $P(1, 2)$ y es paralela al vector $\overrightarrow{AB}$ con $A(2, -5)$ y $B(4, -5)$

   (c) es coincidente con la recta $L : 2x - y + 8 = 0$

   (d) Pasa por los puntos $P(-3, 0)$ y $Q(-3, 3)$

   (e) Pasa por el punto $P(1, 4)$ y pendiente $-\frac{1}{2}$

   (f) Pasa por el origen y es perpendicular al vector $\vec{n} = (2, 3)$

   (g) Pasa por el punto $P(1, 2)$ y es perpendicular al eje de abscisas (eje x)

   (h) Tiene a -4 como absisa al origen y 3 como ordenada al origen

   (i) Pasa por los puntos $P(-3, 1)$, $Q(1, 3)$, $R(3, -3)$

   (j) Corta al eje de ordenadas en el punto $M(0, 2)$

   (k) Forma un ángulo de 30° con el eje de abscisas (eje x).

   (l) Pasa por el punto $P(3, -2)$ y es normal a $\vec{n}$, donde $\vec{n}$ es un vector con ángulo $\frac{\pi}{4}$ con respecto al eje de ordenadas.

2. Analizar las posiciones relativas de las rectas del plano. Es decir, analizar si son paralelas, coincidentes, perpendiculares o incidentes. Calcular la intersección entre las rectas.

   (a) $s : 2x + y - 1 = 0 \quad \text{y} \quad r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$

   (b) $r : \begin{cases} x = -3 + 2t \\ 4 - t \end{cases} \quad \text{y} \quad s : \dfrac{x + 6}{-4} = \dfrac{y - 1}{2}.$

   (c) $r_1 : 2x - 4y = 2 \quad \text{y} \quad r_2 : x + y = 0.$

   (d) $r_1 : x + 3y = 7 \quad \text{y} \quad r_2 : (x, y) = (4, 1) + \alpha(-6, 2)$ con $\alpha \in \mathbb{R}$.

   (e) $r : 2x - y - 3 = 0 \quad \text{y} \quad s : (x, y) = (-1, 0) + k(-6, 3)$ con $k \in \mathbb{R}$.

   (f) $r : y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \quad \text{y} \quad s : \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y - 3 = 0.$

   (g) $r : (x, y) = (4, 2 - 3k) \quad \text{y} \quad s : (x, y) = (2 - 4h, -3)$ con $k, h \in \mathbb{R}$.

   (h) $r : (x, y) = k(3, -2) + (10, 5)$ con $k \in \mathbb{R} \quad \text{y} \quad s : 2x + 3y - 35 = 0.$

3. Graficar los siguientes lugares geométricos relacionados a rectas.

   (a) $4x + 3y > 4$

   (b) $4x + 3y \neq 4$

   (c) $2x - y \leq 6$

   (d) $2x - y < 6$

   (e) $(x, y) = k(1, 2) + (-2, 3)$ con $k \in [0, +\infty)$

   (f) $(x, y) = \lambda(1, 2) + (0, 3)$ con $\lambda \in \mathbb{Z}$

(g) $(x, y) = k(1, 2) + (-1, 3)$ con $k \in [-1, 1]$

(h) $y = mx + 2$ con $m \in [0, 1)$

(i) $y = 2x + b$ con $b \in [-2, 1]$

(j) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -x+y-5 = 0 \wedge 2x+y-17 = 0\}$

(k) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -x+y-5 = 0 \vee 2x+y-17 = 0\}$

(l) $\begin{cases} -x + y - 5 = 0 \\ 2x + y - 17 = 0 \\ x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$

(m) $\begin{cases} -x + y - 5 = 0 \\ 2x + y - 17 = 0 \\ x + 2y - 17 = 0 \\ 3x + 3y - 34 = 0 \end{cases}$

4. Resolver los siguientes problemas integradores

   (a) Calcular la distancia entre el origen de coordenadas y la recta $r : 3x + 4y - 24 = 0$.

   (b) Calcular la distancia entre el punto $(-1, 7)$ y la recta $r : x - 3y - 10 = 0$.

   (c) Encontrar un punto que equidiste de las rectas $r : x + 2y - 3 = 0$ y $s : -x - 2y + 4 = 0$ y otro que equidiste de las rectas r y $t : 2x - y + 1 = 0$.

   (d) Calcular la distancia entre la recta que pasa por (1,-4) de pendiente -2 y la recta $r : 2x + y - 6 = 0$.

   (e) Calcular la distancia entre las rectas $r : (x, y) = t(4, 4) + (2, -5)$ y $s : (x, y) = k(1, 1) + (0, -9)$

   (f) Calcular la proyección ortogonal del punto $P(3, -1)$ sobre la recta $r : -x - y - 12 = 0$.

   (g) Calcular la proyección ortogonal del punto $P(-2, 2)$ sobre la recta $r : -5x + y - 1 = 0$ y el punto simétrico P'.

   (h) Hallar el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que el ángulo entre $r_1 : ax + 3y = 0$ y $r_2 : \begin{cases} x = 4 + \lambda \\ 1 - 2\lambda \end{cases}$ sea de 30°.

Respuestas

1. —

2. (a) $s \parallel r$. $s \cap r = \emptyset$. Resolución por Elena Virseda

   (b) $r \parallel s$. $r \cap s = \emptyset$. Resolución por Matemáticas y Física con Pablo

   (c) r_1 y r_2 son incidentes no-perpendiculares ya que se intersectan en un punto y sus normales no son perpendiculares: $(2, -4) \not\perp (1, 1)$. La intersección es $r_1 \cap r_2 = \left\{\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)\right\}$. Matemáticas con Huais

   (d) r_1 y r_2 son coincidentes. La intersección es $r_1 \cap r_2 = r_1 = r_2$. Matemáticas con Huais

   (e) —

   (f) —

   (g) —

   (h) —

3. —

4. —