* Questões de globalidade e convexidade
  * Plotar formas quadráticas página 385 Bortolozi

(1) As condições de segunda ordem estabelecem um critério para decidir se um ponto crítico é um extremo local

(2) Não afirmam nada sobre a globalidade do ponto crítico

Ex: $f(x) = x^3 - y^3 + 9xy \qquad x^* = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$

* Globalidade se o conjunto admissível é aberto. (Teorema de Weierstrass não pode ser utilizado.)

Teorema (Weierstrass) Toda função contínua $f: K \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ definida no conjunto compacto K (não vazio) possui pelo menos um mínimo local e um mínimo global.

* Conjunto Convexo

Dizemos que $U \subset \mathbb{R}^n$ é um conjunto convexo se, e somente se, para todo $p, q \in U$ tem-se

$$(1-t)\cdot p + t\cdot q \in U$$

para todo $t \in [0,1]$, isto é, se o segmento de reta que une dois pontos quaisquer de U está sempre contido em U.

* Funções convexas

Dizemos que uma $f: U \in \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ definida em um subconjunto convexo U de $\mathbb{R}^n$ é convexa se, e somente se,

$$f((1-t)p + tq) \leqslant (1-t) f(p) + t f(q)$$

②

. .

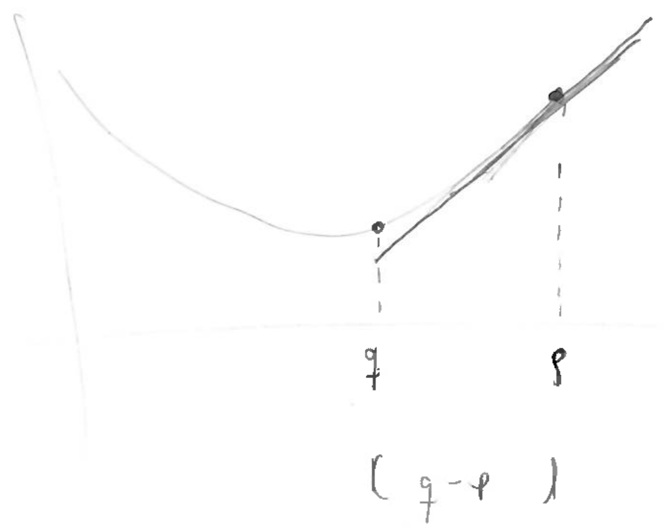
Teorema:

Seja $f : U \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ uma função de classe C^1 definida em um subconjunto convexo U de $\mathbb{R}^n$.

f é uma função convexa em U se, e somente se:

$$f(q) \geq f(p) + \nabla f(p)(q-p)$$

$$b + ax$$



Teorema

Sejam $f: U \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ um função de classe C^1 definida em um subconjunto convexo U de $\mathbb{R}^n$ e $p \in U$ um ponto crítico de f, se f é uma função convexa em U, então p é um minimizador global de f em U

Teorema 11.14

Seja $f: U \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ uma função de classe C^2 definida em um subconjunto convexo e aberto U de $\mathbb{R}^n$.

f é uma função convexa em U se, e somente se $\nabla^2 f$ é positiva semidefinida para todo $p \in U$

Ver diferença entre 11.2 e 11.14

bartolosi

Exemplos

$$f(x,y) = x^4 + x^2y^2 + y^4 - 3x - 8y$$

$$f(x,y) = xy$$

$$f(x,y) = x^4 + y^4$$

↳ $\nabla^2 f(0,0)$

↳ Condição de segunda ordem inconclusiva

↳ Condição de convexidade conclusiva