

minimizar $f(x)$
sujeito a $x \in \Omega$

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função arbitrária
 $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ é um conjunto qualquer

Definição (Minimizadores locais e Globais)

Considere uma função $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e
 $x^* \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$.

$\hookrightarrow x^*$ é um minimizador local de
 f em Ω quando existe um
 $\delta > 0$ tal que $f(x^*) \leq f(x)$
para todo $x \in B(x^*, \delta) \cap \Omega$

\hookrightarrow caso $f(x^*) \leq f(x)$, para todo $x \in \Omega$
 x^* é dito minimizador global de $f(x)$

- $B(x', \varepsilon) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x - x'\| < \varepsilon\} \rightarrow$ Bola
- Quando as desigualdades forem estritas
para $x \neq x^*$, diremos que x^* é minimizador
estrito.
- Se não for mencionado o conjunto Ω , significa
que $\Omega = \mathbb{R}^n$ e portanto estamos trabalhando com um problema irrestrito. ①

Teorema (Existência de minimizador global)

Sejam $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ contínua e $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ compacto não vazio. Então existe minimizador global de f em Ω .

Γ $C \subset \mathbb{R}^n$ é compacto se ele for fechado e limitado.

$\hookrightarrow C$ é fechado se ele contém a sua fronteira.

$Fr C \subset C$

$\hookrightarrow x \in \mathbb{R}^n$ é dito ponto de fronteira de um conjunto $C \subset \mathbb{R}^n$ quando qualquer vizinhança de x contém algum elemento de C e algum elemento do complemento de C .
O conjunto de todos os pontos de fronteira é a fronteira.

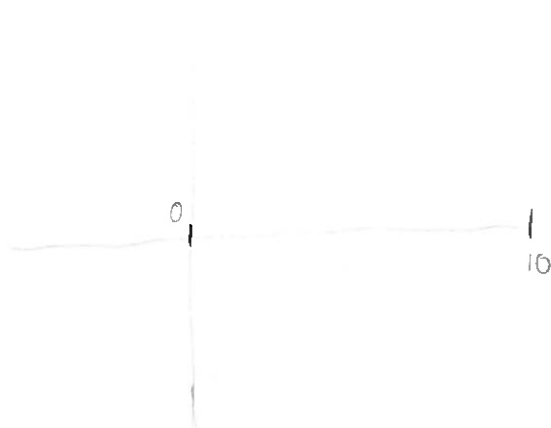
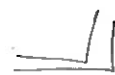
\in : elemento de

\notin : Não é elemento de

\subset : subconjunto estrito

\subseteq : subconjunto

↳ Um conjunto $C \subset \mathbb{R}^n$ é limitado quando existe $M > 0$ tal que $\|x\| \leq M$, para todo $x \in C$.



talvez de $\frac{1}{x}$

talvez de $|x|$

Definição (função coerciva)

Dizemos que uma função é coerciva quando $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

Teorema 2.6

Seja $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua e coerciva. Então, f tem um minimizador local.

Definição (função contínua)

Uma função $f(x)$ definida em um intervalo $[a, b]$ é contínua em um ponto c se, e somente se, as seguintes condições são satisfeitas.

1 - O valor de $f(c)$ é definido no ponto c .

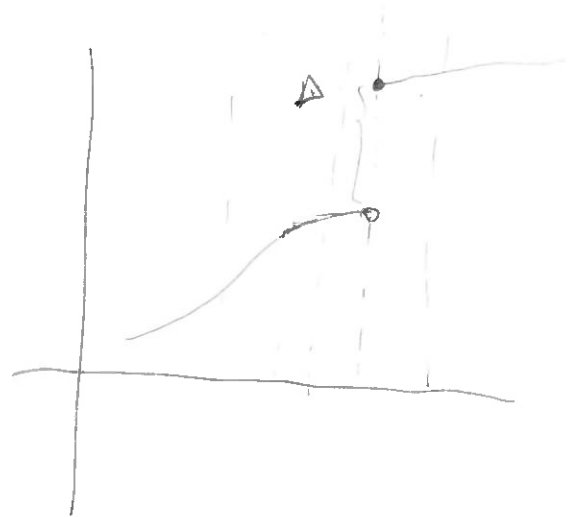
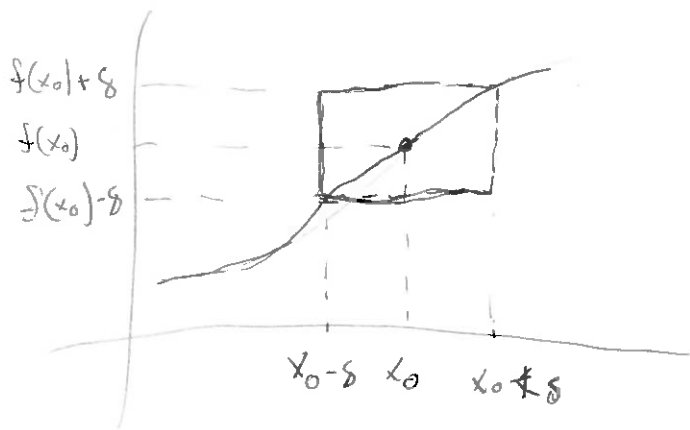
2 - O limite da função quando x se aproxima de c existe: $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ deve existir.

3 - O valor do limite é igual o valor da função no ponto c : $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

* Increasing function

$f(x)$ is strictly increasing if

$$\forall x, y, x < y, f(x) < f(y)$$



Epsilon-delta-definition

$f: D \rightarrow \mathbb{R}$ with $D \subseteq \mathbb{R}$ is continuous at $x_0 \in D$, if and only if for any $\epsilon > 0$ there is a $\delta > 0$, such that $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$ holds for all $x \in D$ with $|x - x_0| < \delta$.

$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in D:$$

$$|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \epsilon$$

