minimizar $f(x)$
sujeito a $x \in \Omega$

$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ é uma função arbitrária
$\Omega \subset \mathbb{R}^n$ é um conjunto qualquer

<u>Definição</u> (Minimizadores Locais e Globais)

Considere uma função $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ e $x^* \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$.

↳ x^* é um minimizador local de f em Ω quando existe um $\delta > 0$ tal que $f(x^*) \leq f(x)$ para todo $x \in B(x^*, \delta) \cap \Omega$

↳ Caso $f(x^*) \leq f(x)$, para todo $x \in \Omega$ x^* é dito <u>minimizador</u> global de $f(x)$

- $B(x', \varepsilon) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x - x'\| < \varepsilon\}$ → Bola

- Quando as desigualdade forem estritas para $x \neq x^*$, diremos que x^* é minimizador estrito

- Se não for mencionado o conjunto Ω, significa que $\Omega = \mathbb{R}^n$ e portanto estamos trabalhando com um problema irrestrito.

Teorema (Existência de minimizador global)

Sejam $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ contínua e $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ compacto não vazio. Então existe minimizador global de f em Ω.

$\ulcorner$ $C \subset \mathbb{R}^n$ é compacto se ele for fechado e limitado.

↳ C é fechado se ele contém a sua fronteira

$$Fr\, C \subset C$$

↳ $x \in \mathbb{R}^n$ é dito ponto de fronteira de um conjunto $C \subset \mathbb{R}^n$ quando qualquer vizinhança de x contém algum elemento de C e algum elemento do complemento do C. O conjunto de todos os pontos de fronteira é a fronteira.

$\in$: elemento de

$\notin$: Não é elemento de

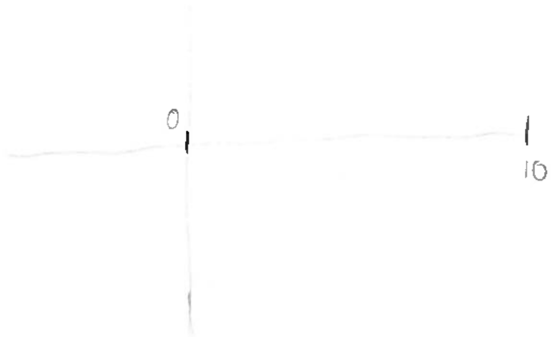
$\subset$: subconjunto estrito

$\subseteq$: subconjunto

↳ Um conjunto $C \subset \mathbb{R}^n$ é limitado quando existe $M > 0$ tal que $\|x\| \leq M$, para todo $x \in C$.

falar de $\frac{1}{x}$

falar de $|x|$



Definição (função coerciva)

Dizemos que uma função é coerciva quando $\lim_{\|x\| \to \infty} f(x) = \infty$

Teorema 2.6

Seja $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ uma função contínua e coerciva. Então, f tem um minimizador global.

Definição (função contínua)

Uma função $f(x)$ definida em um intervalo $[a,b]$ é contínua em um ponto c se, e somente se, as seguintes condições são satisfeitas.

1 - O valor de $f(c)$ é definido no ponto c.

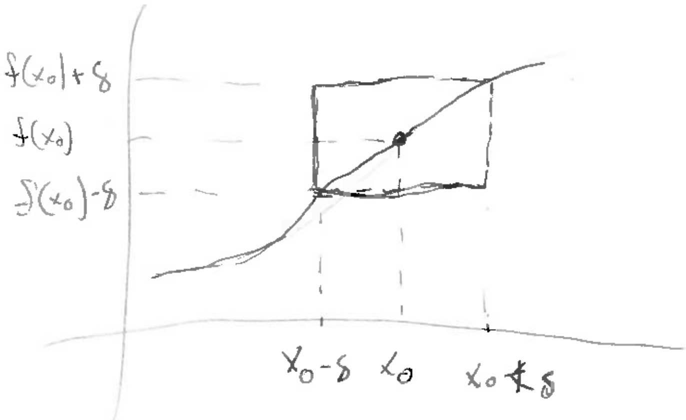
2 - O limite da função quando x se aproxima de c existe: $\lim_{x \to c} f(x)$ deve existir

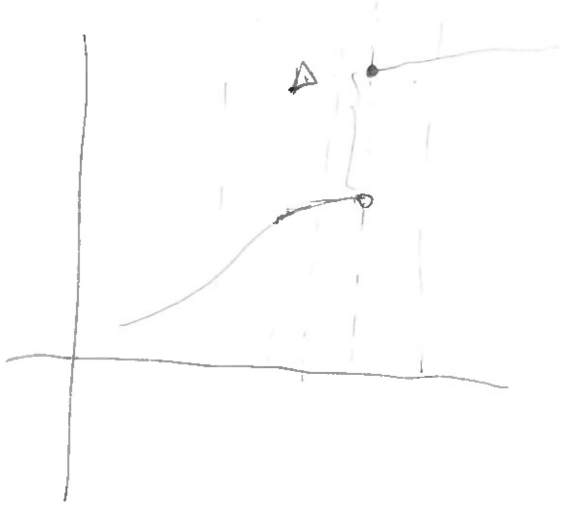
3 - O valor do limite é igual o valor da função no ponto c: $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

* Increasing function

$f(x)$ is strictly increasing if

$\forall x, y, x < y, f(x) < f(y)$





Epsilon-delta-definition

$f: D \to \mathbb{R}$ with $D \subseteq \mathbb{R}$ is continuos at $x_0 \in D$, if and only if for any $\varepsilon > 0$ there is a $\delta > 0$, such that $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ holds for all $x \in D$ with $|x - x_0| < \delta$.

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \mid \forall x \in D:$$
$$|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$