

Universidade Federal de Ouro Preto
PCC104 - Projeto e Análise de Algoritmos
Problemas P , NP e NP -Completo

Prof. Rodrigo Silva

May 12, 2023

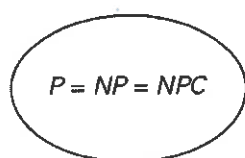
1 Leitura Recomendada

- Seção 11.3 - *Introduction to the Design and Analysis of Algorithms (3rd Edition)* - Anany Levitin

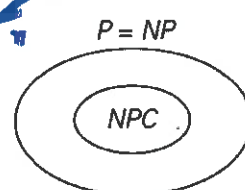
2 Atividades

1. O que significa dizer que um algoritmo resolve um problema em tempo polinomial?
2. Que tipo de problemas considera-se tratável?
3. Que tipo de problema considera-se intratável?
4. Em ciência da computação, o que é o conjunto ou classe de problemas P ?
5. Como podemos provar que um problema pertence à classe P ?
6. O que é um problema decidível? E um problema indecidível?
7. De forma geral, o que é um algoritmo determinístico?
8. De forma geral, o que é um algoritmo não determinístico?
9. Em ciência da computação, o que é o conjunto ou classe de problemas NP ?
10. O que é um algoritmo polinomial não determinístico?
11. Explique por quê $P \subseteq NP$?
12. Por quê saber se $P = NP$ é interessante?
13. Como provamos que um problema é NP -Completo?
14. Como provamos que um problema é NP -Completo quando já conhecemos algum problema NP -Completo?
15. O que significaria resolver ao problema NP -Completo em $O(n^5)$?
16. Um algoritmo que faz um número polinomial de chamadas a um procedimento que executa em tempo polinomial pode ter complexidade exponencial? Explique.
17. Qual dos diagramas abaixo não contradiz o estado corrente do nosso conhecimento sobre as classes de problemas P , NP e NP -Completo.
18. Mostre que o Problema do Conjunto independente é um problema NP -Completo utilizando a redução entre problemas, considerando o 3-SAT como problema base.

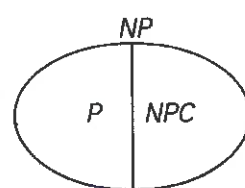
a.



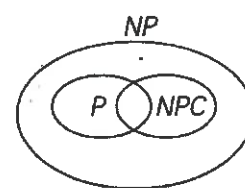
b.



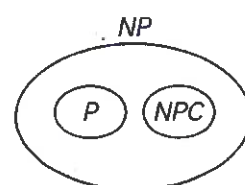
c.



d.



e.



* Classes de problemas
(Ver lista "Problemas P, NP, NP-completo")

① Dizemos que um algoritmo resolve um problema em tempo polinomial se o seu custo no pior caso for $O(p(n))$ onde $p(n)$ é um polinômio do tamanho da entrada n .

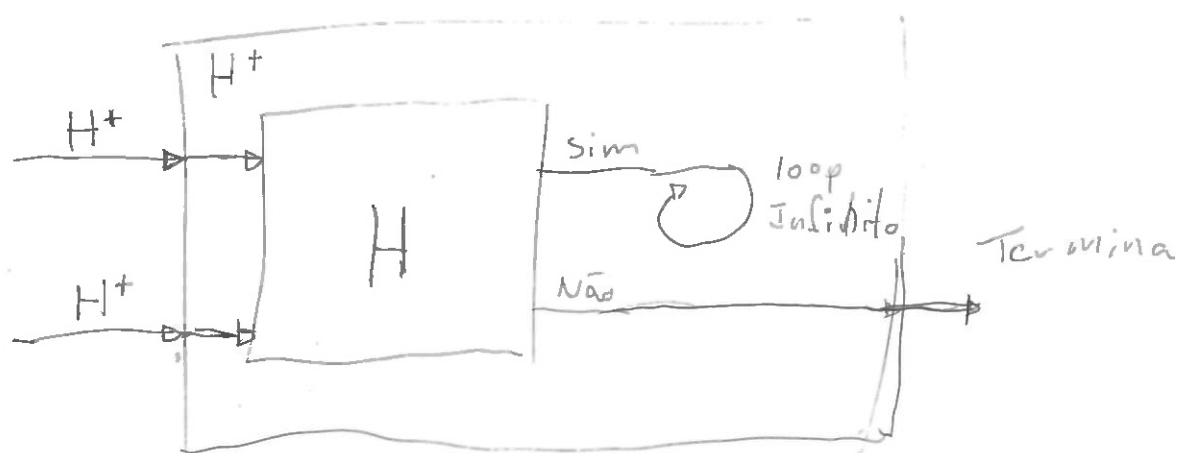
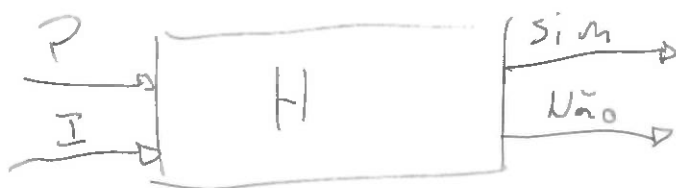
② ③ Um problema é considerado tratável se ele pode ser resolvido em tempo polinomial.

④ A Classe P (Polinomial) é a Classe de problemas de decisão que podem ser resolvidos em tempo polinomial por um algoritmo determinístico.
Resposta Sim ou Não

⑤ Basta apresentar um algoritmo que resolve o problema em tempo polinomial.

⑥ Problema de decisão para o qual existe algoritmo. Problema de decisão para o qual não existe algoritmo.

Problema da Parada



Condição

- ⑨ A classe NP (Non-deterministic Polynomial) é a classe de problemas de decisão que podem ser resolvidos por algoritmos não-determinísticos polinomiais.

Algoritmo não determinístico: Procedimento em 2 estágios, que recebe uma instância I e faz o seguinte:

- ① ~~Admissão~~: Uma sequência arbitrária S (solução candidata) é gerada para I
- ② Verificação: Algoritmo determinístico que recebe I e S e retorna Sim se S é solução para I . (2)

Um problema de decisão D_1 é polinomialmente redutível a um problema de decisão D_2 , se existe uma função f que transforma uma instância de D_1 em instâncias de D_2 de forma que:

- 1) f mapeia todas as instâncias sim de D_1 para instâncias sim de D_2 e instâncias não de D_1 para instâncias não de D_2
- 2) f é computável em tempo polinomial.

Dizemos que um algoritmo não-determinístico resolve um problema de decisão se, e somente se, para cada instância SIM do problema o algoritmo retorna SIM em alguma execução.

↳ O Algoritmo precisa ser capaz de admitir a solução pelo menos uma vez.

Um algoritmo é dito não-determinístico polinomial se a fase de verificação tem custo polinomial.

⑬ Um problema de decisão D é dito NP-Completo se:

- 1) Ele pertence à classe NP
- 2) Qualquer problema em NP é polinomialmente redutível à D .