

# Projeto e Análise de Algoritmos

## Prova 1

### Instruções

Para cada uma das questões a seguir:

1. Escreva um algoritmo que resolve o problema apresentado.
2. Defina a operação básica.
3. Obtenha a expressão para o número de operações.
4. Defina a ordem de complexidade do algoritmo apresentado.

### Questão 1

**Problema:** Escreva um algoritmo que imprima a submatriz que possui a interseção das colunas ímpares com as linhas pares de uma matriz.

**Exemplo de Entrada:**

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}$$

**Exemplo de Saída:**

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 12 \end{bmatrix}$$

### Questão 2

**Problema:** Escreva um algoritmo que realiza a multiplicação de duas matrizes  $A$  e  $B$ .

**Multiplicação de Matrizes:** Dados  $A$  de dimensão  $m \times n$  e  $B$  de dimensão  $n \times p$ , o produto  $C = A \times B$  terá dimensão  $m \times p$ . O elemento  $C[i][j]$  é calculado como:

$$C[i][j] = \sum_{k=1}^n A[i][k] \times B[k][j]$$

**Exemplo de Entrada:**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

**Exemplo de Saída:**

$$C = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$$

## Questão 3

**Problema:** Dado um array `arr` de tamanho  $n - 1$  que contém inteiros distintos no intervalo de 1 a  $n$ , encontre o elemento faltante.

**Exemplo de Entrada:**

$$arr = [1, 2, 4, 6, 3, 7, 8]$$

**Exemplo de Saída:**

$$5$$

## Questão 4

**Problema:** Dado um array `arr` de  $n$  inteiros, encontre todos os líderes no array. Um elemento é considerado um líder se ele for maior ou igual a todos os elementos à sua direita.

**Exemplo de Entrada:**

$$arr = [16, 17, 4, 3, 5, 2]$$

**Exemplo de Saída:**

$$[17, 5, 2]$$

## A Apêndice - Multiplicação de Matrizes

Em termos simples, a multiplicação de matrizes pode ser descrita da seguinte forma: 1. O número de colunas de  $A$  deve ser igual ao número de linhas de  $B$  para que a multiplicação seja válida. 2. Cada elemento  $C[i][j]$  da matriz resultante  $C$  é obtido multiplicando-se os elementos da  $i$ -ésima linha de  $A$  pelos elementos correspondentes da  $j$ -ésima coluna de  $B$  e somando esses produtos.

### A.1 Esquema Visual da Multiplicação

A seguir, temos o esquema visual da multiplicação de uma matriz  $A$  de dimensão  $2 \times 3$  por uma matriz  $B$  de dimensão  $3 \times 2$ , resultando em uma matriz  $C$  de dimensão  $2 \times 2$ :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

Para calcular os elementos da matriz  $C$ , aplicamos a fórmula mencionada acima. Assim, temos:

$$c_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31}$$

$$c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32}$$

$$c_{21} = a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31}$$

$$c_{22} = a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32}$$