(51)

Modèle $\forall k \in \mathbb{N}^* \quad \forall t \in]C_{k-1}, C_k] \qquad \lambda_t = \alpha\, \ell\left(V(t, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1\right)$

paramètres du modèle : $\alpha, \theta_1, \theta_2$

↳ facilite les choses pour la partie estimation (expression explicite de $\hat{\alpha}(\theta_1, \theta_2)$)

afin de faciliter les calculs itératifs il y a des informations redondantes dans $\mathcal{H}$:

$$\mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}} = \Big(\underline{C}_{k-1}, \underline{U}_{k-1}, \big(V(C_i, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{i-1}}, \theta_2)\big)_{i\le k-1}, \big(V(C_i, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_i}, \theta_2)\big)_{i\le k-1},$$

↳ vecteur

$$\Big(\frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_i, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{i-1}}, \theta_2)\Big)_{i\le k-1}, \Big(\frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_i, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_i}, \theta_2)\Big)_{i\le k-1} \Big)$$

* taux de hasard du système neuf non maintenu $\rightarrow \ell(.)$

- Weibull

↳ $\theta_1 = \beta$

$$\ell(t, \theta_1) = \beta t^{\beta-1} \quad \text{avec } \beta > 0$$

$$L(t, \theta_1) = t^{\beta}$$

$$\ell'(t, \theta_1) = \frac{\partial \ell}{\partial t}(t, \theta_1) = \beta(\beta-1)\, t^{\beta-2}$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \theta_1}(t, \theta_1) = \begin{cases} t^{\beta-1} + \beta \ln t\, t^{\beta-1} & \text{si } \beta \ne 1 \\ 0 & \text{si } \beta = 1 \end{cases}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1}(t, \theta_1) = \ln t\, t^{\beta}$$

- log linéaire

↳ $\theta_1 = b$

$$\ell(t, \theta_1) = \exp(bt) \quad \text{avec } b > 0$$

$$L(t, \theta_1) = \frac{\exp(bt)}{b}$$

$$\ell'(t, \theta_1) = b \exp(bt)$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \theta_1}(t, \theta_1) = t \exp(bt)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1}(t, \theta_1) = \frac{\exp(bt)(tb - 1)}{b^2}$$

* âge virtuelle $\rightarrow V(\cdot)$

$\rightarrow C_0 = 0$

• MP et MC ARA_∞

$\hookrightarrow \theta_2 = (\rho_{MC}, \rho_{MP}^1, \dots, \rho_{MP}^N)$

$$V(C_0, \mathcal{H}_{C_0}^{\theta_2}, \theta_2) = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_0, \mathcal{H}_{C_0}^{\theta_2}, \theta_2) = 0$$ et pour tout $i \geq 1$

$$V(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) = C_i - C_{i-1} + V(C_{i-1}, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2)$$

$$V(C_i, \mathcal{H}_{C_i}^{\theta_2}, \theta_2) = \begin{cases} (1-\rho_{MC})\, V(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) & \text{si } U_{C_i} = 0 \\ (1-\rho_{MP}^k)\, V(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) & \text{si } U_{C_i} = k = \underbrace{H(\mathcal{H}_{C_i})} \end{cases}$$

$\hookrightarrow$ fonction planifiant l'efficacité de chaque MP planifiée

$$V^{-1}(t, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) = t - V(C_{i-1}, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) = \frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_{i-1}, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \rho_{MC}}(C_i, \mathcal{H}_{C_i}^{\theta_2}, \theta_2) = \begin{cases} -V(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) + (1-\rho_{MC})\frac{\partial V}{\partial \rho_{MC}}(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) & \text{si } U_{C_i} = 0 \\ (1-\rho_{MP}^k)\frac{\partial V}{\partial \rho_{MC}}(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) & \text{si } U_{C_i} = k \end{cases}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \rho_{MP}^k}(C_i, \mathcal{H}_{C_i}^{\theta_2}, \theta_2) = \begin{cases} -V(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) + (1-\rho_{MP}^k)\frac{\partial V}{\partial \rho_{MP}^k}(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) & \text{si } U_{C_i} = k \\ (1-\rho_{MC})\frac{\partial V}{\partial \rho_{MP}^k}(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) & \text{si } U_{C_i} = 0 \\ (1-\rho_{MP}^j)\frac{\partial V}{\partial \rho_{MP}^k}(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2) & \text{si } U_{C_i} = j \neq k \end{cases}$$

* politique de MP planifiée $\rightarrow h(\cdot)$ et $H(\cdot)$ $\rightarrow$ permet de planifier l'effet de la MP $(\rho_{MP}^{1}, \rho_{MP}^{2}, \dots)$ ayant lieu à l'instant $h(\cdot)$

* périodique de période τ pour tout $i \geq 1$ $h(\mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\tilde{\theta}_2}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2) = \left(\left\lfloor \frac{C_{i-1}}{\tau} \right\rfloor + 1 \right) \tau$

* planifiées aux instants $\tau_1, \dots, \tau_m$: pour tout $i \geq 1$ $h(\mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\tilde{\theta}_2}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2) = \min(\tau \in \{\tau_1, \dots, \tau_m, \infty\} \mid \tau > C_{i-1})$

* pas de MP pour tout $i \geq 1$ $h(\mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\tilde{\theta}_2}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2) = +\infty$

* MP à age fixé c pour tout $i \geq 1$ $h(\mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\tilde{\theta}_2}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2) = V^{-1}(c, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\tilde{\theta}_2}, \tilde{\theta}_2)$

* MP dès que le système a plus de c chance de tomber en panne sous les paramètres $\tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2$

$$h(\mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\tilde{\theta}_2}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2) = V^{-1}\left(L^{-1}\left(L\left(V\left(C_{i-1}, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\tilde{\theta}_2}, \tilde{\theta}_2\right), \tilde{\theta}_1\right) - \frac{\ln(c)}{\alpha}, \tilde{\theta}_1\right), \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\tilde{\theta}_2}, \tilde{\theta}_2\right)$$

(M1)

<u>modèle</u> $\forall k \in \mathbb{N}^* \ \forall t \in]C_{k-1}, C_k] \quad \lambda_t = \alpha\, l\left(V(t, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1\right)$

$$L(t, \theta_1) = \int_0^t l(s, \theta_1)\, ds$$

politique de MP

$$P(C_k \geq t \mid \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}) = \begin{cases} \exp\left(-\alpha \left(L(V(t, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1) - L(V(C_{k-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1)\right)\right) & \text{si } t \leq h(\mathcal{H}_{C_{k-1}}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_1) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

V^{-1} et L^{-1} tels que : $\quad V^{-1}(t, \mathcal{H}^\theta, \theta) = \min_u \left(V(t, \mathcal{H}^\theta, \theta) = u\right)$ et $L^{-1}(t, \theta) = \min_u \left(L(t, \theta) = u\right)$

<u>simulation</u> : $U \sim \mathcal{U}_{[0,1]}$

$$C_k \equiv \min\left(h(\mathcal{H}^{\tilde{\theta}_2}_{C_{k-1}}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2) \ ; \ V^{-1}\left(L^{-1}\left(L(V(C_{k-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1) - \frac{\ln U}{\alpha}, \theta_1\right), \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2\right)\right)$$

$$U_k \equiv \begin{cases} -1 \text{ si } h(\mathcal{H}^{\tilde{\theta}_2}_{C_{k-1}}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2) \geq V^{-1}(\text{———})) \\ H(\mathcal{H}^{\tilde{\theta}_2}_{C_{k-1}}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2) \quad \text{sinon} \end{cases}$$

~~$\times H(\mathcal{H}^{\tilde{\theta}_2}_{C_{k-1}}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2)$ type de la MP efficacité ρ_{MP}~~

↳ type de la MP → efficacité ρ^1_{MP} si vaut 1
→ —— ρ^2_{MP} —— 2
→

$$U_k \text{ vaut } \begin{cases} -1 & \text{si MC} \\ > 0 & \text{si MP} \\ 0 & \text{si censure.} \end{cases}$$

Estimation : à estimer $\alpha, \theta_1, \theta_2$

$C_{i,j}$
- $\to$ j ème maintenance pour la i ème trajectoire
- $\to$ numero de la trajectoire

$$\ln \mathcal{L} = \sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{i,j}<0\}} \ln(\lambda_{C_{i,j}}) - (\Lambda_{C_{i,j}} - \Lambda_{C_{i,j-1}})$$

$$= \ln(\alpha) \sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{i,j}<0\}} + \sum_i \sum_j \Big[\mathbb{1}_{\{u_{ij}<0\}} \ln\big(\ell(V(C_{ij}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1)\big) - \alpha \big(\underbrace{L(V(C_{ij}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1) - L(V(C_{i,j-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1)}_{(1)} \big) \Big]$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \alpha} = \frac{1}{\alpha} \sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{i,j}<0\}} - \sum_i \sum_j \big(\underbrace{L(\ldots) - L(\ldots)}_{(1)} \big)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{i,j}=0\}}}{\sum_i \sum_j \big(\underbrace{L(\ldots) - L(\ldots)}_{(1)} \big)}$$

$$\ln \mathcal{L}(\hat{\alpha}) = \Big[\ln\Big(\sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{i,j}<0\}} \Big) - \ln\Big(\overbrace{\sum_i \sum_j L(V(C_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_2) - L(V(C_{i,j-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1)}^{(1)} \Big) - 1 \Big] \sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{i,j}<0\}}$$

$$+ \sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{ij}<0\}} \ln\big(\ell(V(C_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_2) \big)$$

$$\frac{\partial h \mathcal{L}(\hat\alpha)}{\partial\theta_1} = - \frac{\sum_i \sum_j \frac{\partial L}{\partial\theta_1}\left(V(c_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right) - \frac{\partial L}{\partial\theta_1}\left(V(c_{i,j-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right)}{\sum_i \sum_j L\left(V(c_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right) - L\left(V(c_{i,j-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right)} \left(\sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{i,j}<0\}}\right)$$

$$+ \sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{i,j}<0\}} \frac{\frac{\partial \ell}{\partial\theta_1}\left(V(c_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right)}{\ell\left(V(c_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\hat\alpha)}{\partial\theta_2} = - \frac{\sum_i \sum_j \ell\left(V(c_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right) \frac{\partial V}{\partial\theta_2}(c_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2) - \ell\left(V(c_{i,j-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right) \frac{\partial V}{\partial\theta_2}(c_{i,j-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2)}{\sum_i \sum_j L\left(V(c_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right) - L\left(V(c_{i,j-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right)} \left(\sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{i,j}<0\}}\right)$$

$$+ \sum_i \sum_j \mathbb{1}_{\{u_{i,j}<0\}} \frac{\ell'\left(V(c_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right) \frac{\partial V}{\partial\theta_2}(c_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2)}{\ell\left(V(c_{i,j}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{c_{i,j-1}}, \theta_2), \theta_1\right)}$$

avec $\ell'(t, \theta_1) = \frac{\partial \ell}{\partial t}(t, \theta_1)$

Algo de simulation

Entrée
* age virtuel au début V_0 (par defaut $=0$) permet de simuler le futur d'une trajectoire donnée
↳ correspondant à l'instant C_0 (par defaut 0)
parametre α
modele de $L(.)$ avec parametre θ_1
modele de $V(.)$ —— θ_2
politique de MP : $h(.)$ et $H(.)$ pouvant éventuellement dépendre d'autre valeur des paramètres $\tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2$
voir même (petit papa noël) d'un autre modèle de $L(.)$ et de $V(.)$
un critère d'arret : date de censure, nbe de MC, nb maintenance, nb de MP, . . .

Remarque : * l'algo est pour generer une trajectoire !

pas besoin des derivées partiel pour la simulation.

Initialiser un tableau de données avec $C_0 = C_0$, $U_0 = 0$

Initialiser une histoire du type $\mathcal{H}_{C_i}^{\theta_2} = \left(\left(V(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2)\right)_{i \geq 1} ; \left(V(C_{i-1}, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2)\right)_{i \geq 1} \right)$ avec $V(0, \mathcal{H}_0^{\theta_2}, \theta_2) = V_0$

Eventuellement initialiser une autre histoire $\mathcal{H}_{C_i}^{\tilde{\theta}_2}$ pour la politique de MP (pas nécessairement avec le même modele $h(.)$ et $V(.)$)
$k = 1$;

Tant que le critère d'arret n'est pas verifier iterer :

Simuler U de loi uniforme $[0,1]$

calculer $T = V^{-1}\left(L^{-1}\left(L(V(C_{k-1}, \mathcal{H}_{C_{k-1}}^{\theta_2}, \theta_2), \theta_1) - \frac{\ln U}{\alpha}, \theta_1\right), \mathcal{H}_{C_{k-1}}^{\theta_2}, \theta_2\right)$

calculer $\tau = h(\mathcal{H}_{C_{k-1}}^{\tilde{\theta}_2}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2)$ et $i = H(\mathcal{H}_{C_{k-1}}^{\tilde{\theta}_2}, \tilde{\alpha}, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2)$

Ajouter un nouvel élement au tableau de données $C_k = \min(T, \tau)$, $U_k = \begin{cases} -1 & \text{si } T < \tau \\ i & \text{sinon} \end{cases}$

Ajouter un nouvel element à l'histoire $\mathcal{H}^{\theta_2}$ (correspondant à calculer) $V(C_k, \mathcal{H}_{C_{k-1}}^{\theta_2}, \theta_2)$ et ensuite $V(C_k, \mathcal{H}_{C_k}^{\theta_2}, \theta_2)$

De même eventuellement pour $\mathcal{H}^{\tilde{\theta}_2}$
$k = k+1$

fin Iterer.

Algo de calcul de la vraisemblance sur une trajectoire

Entrée :
- une trajectoire $\underline{C}_n$, $\underline{U}_n$
- paramètre α ou pas, si pas de α on calcul la vraisemblance en le α pour lequel elle est maximum
- modèle de $l(\cdot)$ avec paramètre θ_1
- modèle de $V(\cdot)$ ——— θ_2

$S_1 = 0$; $S_2 = 0$; $S_3 = 0$

$d\theta_1 S_2$ et $d\theta_1 S_3$ vecteurs de 0 de même taille que θ_1

$d\theta_2 S_2$ et $d\theta_2 S_3$ vecteurs de 0 de même taille que θ_2

Initialiser une histoire du type $\mathcal{H}_{C_i}^{\theta_2} = \left(\left(V(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2)\right)_{i \geq 1}, \left(V(C_{i-1}, \mathcal{H}_{C_{i-2}}^{\theta_2}, \theta_2)\right)_{i \geq 1}, \left(\frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_i, \mathcal{H}_{C_{i-1}}^{\theta_2}, \theta_2)\right)_{i \geq 1} ; \left(\frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_{i-1}, \mathcal{H}_{C_{i-2}}^{\theta_2}, \theta_2)\right)_{i \geq 1} \right)$

chaque élément de même dimension que θ_2

avec $V(0, \mathcal{H}_0^{\theta_2}, \theta_2) = 0$ et $\frac{\partial V}{\partial \theta_2}(0, \mathcal{H}_0^{\theta_2}, \theta_2) = 0$

$k = 1$

Tant que $k \leq n$

Compléter l'histoire $\mathcal{H}^{\theta_2}$ correspondant aux calcul : $V(C_k, \mathcal{H}_{C_{k-1}}^{\theta_2}, \theta_2)$ et ensuite $V(C_k, \mathcal{H}_{C_k}^{\theta_2}, \theta_2)$

$\frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_k, \mathcal{H}_{C_{k-1}}^{\theta_2}, \theta_2)$ et ensuite $\frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_k, \mathcal{H}_{C_k}^{\theta_2}, \theta_2)$

$S_1 = S_1 + \mathbb{1}_{\{u_k < 0\}}$

$S_2 = S_2 + \mathbb{1}_{\{u_k < 0\}} \, h(l(V(C_k, \mathcal{H}_{C_{k-1}}^{\theta_2}, \theta_2)), \theta_1))$

$$S_3 = S_3 + L(V(C_k, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1) - L(V(C_{k-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2))$$

$$d\theta_1 S_2 = d\theta_1 S_2 + \frac{\frac{\partial \ell}{\partial \theta_1}(V(C_k, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1)}{\ell(V(C_k, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1)} \mathbb{1}_{\{U_k<0\}}$$

$$d\theta_1 S_3 = d\theta_1 S_3 + \frac{\partial L}{\partial \theta_1}(V(C_k, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1}(V(C_{k-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2))$$

$$d\theta_2 S_2 = d\theta_2 S_2 + \mathbb{1}_{\{U_k<0\}} \frac{\ell'(V(C_k, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1) \frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_k, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2)}{\ell(V(C_k, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1)}$$

$$d\theta_2 S_3 = d\theta_2 S_3 + \ell(V(C_k, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1) \frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_k, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2) - \ell(V(C_{k-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2), \theta_1) \frac{\partial V}{\partial \theta_2}(C_{k-1}, \mathcal{H}^{\theta_2}_{C_{k-1}}, \theta_2)$$

Fin Tant que

Si α n'est pas donnée en entrée renvoyer :

$$\hat{\alpha} = \frac{S_1}{S_3}$$

$$\ln \mathcal{L}(\hat{\alpha}) = (\ln S_1 - \ln S_3 - 1) S_1 + S_2$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(\hat{\alpha})}{\partial \theta_1} = -\frac{d\theta_1 S_3}{S_3} S_1 + d\theta_1 S_2$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(\hat{\alpha})}{\partial \theta_2} = -\frac{d\theta_2 S_3}{S_3} S_1 + d\theta_2 S_2$$

Sinan

A4

$$\ln \mathcal{L} = S_1 \ln \alpha + S_2 - \alpha S_3$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \alpha} = \frac{S_1}{\alpha} - S_3$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \theta_1} = d\theta_1 S_2 - \alpha \; d\theta_1 S_3$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}}{\partial \theta_2} = d\theta_2 S_2 - \alpha \; d\theta_2 S_3$$